



---

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS**  
ESCOLA DE ENGENHARIA CIVIL  
CURSO DE MESTRADO EM ENGENHARIA CIVIL

**CONECTOR DE CISALHAMENTO EM PERFIL FORMADO A FRIO:  
ANÁLISE VIA MODELAGEM COMPUTACIONAL**

**Orientado: Eng. Paulo Henrique Menezes Silva.**

**Orientador: Prof. Dr. Daniel de Lima Araújo.**

**GOIÂNIA**  
**2006**

**PAULO HENRIQUE MENEZES SILVA**

**CONECTOR DE CISALHAMENTO EM PERFIL FORMADO A FRIO:  
ANÁLISE VIA MODELAGEM COMPUTACIONAL**

Dissertação apresentada ao Programa de pós-graduação *Strictu Sensu* em Engenharia Civil da Universidade Federal de Goiás para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

**Área de concentração:** Estruturas e materiais de construção.

**Orientador:** Prof. Dr. Daniel de Lima Araújo.

Goiânia  
2006

**Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)**  
**(GPT/BC/UFG)**

Silva, Paulo Henrique Menezes.  
S586c Conector de cisalhamento em perfil formado a frio: análise via modelagem computacional / Paulo Henrique Menezes Silva. – Goiânia, 2006.  
183 f. : il., color., qds., figs., tabs.

Orientador: Daniel de Lima Araújo.

Dissertação (Mestrado) -Universidade Federal de Goiás, Escola de Engenharia Civil, 2006.

Bibliografia : f.168-172.  
Inclui listas de figuras, quadros, tabelas, abreviaturas e de símbolos.  
Apêndice.

1. Construção mista 2. Cisalhamento 3. Método dos elementos finitos 4. Construção de concreto pré-moldado 5. Lajes de concreto I. Araújo, Daniel de Lima II. Universidade Federal de Goiás, Escola de Engenharia Civil III. Título.

CDU : 624.014.7

**Referência Bibliográfica**

SILVA, Paulo Henrique Menezes. *Conector de cisalhamento em perfil formado a frio: Análise via modelagem computacional*. 2006. 183 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Escola de Engenharia Civil, Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2006.

**Cessão de Direitos**

**Nome do Autor: Paulo Henrique Menezes Silva**

**Título da dissertação: Conector de cisalhamento em perfil formado a frio: Análise via modelagem computacional. Grau/Ano: Mestre/2006.**

**É concedida à Universidade Federal de Goiás permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.**

---

**Paulo Henrique Menezes Silva**  
**Rua Aluísio Crispim, Edifício Mônica Ap.1002 – Centro**  
**CEP: 75020-160 – Anápolis/GO – Brasil**

***PAULO HENRIQUE MENEZES SILVA***

**CONECTOR DE CISALHAMENTO EM PERFIL FORMADO A FRIO:  
ANÁLISE VIA MODELAGEM COMPUTACIONAL**

**Dissertação defendida no Programa de pós-graduação *Strictu Sensu* da Escola de Engenharia Civil da Universidade Federal de Goiás, para a obtenção do grau de Mestre, e aprovada em 14 de setembro de 2006, pela Banca Examinadora constituída pelos seguintes professores:**

---

Prof. Daniel de Lima Araújo, Dr. (EEC/UFG)  
(ORIENTADOR)

---

Prof<sup>a</sup>. Sylvia Regina Mesquita de Almeida, Dr<sup>a</sup>. (EEC/UFG)  
(EXAMINADOR INTERNO)

---

Prof. Jorge Munaiar Neto, Dr. (EESC/USP)  
(EXAMINADOR EXTERNO)

Aos meus pais, Helio Pereira da silva  
e Magda Menezes Silva.

À minha irmã, Adriane Menezes Silva

## **MEUS AGRADECIMENTOS**

À Deus pela saúde, pela capacidade, paciência e principalmente pela determinação para enfrentar esse grande desafio na minha vida.

Aos meus pais pelo grande apoio e incentivo que sempre me deram durante toda a vida, sem eles não teria conseguido alcançar a titulação de Mestre em Engenharia Civil. E a minha irmã querida Adriane.

Ao meu orientador Prof. Daniel de Lima Araújo que foi fundamental para o desenvolvimento deste trabalho que, com todo seu conhecimento, conseguiu de forma clara e objetiva esclarecer minhas dúvidas além de facilitar a compreensão de algumas “particularidades” do programa ANSYS, que confesso, me tiraram muitas vezes do sério. Obrigado pela atenção dispensada, principalmente durante os finais de semana, férias e feriados.

Aos demais professores do CMEC-UFG, especialmente ao Prof. Ademir, Prof.(a) Sylvia e Prof. Zenon pela formação e pela colaboração para o meu aprendizado.

A minha querida e amada Stefania que sempre me incentivou e motivou nos momentos difíceis, obrigado pela compreensão.

Aos amigos que fizeram parte da turma de mestrado 2004: Alberto, Cíntia, Carlos, Érika, Fernanda, Francesca, Lílian, Luiz, Lúcius, Marcel, Mohamad, Rúbia, Valeria, Robson, e Rodrigo pelo apoio e ajuda durante o período das disciplinas.

Em especial ao amigo Luciano Caetano do Carmo pela paciência, amizade e ajuda indispensável durante o desenvolvimento dessa dissertação e pelos momentos de descontração.

A todos que, direta e indiretamente, colaboraram para a realização deste trabalho.

Ao CNPq – Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico,  
pela concessão de bolsa de estudo.

PAULO HENRIQUE MENEZES SILVA

SETEMBRO 2006

*“As grandes descobertas resultam, na maioria dos casos, da necessidade de resolver um problema prático. Frequentemente as pessoas recusam analisar com profundidade a questão, perdendo o estímulo ao surgirem os primeiros embaraços. Quando alguém entretanto, decide levar a sério a questão e a meditar profundamente sobre o problema novo, surgem com frequência resultados inéditos.”*

**Fernando Luiz Barbosa Lobo Carneiro**

## RESUMO

---

Denomina-se sistema misto aço-concreto aquele no qual um perfil de aço (laminado, dobrado ou soldado) trabalha em conjunto com uma laje de concreto, formando uma viga mista. A interação entre o concreto e o perfil de aço pode se dar por meios mecânicos, por atrito, ou, em alguns casos, por simples aderência. Uma das vantagens da utilização de vigas mistas em sistemas de pisos é o acréscimo de resistência e de rigidez propiciados pela associação dos elementos de aço e de concreto, o que possibilita a redução da altura dos elementos estruturais, implicando em economia de material. O presente trabalho tem por finalidade apresentar uma visão geral do comportamento estrutural das vigas mistas aço-concreto e proceder a um estudo mais detalhado do comportamento da ligação com conectores de cisalhamento tipo U em perfil formado a frio. É realizada a modelagem computacional do ensaio de cisalhamento direto (*push-out test*) com o intuito de determinar os fatores que mais influenciam na resistência e rigidez da ligação. A modelagem computacional consiste na elaboração de um modelo numérico tridimensional para simular o ensaio de cisalhamento direto, do qual se obtém a curva força-deslocamento, a força última e as deformações e tensões ao longo do conector. Os resultados numéricos são confrontados com valores experimentais obtidos de ensaios realizados em laboratório para validação dos mesmