

UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA ELÉTRICA
E DE COMPUTAÇÃO

**CÁLCULO DE GEOPRESSÕES UTILIZANDO
TRANSFORMAÇÕES DE DOMÍNIO**

Uyara Ferreira Silva

[UFG] & [EMC]
[Goiânia - Goiás - Brasil]
4 de novembro de 2016

TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO PARA DISPONIBILIZAR AS TESES E DISSERTAÇÕES ELETRÔNICAS NA BIBLIOTECA DIGITAL DA UFG

Na qualidade de titular dos direitos de autor, autorizo a Universidade Federal de Goiás (UFG) a disponibilizar, gratuitamente, por meio da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD/UFG), regulamentada pela Resolução CEPEC nº 832/2007, sem ressarcimento dos direitos autorais, de acordo com a Lei nº 9610/98, o documento conforme permissões assinaladas abaixo, para fins de leitura, impressão e/ou *download*, a título de divulgação da produção científica brasileira, a partir desta data.

1 **1. Identificação do material bibliográfico:** ☒ **Dissertação** ☐ **Tese**

1 **2. Identificação da Tese ou Dissertação**

Nome completo do autor: Uyara Ferreira Silva

Título do trabalho: Cálculo de Geopressões Utilizando Transformações de Domínio

3. Informações de acesso ao documento:

Concorda com a liberação total do documento ☒ SIM ☐ NÃO¹

Havendo concordância com a disponibilização eletrônica, torna-se imprescindível o envio do(s) arquivo(s) em formato digital PDF da tese ou dissertação.

Uyara Ferreira Silva
Assinatura do (a) autor (a) ²

Data: 06 / 11 / 2016

¹ Neste caso o documento será embargado por até um ano a partir da data de defesa. A extensão deste prazo suscita justificativa junto à coordenação do curso. Os dados do documento não serão disponibilizados durante o período de embargo.

²A assinatura deve ser escaneada.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA ELÉTRICA
E DE COMPUTAÇÃO

**CÁLCULO DE GEOPRESSÕES UTILIZANDO
TRANSFORMAÇÕES DE DOMÍNIO**

Uyara Ferreira Silva

Dissertação apresentada à Banca Examinadora como exigência parcial para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica e de Computação pela Universidade Federal de Goiás (UFG), Escola de Engenharia Elétrica, Mecânica e de Computação (EMC), sob a orientação do Prof. Dr. Wesley Pacheco Calixto.

[UFG] & [EMC]
[Goiânia - Goiás - Brasil]
4 de novembro de 2016

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistemas da Bibliotecas da UFG, GO - Brasil

S586c Silva, Uyara Ferreira, 22/11/1987..

Cálculo das Geopressões Utilizando Transformações de Domínio/ Uyara Ferreira Silva. – [Goiânia - Goiás - Brasil]: [UFG] & [EMC], 4 de novembro de 2016.

86 f. : il.

Orientador: Wesley Pacheco Calixto - UFG.

Dissertação - Universidade Federal de Goiás - UFG,
Escola de Engenharia Elétrica, Mecânica e de Computação
- EMC

CDU

Copyright © 4 de novembro de 2016 by Federal University of Goias - UFG, Brazil. No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, microfilming, recording or otherwise, without written permission from the Library of UFG, with the exception of any material supplied specifically for the purpose of being entered and executed on a computer system, for exclusive use of the reader of the work.



Ata de Dissertação de Mestrado

Ata da sessão de julgamento da Dissertação de Mestrado em Engenharia Elétrica e de Computação, área de concentração Engenharia Elétrica, da candidata **Uyara Ferreira Silva** realizada em 26 de outubro de 2016.

Aos vinte e seis dias do mês de outubro de dois mil e dezesseis, às 14:00 horas, na sala Caryocar Brasiliensis, bloco "A" da Escola de Engenharia Elétrica e de Computação (EMC), Universidade Federal de Goiás (UFG), reuniram-se os seguintes membros da Comissão Examinadora designada pela Coordenadoria do Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica e de Computação: Os Doutores Wesley Pacheco Calixto – Orientador (EMC/UFG), Eider Lúcio de Oliveira (Engenharia Mecânica/IFG), Flávio Raimundo de Souza (Matemática/IFG), Marco Antônio Assfalk de Oliveira (EMC/UFG), para julgar a Dissertação de Mestrado da discente **Uyara Ferreira Silva**, intitulada **"Cálculo de geopressões utilizando transformações de domínio"**, apresentada pela Candidata como parte dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre, em conformidade com a regulamentação em vigor. O Professor Doutor Wesley Pacheco Calixto Presidente da Comissão, abriu a sessão e apresentou a candidata que discorreu sobre seu trabalho, após o que, foi argüida pelos membros da Comissão na seguinte ordem: Eider Lúcio de Oliveira (Engenharia Mecânica/IFG), Flávio Raimundo de Souza (Matemática/IFG), Marco Antônio Assfalk de Oliveira (EMC/UFG). A parte pública da sessão foi então encerrada e a Comissão Examinadora reuniu-se em sessão reservada para deliberar. A Comissão julgou então que a Candidata, tendo demonstrado conhecimento suficiente, capacidade de sistematização e argumentação sobre o tema de sua Dissertação, foi considerada **aprovada** e deve satisfazer as exigências listadas na Folha de Modificação de Dissertação de Mestrado, em anexo a esta Ata, no prazo máximo de 60 dias, ficando o professor orientador responsável por atestar o cumprimento dessas exigências. Os membros da Comissão Examinadora descreveram as justificativas para tal avaliação em suas respectivas Folhas de Avaliação, anexas a esta Ata. Nada mais havendo a tratar, o presidente da Comissão declarou encerrada a sessão. Nos termos do Regulamento Geral dos Cursos de Pós-graduação desta Universidade, a presente Ata foi lavrada, lida e, julgada conforme, segue assinada pelos membros da Comissão supracitados e pelo Candidato. Goiânia, 26 de outubro de 2016.

Comissão Examinadora Designada:

Prof. Dr. Wesley Pacheco Calixto – Orientador (EMC/UFG)

(Avaliação: APROVADO)

Prof. Dr. Eider Lúcio de Oliveira (Engenharia Mecânica/IFG)

(Avaliação: APROVADO)

Prof. Dr. Flávio Raimundo de Souza (Matemática/IFG)

(Avaliação: APROVADA)

Prof. Dr. Marco Antônio Assfalk de Oliveira (EMC/UFG)

(Avaliação: APROVADA)

Candidata: Uyara Ferreira Silva
Uyara Ferreira Silva

RESUMO

O intuito deste trabalho é calcular as geopressões Surge e Swab em poços onde há excentricidade entre a coluna de perfuração e o poço. A teoria tradicional para cálculo destas geopressões considera que a coluna de perfuração e o poço permanecem concêntricos durante todo o processo, o que não ocorre na realidade. Realiza-se análise deste fenômeno, no qual o fluido é confinado entre os dois cilindros, coluna de perfuração e o poço. As transformações conformes são utilizadas para transformar o domínio excêntrico no domínio concêntrico e assim, encontrar os valores reais das geopressões, , não considerar a excentricidade nos cálculos, pode induzir a erros graves nos valores das pressões. Os resultados obtidos, utilizando a metodologia proposta, são apresentados e discutidos.

CALCULATION OF GEOPRESSURE USING CONFORMAL MAPPING

ABSTRACT

The purpose of this work is to calculate the Surge and Swab geopressures inside eccentric wells. There is eccentricity between the drill string and the well. The traditional theory to calculate these geopressures considers that the drill string and the well remain concentric throughout the process, which does not occur in reality. The analysis of this phenomenon is carried out, in which the fluid is confined between the two cylinders, the drill string and the well. The conformal mapping are used to transform the eccentric domain in concentric domain and thus find the real values of geopressures. The results obtained using the proposed methodology are presented and discussed.

SUMÁRIO

Pág.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE SÍMBOLOS

CAPÍTULO 1 INTRODUÇÃO	15
CAPÍTULO 2 TRANSFORMAÇÕES CONFORMES	21
2.1 História das Transformações Conformes	21
2.2 Definição das Transformações Conformes	23
2.3 Transformações por Funções Elementares	26
2.3.1 Transformação por Translação	27
2.3.2 Transformação por Rotação	28
2.3.3 Transformação por Dilatação ou Contração	28
2.3.4 Transformação por Inversão	29
2.3.5 Transformação Linear	30
2.4 Transformação Bilinear	31
2.5 Outras Transformações	32
2.5.1 Transformação de Schwarz-Christoffel	32
2.5.1.1 Mapeamento do Semiplano Superior no Interior do Retângulo	35
2.5.2 Transformação de Joukowski	37
2.6 Considerações	38
CAPÍTULO 3 PERFURAÇÃO DE POÇOS	39
3.1 Processo de Perfuração de Poços	39
3.2 Pressões Dentro do Poço	41
3.2.1 Pressão de Poros	41
3.2.2 Pressão Hidrostática	42
3.3 Problemas em Perfurações	42
3.3.1 Pressão de Fratura	42
3.3.2 Pressão de Colapso	42

3.3.3	Efeitos <i>Kick</i> e <i>Blowout</i>	43
3.3.4	Pressões Surge e Swab	43
3.4	Janela Operacional	45
3.5	Tensão de Cisalhamento $\times$ Taxa de Cisalhamento	46
3.5.1	Modelo de Hershell Buckley	48
3.6	Considerações	50
CAPÍTULO 4 METODOLOGIA		51
4.1	Geometria Excêntrica em Perfuração de Poços	51
4.2	Transformação Bilinear	52
4.3	Modelo de Velocidade no Espaço Anular	54
4.4	Algoritmo Utilizado	60
4.5	Considerações	61
CAPÍTULO 5 RESULTADOS		63
5.1	Estudo de Caso 1: Relação Excentricidade $\times$ Geopressões	63
5.1.1	Cálculo de Geopressão Considerando Metodologia Tradicional	63
5.1.2	Cálculo de Geopressão com Geometria Excêntrica	64
5.2	Estudo de caso 2: Cálculo das Geopressões com Variação na Excentricidade	67
5.3	Estudo de caso 3: Mapeamento das Isovelocidades	71
5.3.1	Janela Operacional para Gradiente de Pressão	73
CAPÍTULO 6 CONCLUSÃO		77
6.1	Contribuições do Trabalho	77
6.2	Sugestões para Trabalhos Futuros	78
CAPÍTULO A ASSENTAMENTO DE SAPATAS DO REVESTI- MENTO		79
A.1	Sapatas do Revestimento	79
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS		81

LISTA DE FIGURAS

	<u>Pág.</u>
2.1	Projeção de Mercator. 22
2.2	Curva no Plano z e sua Imagem no Plano w 24
2.3	Ângulos de Inclinação (a) α no Plano- z e (b) β no Plano- w 24
2.4	Preservação dos Ângulos (a) Plano- z para (b) Plano- w 26
2.5	Retângulo Curvilíneo, (a) Construção do Retângulo Curvilíneo, (b) Apresentação do Retângulo Curvilíneo. 27
2.6	Transformação Elementar por Translação, (a) Plano z , (b) Plano w 28
2.7	Transformação Elementar por Rotação, (a) Plano z , (b) Plano w 29
2.8	Transformação Elementar por Contração, (a) Plano z , (b) Plano w 29
2.9	Transformação Elementar por Inversão, (a) Plano z , (b) Plano w 30
2.10	Transformação Linear, (a) Plano z , (b) Plano w 31
2.11	Transformação de Shwarz-Christoffel. 33
2.12	Expoentes da Transformação de Shwarz-Christoffel. 34
2.13	Mapeamento do Polígono Através da Transformação de Shwarz-Christoffel. 35
2.14	Mapeamento de Shwarz-Christoffel para o Retângulo. 37
2.15	Transformação de Joukowski, (a) Plano z , (b) Plano w 38
3.1	Perfuração de Poços. 39
3.2	Processo de Perfuração de Poços. 40
3.3	Efeito Blowout na Plataforma Deepwater Horizon, Louisiana. 44
3.4	Geopressões Geradas pela Manobra, (a) Broca no Movimento Descendente e (b) Broca no Movimento Ascendente. 45
3.5	Janela Operacional. 46
3.6	Curvas de Fluxo. 47
3.7	Cisalhamento do Líquido. 47
3.8	Modelo de Placas Paralelas. 49
4.1	Geometrias do Poço, (a) Poço Concêntrico e (b) Poço Excêntrico. 52
4.2	Corte Axial do Poço, Geometrias (a) Real Excêntrica e (b) Mapeada Concêntrica. 53
4.3	Modelo de Velocidades do Espaço Anular. 55
4.4	Fluxograma do Programa. 61
5.1	Relação $\tilde{q}_t \times P$ 64

5.2	Transformação do Sistema Real com ψ_{max} , (a) Plano Excêntrico e (b) Plano Concêntrico.	65
5.3	Transformação do Sistema Real com $\psi = 0,062 m$, (a) Plano Excêntrico e (b) Plano Concêntrico.	66
5.4	Relação $\psi \times H$	68
5.5	Relação $\psi \times \text{Surge}$	68
5.6	$P_{su} \times V_p \times \psi$	69
5.7	$\psi \times \Delta P \times P_{su}$	69
5.8	Comparação entre os Valores de Surge Obtidos.	70
5.9	Velocidade do Fluido Dentro do Tubo, (a) Vista Lateral e (b) Vista Frontal com Representação das Isovelocidades na Geometria Concêntrica.	71
5.10	Plano Complexo t , (a) Plano t de Retas Paralelas e (b) Linhas de Equipotencial e Campo Mapeadas no Plano Complexo t	72
5.11	Transformações inversas de Schwarz-Christoffel e Bilinear, (a) Plano w e (b) Plano z com as Linhas de Equipotencial e Campo.	73
5.12	Malhas (a) $\psi = 0,1257$; (b) $\psi = 0,093$; (c) $\psi = 0,062$ e (d) $\psi = 0,031$	74
5.13	Linhas de Equipotencial (a) $\psi = 0,1257$; (b) $\psi = 0,093$; (c) $\psi = 0,062$ e (d) $\psi = 0,031$	75
5.14	Janela Operacional para os Valores de Gradiente de Pressão de Acordo com a Profundidade do Poço.	76
A.1	Sapatas de Revestimento, (a) Arredondada e (b) Dentada.	79

LISTA DE TABELAS

	<u>Pág.</u>
2.1 Pré-imagens e Vértices do Mapeamento do Retângulo.	37
5.1 Resultado Considerando a Metodologia Usual	65
5.2 Resultado Considerando Excentricidade Constante	67

LISTA DE SÍMBOLOS

z	– Plano Complexo
x	– Parte Real de z
y	– Parte Imaginária
i	– Unidade Imaginária de z
f	– Função Transformadora
C_0	– Curva no Plano Complexo z
w	– Função Analítica Complexa, Plano Complexo
u	– Parte Real de w
v	– Parte Imaginária de w
S_0	– Curva no Plano Complexo w
D	– Domínio no Plano z
I	– Domínio no Plano w
z_0	– Ponto no Plano z
w_0	– Ponto no Plano w
Δz	– Acréscimo de z_0 para $z_0 + \Delta z$ no Plano z
Δw	– Acréscimo de w_0 para $w_0 + \Delta w$ no plano w
α	– Ângulo de Inclinação da Reta Tangente a C_0 em z_0
β	– Ângulo de Inclinação da Tangente a S_0 em w_0
θ	– Ângulo Determinado pela Função Transformadora f
C_1 e C_2	– Arcos no Plano z
S_1 e S_2	– Arcos no Plano w
α_1 e α_2	– Ângulos de Inclinação dos Arcos C_1 e C_2
β_1 e β_2	– Ângulos de Inclinação dos Arcos S_1 e S_2
R_0	– Proporção de Aumento no Comprimento de Pequenos Segmentos
η, a, b, c, d	– Constantes Complexas
φ, A, C	– Constantes Reais
γ	– Constante Real, $\gamma \geq 0$
N	– Número de Lados do Polígono
t	– Módulo da Integral Elíptica
t'	– Módulo Complementar da Integral Elíptica
T	– Quarto do Período Real
T'	– Quarto do Período Imaginário
τ	– Tensão de Cisalhamento
λ	– Taxa de Cisalhamento
K	– Índice de Consistência
n	– Índice de Comportamento do Fluido
τ_0	– Tensão de Cisalhamento Inicial Necessária para o Escoamento
r_1	– Raio da Coluna de Revestimento no Plano Excêntrico
r_2	– Raio da Coluna de Perfuração no Plano Excêntrico

ψ	–	Excentricidade
R_1	–	Raio da Coluna de Revestimento no Plano Concêntrico
R_2	–	Raio da Coluna de Perfuração no Plano Concêntrico
z_a	–	Pontos sobre a Placa Externa
z_b	–	Pontos sobre a Placa Interna
d_h	–	Diâmetro da Coluna de Revestimento
d_p	–	Diâmetro da Coluna de Perfuração
H	–	Espessura do Espaço Anular
W	–	Altura do Espaço Anular em Relação a L
P_{su}	–	Valor das Geopressões Surge ou Swab
V_p	–	Velocidade da Broca
L	–	Comprimento Total da Coluna de Perfuração
P_e	–	Pressão Específica entre a Geometria do Espaço Anular e a Reologia do Fluido
τ_1	–	Tensão de Cisalhamento na Região I
τ_3	–	Tensão de Cisalhamento na Região III
δP	–	Diferença de Pressão entre Profundidades do Poço
δL	–	Diferença de Comprimento da Coluna de Perfuração
y	–	Vetor de H
x	–	Vetor de W
$\tilde{y}$	–	Pontos Adimensionais em H
$\tilde{x}$	–	Pontos Adimensionais em W
V_1	–	Velocidade do Fluxo na Região I do Espaço Anular
V_2	–	Velocidade do Fluxo na Região II do Espaço Anular
V_3	–	Velocidade do Fluxo na Região III do Espaço Anular
$\tilde{V}_1$	–	Velocidade Adimensional do Fluxo na Região I
$\tilde{V}_2$	–	Velocidade Adimensional do Fluxo na Região II
$\tilde{V}_3$	–	Velocidade Adimensional do Fluxo na Região III
P	–	Gradiente de Pressão Adimensional
q	–	Taxa de Fluxo
$\tilde{q}_t$	–	Taxa de Fluxo Total
$\tilde{q}_e$	–	Taxa de Fluxo Específica
$f(\tilde{q}_t)$	–	Polinômio Interpolador

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

A metodologia usual para o cálculo de pressões, durante a perfuração de poços de petróleo, parte do pressuposto que a coluna de perfuração e o poço trabalham de forma concêntrica. No entanto, o movimento giratório da broca faz com que o conjunto (coluna e broca) trabalhem de forma excêntrica com o poço. Sendo assim, os cálculos obtidos através das metodologias usuais possuem erros por não considerarem o efeito da excentricidade.

O petróleo não é recurso moderno. Aproximadamente seis mil anos atrás já era utilizado em pavimentações e fixação de material de construção. Há registros de seu uso nos Jardins da Babilônia e como arma de guerra pelos gregos bizantinos ([YERGIN, 2010](#)). Na década de 1850 em Nova York, o advogado George Bissell imaginou que o então conhecido óleo de pedra poderia ser queimado e usado na forma de iluminante barato e de boa qualidade, podendo competir favoravelmente com carvão ([YERGIN, 2010](#)). Com esta ideia, Bissell liderou um grupo de investidores e contratou o professor de química da Universidade de Yale, Benjamin Siliman para analisar as propriedades do óleo de pedra (petróleo), que na época era usado para finalidades medicinais e outras ([ISE, 1926](#)). Em 1859, o ex-maquinista Edwin Laurentine Drake, conhecido como coronel Drake, construiu a primeira torre de petróleo nos Estados Unidos, Pensilvânia. O poço possuía pouco mais que vinte metros de profundidade ([YERGIN, 2010](#)). A partir do século XIX o petróleo substitui o óleo de baleia, utilizado naquela época como combustível ([CARVALHO, 2008](#)).

Desde o período de 1120 *a.C.* à 250 *a.C.* já existiam técnicas de perfuração de poços de petróleo na China, utilizando hastes de bambu, porém, a fonte de energia era a propulsão humana fazendo com que a profundidade destes poços fosse bastante limitada. Somente em 1829 que a força humana foi substituída por fonte de energia a vapor.

Com a necessidade de explorar poços cada vez mais profundos, promove-se, em 1863, na França, o surgimento do primeiro sistema de perfuração rotativo. Em 1920, nos Estados Unidos, foi desenvolvido o sistema rotativo com circulação de fluido utilizando como fonte de energia os motores de combustão interna. Este último é aplicado até os dias atuais para extração, nas indústrias de petróleo, sendo conhecido

como perfuração a cabo ([RIBEIRO, 2000](#)). Nesta operação, as formações rochosas são perfuradas pela ação da rotação e peso aplicados à broca existente na extremidade da coluna de perfuração. Os fragmentos da rocha gerados durante a perfuração são conhecidos como cascalhos e sua remoção é realizada de forma contínua através do fluido de perfuração (ou lama) injetado por bombas para o interior da coluna de perfuração através da cabeça de injeção, ou *swivel*. O fluido então retorna para a superfície através do espaço anular formado entre a coluna e as paredes do poço, levando consigo os cascalhos ([CHIEZA, 2011](#)).

No Brasil, a primeira sondagem foi realizada em São Paulo, na década de 1890, por Eugênio Ferreira de Camargo, com profundidade de 488 metros, porém, sem sucesso. O poço jorrava somente água mineral, a base de enxofre. Somente na década de 1940, o petróleo foi descoberto no Recôncavo Baiano ([DIAS; QUAGLINO, 1993](#); [CARDOSO, 2005](#)).

Com a descoberta de reservatórios cada vez mais profundos e em condições ambientais adversas, surgem problemas que não somente atrasam o tempo de operação como também oneram o custo do projeto, podendo até inviabilizar os mesmos. Com isto surge a necessidade de garantir condições de segurança operacional através de rígido controle do poço desde o início de sua perfuração até a última intervenção.

Sendo assim, houve aumento no investimento das pesquisas com o intuito de desenvolver sistemas de transmissão de dados e em sensores para medir as pressões no fundo do poço. Estes valores de pressões eram utilizados como dados para validar os modelos hidráulicos. O processamento dos dados e o tempo para a análise são os desafios no processo de acompanhamento da operação de perfuração ([GANDELMAN, 2012](#)).

As pressões Surge e Swab são alguns dos problemas que podem ocorrer durante a perfuração de poços de petróleo ([KARLSEN, 2014](#)). A previsão destas pressões é fundamental para determinar as velocidades e as acelerações adequadas para introdução e retirada da coluna de perfuração nos poços, processo chamado de manobra. A Surge é o aumento da pressão no fundo do poço, podendo fraturar a formação rochosa e promover a perda de circulação do fluido. Já a pressão Swab é o decréscimo da pressão no fundo do poço. Quando a pressão no fundo do poço está abaixo da pressão de poros, ocasiona a penetração de fluido das rochas para o poço (efeito *kick*) ([SILVA et al., 2015a](#); [SILVA et al., 2015b](#); [ROCHA; AZEVEDO, 2009](#)).

[Cannon \(1934\)](#) reconhece as pressões Surge e Swab como causa potencial do influxo do fluido para o poço e de casos de *blowouts* (quando o *kick* não é controlado e o fluido da formação alcança a superfície). Cannon discute os fatores que afetam a queda de pressão, com a retirada da coluna de perfuração do poço, e o aumento da pressão com a introdução da coluna de perfuração no poço. Estes fatores incluem o diâmetro do espaço anular, o comprimento da coluna de perfuração, a viscosidade do fluido hidrostático, a velocidade e aceleração da manobra e outros ([MITCHELL, 1988](#)).

[Goins et al. \(1951\)](#) estuda a pressão Surge dentro dos poços e a contribuição desta pressão para a perda de fluido para a formação (rochas). O estudo descreve a pressão Surge como resultado da descida da coluna de perfuração para dentro do poço e do bombeamento do fluido hidrostático para o poço. Goins alerta que a pressão Surge pode ser evitada através de taxas de velocidades menores para a descida da coluna e baixa circulação de fluido. [Ormsby \(1954\)](#) realiza análise detalhada sobre a teoria da pressão Surge. Ele descreve o fluxo laminar e o fluxo turbulento do fluido de perfuração. [Hubert e Clark \(1955\)](#) apresenta gráficos da pressão Surge e fornece as expressões matemáticas que prevêm os valores das pressões.

Os primeiros modelos que forneciam previsões das pressões Surge e Swab foram desenvolvidos no final dos anos 1950 e início dos anos 1960, por [Melrose et al. \(1958\)](#) e [Burkhardt \(1961\)](#). Burkhardt explica que a pressão Surge é produzida pelo movimento da coluna de perfuração. Ele mediu os valores da pressão Surge no poço e fez comparações com os valores previstos pelos modelos matemáticos. Burkhardt, em seu trabalho, discute a comparação entre os valores medidos e os valores calculados, demonstrando que os modelos preveem corretamente a existência e magnitude de vários picos negativos e positivos devidos à inércia e viscosidade da lama. Desde então estudos tem sido conduzidos para calcular as pressões Surge e Swab através de modelos de estado estacionário ou modelos dinâmicos.

Modelos de estado estacionário utilizam força cinética (*momentum*) e equações de conservação de massa associadas com equação constitutiva para fluidos de perfuração não-newtonianos, de modo que a dissipação viscosa é o único efeito contabilizado para o cálculo das diferenças de pressão. Estes modelos são aplicados não só para investigar como a reologia do fluido e a geometria da coluna de perfuração afetam as pressões Surge e Swab, mas também para determinar as velocidades adequadas das manobras ([WOLSKI et al., 2014](#)).

Fontenot e Clark (1974) apresenta modelo de estado estacionário que leva em consideração as variações da coluna de perfuração e o espaço anular, e compara os resultados do modelo com dados de campo para fluidos Bingham e fluidos de potência. Bing et al. (1995) consideram efeitos da inclinação do poço e a excentricidade da coluna de perfuração para fluidos Herschel-Bulkley, e Yang e Chukwu (1995) estudam a influência da excentricidade para fluidos de potência. Rubiandini (2000) propõem expressão para calcular taxas de velocidades seguras para a manobra e Zhou e Zhou (2001) estudam os problemas Surge e Swab para diferentes colunas de perfuração.

Modelos dinâmicos incluem, além do efeito da viscosidade, a inércia do fluido. Este parâmetro é afetado pela compressão deste fluido, levando a maior complexabilidade, porém, maior aproximação da realidade (MITCHELL, 1988; WAGNER et al., 1993; BING; KALJI, 1996; WANG; CHUKWU, 1996; GJERSTAD et al., 2012).

Mitchell (1988) publica artigo contendo modelo dinâmico para o cálculo das pressões Surge e Swab. Mitchell compara os resultados obtidos com os dados que Burkhardt utilizou em 1961 e conclui que em poços rasos, a força de inércia e de atrito foram os mais importantes fatores, e em poços profundos a compressibilidade foi o fator fundamental (KARLSEN, 2014).

Wagner et al. (1993) e Samuel et al. (2003) validam o modelo de Mitchell para o cálculo das pressões Surge e Swab usando dados obtidos em campo. Mais recentemente, Crespo e Ahmed (2011) propõem modelo de estado estacionário simplificado para o cálculo das pressões Surge e Swab para fluidos de potência com limite de escoamento. Os valores obtidos pelo modelo matemático desenvolvido por Crespo foram validados em laboratório.

Os cálculos das geopressões Surge e Swab são de extrema importância para evitar o efeito *kick* e posterior *blowout*. O efeito *kick* pode acontecer quando a pressão hidrostática é inferior a pressão de poros, fazendo com que a formação seja fraturada e assim o fluido de poros invada o poço. Se o efeito *kick* não for controlado ele resulta em *blowout*, o fluido dentro do poço chega a superfície de forma desenfreada podendo provocar explosões e despejo de óleo no meio ambiente.

As metodologias usuais calculam as geopressões Surge e Swab apenas em espaços anulares concêntricos, o que não representa idealmente a dinâmica de perfuração do

poço. O sistema utilizado na perfuração de poços é o de rotação da broca, a geometria produzida entre a coluna de perfuração e o poço é geralmente excêntrica ([CRESPO; AHMED, 2013](#)). Cálculos errados são perigosos para os trabalhadores das plataformas de perfuração e para o meio ambiente. Alguns trabalhos como os de [Bing et al. \(1995\)](#) e [Yang e Chukwu \(1995\)](#) estudam os efeitos da excentricidade na perfuração de poços e a variação das pressões como influência desta excentricidade, mas estes trabalhos não propõem modelo para calcular as pressões levando em consideração a excentricidade.

[Escudier et al. \(2002\)](#) desenvolvem estudo do fluxo laminar para fluidos viscosos puramente não-Newtonianos que passam por espaço anular, incluindo os efeitos da excentricidade e rotação dos tubos internos. Os resultados foram obtidos por cálculos numéricos utilizando o métodos de volume finito. Um dos modelos reológicos relatados foi o de Herschel-Bukley, porém estes cálculos não realizam os cálculos das geopressões Surge e Swab.

A proposta deste trabalho é apresentar modelo para calcular os valores das geopressões Surge e Swab, levando em conta o efeito da excentricidade entre a coluna de perfuração e o poço. Esta ideia partiu do trabalho de [Mbee \(2013\)](#) onde foi realizada a tentativa de mapear as geopressões Surge e Swab utilizando transformada de domínio. No entanto, o autor e seus colaboradores não conseguiram os resultados esperados. O intuito é utilizar da teoria de transformações conformes para calcular as pressões máxima e mínima considerando o sistema estático. Podendo também calcular as pressões dinamicamente. A hipótese parte do pressuposto que, se as transformações conformes, que são transformações de domínio e representam funções complexas analíticas, são capazes de levar geometrias excêntricas em geometrias concêntricas, logo pode-se calcular as geopressões em qualquer instante da dinâmica de perfuração. O modelo é desenvolvido para fluidos de potência com limite de escoamento em condições isotérmicas, considerando a densidade do fluido constante. O modelo pode ser usado em poços verticais, tanto terrestres como marítimos. O trabalho é focado nos problemas causados pelas geopressões Surge e Swab.

O objetivo geral deste trabalho é calcular as geopressões Surge e Swab utilizando transformações de domínio. Ainda como objetivo tem-se: i) desenvolver modelagem matemática para previsão das geopressões Surge e Swab que considere o efeito da excentricidade, ii) gerar mapeamento das pressões Surge e Swab máxima e mínima considerando a geometria do poço, iii) produzir modelagem que leve em conta a

dinâmica do sistema de perfuração para monitoramento das geopressões Surge e Swab.

Este trabalho está estruturado da seguinte forma: No Capítulo 2 é apresentada a história das transformações conformes, as funções elementares e as funções que são utilizadas na metodologia deste trabalho. O Capítulo 3 descreve o processo de perfuração de poços, os principais conceitos envolvidos e o tipo de fluido hidrostático que é utilizado no modelo matemático apresentado na metodologia. O Capítulo 4 descreve toda a metodologia do trabalho, a transformação conforme utilizada para levar o plano excêntrico no concêntrico equivalente e o modelo de velocidade do fluxo no espaço anular, no qual é utilizado para obter os valores das geopressões. No Capítulo 5 são dispostos os resultados dos cálculos das geopressões utilizando o modelo tradicional e o modelo proposto. No capítulo 7 são apresentadas as conclusões do trabalho.

CAPÍTULO 2

TRANSFORMAÇÕES CONFORMES

Este capítulo é dedicado ao estudo das transformações conformes, apresentando a definição, histórico e algumas das funções, dentre elas a transformação bilinear e a transformação de Schwarz-Christoffel.

2.1 História das Transformações Conformes

Um navegador em alto-mar pode se orientar pelas estrelas e pelo ângulo que seu curso faz entre as linhas de latitude e longitude. Desde a Idade Média, os navegadores perceberam que era possível ângulos de superfícies esféricas serem conservados em mapas planos. Quando os ângulos entre as curvas na Terra são iguais aos ângulos correspondentes no mapa plano, o mapa é chamado mapa conforme.

A ideia do mapa conforme da Terra foi desenvolvida pelo matemático, geógrafo e cartógrafo belga Gerardo Mercator em 1569, conhecida como projeção de Mercator. Embora esta projeção apresentasse distorções nas proporções, ela revolucionou a cartografia da época. Os pontos da esfera, exceto os pólos, são projetados em um cilindro em que a esfera está inscrita, Figura 2.1, sendo os paralelos linhas retas paralelas horizontais, onde a distância entre os paralelos sucessivos é proporcional a proximidade que estes possuem da linha do Equador, ou seja, quanto mais próximos estiverem da linha do Equador, menor é a distância entre eles. Já os meridianos são projetados em linhas retas paralelas verticais equidistantes (GASPAR, 2000).

Apesar dos ângulos serem conservados na projeção cartográfica, a escala varia de lugar para lugar, distorcendo a forma das regiões geográficas, por exemplo, a Groenlândia no mapa apresenta tamanho igual ou superior que a América Latina. (SNYDER, 1997).

Avanços na teoria de mapas conformes foram realizados por outros cientistas, Euler em 1777 (esfera em plano), e Lagrange em 1779, para obter todas as representações conformes de uma parte da superfície da Terra em um plano onde todos os círculos de longitudes e latitudes são representadas por arcos circulares no plano. Todos estes autores, inclusive Lambert com as cônicas conformes, usaram números complexos, porém a apresentação de Lagrange é a mais clara e geral (STILLWELL, 2002).

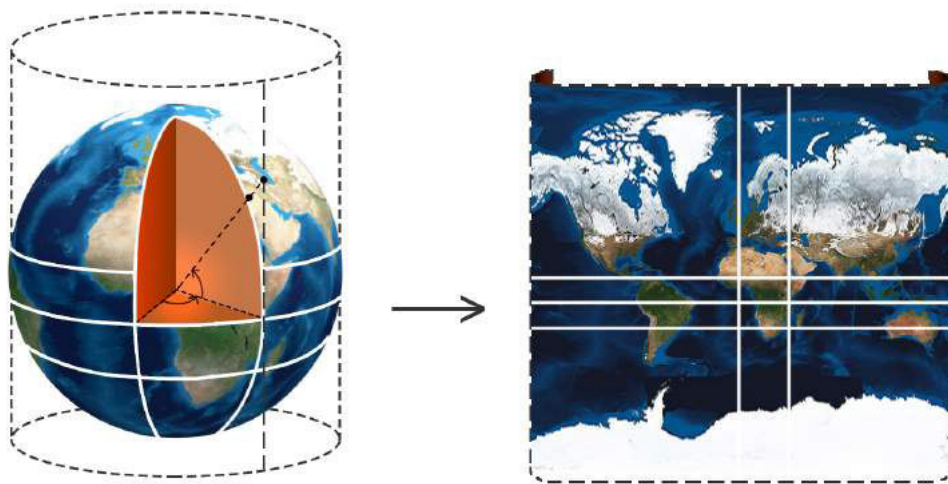


Figura 2.1 - Projeção de Mercator.

Lagrange combinou um par de equações diferenciais com duas variáveis reais em única equação de uma variável complexa e chegou ao resultado do plano $z(x, y)$ relacionado com uma função complexa $f(x + iy)$, mapeando o plano nele mesmo. Estes resultados foram contemplados pelo resultado de Gauss em 1822, generalizando o teorema de Lagrange para mapas conformes de superfície arbitrária para plana ([STILLWELL, 2002](#)).

Gauss foi o primeiro a declarar e resolver completamente o problema geral de determinar todos os mapeamentos conformes que levam a pequena vizinhança de um ponto da superfície analítica arbitrária em área plana. No entanto, o trabalho de Gauss deu abertura ao mais difícil problema: encontrar o caminho para levar dada porção finita da superfície para porção do plano ([KYTHE, 2012](#)).

A descoberta veio em 1851 quando Riemann deu o resultado fundamental, conhecido como o teorema de Riemann, que desde então tem sido o ponto de partida para todos os desenvolvimentos posteriores na teoria das transformações conformes.

Para provar este teorema, Riemann assumiu que o problema variacional, agora conhecido como o problema de Dirichlet, possui solução. Cinquenta anos mais tarde, em 1901, Hilbert demonstrou a existência da solução do problema de Dirichlet. A validade do resultado de Riemann foi estabelecida com rigor por Schwarz em 1890, usando número de teoremas vindos da teoria do potencial logarítmica. No final do século XIX e início do século XX Cauchy, Riemann, Schwarz, Christoffel, Bieberbach,

Carathéodory, Goursat, Koebe e outros estabeleceram os aspectos teóricos sobre a teoria das funções com variáveis complexas (KYTHE, 2012).

2.2 Definição das Transformações Conformes

Transformações conformes são funções analíticas, $w = f(z)$, que transportam os pontos do domínio D em pontos do domínio I mantendo a propriedade dos ângulos, capaz de converter problema matemático de difícil solução em outro mais simples, sem mudança das características físicas do sistema. A função tem domínio e intervalo no plano complexo (CHURCHILL, 1996). Sob algumas condições restritivas, pode-se definir a função de mapeamento (CALIXTO et al., 2011; CALIXTO, 2008):

$$w = f(z) = f(x + yi) = u(x; y) + v(x; y)i, \quad (2.1)$$

onde

$$z = x + iy \quad (2.2)$$

e

$$w = u + iv. \quad (2.3)$$

Considerando $w = f(z)$ a função complexa que leva pontos do plano complexo z em pontos do plano complexo w , então $f(z)$ é uma transformação geométrica, já que curvas no plano z possui como imagens, curvas no plano w . A curva C_0 no plano complexo z possui a curva S_0 no plano complexo w como sua imagem, Figura 2.2.

Considerando o sentido positivo de percurso ao longo de C_0 , o sentido positivo correspondente ao longo de S_0 fica determinado pela função transformadora f . Tomando o ponto z_0 em C_0 , sua imagem no plano w é $w_0 = f(z_0)$ sobre S_0 , como ilustrado na Figura 2.2. Considerando ainda o ponto $z_0 + \Delta z$ sobre C_0 no sentido positivo a partir de z_0 , o limite do argumento de Δz quando este tende a zero é o ângulo de inclinação α da reta tangente a C_0 em z_0 , Figura 2.3 (a).

Se $w_0 + \Delta w$ é a imagem de $z_0 + \Delta z$, então o argumento de Δw tende para o ângulo

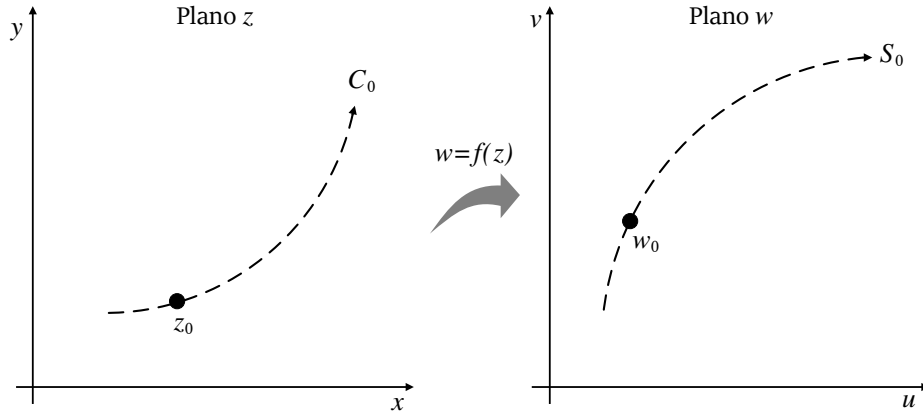


Figura 2.2 - Curva no Plano z e sua Imagem no Plano w .

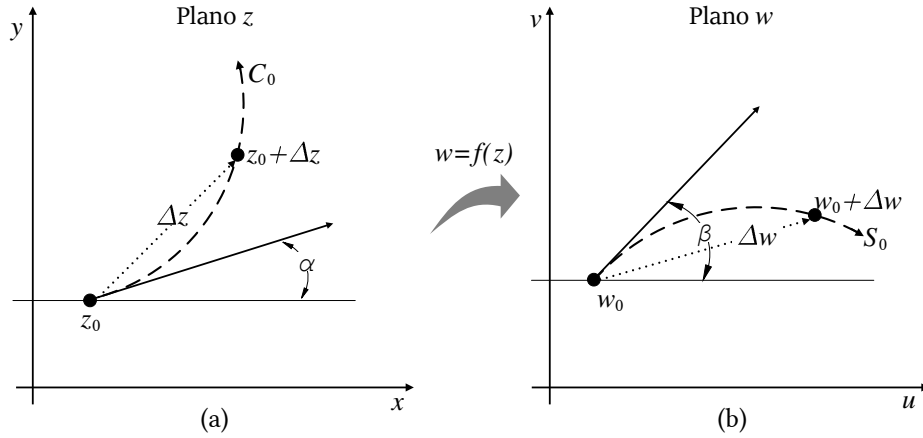


Figura 2.3 - Ângulos de Inclinação (a) α no Plano- z e (b) β no Plano- w .

de inclinação β da tangente a S_0 em w_0 , quando Δw tende a *zero*, com orientação de acordo com Figura 2.3 (b).

Admitindo que $\Delta w = \Delta z \left(\frac{\Delta w}{\Delta z} \right)$, o valor do argumento de Δw é dado por:

$$\arg \Delta w = \arg \Delta z + \arg \left(\frac{\Delta w}{\Delta z} \right). \quad (2.4)$$

Quando Δz tende a *zero*, o argumento de Δz tende ao ângulo α e o argumento de Δw tende ao ângulo β (CALIXTO, 2008). Pode-se escrever:

$$\beta = \alpha + \arg \left(\frac{\Delta w}{\Delta z} \right). \quad (2.5)$$

O limite do argumento de $\frac{\Delta w}{\Delta z}$ é definido por:

$$\lim_{\Delta z \rightarrow 0} \left[\arg \left(\frac{\Delta w}{\Delta z} \right)_{z=z_0} \right] = \arg \left[\lim_{\Delta z \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta w}{\Delta z} \right)_{z=z_0} \right] = \arg f'(z)|_{z=z_0} = \theta_0. \quad (2.6)$$

Portanto, a tangente à curva C_0 em z_0 gira de ângulo θ_0 sob a transformação $w = f(z)$, então (2.5) reduz-se a:

$$\beta = \alpha + \theta_0. \quad (2.7)$$

O resultado (2.6) é obtido para $w = f(z)$, desde que f seja analítica em z_0 e $f'(z_0) \neq 0$.

O ângulo θ_0 é o mesmo para todas as curvas que passam por z_0 , pois é determinado pela função transformadora f e pelo ponto z_0 (CALIXTO, 2008).

Sejam os arcos orientados C_1 e C_2 , que se cruzam no ponto z_0 do plano complexo z . Sejam α_1 e α_2 ângulos de inclinação dos arcos C_1 e C_2 , respectivamente, em z_0 . A partir da função transformadora $w = f(z)$, obtêm-se os arcos S_1 e S_2 , imagens de C_1 e C_2 , respectivamente, no plano w . S_1 e S_2 se cruzam em $w_0 = f(z_0)$. Os ângulos β_1 e β_2 são ângulos de inclinação dos arcos S_1 e S_2 , respectivamente, em w_0 . Esta situação é ilustrada na Figura 2.4.

De acordo com (2.7), $\beta_1 = \alpha_1 + \theta_0$ e $\beta_2 = \alpha_2 + \theta_0$, conclui-se que:

$$\beta_1 - \beta_2 = \alpha_1 - \alpha_2. \quad (2.8)$$

Portanto, o ângulo entre C_1 e C_2 é o mesmo ângulo entre S_1 e S_2 na Figura 2.4.

A transformação $w = f(z)$, que preserva ângulos em valor absoluto e sentido entre

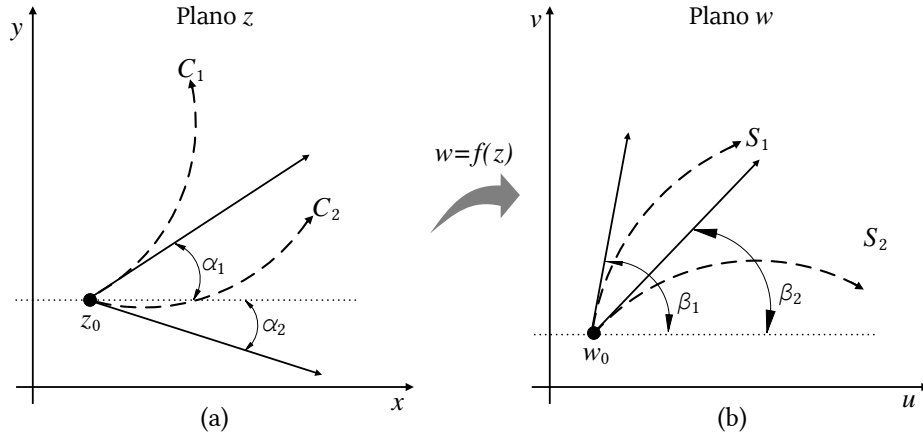


Figura 2.4 - Preservação dos Ângulos (a) Plano- z para (b) Plano- w .

pares de curvas para cada ponto do domínio e em cada ponto z do domínio onde $f'(z) \neq 0$ é uma transformação conforme.

A transformação aumenta o comprimento de pequenos segmentos na proporção de aproximadamente:

$$R_0 = |f'(z_0)| = \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \left(\left| \frac{\Delta w}{\Delta z} \right|_{z=z_0} \right). \quad (2.9)$$

A imagem de cada figura pequena na proximidade do ponto é conforme a figura original no sentido de que as duas figuras tem aproximadamente a mesma forma e conserva as mesmas características físicas. O coeficiente de acréscimo R_0 e o ângulo de rotação θ_0 , variam de ponto a ponto.

Podem ocorrer pontos nos quais $f'(z) = 0$. Estes pontos são chamados de pontos críticos e neles a transformação não é conforme.

2.3 Transformações por Funções Elementares

As transformações conformes são funções $w = f(z)$ que podem ser constituídas por operações elementares como soma, subtração, multiplicação, divisão, raiz e por conjunto de funções elementares, funções trigonométricas, exponencial e logarítmica. Sendo que todas devem levar pontos no plano complexo do domínio D em pontos no plano complexo do domínio I .

A ideia das transformações conformes pode ser ilustrada da seguinte forma: tem-se duas circunferências concêntricas. Partindo do centro das circunferências tem-se duas semiretas que cortam as mesmas num ângulo reto, como ilustrado na Figura 2.5 (a).

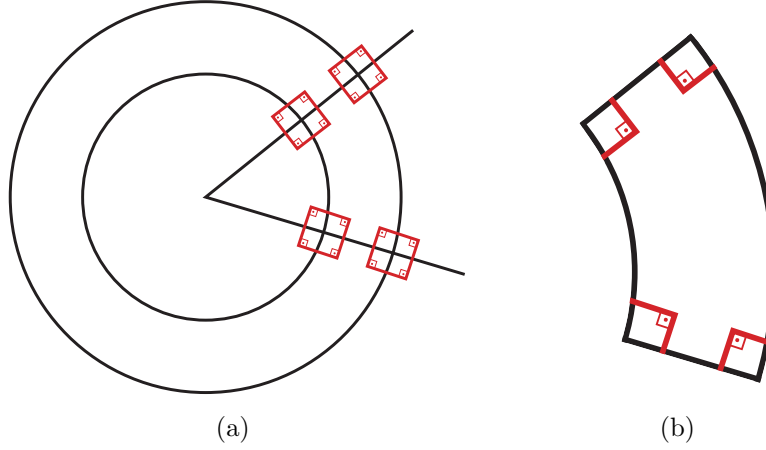


Figura 2.5 - Retângulo Curvilíneo, (a) Construção do Retângulo Curvilíneo, (b) Apresentação do Retângulo Curvilíneo.

Observa-se que o retângulo curvilíneo da Figura 2.5 (b) mantém a mesma característica do retângulo não curvilíneo, podendo inscrever uma elipse onde quatro pontos da elipse tocam quatro pontos do retângulo curvilíneo. Desta forma, haverá um retângulo não curvilíneo que represente a solução de determinado problema, com características geométricas diferentes mais com as mesmas propriedades físicas do retângulo curvilíneo.

2.3.1 Transformação por Translação

Translação é quando o objeto se desloca de um ponto a outro, ou seja, movimento paralelo em linha reta na mesma direção e sentido, percorrendo a mesma distância. A expressão (2.10) define a transformação de traslação:

$$w = z + \eta, \quad (2.10)$$

onde η é a constante complexa, que somada a cada ponto z , provoca o deslocamento no plano complexo, os novos pontos transladados formam o plano complexo w . A imagem no novo plano w possui as mesmas grandezas e ângulos da imagem no plano

z .

Considerando as quatro semiretas da Figura 2.6 (a) no plano z , e utilizando a transformação (2.10) para obter o novo domínio complexo, sendo $\eta = 2 + 2i$, é possível obter os novos pontos do plano w , Figura 2.6 (b), transladado de η .

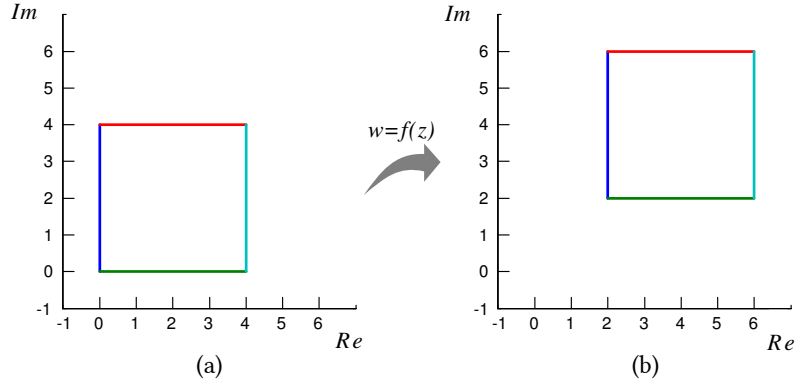


Figura 2.6 - Transformação Elementar por Translação, (a) Plano z , (b) Plano w .

2.3.2 Transformação por Rotação

A expressão (2.11) define a transformação de rotação:

$$w = e^{i\varphi}z, \quad (2.11)$$

onde φ é a constante real. A imagem no plano z é girada por ângulo φ . Para $\varphi > 0$ a rotação é no sentido anti-horário, para $\varphi < 0$ a rotação é no sentido horário.

Considerando que a constante real $\varphi = \frac{\pi}{4}$ e utilizando a expressão (2.11) nas semi-retas do plano z , Figura 2.7 (a), é possível obter os novos pontos no plano w como ilustra a Figura 2.7 (b).

2.3.3 Transformação por Dilatação ou Contração

A expressão (2.12) define a transformação por dilatação ou contração:

$$w = \gamma z, \quad (2.12)$$

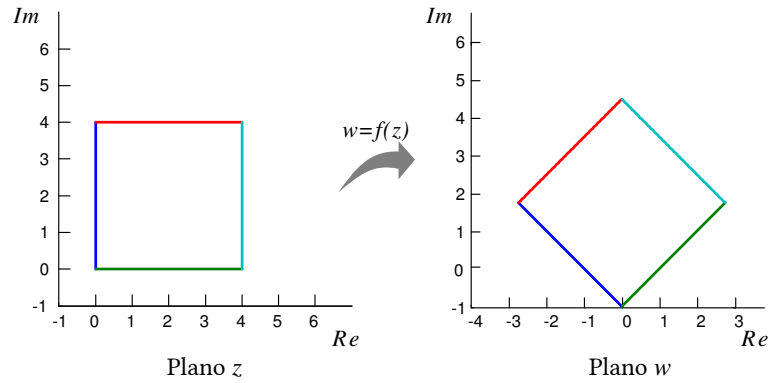


Figura 2.7 - Transformação Elementar por Rotação, (a) Plano z , (b) Plano w .

onde γ é a constante real. Para $\gamma > 1$, a imagem é dilatada e para $0 < \gamma < 1$ a imagem é contraída.

Considerando as quatro semiretas da Figura 2.8 (a) e utilizando a transformação (2.12), sendo $\gamma = 0,5$ é possível obter os novos pontos do plano w como ilustra a Figura 2.8 (b).

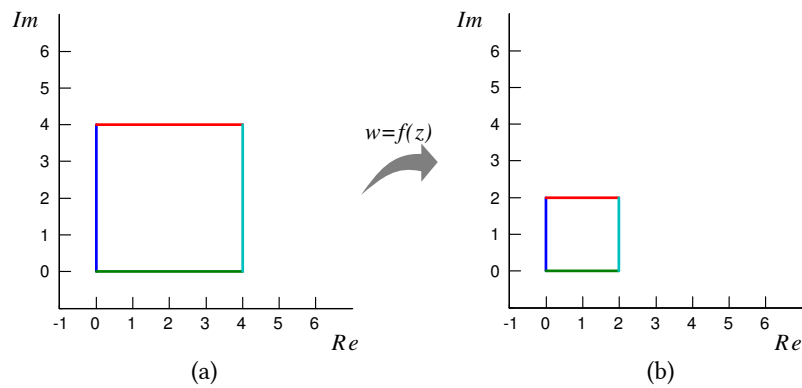


Figura 2.8 - Transformação Elementar por Contração, (a) Plano z , (b) Plano w .

2.3.4 Transformação por Inversão

A transformação por inversão é dada pela expressão:

$$w = \frac{1}{z}. \quad (2.13)$$

Apesar desta transformação estabelecer relação biunívoca, os pontos $z = 0$ não possuem imagem em w .

Utilizando a transformação (2.13) e considerando os pontos das semiretas da Figura 2.9 (a) no plano z é possível encontrar os pontos do plano w da Figura 2.9 (b).

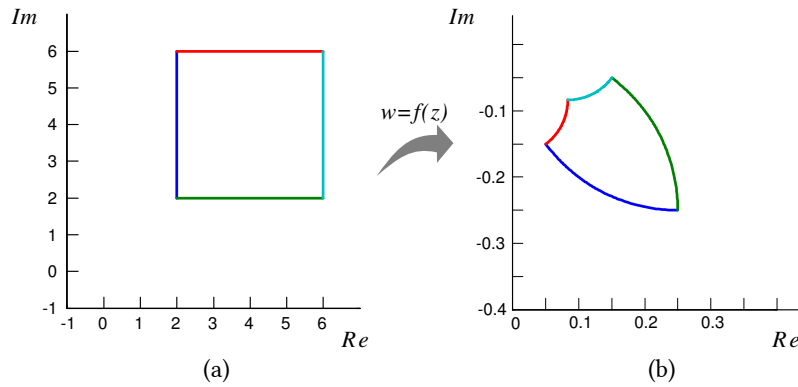


Figura 2.9 - Transformação Elementar por Inversão, (a) Plano z , (b) Plano w .

2.3.5 Transformação Linear

A expressão (2.14) define a transformação linear:

$$w = \alpha z, \quad (2.14)$$

onde α é constante complexa. A transformação linear é a combinação das transformações de translação (2.10), rotação (2.11) e dilatação (2.12).

A Figura 2.10 ilustra o caso de transformação linear, onde $\alpha = 4 + 4i$ define o ângulo de rotação em 90° e $\beta = 3 + 3i$ define o vetor de deslocamento da origem.

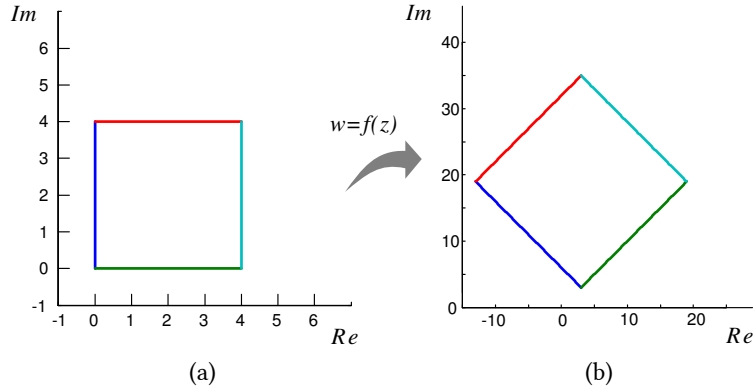


Figura 2.10 - Transformação Linear, (a) Plano z , (b) Plano w .

2.4 Transformação Bilinear

Transformação de Möbius, também conhecida como transformação bilinear ou fracionária, possui este nome em homenagem ao matemático alemão August Ferdinand Möbius (1790 – 1868). A transformação bilinear é a combinação das transformações de translação, rotação, dilatação e inversão (KOBBER, 1957). Esta transformação é definida como:

$$w = \frac{az + b}{cz + d}, \quad (2.15)$$

onde a , b , c e d são constantes complexas e a condição $ad - bc \neq 0$ deve ser obedecida. A transformação bilinear tem a propriedade de levar círculos e retas do plano z , em círculos e retas do plano w . A transformação (2.15) faz corresponder a cada ponto do plano z , exceto ao ponto $z = -\frac{d}{c}$, quando $c \neq 0$, um único ponto no plano w .

A função inversa da função bilinear também é uma função bilinear:

$$z = \frac{-dw + b}{cw - a}. \quad (2.16)$$

Para as funções bilineares, os pontos excepcionais, $z = -\frac{d}{c}$ em (2.15) e $w = \frac{a}{c}$ em (2.16), mapeiam $w = \infty$ e $z = \infty$, respectivamente.

Há expressão para transformação bilinear que leva três pontos distintos dados z_1, z_2 e z_3 em três pontos distintos dados w_1, w_2 e w_3 , respectivamente. Esta expressão é dada por:

$$\frac{(w - w_1) \cdot (w_2 - w_3)}{(w - w_3) \cdot (w_2 - w_1)} = \frac{(z - z_1) \cdot (z_2 - z_3)}{(z - z_3) \cdot (z_2 - z_1)}. \quad (2.17)$$

Por exemplo, se se deseja realizar a transformação bilinear que mapeia os pontos $z_1 = 0, z_2 = 1$ e $z_3 = \infty$ nos pontos $w_1 = -1, w_2 = 0$ e $w_3 = 1$, respectivamente, então, segundo (2.17), obtém-se:

$$-\frac{w+1}{w-1} = z \Rightarrow w = \frac{z-1}{z+1}. \quad (2.18)$$

2.5 Outras Transformações

A partir das transformações elementares pode-se criar transformações conformes com características desejáveis. Existem algumas transformações conformes que mapeiam geometrias, que não sejam retângulos ou quadrados, em círculos e retas.

2.5.1 Transformação de Schwarz-Christoffel

A transformação de Schwarz-Christoffel tem como propriedade levar o eixo real do plano z na fronteira do polígono do plano w e a metade superior do plano z no interior deste polígono (CALIXTO, 2008).

Considerando o polígono com N lados no plano w com vértices $w_1, w_2, \dots, w_n$ e seus correspondentes ângulos interiores $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_N$, respectivamente (CALIXTO, 2008). Os pontos $x_1, x_2, \dots, x_N$ sobre o eixo real do plano z , utilizando a transformação de Schwarz-Christoffel, são levados, respectivamente, nos vértices $w_1, w_2, \dots, w_N$, como ilustrado na Figura 2.11.

A transformação de Schwarz-Christoffel é dada por:

$$\frac{dw}{dz} = A + C \prod_{n=1}^N \frac{1}{(z - x_n)^{\alpha_n}}, \quad (2.19)$$

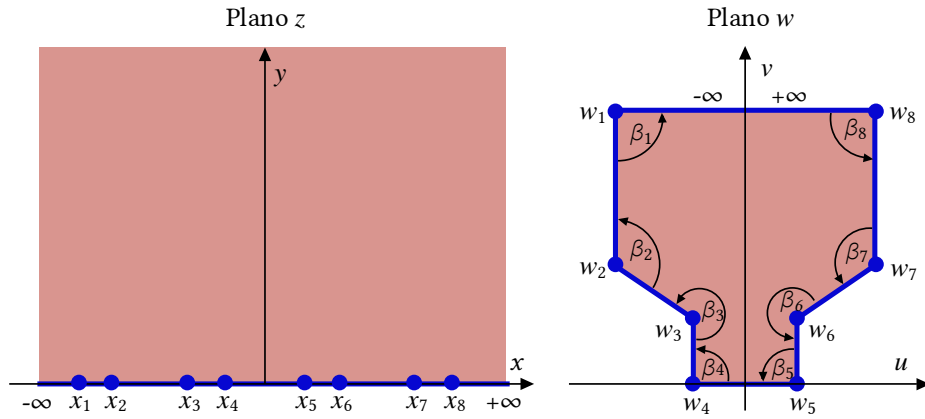


Figura 2.11 - Transformação de Shwarz-Christoffel.

onde A e C são constantes que determinam a forma, orientação e posição do polígono. Polígonos com vértices no infinito podem ser considerados como casos limites de polígonos fechados. Em (2.19), N é o número de lados do polígono e $x_1 < x_2 < \dots < x_N$, são as pré-imagens dos vértices $w_1, w_2, \dots, w_N$, respectivamente.

Os expoentes α_n em (2.19), são números reais, e seus valores estão relacionados aos ângulos internos do polígono. Os ângulos são medidos no sentido anti-horário, como ilustrado na Figura 2.12.

Define-se α_n como:

$$\alpha_n = \frac{\pi - \beta_n}{\pi} \quad (2.20)$$

e

$$\sum_{n=1}^N \beta_n = (N - 2) \cdot \pi. \quad (2.21)$$

Sabendo que a soma dos complementos dos ângulos internos, de qualquer polígono fechado é igual a 2π , e levando o denominador em (2.20) para o outro lado da igualdade tem-se:

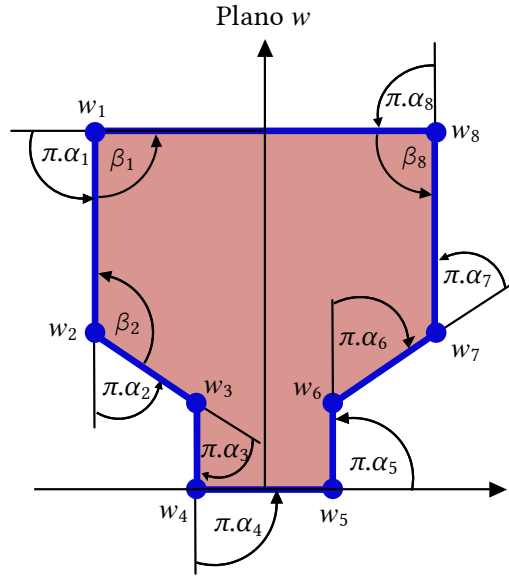


Figura 2.12 - Expoentes da Transformação de Shwarz-Christoffel.

$$\sum_{n=1}^N (\pi - \beta_n) = \sum_{n=1}^N \alpha_n \pi = 2\pi. \quad (2.22)$$

A transformação de Schwarz-Christoffel é contínua e conforme em todo o semiplano $y \geq 0$, exceto nos pontos x_n , que são críticos (CALIXTO, 2008).

Em (2.19), considera-se o ponto z movendo-se ao longo do eixo real, da esquerda para a direita em direção ao ponto x_1 . Neste caso, admite-se que w se move ao longo de um dos lados do polígono em direção a w_1 , de acordo com a ilustração da Figura 2.13.

Analisando os denominadores de (2.19), quando z passa da esquerda de x_1 para a direita de x_1 , o argumento do número $z - x_1$, muda de π para zero. Nesta condição, os argumentos de $z - x_2, z - x_3, \dots, z - x_\lambda$, permanecem inalterados.

No ponto x_1 , portanto, o argumento de w , de acordo com (2.19) e a Figura 2.13, altera seu valor de $\pi \cdot \alpha$.

Portanto, considerando $A = 0$ e $C = 1$, obtém-se uma forma de calcular os valores

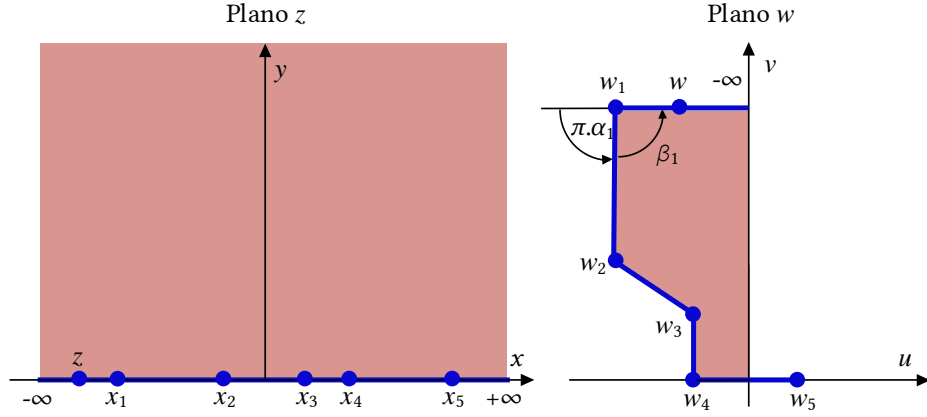


Figura 2.13 - Mapeamento do Polígono Através da Transformação de Shwarz-Christoffel.

dos vértices do polígono da seguinte maneira:

$$w_1 = \int_{-\infty}^{x_1} \prod_{n=1}^N (z - x_n)^{-\alpha_n} \cdot dz$$

$$w_2 = w_1 + \left(\int_{x_1}^{x_2} \prod_{n=1}^N (z - x_n)^{-\alpha_n} \cdot dz \right)$$

⋮

$$w_N = w_{N-1} + \left(\int_{x_{N-1}}^{x_N} \prod_{n=1}^N (z - x_n)^{-\alpha_n} \cdot dz \right). \quad (2.23)$$

2.5.1.1 Mapeamento do Semiplano Superior no Interior do Retângulo

Para o caso do retângulo, a expressão de Schwarz-Christoffel é escrita na forma:

$$w(z) = \int_{z_0}^z \frac{dz}{(z - x_1)^{\frac{1}{2}} \cdot (z - x_2)^{\frac{1}{2}} \cdot (z - x_3)^{\frac{1}{2}} \cdot (z - x_4)^{\frac{1}{2}}}. \quad (2.24)$$

Escolhendo-se os pontos $x_1 = -a$, $x_2 = -1$, $x_3 = 1$ e $x_4 = a$, com $a > 1$, como as

pré-imagens dos vértices do polígono, a integral (2.24) pode ser escrita na forma:

$$w(z) = \int_{z_0}^z \frac{dz}{\sqrt{(z^2 - a^2) \cdot (z^2 - 1)}}. \quad (2.25)$$

Utilizando manipulação algébrica e, considerando $z_0 = 0$, a expressão (2.25) assume a forma:

$$w(z) = \int_0^z \frac{dz}{a\sqrt{(1 - z^2) \cdot (1 - t^2 z^2)}}. \quad (2.26)$$

Na qual $t = \frac{1}{a}$ é o módulo da integral elíptica e $0 < t < 1$. A integral (2.26) é chamada de integral elíptica de primeira ordem.

A magnitude $t' = \sqrt{1 - t^2}$ é denominada módulo complementar da integral elíptica. Definem-se os números: $T(t) = T = w_3$ e $T(t') = T' = |w_4 - w_3|$. T e T' são os quartos de período real e imaginário, respectivamente, da função elíptica de Jacobi. Assim, T e T' são calculados como a seguir:

$$T = T(t) = \int_0^1 \frac{dz}{\sqrt{(1 - z^2) \cdot (1 - t^2 z^2)}} \quad (2.27)$$

e

$$T' = T(t') = \int_0^1 \frac{dz}{\sqrt{(1 - z^2) \cdot (1 - t'^2 z^2)}}. \quad (2.28)$$

Assim, o semiplano superior $y \geq 0$ é transformado no retângulo de vértices $[-T + iT'; -T; T; T + iT']$, cujas pré-imagens correspondentes são $[-a; -1; 1; a]$. A transformação obtida é ilustrada na Figura 2.14.

A correspondência entre as pré-imagens e os vértices é disposta na Tabela 2.1.

A inversa da integral elíptica de primeira ordem é uma função denominada função elíptica de Jacobi apresentada em (2.29).

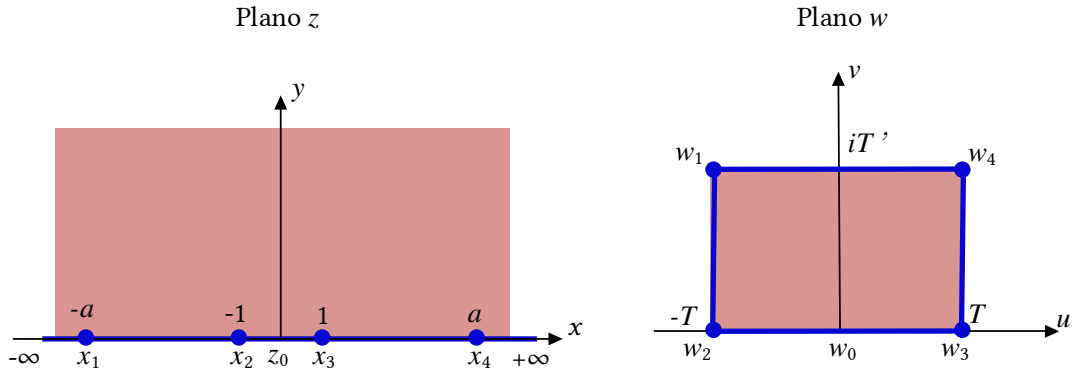


Figura 2.14 - Mapeamento de Shwarz-Christoffel para o Retângulo.

Tabela 2.1 - Pré-imagens e Vértices do Mapeamento do Retângulo.

Plano z	Plano w
$x_1 = -a = -\frac{1}{t}$	$w_1 = -T + iT'$
$x_2 = -1$	$w_2 = -T$
$x_3 = 1$	$w_3 = T$
$x_4 = a = \frac{1}{t}$	$w_4 = T + iT'$

$$z(w) = sn(w, k). \quad (2.29)$$

Na qual sn designa a função de Jacobi. Quando o ponto a é definido sobre o eixo x , fixam-se os valores de t , t' , T e T' . Observa-se que todos os parâmetros da integral elíptica e da função de Jacobi dependem de a .

2.5.2 Transformação de Joukowski

A título de informação, a transformação de Joukowski é apresentada. A transformação de Joukowski leva círculos em aerofólios bidimensionais, Figura 2.15, conhecidos com aerofólios de Joukowski em homenagem ao cientista russo Nikolai Zhukovsky.

A transformação de Joukowski propõe o aproveitamento da solução analítica para o escoamento potencial ao redor do círculo. Os pontos $z = 2c$ e $z = -2c$ não são

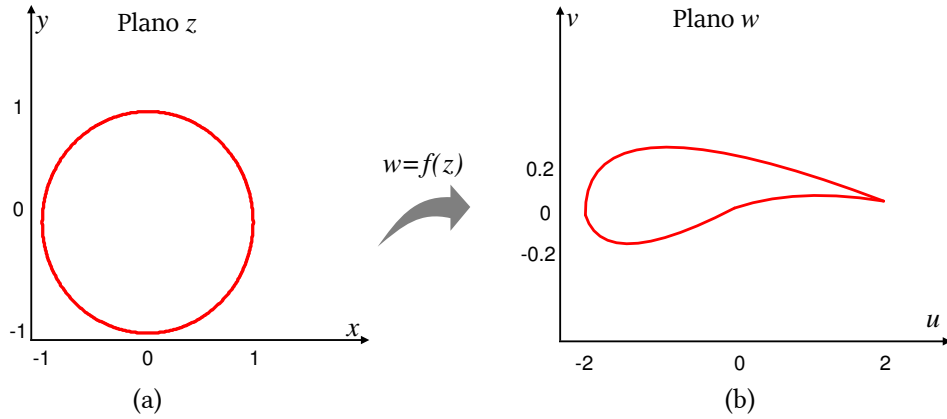


Figura 2.15 - Transformação de Joukowski, (a) Plano z , (b) Plano w .

conformes, correspondente à ponta no final do aerofólio de Joukowski (KLEWER, 2013). A expressão que leva os pontos do plano complexo z nos pontos do plano complexo w é dada por:

$$w = z + \frac{c^2}{z}, \quad (2.30)$$

onde c é a constante geométrica proveniente da circunferência no plano z . Alterando o valor de c , o formato do aerofólio resultante também é alterado. Quanto maior o valor de c , mais fina é a espessura do aerofólio (JOHNSON, 2013).

2.6 Considerações

Este capítulo traz informações fundamentais sobre os principais conceitos de transformações conformes necessários para o entendimento da metodologia utilizada neste trabalho. O próximo capítulo descreve como ocorre o processo de perfuração de poros e a problemática envolvida.

CAPÍTULO 3

PERFURAÇÃO DE POÇOS

Neste capítulo são apresentados os principais conceitos da perfuração de poços e explicação da reologia do fluido utilizado como fluido hidrostático na perfuração de poços. Também é explicado os problemas que podem ser gerados no momento da perfuração de poços.

3.1 Processo de Perfuração de Poços

A perfuração de poços de petróleo é realizada por etapas. Em cada etapa é introduzida a broca para perfuração e ao retirar a broca é colocada a coluna de revestimento. A plataforma, ao se posicionar, introduz na rocha a coluna de perfuração com a broca. Esta coluna de perfuração desce determinada profundidade. A cada vez que desce outra broca de perfuração, esta tem diâmetro menor que o diâmetro da broca anterior, assim, quanto mais fundo o poço, menor o diâmetro da broca e mais distante da plataforma esta alcança, Figura 3.1. Caso o poço tenha que ser construído no mar, ao perfurar o solo na primeira etapa, a broca joga a própria água do mar, como fluido de perfuração, para ir carregando os cascalhos para fora do poço (ROCHA; AZEVEDO, 2009).

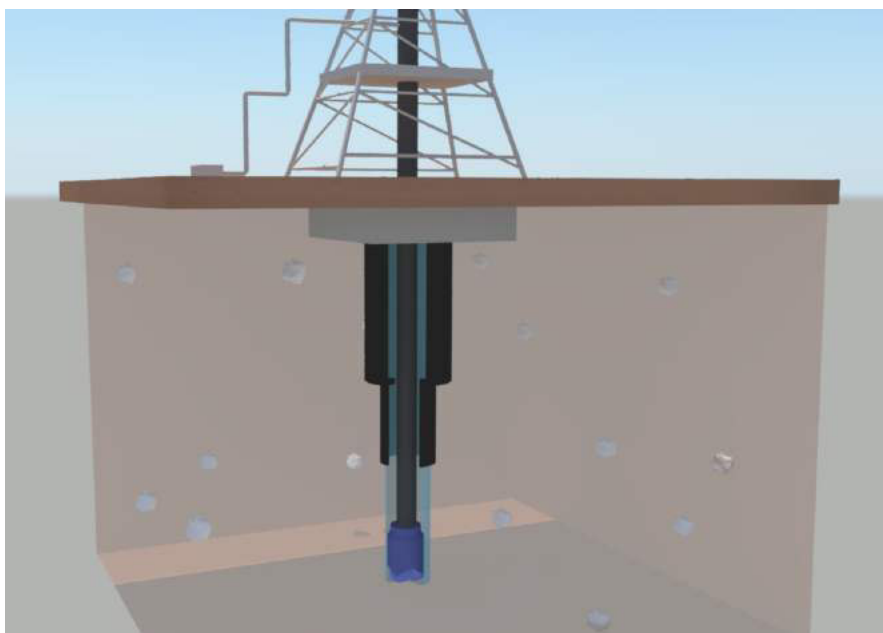


Figura 3.1 - Perfuração de Poços.

Após retirar a broca de perfuração, é introduzida a coluna de revestimento no poço, sendo realizado assim o assentamento da sapata do revestimento (ver Apêndice A). A coluna de revestimento é a tubulação de aço com uma sapata na extremidade. Esta sapata tem várias funções onde a principal é facilitar a descida do revestimento evitando que ele fique preso na parede do poço. Antes de descer toda a profundidade desejada, a sapata serve como guia durante a operação de descida da coluna de revestimento. A descida da coluna de revestimento permite que a formação seja protegida e que o peso adequado do fluido de perfuração para a fase seguinte possa ser utilizado. O processo de cimentação é realizado após a coluna de revestimento ser posicionada. A cimentação consiste no preenchimento do espaço entre a coluna de revestimento e a parede do poço, que tem o objetivo de fixar a tubulação e evitar que haja migração de fluidos entre as diversas zonas permeáveis atravessadas pelo poço (CAENN; GRAY, 2014). A Figura 3.2 é o corte longitudinal do poço e ilustra os principais conceitos na perfuração de poços de petróleo.

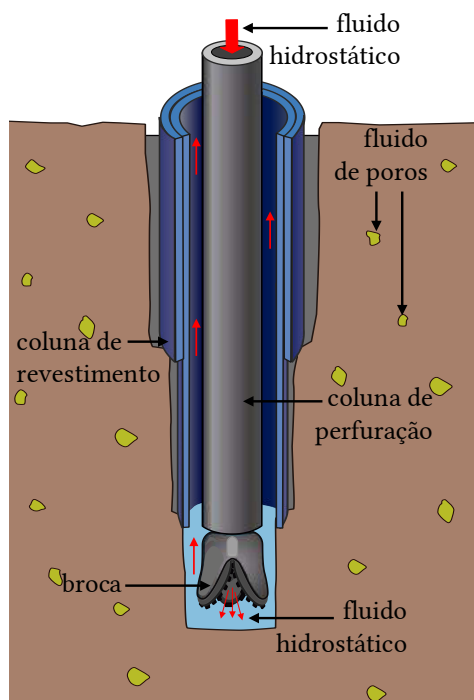


Figura 3.2 - Processo de Perfuração de Poços.

Além da função de carregar os cascalhos gerados pela broca, os fluidos de perfuração

possuem outras funções, como: i) resfriar e limpar a broca; ii) reduzir o atrito entre a coluna de perfuração e as laterais do poço; iii) manter a estabilidade das seções não revestidas do poço; iv) prevenir a entrada de fluidos (óleo, gás ou água) a partir das rochas permeáveis penetradas; v) formar reboco fino e de baixa permeabilidade que sele os poros e outras aberturas nas formações penetradas pela broca e vi) auxiliar na coleta e na interpretação das informações disponíveis a partir dos cascalhos provenientes da perfuração, de testemunhos e do perfil elétrico (ROCHA; AZEVEDO, 2009).

Na próxima etapa uma nova broca é introduzida. Nesta nova etapa, o fluido deve ser mais denso que a água do mar, pois os materiais triturados (inclusive a sapata posta anteriormente) normalmente são mais pesados e devem ser direcionados até a plataforma. Este processo é repetido até chegar onde está o petróleo de fato. Esta operação de retirada da broca ou de tubos, por seção, de dentro do poço e posterior retorno dos tubos ao poço é denominada manobra e o espaço entre a coluna de revestimento e a coluna de perfuração é chamado de espaço anular (CAENN; GRAY, 2014).

3.2 Pressões Dentro do Poço

O conceito de pressão dentro de poços está associado aos fluidos contidos no interior das rochas, sendo o resultado do carregamento, que reage de maneira igual em todas as direções. Gradiente de pressão, por definição, é a razão entre a força e sua profundidade de atuação, sendo expresso em Pa/m . Entretanto, é comum que os gradientes de pressão sejam expressos em unidade de massa específica, g/cm^3 , para que seja possível comparação direta com a massa específica do fluido de perfuração. Neste caso, o gradiente de pressão é chamado de peso de fluido equivalente, densidade equivalente ou simplesmente peso de fluido.

3.2.1 Pressão de Poros

Na rocha, só parte do volume total é ocupado pelas partículas sólidas, que se acomodam formando estrutura. O volume restante costuma ser chamado de vazios, ou poros, e é ocupado por fluidos. A pressão de poros, muitas vezes referenciada como pressão da formação ou pressão estática, é a pressão dos fluidos contidos nos espaços porosos da rocha. Ela é função da massa específica do fluido da formação e de cargas que este esteja suportando. No caso das áreas petrolíferas, o fluido que preenche a

formação pode ser água, óleo ou gás (CAENN; GRAY, 2014).

3.2.2 Pressão Hidrostática

A pressão hidrostática é exercida pelo peso da coluna hidrostática do fluido, sendo função da altura da coluna e da massa específica deste fluido. O fluido de perfuração tem como um dos seus principais objetivos manter o poço seguro e estável. A pressão fornecida pelo fluido de perfuração varia se este estiver dentro da coluna de perfuração ou no espaço anular do poço. Esta diferença ocorre porque quando o fluido está retornando pelo espaço anular, ele carrega consigo os cascalhos provenientes da perfuração. O peso destes cascalhos suspensos aumenta a massa específica do fluido de perfuração fornecendo pressão maior no fundo do poço. Outra variável que interfere na pressão hidrostática gerada pelo fluido de perfuração é o fato do fluido está estático ou em movimento (CAENN; GRAY, 2014).

3.3 Problemas em Perfurações

Antes de perfurar o poço, deve-se prever com o máximo possível de precisão as alterações de pressões dentro do poço, de forma a evitar problemas gerados pela intrusão de equipamentos estranhos à formação.

3.3.1 Pressão de Fratura

É a pressão necessária para que haja o rompimento da rocha por tração. Pode ser entendida como a resistência da formação. Ocorre tanto em função da utilização de baixo peso de fluido hidrostático quanto por alto peso de fluido hidrostático. As consequências são desmoronamentos ou a perda de fluido hidrostático para a formação, conhecida como perda de circulação (ROCHA; AZEVEDO, 2009).

3.3.2 Pressão de Colapso

É a pressão necessária para que haja o rompimento da rocha por cisalhamento, ou seja, sob tensões de compressão. A ruptura por cisalhamento ocorre tanto devido ao baixo peso de fluido hidrostático, levando a falha por colapso inferior, devido ao peso excessivo de fluido, ocorrendo falha por colapso superior. A falha por cisalhamento pode levar ao desmoronamento total ou parcial do poço, com possível aprisionamento da coluna devido aos cascalhos desmoronados (ROCHA; AZEVEDO, 2009).

3.3.3 Efeitos *Kick* e *Blowout*

A quantidade de fluido de perfuração deve ser tal que a pressão dentro do poço esteja dentro dos limites mínimo e máximo (janela operacional). A janela operacional deve ser determinada e respeitada durante as manobras para evitar que a parede do poço frature, por excesso de pressão hidrostática ou por falta de peso para conter a pressão de poros. A velocidade da manobra também deve ser bem calculada antes da introdução da coluna de perfuração. De acordo com o tipo de formação que está sendo perfurada, o desequilíbrio entre a pressão dentro do poço e a pressão de poros pode trazer diferentes consequências. Caso a pressão de poros se torne maior que a pressão dentro do poço, pode ocorrer influxo do fluido da formação para o poço. Esta típica ocorrência indesejada chama-se *kick* e pode levar à perdas de tempo durante a perfuração. Caso o *kick* aconteça, ele deve ser controlado através de maior injeção de fluido hidrostático pela broca. Em casos mais severos e de total descontrole, o *kick* pode atingir a superfície, resultando no chamado *blowout*, fluxo descontrolado de fluido saindo do poço devido a alguma falha no sistema de controle de pressão, que pode ter consequências desastrosas tais como a destruição total da plataforma e a morte de operários ou danos ao meio ambiente. Por outro lado, pressões dentro do poço maiores que a pressão de fratura, resistência da formação, podem levar à invasão do fluido do poço para a formação, podendo acontecer o desmoronamento do poço (CAENN; GRAY, 2014).

A Figura 3.3, retirada de Reuters (2011), apresenta o efeito *Blowout* e subsequente explosão da plataforma de perfuração Deepwater Horizon a sudeste da costa da Louisiana em 2010, matou 11 trabalhadores e deixou outros 16 feridos, também causou derramamento de óleo no Golfo do México.

3.3.4 Pressões Surge e Swab

O movimento de descida e de subida da coluna de perfuração de poços de petróleo provoca deslocamento do fluido de perfuração no interior da própria coluna e na região anular formada entre o poço e a coluna. Este deslocamento pode provocar sobrepressões (pressões de Surge) e subpressões (pressões de Swab) no interior do poço.

As pressões elevadas podem fraturar a formação rochosa e, portanto, promover a perda de circulação do fluido, bem como, as pressões podem ficar abaixo das pres-



Figura 3.3 - Efeito Blowout na Plataforma Deepwater Horizon, Louisiana.

sões de poros, ocasionando a penetração de fluido no poço (*kick*). A previsão e o monitoramento das pressões de Surge e de Swab são fundamentais para determinar as velocidades e as acelerações adequadas para introdução e retirada da coluna no poço.

Surge acontece quando a pressão no fundo do poço é superior a ideal. Ocorre na descida da coluna de perfuração com velocidade superior a adequada, ou quando é injetado mais fluido de perfuração que o necessário, aumentando a pressão sobre a rocha, Figura 3.4 (a). A pressão hidrostática se torna maior que a pressão de fratura (resistência da rocha) podendo provocar perda de fluido de perfuração. Sendo necessário a cimentação do poço, descida de cimento para tapar o espaço onde foi fraturado. Esta cimentação é realizada com a pata de elefante, ferramenta própria para descer tampão de cimento com o intuito de combater a perda de fluido.

Swab acontece na operação de retirada da coluna, gerando queda de pressão por arraste do fluido junto às paredes do tubo deslocado, Figura 3.4 (b). Abaixo da broca, pode ser gerado vácuo que justifica o decréscimo da pressão hidrostática, sendo assim, a pressão de poros se torna maior que a pressão hidrostática dentro do poço e acontece o *kick*, que se não controlado pode ocasionar em *blowout*.

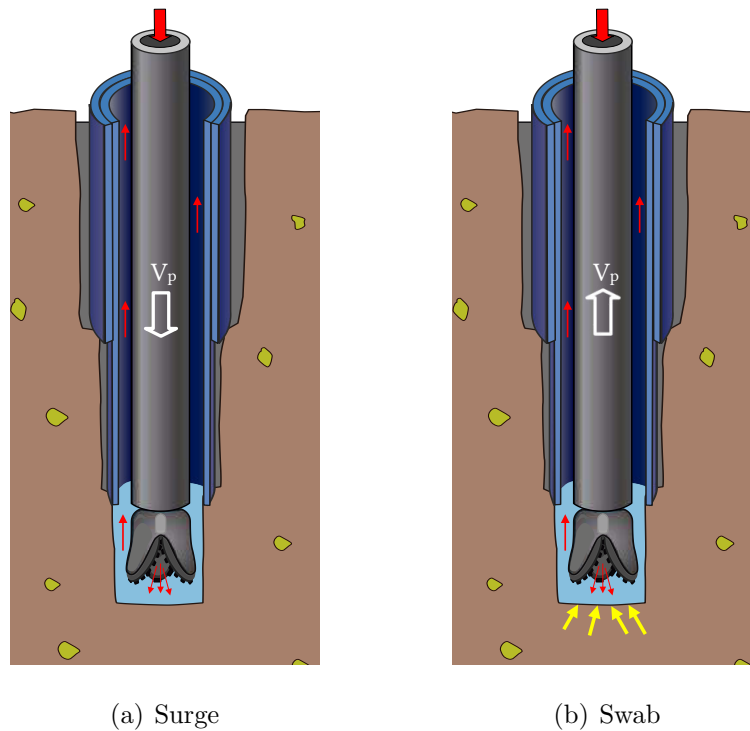


Figura 3.4 - Geopressões Geradas pela Manobra, (a) Broca no Movimento Descendente e (b) Broca no Movimento Ascendente.

3.4 Janela Operacional

A janela operacional determina a variação permitida para a pressão exercida pelo fluido de perfuração dentro do poço, de forma a manter a integridade deste, respeitando as pressões de poros, fratura e colapso. Esta janela deve determinar o menor peso de fluido possível que pode ser utilizado dentro do poço, assim como o peso de fluido máximo que pode ser utilizado ao longo da perfuração. A janela operacional é utilizada para evitar os efeitos *kick*, *blowout* ou os desmoronamentos (ROCHA; AZEVEDO, 2009). A Figura 3.5 ilustra exemplo de janela operacional, onde os limites do peso de fluido deve ficar entre a pressão de fratura e a pressão de poros.

Caso o peso do fluido for menor que a pressão de poros, pode haver o efeito *kick*, caso o peso do fluido seja maior que a pressão de fratura, haverá perda de fluido para formação e possível desmoronamento.

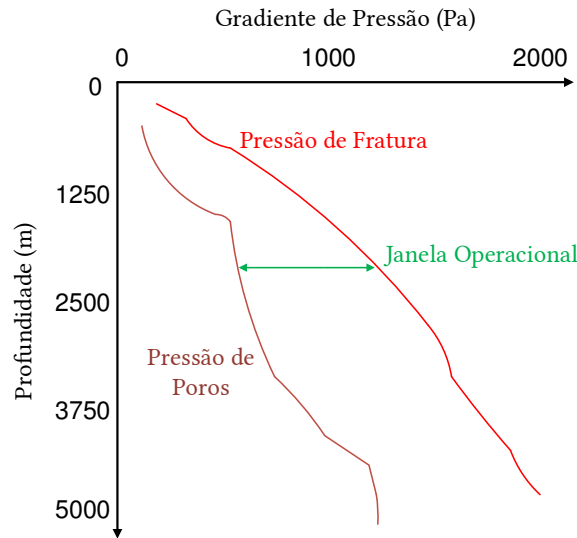


Figura 3.5 - Janela Operacional.

3.5 Tensão de Cisalhamento $\times$ Taxa de Cisalhamento

A relação entre a tensão de cisalhamento e a taxa de cisalhamento define o comportamento reológico dos líquidos considerados puramente viscosos. A expressão matemática entre estas duas variáveis é conhecida como equação de fluxo e a sua representação gráfica é conhecida como curva de fluxo (MACHADO, 2002). De modo geral, os fluidos se classificam em Newtonianos e não-Newtonianos. A diferença fundamental é que os fluidos Newtonianos possuem a relação entre tensão de cisalhamento e taxa de cisalhamento constante, ou seja, a viscosidade é constante no tempo. A Figura 3.6 ilustra curvas de fluxo para fluidos newtonianos e não newtonianos.

Sejam duas placas, uma estacionária e outra em movimento, os fluidos entre as placas, quando sujeitos a tensão suficiente, se deformam. Esta deformação é ilustrada na Figura 3.7, onde tem-se a camada de líquido de espessura h em repouso que, ao ser submetida a determinada tensão que age tangencialmente a face da placa, tem sua deformação ocorrendo pelo escorregamento das camadas de líquido entre si. A este escorregamento dá-se o nome de cisalhamento do líquido. A tensão que provoca este cisalhamento é chamada de tensão de cisalhamento τ .

A resistência contrária à tensão de cisalhamento, é chamada de viscosidade. Para que haja fluxo, deve-se induzir o cisalhamento do fluido em questão. Os parâmetros

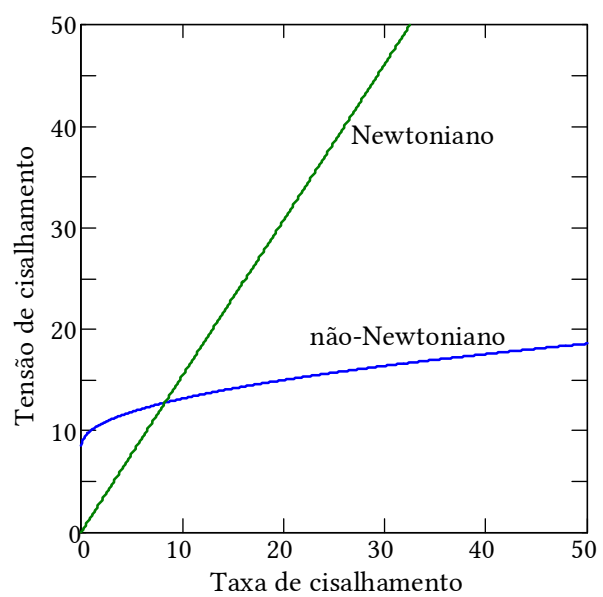


Figura 3.6 - Curvas de Fluxo.

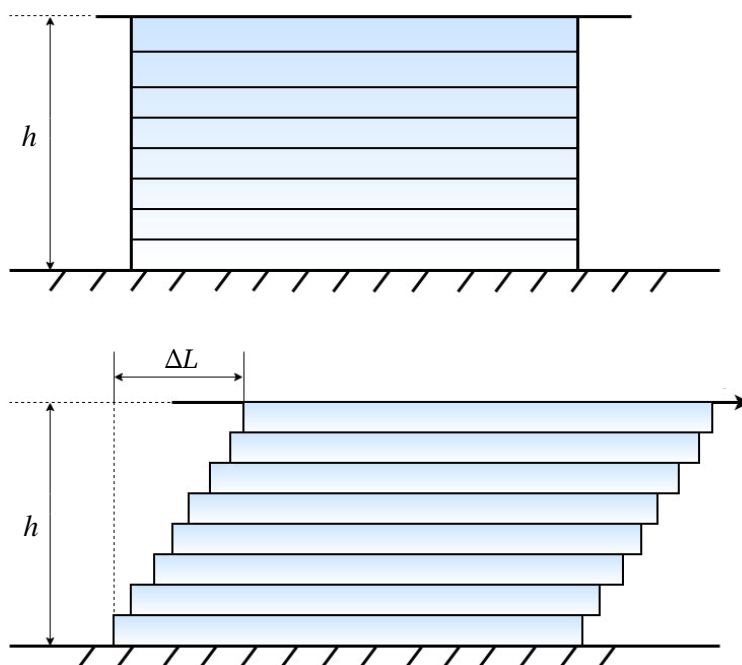


Figura 3.7 - Cisalhamento do Líquido.

envolvidos em reologia são basicamente três: a tensão de cisalhamento, a taxa de cisalhamento e a viscosidade.

A tensão de cisalhamento τ é definida como sendo a força F aplicada a área A da interface entre a superfície móvel e o líquido, dado pela expressão (3.1), esta tensão provoca fluxo na primeira camada do líquido e esta, na segunda, e assim sucessivamente. A superfície móvel em perfuração de poços é a coluna de perfuração, que se move ao realizar a manobra, a placa estacionária, é a parede do poço. A velocidade do fluxo que pode ser mantida por esta força é controlada pela resistência interna do líquido, ou seja, pela viscosidade. Assim,

$$\tau = \frac{F}{A}. \quad (3.1)$$

A unidade de medida da tensão τ é dada em Pa (Pascal). A tensão de cisalhamento causa no líquido o fluxo. A máxima velocidade de fluxo (V_{max}) aparece na camada em contato com a superfície em movimento. A velocidade diminui camada por camada até atingir a velocidade mínima (V_{min}) próxima de *zero*, na camada em contato com a superfície estacionária (WHITE, 2010).

A taxa de cisalhamento pode ser definida como a variação de velocidade de fluxo com a distância da superfície que provoca o cisalhamento. O modelo de placas paralelas pode ser utilizado como exemplo para diferenciar tensão de cisalhamento e taxa de cisalhamento, veja Figura 3.8. Nestes dois casos a tensão de cisalhamento é a mesma, mas, devido a h_1 ser maior que h_2 , a taxa de cisalhamento no primeiro caso é menor que no segundo caso.

A taxa de cisalhamento é a medida do quanto as camadas do fluido escorregam umas sobre as outras. Quando tem-se menos camadas para mesma deformação ΔL , tem-se maior escorregamento entre as camadas e, portanto, maior taxa de cisalhamento, em outras palavras, com mesma tensão de cisalhamento τ e com mesmo deslocamento ΔL , pode-se ocorrer diferentes taxas de cisalhamento, dependendo da espessura da amostra (WHITE, 2010).

3.5.1 Modelo de Hershell Buckley

Para realizar as perfurações de poços de petróleo, costuma-se utilizar o modelo para fluído de Hershell Buckley, também chamado de fluido de potência com limite de

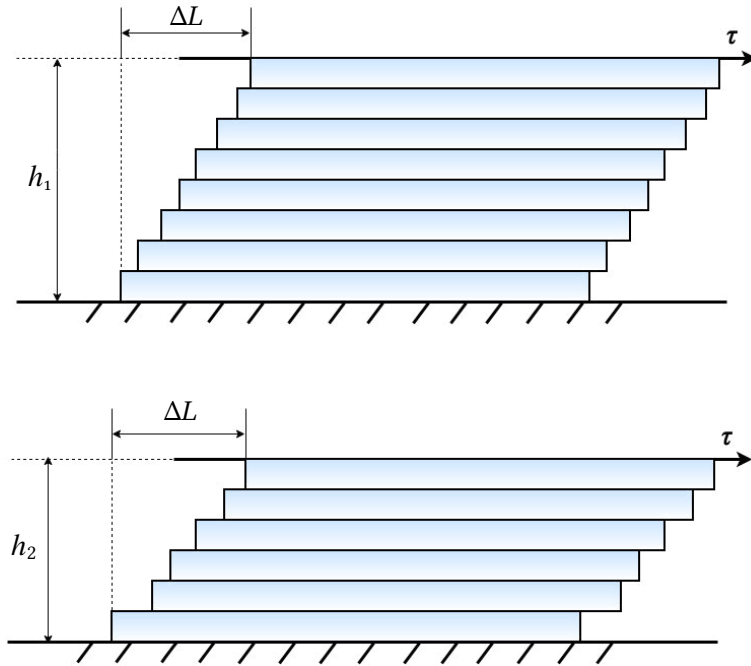


Figura 3.8 - Modelo de Placas Paralelas.

escoamento ou fluido de potência modificado, este possui três parâmetros reológicos (MACHADO, 2002). Sua expressão é dada por:

$$\tau = K\lambda^n + \tau_0, \quad (3.2)$$

onde, K é o índice de consistência que indica o grau de resistência do fluido diante do escoamento, n é o índice de comportamento do fluido que indica o afastamento do fluido do modelo Newtoniano, τ_0 é a tensão de cisalhamento inicial necessária para o escoamento, denominada limite de escoamento real e λ é a taxa de cisalhamento.

Na Figura 3.6, pode-se observar que quando a taxa for *zero*, a tensão de cisalhamento é igual ao limite de escoamento real, isto porque o limite de escoamento real é a tensão mínima que deve ser exercida sobre o fluido para que este comece a se mover, ou seja, é onde a tensão supera a resistência de viscosidade.

3.6 Considerações

Este capítulo descreve o processo de perfuração de poços e a problemática envolvida, o próximo capítulo descreve detalhadamente a metodologia para os cálculos das geopressões Surge e Swab.

CAPÍTULO 4

METODOLOGIA

Neste capítulo é apresentada a metodologia utilizada para levar a geometria excêntrica do poço na geometria concêntrica, depois é apresentado o modelo matemático do espaço anular e o estudo das velocidades do fluido entre a coluna de perfuração e a coluna de revestimento.

4.1 Geometria Excêntrica em Perfuração de Poços

Antes de realizar a manobra para perfuração de poços, descrita no item 3.1, é necessário definir a janela operacional para a velocidade de descida e subida da broca assim como a quantidade de fluido hidrostático que deve ser injetado no fundo do poço. Este procedimento é importante para poder evitar as geopressões Surge e Swab. Para tanto deve-se calcular as geopressões Surge e Swab para cada peso de fluido, considerando a reologia do fluido, descrita no item 3.5.1, e a geometria do espaço anular.

Existem alguns modelos que calculam as geopressões Surge e Swab dentro dos poços, como é o caso dos modelos de Mitchell (1988) e Crespo e Ahmed (2013), no entanto as metodologias usuais para o cálculo destas geopressões não levam em consideração que o movimento giratório da broca provoca excentricidade entre o poço e a coluna de perfuração. Sendo assim, estes cálculos possuem erros, pois consideram a espessura do espaço anular constante, ou seja, geometria concêntrica, como ilustra a Figura 4.1 (a). Porém, na prática, a metodologia real é excêntrica, como a ilustrada na Figura 4.1 (b). As Figura 4.1 (a) e Figura 4.1 (b) são cortes axiais com diferenças na excentricidade promovida pela dinâmica da broca no poço ilustrado na Figura 3.1.

A proposta para o problema da excentricidade e obtenção dos valores das pressões Surge e Swab, é utilizar as transformações conformes para levar a geometria excêntrica do poço, Figura 4.1 (b), em geometria concêntrica equivalente, Figura 4.1 (a), sem a perda das grandezas físicas. Após obter a nova geometria concêntrica, utilizar o modelo matemático de Crespo, que calcula as geopressões Surge e Swab, no espaço anular concêntrico para fluidos de potência com limite de escoamento.

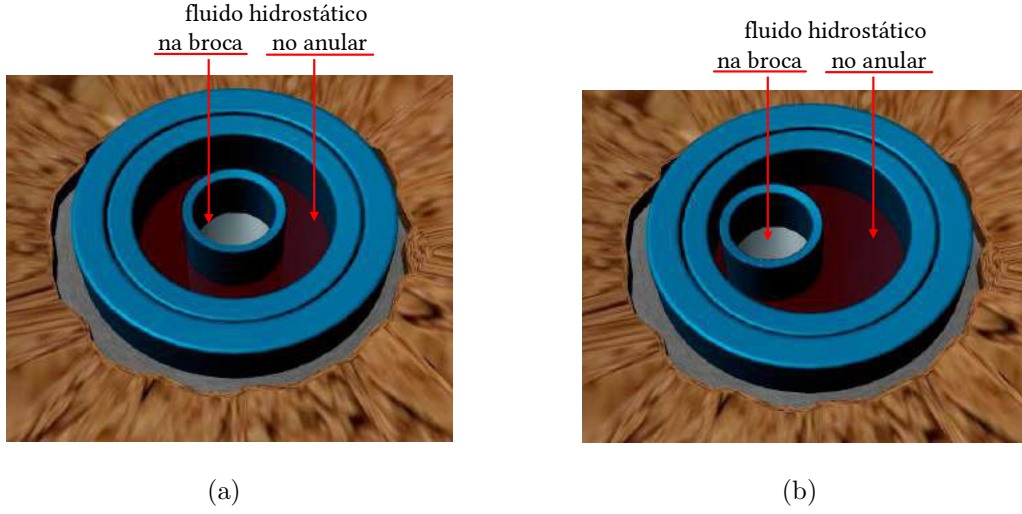


Figura 4.1 - Geometrias do Poço, (a) Poço Concêntrico e (b) Poço Excêntrico.

4.2 Transformação Bilinear

Utilizando de manipulação algébrica (KOBUR, 1957), pode-se desenvolver uma transformação conforme que leva dois círculos excêntricos em dois círculos concêntricos, dado por (4.1).

$$w(z) = t \cdot \frac{r_1}{r_2} \cdot e^{i\theta} \cdot \frac{d(z - z_a) - s(z_b - z_a)}{d(z - z_a) - t(z_b - z_a)} \quad (4.1)$$

onde θ, s e t são reais, z_a são os pontos sobre a placa externa e z_b , os pontos sobre a placa interna, s e t são as raízes da expressão, com:

$$s \cdot t = r_1^2$$

e

$$(d - s) \cdot (d - t) = r_2^2. \quad (4.2)$$

Em (4.2), considerando o centro das duas circunferências sobre o eixo das abscissas, tem-se $d = |z_a - z_b| = \psi \geq 0$ e $z_a, z_b, r_1, r_2, R_1, R_2 > 0$ e $z_a \neq z_b$ (CALIXTO et al.,

2011; CALIXTO, 2008), deste equacionamento pode-se ainda escrever:

$$\frac{r_2}{r_1} \cdot \left| \frac{t}{(d-t)} \right| = \frac{R_2}{R_1}$$

$$-\frac{-d^2 - r_1^2 + r_2^2 + \sqrt{-4d^2r_1^2 + (d^2 + r_1^2 - r_2^2)^2}}{2d} = t$$

$$-\frac{-d^2 - r_1^2 + r_2^2 - \sqrt{-4d^2r_1^2 + (d^2 + r_1^2 - r_2^2)^2}}{2d} = s. \quad (4.3)$$

A transformação conforme proposta é a transformação bilinear. A Figura 4.2 (a) ilustra dois cilindros coaxiais de raios r_1 e r_2 com excentricidade $\psi \neq 0$, esta geometria excêntrica pode ser levada em geometria concêntrica da Figura 4.2 (b) com novos raios R_1 e R_2 utilizando a transformação bilinear.

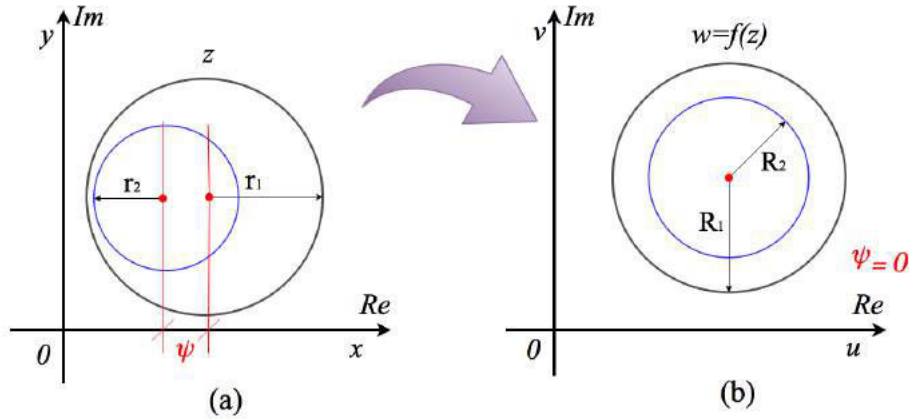


Figura 4.2 - Corte Axial do Poço, Geometrias (a) Real Excêntrica e (b) Mapeada Concêntrica.

Portanto, nesta nova geometria os círculos são concêntricos e a relação entre os domínios D e I pode ser realizada.

4.3 Modelo de Velocidade no Espaço Anular

Para determinar as pressões Surge e Swab, considerando o plano concêntrico, é necessário determinar os valores da geometria anular e da reologia do fluido que será utilizado na perfuração do poço.

O fluxo do fluido no espaço anular é induzido pelo movimento axial da coluna de perfuração (broca) dentro do poço. O espaço anular concêntrico é representado por fenda equivalente a Figura 4.3, onde a superfície à esquerda representa a coluna de perfuração que se move com velocidade constante V_p e a superfície à direita é estacionária e representa a parede do poço. Este modelo foi desenvolvido para os fluidos de potência com limite de escoamento em condições isotérmicas, considerando a densidade do fluido constante.

O modelo da velocidade do fluxo no espaço anular desenvolvido por Crespo e Ahmed possui três regiões diferentes. Cada região representa a direção do fluxo do fluido dentro do espaço anular, sendo que na região II de plugue, a velocidade do fluxo é constante e nas regiões I e III de fronteiras, a velocidade varia de acordo com o vetor y . O fluido em cada região tem o fluxo no sentido oposto ao da camada imediatamente acima e parte do fluido na região III se move no mesmo sentido da coluna de perfuração (CRESPO; AHMED, 2013).

A geometria anular, Figura 4.3, consiste na espessura H , que é a distância entre a superfície da coluna de perfuração e o poço, no diâmetro do poço $d_h = 2R_1$, no diâmetro da coluna de perfuração $d_p = 2R_2$ e na velocidade V_p de descida ou subida da coluna de perfuração. Como a metodologia para cálculo das geopressões considera a concentricidade entre o poço e a coluna de perfuração, $H = R_1 - R_2$ em toda a circunferência da geometria anular.

Os parâmetros reológicos de entrada são: o índice de consistência K , o índice de comportamento do fluido n e a tensão de cisalhamento inicial necessária para o escoamento denominada limite de escoamento real τ_0 .

Os valores das pressões Surge e Swab são calculados pela expressão:

$$P_{su} = \frac{P_e^n}{\left(\frac{n}{n+1}\right)^n \left(\frac{H}{V_p}\right)^n \left(\frac{H}{K}\right)} \cdot L \quad (4.4)$$

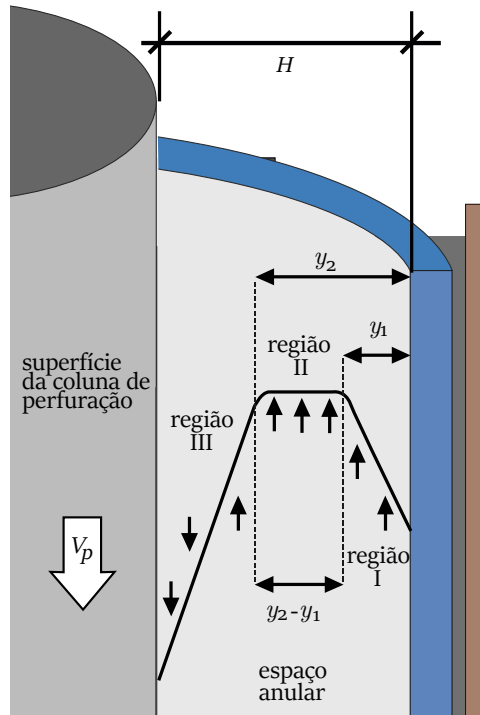


Figura 4.3 - Modelo de Velocidades do Espaço Anular.

onde L é o comprimento total da coluna de perfuração e P_e é a pressão específica obtida a partir da razão entre a geometria do poço e os parâmetros reológicos do fluido.

A diferença entre a pressão Surge e Swab é que enquanto a Surge é o aumento da pressão no fundo do poço quando a coluna de perfuração desce, a Swab é o decréscimo da pressão no fundo do poço quando a coluna de perfuração sobe. Para o cálculo de (4.4) é necessário encontrar expressões que definam as velocidades nas três regiões da Figura 4.3. Para as regiões de fronteira I e III, a distribuição da tensão de cisalhamento é expressa como:

Região I:

$$\tau_1 = -\frac{\Delta P}{\Delta L}y + \tau_w \quad (4.5)$$

Região III:

$$\tau_3 = \frac{\Delta P}{\Delta L}y - \frac{\Delta P}{\Delta L}y_2 + \tau_0, \quad (4.6)$$

onde τ_w é a tensão de cisalhamento na placa estacionária. Para fluidos de potência

com limite de escoamento, as tensões de cisalhamento locais nas regiões I e III estão relacionadas com as velocidades de cisalhamento locais dadas por:

$$\tau_1 = \tau_0 + K \left(-\frac{dv}{dy} \right)^n \quad (4.7)$$

e

$$\tau_3 = \tau_0 + K \left(\frac{dv}{dy} \right)^n. \quad (4.8)$$

Para os perfis de velocidades são utilizadas variáveis adimensionais. Os perfis de velocidade adimensional nas regiões I e III são definidos como:

$$\tilde{V}_1 = \frac{V_1}{V_p} \quad (4.9)$$

e

$$\tilde{V}_3 = \frac{V_3}{V_p}. \quad (4.10)$$

Considerando W a altura do modelo de velocidades, ou seja, o comprimento vertical da amostra a ser estudada. Onde W pode variar de *zero* ao comprimento total da coluna de perfuração L e considerando H a espessura do espaço anular, as coordenadas x e y são pontos em W e H , respectivamente. $\tilde{x}$ e $\tilde{y}$ são os valores adimensionais para x e y .

Similarmente as expressões (4.9) e (4.10), normalizando as coordenadas $\tilde{x}$ e $\tilde{y}$ em qualquer ponto:

$$\tilde{x} = \frac{x}{W} \quad (4.11)$$

e

$$\tilde{y} = \frac{y}{H}. \quad (4.12)$$

A distribuição das velocidades é obtida combinando as expressões (4.5) a (4.8) e aplicando as condições $\frac{dv}{dy} = 0$ em $y = y_1$ e $v = 0$ em $y = 0$ na região I e as condições $\frac{dv}{dy} = 0$ em $y = y_2$ e $v = V_p$ em $y = H$ na região III.

$\tilde{y}_1$ e $\tilde{y}_2$ são os limites de fronteira dados por:

$$\tilde{y}_1 = \frac{y_1}{H} \quad (4.13)$$

e

$$\tilde{y}_2 = \frac{y_2}{H}. \quad (4.14)$$

O perfil de velocidade na Região I é dada por:

$$\tilde{V}_1 = P \left[(\tilde{y}_1 - \tilde{y})^b - (\tilde{y}_1)^b \right], \quad (4.15)$$

onde $0 \leq \tilde{y} \leq \tilde{y}_1$.

O perfil de velocidade na Região III é dada por:

$$\tilde{V}_3 = 1 - P \left[(1 - \tilde{y}_2)^b - (\tilde{y} - \tilde{y}_2)^b \right], \quad (4.16)$$

onde $\tilde{y}_2 \leq \tilde{y} \leq 1$.

O expoente b usado nas expressões (4.15) e (4.16) leva em consideração o índice de comportamento do fluido n :

$$b = \frac{n+1}{n}. \quad (4.17)$$

Nas expressões (4.15) e (4.16) o valor do gradiente de pressão P é dado por:

$$P = \left(\frac{n}{n+1} \right) \left(\frac{H}{V_p} \right) \left(\frac{\Delta P}{L} \frac{H}{K} \right)^{\frac{1}{n}}. \quad (4.18)$$

A expressão (4.18) está relacionada com a variação da pressão no comprimento total do poço, sendo P vetor adimensional.

Na região II, a distribuição da velocidade é uniforme e pode ser expressa por:

$$\tilde{V}_2 = 1 - P(1 - \tilde{y}_2)^b, \quad (4.19)$$

onde $\tilde{y}_1 \leq \tilde{y} \leq \tilde{y}_2$.

O gradiente de velocidade é negativo na região I e positivo na região III. Nas bordas da região II ($\tilde{y} = \tilde{y}_1$ e $\tilde{y} = \tilde{y}_2$), as expressões locais de velocidade (4.15) e (4.16) devem obter o mesmo valor nas fronteiras. Logo,

$$(1 - \tilde{y}_1 - \chi)^b - (\tilde{y}_1)^b - \frac{1}{P} = 0, \quad (4.20)$$

onde:

$$\chi = \frac{\frac{2\tau_0}{H}}{\frac{\Delta P}{L}}. \quad (4.21)$$

A taxa total do fluxo é a soma da taxa de fluxo nas três regiões dada por:

$$\tilde{q}_t = \int_0^1 \left(\int_0^{\tilde{y}_1} \tilde{V}_1 d\tilde{y} + \int_{\tilde{y}_1}^{\tilde{y}_2} \tilde{V}_2 d\tilde{y} + \int_{\tilde{y}_2}^1 \tilde{V}_3 d\tilde{y} \right) d\tilde{x}. \quad (4.22)$$

Resolvendo a integral em (4.22), obtem-se:

$$\begin{aligned} \tilde{q}_t = -P \left[\left(\frac{b}{b+1} \right) \tilde{y}_1^{b+1} \right] - \left[P (1 - \tilde{y}_1 - \chi)^b - 1 \right] (1 - \tilde{y}_1 - \chi) + \\ P \left(\frac{b}{b+1} \right) (1 - \tilde{y}_1 - \chi)^{b+1} - P \tilde{y}_1^b \chi. \end{aligned} \quad (4.23)$$

O método de cálculo das geopressões necessita dos parâmetros da reologia do fluido, da geometria do poço e da velocidade da coluna de perfuração, ou seja, o método é a combinação da reologia do fluido com a geometria do poço e sua dinâmica. A expressão (4.20) representa todas estas características. Utilizando de manipulação algébrica, pode-se escrever a expressão (4.20) na forma:

$$\left(1 - \tilde{y}_1 - \frac{2\tau_0}{\frac{\Delta P}{L}} \right)^b - (\tilde{y}_1)^b - \frac{1}{\left(\frac{n}{n+1} \right) \left(\frac{H}{V_p} \right) \left(\frac{\Delta PH}{LK} \right)^{\frac{1}{n}}} = 0. \quad (4.24)$$

O valor de $\tilde{y}_1$ na expressão (4.23) é calculado utilizando o método de Newton-Raphson em (4.24) (CRESPO; AHMED, 2011).

Para representar o poço, os parâmetros W e H são expressos em termos das dimensões d_h e d_p , da geometria anular, dado por:

$$H = \frac{(d_h - d_p)}{2} \quad (4.25)$$

e

$$W = \frac{\pi}{2} (d_h + d_p). \quad (4.26)$$

A taxa de fluxo no espaço anular é igual a taxa a qual o fluido está sendo deslocado ao movimentar a coluna de perfuração no poço. Isso significa que a perda de circulação no poço por efeito balonismo¹ é insignificante. Assim, a taxa de fluxo q é expressa por:

¹Efeito balonismo é o fenômeno no qual a formação absorve fluido hidrostático por microfraturas, quando as bombas estão ligadas e o poço suga fluido da formação por microfraturas quando as bombas estão desligadas.

$$q = \left(\frac{\pi}{4}\right) d_p^2 V_p. \quad (4.27)$$

Sendo a taxa de fluxo adimensional $\tilde{q}$, expressa por:

$$\tilde{q} = \frac{-q}{WHV_p}. \quad (4.28)$$

Substituindo as expressões (4.25), (4.26) e (4.27) em (4.28), pode-se calcular a taxa de fluxo específica, dada por:

$$\tilde{q}_e = \frac{-1}{\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 - 1}. \quad (4.29)$$

Relacionando a reologia do fluido com a geometria do espaço anular ($\tilde{q}_t \times P$), obtém-se o polinômio interpolador:

$$f(\tilde{q}_t) = P_e. \quad (4.30)$$

De posse da expressão (4.29) e do polinômio interpolador (4.30), pode-se encontrar o valor de P no ponto onde $\tilde{q}_t = \tilde{q}_e$, sendo $\tilde{q}_e$ a taxa de fluxo específica da geometria do espaço anular. Este valor de P_e é a pressão específica, que relaciona a geometria do poço com a reologia do fluido utilizado. O valor de P_e é utilizado em (4.4) e assim obtém-se o valor da geopressão Surge ou Swab.

A excentricidade é monitorada e os valores das geopressões Surge e Swab serão calculados instantaneamente, de acordo com a excentricidade. Pode-se também encontrar o valor máximo e mínimo das geopressões dependendo dos valores reológicos, geométricos e controlar a velocidade da manobra de acordo com a excentricidade.

4.4 Algoritmo Utilizado

Para a obtenção dos valores de P_{su} é utilizado o seguinte algoritmo: *i*) a transformação bilinear dada pela expressão (4.1) é utilizada para obtenção do plano concêntrico equivalente e assim o valor constante de H é obtido; *ii*) com os parâmetros, reoló-

gicos e geométrico, de entrada, o valor de P é obtido a partir de (4.18), para cada valor dado de ΔP ; *iii*) de posse de P , o valor de $\tilde{y}_1$ em (4.24) é calculado para a combinação dos valores de entrada $\frac{\Delta P}{\Delta L}$ e V_p ; *iv*) o valor de $\tilde{y}_1$ é substituído em (4.23), então o valor da vazão total $\tilde{q}_t$ é obtido para cada ΔL ; *v*) logo, $\tilde{q}_e$ é obtida a partir de (4.29); *vi*) o gráfico relacionando P e $\tilde{q}_t$ é gerado, ele apresenta a relação entre a geometria do espaço anular e a reologia do fluido. Desta relação é criado o polinômio interpolador (4.30) e o valor de P_e é obtido, sendo $(\tilde{q}_e, P_e)$ o ponto no gráfico $(\tilde{q}_t \times P)$ e *vii*) de posse do valor de P_e os valores das geopressões Surge e Swab, P_{su} , são obtidos utilizando (4.4).

A Figura 4.4 ilustra o fluxograma do programa produzido.

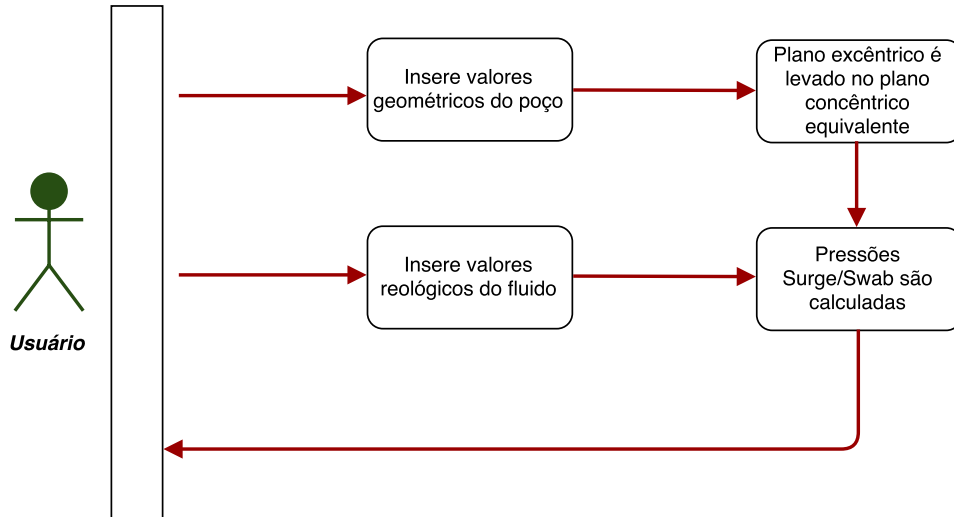


Figura 4.4 - Fluxograma do Programa.

4.5 Considerações

Este capítulo descreve todo o cálculo para a previsão das geopressões Surge e Swab considerando geometria excêntrica, o próximo capítulo é o apanhado de resultados comparativos para maior compreensão dos cálculos.

CAPÍTULO 5

RESULTADOS

Como resultados, é apresentado o cálculo da geopressão Surge em poço fictício utilizando a metodologia usual e a metodologia proposta. Foi realizada comparação entre os valores obtidos para cada metodologia. Foi realizado estudo sobre a relação da excentricidade e os valores de geopressões. Calculou-se a excentricidade máxima para a geometria de determinado poço e realizou-se o mapeamento das isovelocidades utilizando o método proposto e o método dos elementos finitos.

5.1 Estudo de Caso 1: Relação Excentricidade $\times$ Geopressões

Para relacionar a excentricidade com as geopressões é necessário possuir os parâmetros de entrada. Porém, a espessura H , nos modelos reais não é uniforme em toda a circunferência da coluna de revestimento (existe a excentricidade). Desta forma, propõem-se que seja monitorada a perfuração do poço e a cada intervalo de tempo Δt , determinado pelo usuário, seja calculada a geometria concêntrica equivalente a geometria excêntrica, naquele $t + \Delta t$.

Todos os estudos de casos utilizaram os dados retirados de [Machado \(2002\)](#), que são: i) geometria, considerado o poço sendo furado por coluna de perfuração de comprimento $L = 36m$, diâmetro $d_2 = 0,254 m$ e diâmetro da coluna de revestimento $d_1 = 0,508 m$ e ii) reológicos, fluido hidrostático não Newtoniano com $n = 0,48$, $K = 0,74 Pa \cdot s^n$ e $\tau_0 = 3,11 N/m^2$.

5.1.1 Cálculo de Geopressão Considerando Metodologia Tradicional

Para realizar este estudo de caso, é considerada a perfuração do poço cujo o raio da coluna de revestimento e o raio da coluna de perfuração formam geometria concêntrica. Para o cálculo da pressão Surge, gerada na descida da coluna com velocidade constante $V_p = 0,1524 m \cdot s^{-1}$, a metodologia tradicional ignora o valor da excentricidade. Então a espessura H do espaço anular é apenas a subtração do raio da coluna de revestimento pelo raio da coluna de perfuração $H = r_1 - r_2 = 0,127 m$.

Assumindo, para todos os estudos, $\Delta P = 1,38 \times 10^7 Pa$, equivalente a 2000 *psi* no fundo do poço, obtém-se o vetor P através de (4.18) relacionando a geometria do poço com a reologia do fluido. De posse do vetor P , obtém-se o vetor da taxa de

fluxo $\tilde{q}_t$. A relação dos dois vetores é apresentada na Figura 5.1.

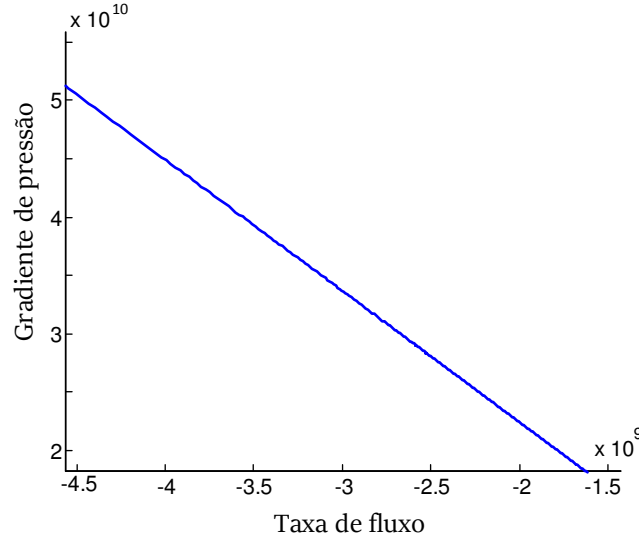


Figura 5.1 - Relação $\tilde{q}_t \times P$.

Observa-se na Figura 5.1 que quanto maior o gradiente de pressão menor é a vazão do fluido.

Através de (4.29), obtém-se $q_e = -0,33$ e de posse do polinômio interpolador (4.30), obtém-se $P_e = 3,68$. Substituindo o valor de P_e em (4.4), obtém-se o valor da geopressão Surge de $P_{su} = 1,84 \times 10^5 Pa$, equivalente a 26,78 psi.

No sistema real de perfuração de poços, o conjunto coluna de perfuração e coluna de revestimento não trabalham de maneira concêntrica. Caso exista excentricidade máxima, quando a coluna de perfuração encosta na coluna de revestimento, elas podem colar uma na outra, prejudicando a perfuração do poço. A Tabela 5.1 dispõe os valores de entrada e saída para o modelo usual, que não considera o valor da excentricidade nos cálculos.

5.1.2 Cálculo de Geopressão com Geometria Excêntrica

Para utilizar a geometria do poço anterior considerando a excentricidade, é necessário calcular a geometria concêntrica equivalente, antes de utilizar o modelo matemático de Crespo. Os valores de R_1 e R_2 do plano concêntrico, são os novos raios da coluna

Tabela 5.1 - Resultado Considerando a Metodologia Usual

Excentricidade	Fluido	Raios	Surge
$\psi = 0.1257 \text{ m}$	$\tau_0 = 3.11 \text{ N/m}^2$ $n = 0.48$ $K = 0.74 \text{ Pa.s}^n$	$r_1 = 0,254 \text{ m}$ $r_2 = 0,127 \text{ m}$	$1,84 \times 10^5 \text{ Pa} \cong$ $26,78 \text{ psi}$

de revestimento e coluna de perfuração, respectivamente. Como as transformações conformes não alteram as grandezas do sistema, os valores de ΔP continuam os mesmos para as duas geometria, excêntrica e concêntrica.

Para a geometria em estudo, tem-se excentricidade máxima $\psi_{max} = 0,1257 \text{ m}$. Partindo desta excentricidade, pode-se calcular o valor da geopressão Surge utilizando a transformação conforme em (4.1), que leva o plano excêntrico da Figura 5.2 (a) no plano concêntrico da Figura 5.2 (b). Os novos raios do plano concêntrico são $R_1 = 0,2806 \text{ m}$ para a coluna de revestimento e $R_2 = 0,2539 \text{ m}$ para a coluna de perfuração. Desta transformação, obtém-se $H = 0,0267 \text{ m}$.

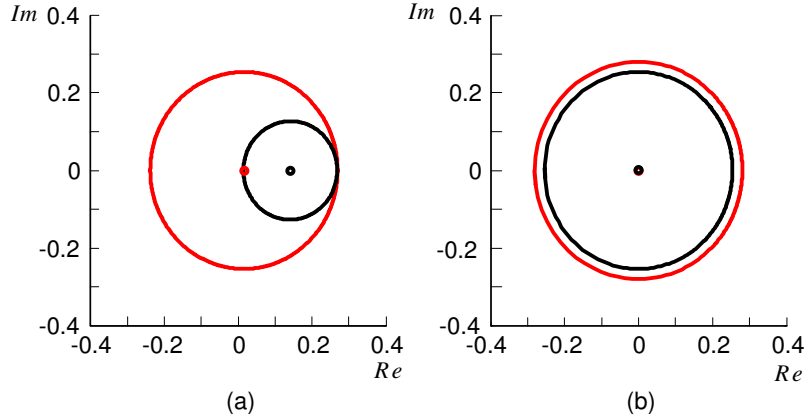


Figura 5.2 - Transformação do Sistema Real com ψ_{max} , (a) Plano Excêntrico e (b) Plano Concêntrico.

Aplicando os cálculos do modelo matemático do espaço anular no novo plano concêntrico, Figura 5.2 (b), é possível chegar no valor da geopressão Surge de $1,56 \times 10^6 \text{ Pa}$, equivalente a $226,63 \text{ psi}$.

Utilizando a metodologia usual obteve-se o valor de $P_{su} = 1,84 \times 10^5 \text{ Pa}$ ou

$P_{su} = 26,78 \text{ psi}$. Utilizando a metodologia proposta e levando em conta a excentricidade, obtém-se o valor de $P_{su} = 226,63 \text{ psi}$. A metodologia proposta encontra, neste caso, valor de aproximadamente 8,46 vezes maior que o valor encontrado pela metodologia tradicional. Fato que ocorre por não considerar a excentricidade, o que poderia causar sérios problemas no momento da manobra.

Considerando os mesmos parâmetros de entrada, porém com $\psi = 0,062 \text{ m}$, que é aproximadamente a média entre a geometria concêntrica e a máxima excentricidade, calcula-se a nova geometria. No plano concêntrico equivalente, tem-se $R_1 = 0,4664 \text{ m}$ e $R_2 = 0,2539 \text{ m}$ para a coluna de revestimento e a coluna de perfuração, respectivamente, como ilustra a Figura 5.3.

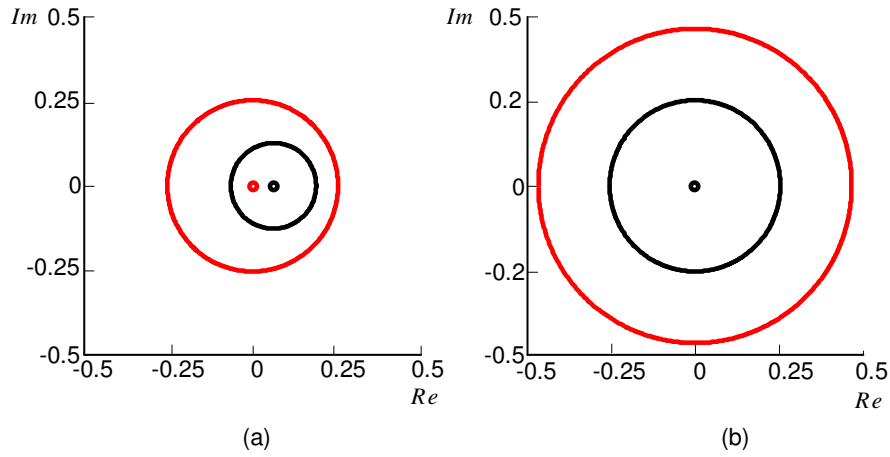


Figura 5.3 - Transformação do Sistema Real com $\psi = 0,062 \text{ m}$, (a) Plano Excêntrico e (b) Plano Concêntrico.

Aplicando os cálculos do modelo matemático do espaço anular no novo plano concêntrico, Figura 5.3 (b), é possível chegar ao valor de $P_{su} = 8,642 \times 10^4 \text{ Pa}$, equivalente a $P_{su} = 12,51 \text{ psi}$. A Tabela 5.2 dispõe os valores de entrada e saída para o estudo de caso considerando a excentricidade e utilizando a metodologia proposta.

Este resultado apresenta a dinâmica do efeito da excentricidade sobre as pressões no fundo dos poços, uma vez que todas as configurações foram mantidas, variando apenas a excentricidade. Para o valor da excentricidade $\psi = 0,062 \text{ m}$, obtém-se $P_{su} = 12,51 \text{ psi}$ valor 2,14 vezes menor que o valor obtido utilizando a metodologia tradicional.

Tabela 5.2 - Resultado Considerando Excentricidade Constante

Excentricidade	Fluido	Novos raios	Surge
$\psi = 0,1257 \text{ m}$	$\tau_0 = 3,11 \text{ N/m}^2$ $n = 0,48$ $K = 0,74 \text{ Pa.s}^n$	$R_1 = 0,2806 \text{ m}$ $R_2 = 0,2539 \text{ m}$	$1,56 \times 10^6 \text{ Pa} \cong 226,63 \text{ psi}$
$\psi = 0,062 \text{ m}$	$\tau_0 = 3,11 \text{ N/m}^2$ $n = 0,48$ $K = 0,74 \text{ Pa.s}^n$	$R_1 = 0,4664 \text{ m}$ $R_2 = 0,2539 \text{ m}$	$8,642 \times 10^4 \text{ Pa} \cong 12,51 \text{ psi}$

5.2 Estudo de caso 2: Cálculo das Geopressões com Variação na Excentricidade

Considerando ainda, a situação na qual o movimento giratório da broca descendo dentro do poço, faz a coluna de perfuração e a coluna de revestimento gerar geometrias excêntricas diferentes para cada profundidade, ou seja, ψ é diferente para cada valor de $\frac{\Delta P}{\Delta L}$, é possível calcular a geopressão Surge em cada seção do poço. Neste caso, considera-se também a velocidade de descida variando no tempo, de acordo que a broca vai descendo a velocidade vai aumentando. Para este caso ela varia de $V_p = 0$ até $V_p = 0,1524 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Assume-se, para este caso, que a pressão ΔP varia de $\Delta P = 1,37 \times 10^6 \text{ Pa}$, na superfície até $\Delta P = 1,38 \times 10^7 \text{ Pa}$, no fundo do poço. Observa-se que existe variação no valor da excentricidade pois o sistema é dinâmico, e a excentricidade varia no tempo, desta forma, é possível, utilizando as transformações conformes e considerando a variação da excentricidade $0 \leq \psi \leq 0,1257 \text{ m}$, calcular os novos valores de H para o vetor excentricidade. A Figura 5.4 apresenta a relação da excentricidade pela largura do espaço anular, quando este sofre variação na pressão ΔP .

A Figura 5.5 apresenta a relação da excentricidade com a geopressão Surge. De acordo a excentricidade aumenta, ocorre aumento exponencial da geopressão Surge. A forma da exponencial que rege este fenômeno depende dos valores reológicos dos fluidos e da geometria do poço.

É possível também produzir a superfície que relaciona a excentricidade com a geopressão Surge e a velocidade de descida da broca, Figura 5.6.

Observa-se na Figura 5.6 que quanto maior a velocidade V_p de descida da broca,

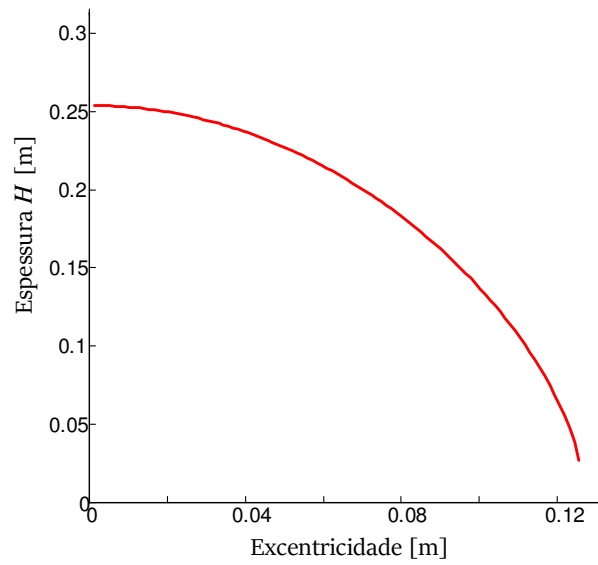


Figura 5.4 - Relação $\psi \times H$.

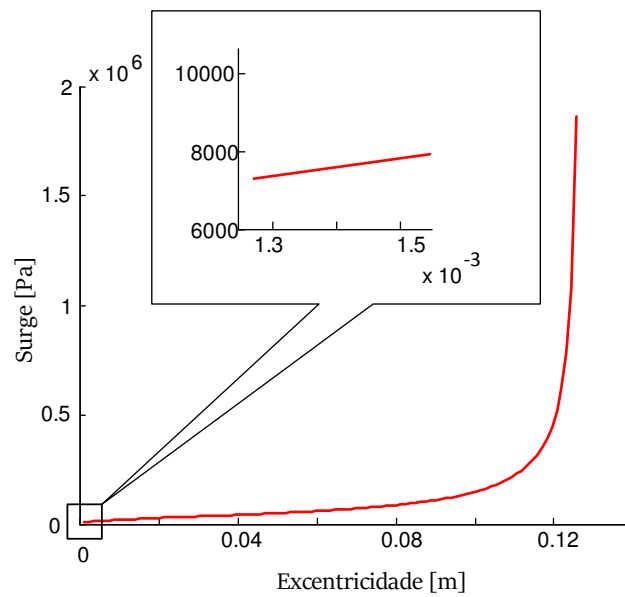


Figura 5.5 - Relação $\psi \times \text{Surge}$.

maior é o aumento na pressão Surge, neste caso seria viável estabelecer a velocidade em até no máximo $0,1 \text{ m/s}$, pois a partir deste ponto a pressão Surge começa a crescer exponencialmente. Da mesma forma, pode-se produzir outra superfície que

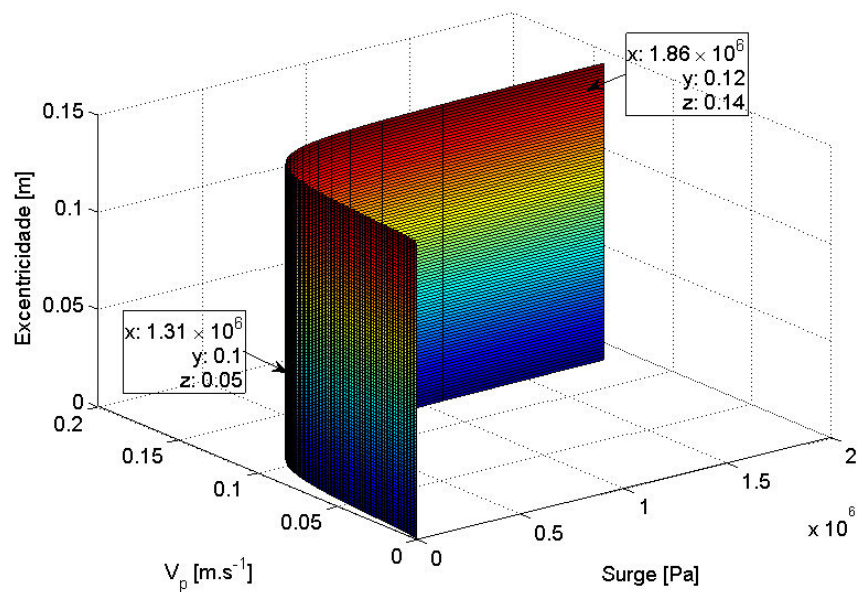


Figura 5.6 - $P_{su} \times V_p \times \psi$.

relaciona ψ , Surge e ΔP , Figura 5.7.

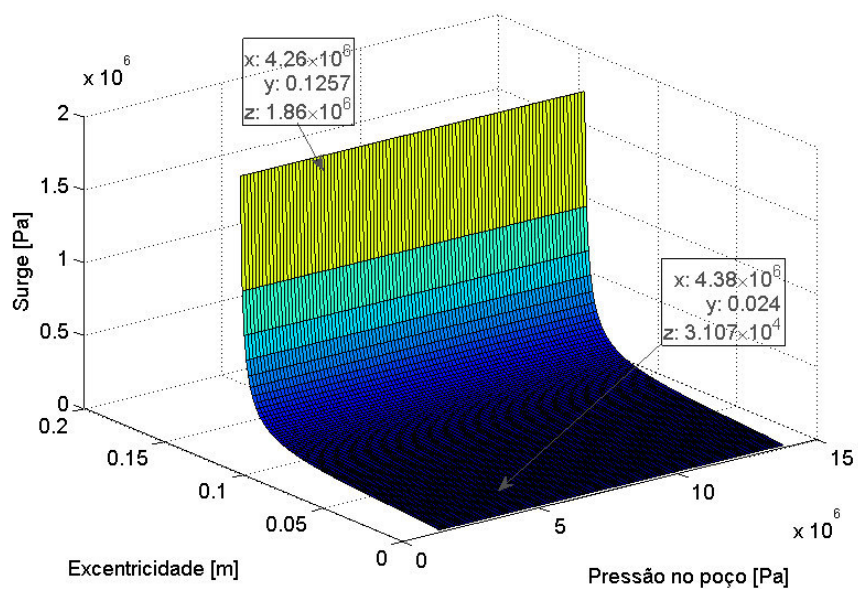


Figura 5.7 - $\psi \times \Delta P \times P_{su}$.

Na Figura 5.7 é possível observar que quanto maior é a pressão ΔP dentro do poço, maior é a pressão Surge. A Figura 5.7 indica se os nível de fluido injetado estão adequados a geometria do poço.

O método tradicional e o método proposto partem do mesmo ponto, quando existe a concentricidade, veja Figura 5.8. No entanto, para os dados de entrada apresentados (geometria e dados reológicos do fluido) e considerando variações nos valores da excentricidade e ΔP , pode-se observar que os valores de Surge para o método tradicional são maiores que para o método proposto, até determinado valor. A Figura 5.8 ilustra a comparação entre o método tradicional e o método proposto, que considera a excentricidade.

O valor da geopressão Surge maior que o real, pode causar danos a formação, pois, a janela operacional que contém as pressões e velocidades ideais para o funcionamento seguro das manobras, possui limites inferiores e superiores. Caso o valor da pressão seja calculado e retorne valor mais alto ou mais baixo que o real, o fluido hidrostático será injetado incorretamente. A pressão de poros poderá ser maior que a pressão de fratura da rocha, podendo provocar o efeito *kick*. Logo, é importante conhecer os valores limites máximos e mínimos (janela operacional) das pressões, os valores de velocidades que o poço suporta e os valores reais das geopressões.

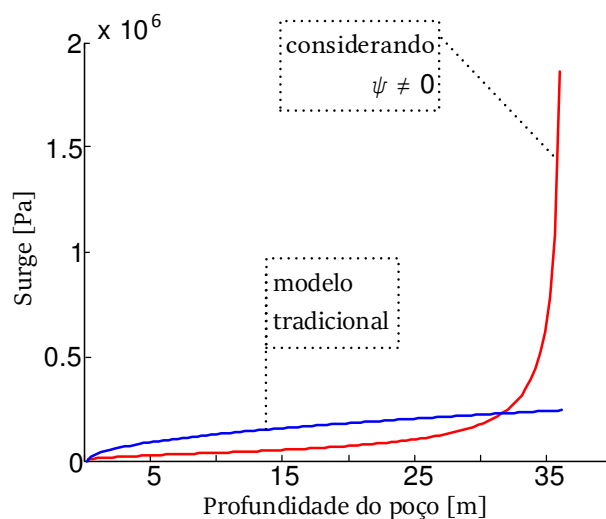


Figura 5.8 - Comparação entre os Valores de Surge Obtidos.

5.3 Estudo de caso 3: Mapeamento das Isovelocidades

O fluido não Newtoniano no interior de tubos possui velocidades diferentes em cada porção do espaço. Perto das paredes do tubo a velocidade do fluido é mais lenta e quanto mais próximo do centro do tubo a velocidade aumenta. No mapeamento de linhas de equipotenciais na geometria concêntrica, cada isolinha representa uma isovelocidade, ou seja, cada partícula sobre a mesma linha tem a mesma velocidade. Na Figura 5.9 (a) tem-se a representação deste fenômeno dentro do tubo em vista lateral e na Figura 5.9 (b) tem-se a ilustração das isovelocidades na geometria concêntrica.

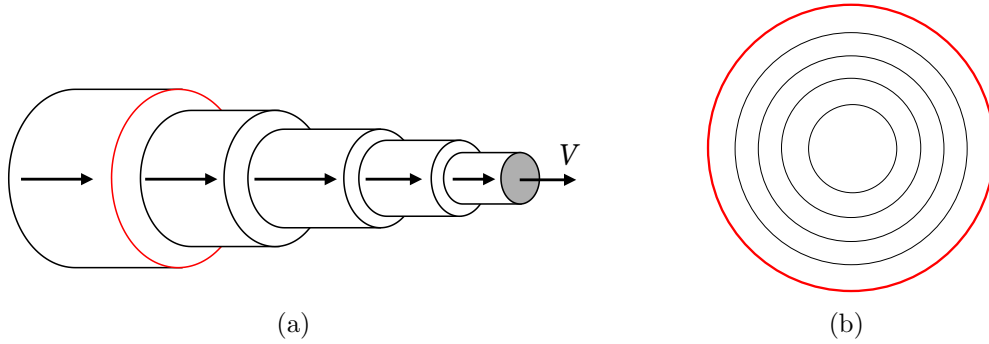


Figura 5.9 - Velocidade do Fluido Dentro do Tubo, (a) Vista Lateral e (b) Vista Frontal com Representação das Isovelocidades na Geometria Concêntrica.

No espaço anular acontece fenômeno parecido, as partículas de fluido mais próximas da superfície estática (coluna de revestimento) são mais lentas e as partículas mais próximas da superfície em movimento (coluna de perfuração) possuem velocidade maior. Pelo modelo de velocidades do espaço anular, Figura 4.3, é possível observar as setas indicando o sentido do fluido não Newtoniano. As setas são pontos do vetor y na espessura H . Como em toda a circunferência da coluna de perfuração existe espaço anular, em toda a circunferência existem os mesmos pontos do vetor y . Na Figura 4.3, se considerar a geometria concêntrica, é possível mapear linhas de isovelocidades. Como ocorre no modelo concêntrico, Figura 5.9, cada linha de isovelocidade indica velocidade e direção diferentes do fluxo do fluido (região I, região II e região III, Figura 4.3). Quando mapeadas na geometria excêntrica, estas velocidades continuam apresentando as mesmas características. No entanto, com mesmas regiões de maior e menor comprimento.

Para o mapeamento das isovelocidades, utiliza a geometria concêntrica transformada

no plano complexo w , Figura 5.2 (b). De posse desta geometria, utiliza-se a transformação de Schwarz-Christoffel em (2.24), levando a geometria concêntrica em novo plano complexo t , Figura 5.10 (a). Neste novo plano, traça-se linhas equipotenciais (verticais) e de campo (horizontais), Figura 5.10 (b), no interior do retângulo representado pelas reta vertical vermelha (coluna de revestimento) e reta vertical preta (coluna de perfuração).

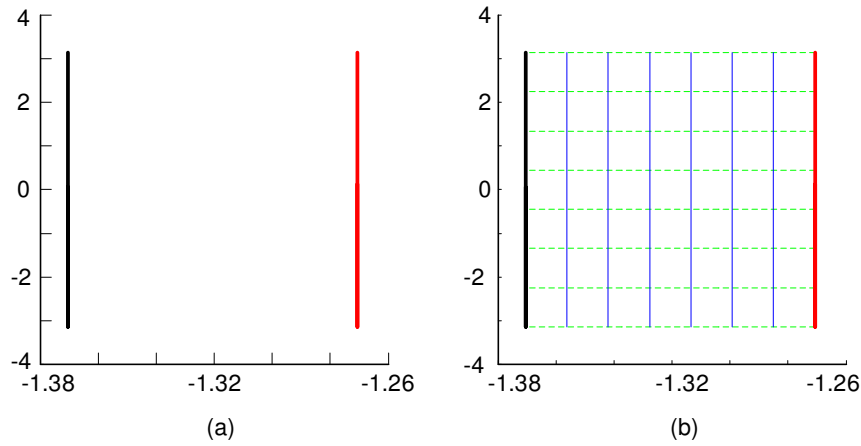


Figura 5.10 - Plano Complexo t , (a) Plano t de Retas Paralelas e (b) Linhas de Equipotencial e Campo Mapeadas no Plano Complexo t .

As linhas de equipotencial e campo traçadas no plano t , assim como as retas verticais paralelas podem ser levadas de volta para o plano w com a transformação inversa de Schwarz-Christoffel em (2.29). As Figura 5.11 (a) e Figura 5.11 (b) ilustram a transformação inversa de Schwarz-Christoffel e a transformação inversa da bilinear, onde as linhas de campo e equipotenciais são mapeadas nos plano w e plano z complexos.

A forma usual de calcular linhas de equipotenciais e campo em geometrias excêntricas, é através de cálculos numéricos, pelo método dos elementos finitos. A Figura 5.12 ilustra as malhas geradas por este método para quatro diferentes valores de excentricidade. A Figura 5.13 ilustra as linhas de equipotenciais geradas pelo método de elementos finitos. Porém este método é procedimento numérico que determina soluções aproximadas de problemas de valores sobre o contorno de equações diferenciais parciais, além de consumir maior processamento do que o cálculo das transformações conformes, que é analítico.

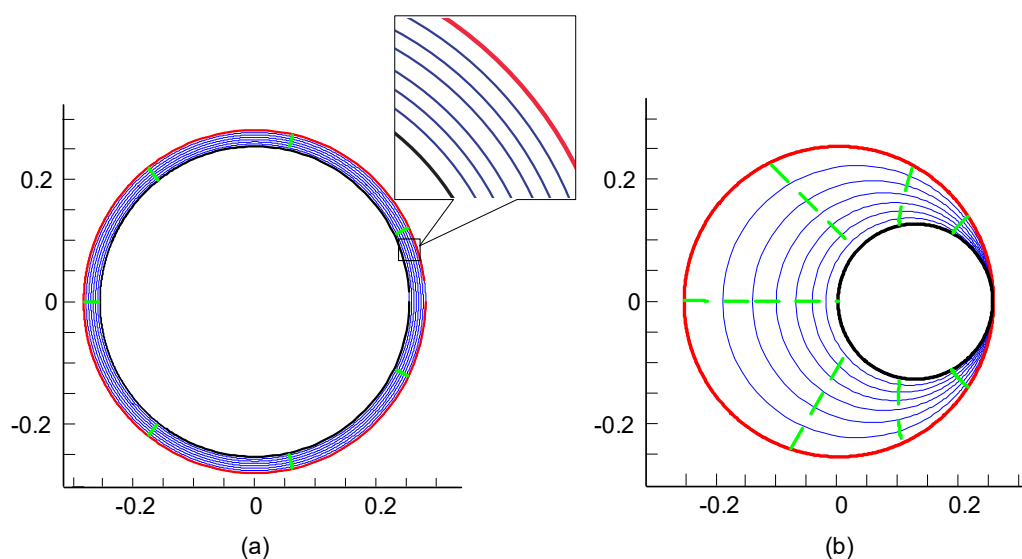
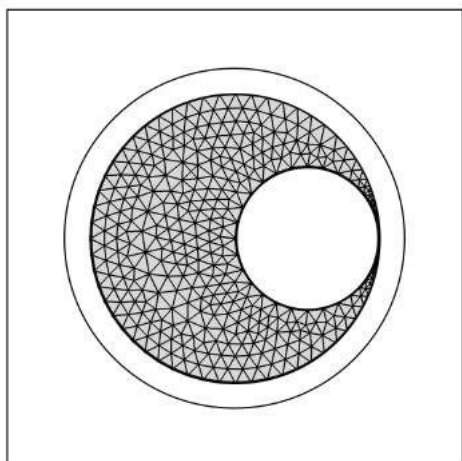


Figura 5.11 - Transformações inversas de Schwarz-Christoffel e Bilinear, (a) Plano w e (b) Plano z com as Linhas de Equipotencial e Campo.

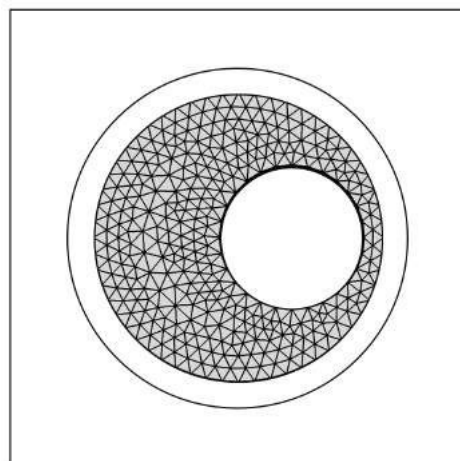
A metodologia proposta, por se tratar de método analítico, consome menor processamento que o método de elementos finitos. Utilizando a mesma máquina/computador, a metodologia proposta gasta um terço do tempo que o método dos elementos finitos.

5.3.1 Janela Operacional para Gradiente de Pressão

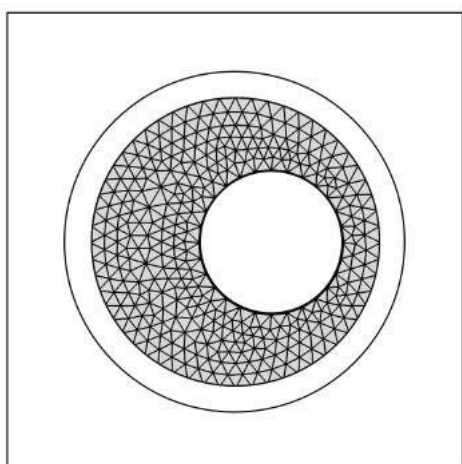
Para o monitoramento e previsão das pressões Surge e Swab, o valor do gradiente de pressão deve obedecer a janela operacional, que tem como limite inferior a pressão de poros e como limite superior a pressão de fratura da formação. Podem-se utilizar os valores das pressões Surge e Swab no processo de controle e utilizar a metodologia proposta para calcular a referência do controlador. O ideal para que a perfuração seja mais rápida, é que a referência seja a linha tracejada da Figura 5.14. No entanto, caso queira trabalhar com a referência linear, pode-se utilizar a linha média (azul), Figura 5.14. Utilizando a linha média pode-se garantir maior segurança aos operários de perfuração.



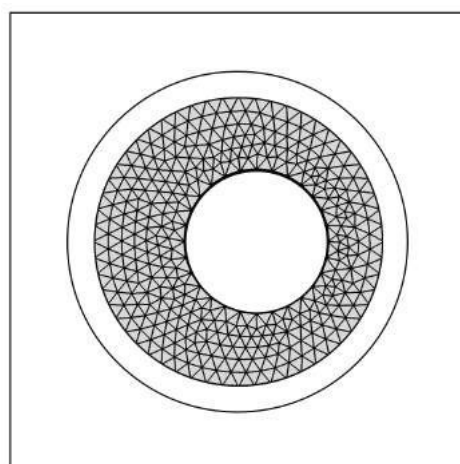
(a)



(b)

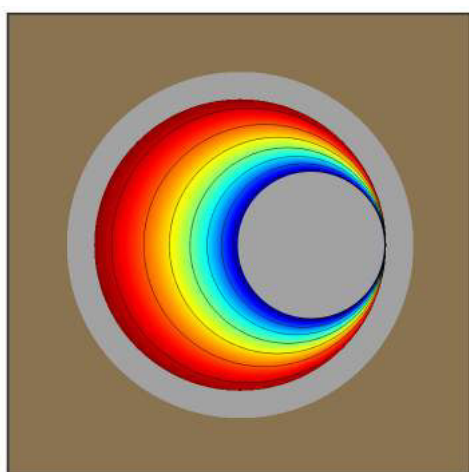


(c)

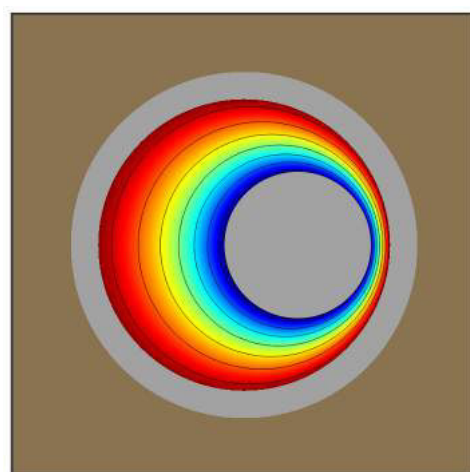


(d)

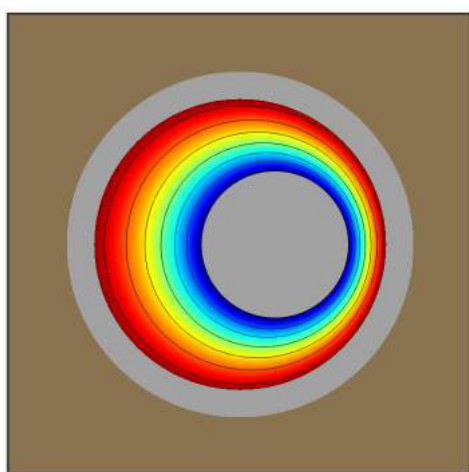
Figura 5.12 - Malhas (a) $\psi = 0,1257$; (b) $\psi = 0,093$; (c) $\psi = 0,062$ e (d) $\psi = 0,031$.



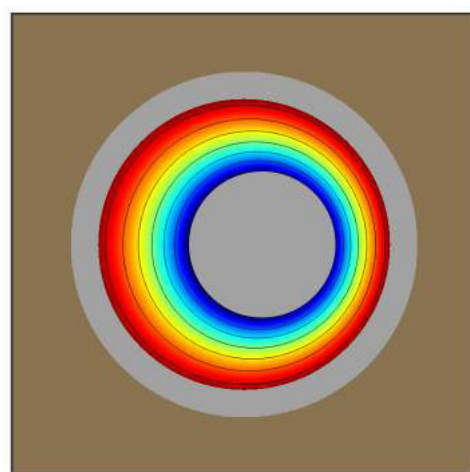
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 5.13 - Linhas de Isovelocidade (a) $\psi = 0,1257$; (b) $\psi = 0,093$; (c) $\psi = 0,062$ e (d) $\psi = 0,031$.

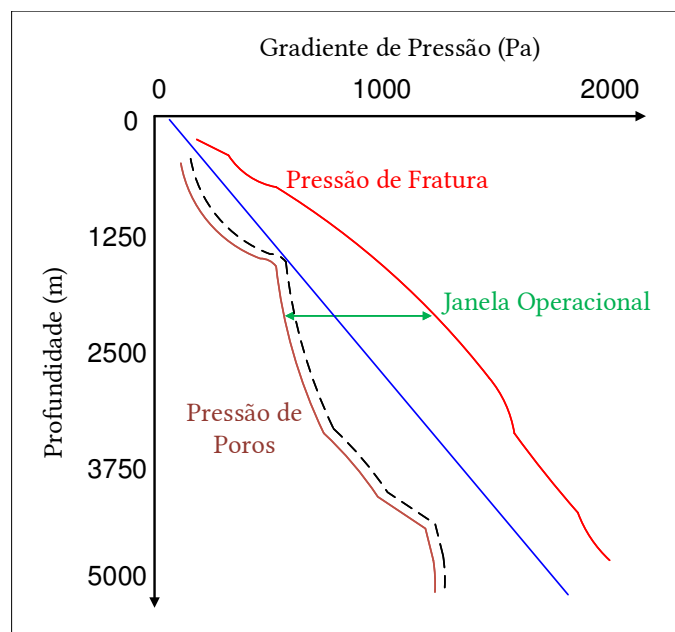


Figura 5.14 - Janela Operacional para os Valores de Gradiente de Pressão de Acordo com a Profundidade do Poço.

CAPÍTULO 6

CONCLUSÃO

É possível observar que a excentricidade produz incoerência entre o modelo adotado e o sistema real. Com a metodologia proposta pode-se calcular as pressões máximas e mínimas, relacionadas as excentricidades máximas e mínimas que alteram os valores de H na perfuração de poços. O fluxo depende da diferença de pressão de uma extremidade a outra, do comprimento da coluna de perfuração, dos raios do poço e da coluna. Em escoamentos turbulentos a velocidade da coluna de perfuração e do fluido hidrostático é de grande importância para o cálculo das variações de pressão no fundo do poço. A mudança de pressão aumenta exponencialmente com o aumento da velocidade da coluna de perfuração. O aumento da pressão também depende da profundidade do poço. Quanto mais profundo maior a quantidade de fluido, então maior a pressão. A variação da pressão também depende do espaço anular, a taxa de fluxo aumenta com o aumento da altura anular H . Para reduzir as mudanças de pressão é importante monitorar a velocidade e a excentricidade entre as colunas, assim como a quantidade de fluido hidrostático injetado para dentro do poço. O método proposto é capaz de calcular as geopressões Surge e Swab para fluidos não Newtonianos no fundo do poço, considerando a variação da excentricidade do mesmo.

6.1 Contribuições do Trabalho

Artigos publicados em anais de eventos internacionais:

- a) SILVA, U. F.; CALIXTO, W. P.; JÚNIOR, M. I. Q.; FURRIEL, G. P.; SILVA, A. H. F., ALVES, A. J. - Application of Conformal Mapping in the Calculation of Geological Pressures. Congreso IEEE CHILECON, 2015. Santiago, Chile.
- b) SILVA, U. F.; JÚNIOR, M. I. Q.; CALIXTO, W. P.; LEMOS, S.; FURRIEL, G. P.; SILVA, A. H. F. - Conformal Mapping Applied to the Estimate of Surge and Swab Geopressures. 16 th International Conference on Environment and Electrical Engineering (EEEIC), 2016. Florença, Itália.

Artigo publicado em anais de evento nacional:

- a) SILVA, U. F.; CALIXTO W. P.; SILVA A. H. F. - Uso das transformações

conformes no cálculo de pressões Surge e Swab. 12º Congresso de Pesquisa, Ensino e Extensão (CONPEEX), 2015. Goiânia, Brasil.

- b) SILVA, U. F.; CALIXTO W. P.; SILVA A. H. F. - Cálculo de Geopressões Utilizando Transformações de Domínio. 13º Congresso de Pesquisa, Ensino e Extensão (CONPEEX), 2016. Goiânia, Brasil.

Artigo aceito para publicação em Periódico Internacional:

- a) SILVA, U. F.; JÚNIOR, M. I. Q.; CALIXTO, W. P.; LEMOS, S.; FURRIEL, G. P.; SILVA, A. H. F. - Estimate of Geopressures using Conformal Mapping in Eccentric Wellbores. Transactions on Environment and Electrical Engineering (TEEE).

Patente e Registro de Software:

Patente e registro de software na fase de escrita para depósito.

6.2 Sugestões para Trabalhos Futuros

- a) Realizar o cálculo de geopressões utilizando protótipos em laboratório;
- b) Aplicar as transformações conformes em outras áreas do conhecimento, onde haja necessidade de calcular grandezas em geometrias que dificultam os cálculos;
- c) Propor controlador na produção do poço utilizando como referência as pressões Surge e Swab medidas através do método proposto. Nesta proposta pode-se utilizar o controlador de pressões e velocidades de manobra para segurança dos operários de perfuração.

APÊNDICE A

ASSENTAMENTO DE SAPATAS DO REVESTIMENTO

Na elaboração do projeto de poço, é fundamental a determinação da profundidade de assentamento da sapata do revestimento para cada etapa de perfuração do poço. Para escolha da profundidade das sapatas, deve-se considerar os aspectos geológicos, tais como gradiente de pressão de poros e de fratura, possível ocorrência de *kick*, problemas de estabilidade do poço, fluxos de água em profundidade rasa entre outros (ROCHA; AZEVEDO, 2009).

A.1 Sapatas do Revestimento

As sapatas do revestimento são ferramentas cortantes e cilíndricas que ficam acopladas na ponta da coluna de revestimento guiando a mesma durante a descida até a profundidade desejada. Além de ajudar na descida da coluna de revestimento, a sapata do revestimento protege a parte inferior do furo, ou seja, o fundo do poço. Existem sapatas produzidas de vários materiais, dependendo das necessidades do poço. Na maioria das vezes são utilizadas sapatas de widia (metal duro), em casos onde há a necessidade de quebrar algum pedaço do poço utilizando a sapata, ela pode ser diamantada, onde pequenos diamantes sintéticos ou naturais, são colocados (cravados) na extremidade inferior da sapata. As sapatas de revestimento podem ser arredondadas ou dentadas. As dentadas são utilizadas caso haja necessidade de descer rotacionando para facilitar a entrada da coluna de revestimento no furo (HALLIBURTON, 2011). A Figura A.1 (a) ilustra exemplo de sapata de revestimento arredondada e a Figura A.1 (b) ilustra exemplo de sapata de revestimento dentada.

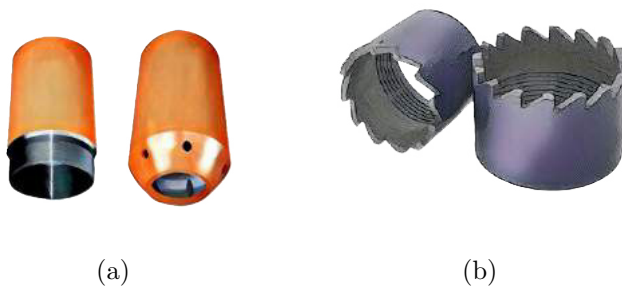


Figura A.1 - Sapatas de Revestimento, (a) Arredondada e (b) Dentada.

Após a colocação da coluna de revestimento e sapata, é realizada a cimentação. É injetado cimento, especial para perfuração de poços, no anular entre a coluna de revestimento e a parede do poço, de modo a fixar a tubulação e evitar possíveis migrações de fluidos. O cimento desce até o final da sapata tapando-a ([JUNIOR, 2013](#)). Quando a nova coluna de perfuração e broca descem dentro da coluna de revestimento, a sapata do revestimento é perfurada pela broca, juntamente com o cimento abaixo dela. Ao retirar a coluna de perfuração com a broca, a nova coluna de revestimento com nova sapata é descida até a próxima profundidade, este procedimento é realizado até a profundidade onde se encontra o petróleo. É comum usar a expressão profundidade de assentamento da sapata como sinônimo de profundidade de assentamento do revestimento.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BING, Z.; KAIJI, Z. **Dynamic Model Predicts Well Bore Surge and Swab Pressures**. Tulsa, Oklahoma: Oil and Gas Journal, 1996. [18](#)
- BING, Z.; KAIJI, Z.; GINGHUA, Z. **Theoretical Study of Steady-State Surge and Swab Pressure in Eccentric Annulus [J]**. China Petroleum Institute: Journal of Southwest, 1995. [18](#), [19](#)
- BURKHARDT, J. A. **Wellbore Pressure Surges Produced by Pipe Movement**. USA: Journal of Petroleum Technology, Society of Petroleum Engineers, 1961. [17](#)
- CAENN, R.; GRAY, G. R. **Fluidos de Perfuração e Completação; 6ª Edição**. Brasil: Elsevier, 2014. [40](#), [41](#), [42](#), [43](#)
- CALIXTO, W. P. **Aplicação do Mapeamento Conforme no Cálculo do fator de Carter**. Dissertação de Mestrado. Goiânia, Brasil: Universidade Federal de Goiás, 2008. [23](#), [24](#), [25](#), [32](#), [34](#), [53](#)
- CALIXTO, W. P.; ALVARENGA, B.; MOTA, J. C. da; BRITO, L. C.; WU, M.; ALVES, A. J.; NETO, L. M.; ANTUNES, C. F. R. **Electromagnetic Problems Solving by Conformal Mapping: A Mathematical Operator for Optimization**. Mathematical Problems in Engineering: Hindawi Publishing Corporation, 2011. [23](#), [53](#)
- CANNON, G. E. **Changes in Hydrostatic Pressure Due to Withdrawing Drill Pipe from the Hole, Drilling and Production Practice**. New York, USA: American Petroleum Institute, 1934. [17](#)
- CARDOSO, L. C. **Petróleo do Poço ao Posto**. Rio de Janeiro, Brasil: Qualitymark Editora Ltda, 2005. [16](#)
- CARVALHO, J. F. **Combustíveis Fósseis e Insustentabilidade**. São Paulo, Brasil: Sociedade Brasileira para o Progresso da Ciência, Ciência e Cultura, 2008. [15](#)
- CHIEZA, C. P. **Diagnósticos de Problemas Operacionais Durante a Perfuração de Poços de Petróleo**. Rio de Janeiro, Brasil: PUC Rio de Janeiro, 2011. [16](#)

CHURCHILL, R. V. **Complex Variables and Applications**. New York, USA: McGraw-Hill New York, 1996. [23](#)

CRESPO, F.; AHMED, R. **Experimental Study and Modeling of Surge and Swab Pressures for Yield-power-law Drilling Fluids**. Oklahoma: University of Oklahoma, 2011. [59](#)

_____. **A Simplified Surge and Swab Pressure Model for Yield Power Law Fluids**. Journal of Petroleum Science and Engineering, USA: Elsevier, 2013. [19](#), [51](#), [54](#)

DIAS, J. L. M.; QUAGLINO, M. A. **A Questão do Petróleo no Brasil: uma História da Petrobrás**. CPDOC, Rio de Janeiro: Petrobras, 1993. [16](#)

ESCUDIER, M. P.; OLIVEIRA, P.; PINHO, F. T. **Fully developed laminar flow of purely viscous non-Newtonian liquids through annuli, including the effects of eccentricity and inner-cylinder rotation**. USA: International Journal of Heat and Fluid Flow, 2002. [19](#)

FONTENOT, J. E.; CLARK, R. K. **An Improved Method for Calculating Swab and Surge Pressures and Circulating Pressures in a Drilling Well**. USA: Society of Petroleum Engineers, 1974. [18](#)

GANDELMAN, R. A. **Predição da ROP e Otimização em Tempo Real de Parâmetros Operacionais na Perfuração de Poços de Petróleo Offshore**. Rio de Janeiro, Brasil: Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2012. [16](#)

GASPAR, J. A. **Cartas e Projecções Cartográficas**. Lisboa, Portugal: Lidel, 2000. [21](#)

GJERSTAD, K.; TIME, R. W.; BJØRKEVOLL, K. S. **Simplified Explicit Flow Equations for Bingham Plastics in Couette–Poiseuille Flow–For Dynamic Surge and Swab Modeling**. Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics: Elsevier, 2012. [18](#)

GOINS, J.; WEICHERT, J. P.; BURBA, J. L.; DAWSON, D. D.; TEPLITZ, A. J. **Down-the-Hole Pressure Surges and Their Effect on Loss of Circulation**. USA: American Petroleum Institute, 1951. [17](#)

HALLIBURTON, E. **Guide and Casing Shoes**. Noruega: Halliburton, 2011. [79](#)

HUBERT, L. F.; CLARK, G. B. **The Hurricane Surge**. USA: US Weather Bur, 1955. [17](#)

ISE, J. **The United States Oil Policy**. Oxford University: Yale University Press: H. Milford, 1926. [15](#)

JOHNSON, T. **Conformal Mapping in Wing Aerodynamics**. University of Washington: Departament of Mathematics, 2013. [38](#)

JUNIOR, M. Q. **Avaliação da adição de Nanosílica e silicato de sódio em pastas de cimento para poços de petróleo com baixo gradiente de fratura**. Natal, RN: Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2013. [80](#)

KARLSEN, A. G. **Surge and Swab Pressure Calculation: Calculation of Surge and Swab Pressure Changes in Laminar and Turbulent Flow While Circulating Mud and Pumping**. Noruega: Institutt for Petroleumsteknologi Og Anvendt Geofysikk, 2014. [16](#), [18](#)

KLIEWER, D. **Análise de perfis aerodinâmicos Joukowski**. Universidade Federal de Mato Grosso do Sul: Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, 2013. [38](#)

KOBER, H. **Dictionary of Conformal Representations**. New York, USA: Dover New York, 1957. [31](#), [52](#)

KYTHER, P. K. **Computational Conformal Mapping**. University of New Orleans: Springer Science & Business Media, 2012. [22](#), [23](#)

MACHADO, J. C. V. **Reologia e Escoamento de Fluidos - Ênfase na Indústria de Petróleo; 2º Edição**. Rio de Janeiro, Brasil: Editora Interciência, 2002. [46](#), [49](#), [63](#)

MBEE, O. N. **Prediction of Surge and Swab Pressure Profile for Flow of Yield Power Law Drilling Fluid Model through Eccentric Annuli**. Dissertação de Mestrado. Abuja, Nigeria: African University of Science and Technology, 2013. [19](#)

MELROSE, J.; SAVINS, J.; FOSTER, W.; PARISH, E. et al. **A Practical Utilization of the Theory of Bingham Plastic Flow in Stationary Pipes and Annuli**. USA: Society of Petroleum Engineers, 1958. [17](#)

- MITCHELL, R. F. **Dynamic Surge/Swab Pressure Predictions**. USA: Society of Petroleum Engineers, SPE Drilling Engineering, 1988. [17](#), [18](#), [51](#)
- ORMSBY, G. S. **Calculation and Control of Mud Presures in Drilling and Completion Operations, Drilling and Production Practice**. New York, USA: American Petroleum Institute, 1954. [17](#)
- REUTERS, T. **Deepwater Horizon Marine Casualty Investigation Report**. Virginia, USA: Republic of the Marshall Islands Maritime Administrator, 2011. [43](#)
- RIBEIRO, P. R. **Engenharia de Perfuração**. São Paulo, Brasil: Unicamp. Faculdade de Engenharia Mecânica. Departamento de Engenharia de Petróleo, 2000. [16](#)
- ROCHA, L. A. S.; AZEVEDO, C. T. **Geopressões e Assentamento de Colunas de Revestimentos; 2º Edição**. Brasil: Interciência, 2009. [16](#), [39](#), [41](#), [42](#), [45](#), [79](#)
- RUBIANDINI, R. S. **New Formula of Surge Pressure for Determining Safe Trip Velocities**. Society of Petroleum Engineers, USA: SPE Asia Pacific Oil and Gas Conference and Exhibition, 2000. [18](#)
- SAMUEL, G. R.; SUNTHANKAR, A.; MCCOLPIN, G.; BERN, P.; FLYNN, T. **Field Validation of Transient Swab-Surge Response with Real-Time Downhole Pressure Data**. USA: Society of Petroleum Engineers - SPE drilling & completion, 2003. [18](#)
- SILVA, U. F.; JÚNIOR, M. I. Q.; FURRIEL, G. P.; SILVA, A. H. F.; ALVES, A. J.; CALIXTO, W. P. **Application of Conformal Mapping in the Calculation of Geological Pressures**. Santiago, Chile: CHILECON, 2015. [16](#)
- SILVA, U. F.; SILVA, A. H. F.; CALIXTO, W. P. **Uso das Transformações Conformes no Cálculo de Pressões Surge e Swab**. Goiânia, Brasil: CONPEEX, 2015. [16](#)
- SNYDER, J. P. **Flattening the Earth: Two Thousand Years of Map Projections**. Chicado, USA: University of Chicago Press, 1997. [21](#)
- STILLWELL, J. **Mathematics and its History**. Australia: Australian Mathematical Society, 2002. [21](#), [22](#)

WAGNER, R. R.; HALAL, A. S.; GOODMAN, M. A. **Surge Field Tests Highlight Dynamic Fluid Response**. Society of Petroleum Engineers, USA: SPE/IADC Drilling Conference, 1993. [18](#)

WANG, Y.; CHUKWU, G. A. **Unsteady Axial Laminar Couette Flow of Power-Law Fluids in a Concentric Annulus**. ACS Publications, USA: Industrial & Engineering Chemistry Research, 1996. [18](#)

WHITE, F. M. **Mecânica dos Fluidos-6**. Rhode Island: AMGH Editora, 2010. [48](#)

WOLSKI, A.; JUNQUEIRA, S. L. M.; NEGRÃO, C. O. R. **A Steady-State Approach for Evaluation of Surge and Swab Pressures in Flows with Free Surface Boundary Conditions**. Journal of Petroleum Science and Engineering: Elsevier, 2014. [17](#)

YANG, L.; CHUKWU, G. A. **A Simplified Couette Flow Solution of Non-Newtonian Power-Law Fluids in Eccentric Annuli**. The Canadian Journal of Chemical Engineering, Canada: Wiley Online Library, 1995. [18](#), [19](#)

YERGIN, D. **O Petróleo: uma História Mundial de Conquistas, Poder e Dinheiro**. São Paulo, Brasil: São Paulo: Paz e Terra, 2010. [15](#)

ZHOU, L.; ZHOU, K. **Prediction of Formation and Downhole Pressures by Using Computer Intelligent Calculation and Analysis**. Society of Petroleum Engineers, USA: SPE/IADC Drilling Conference, 2001. [18](#)

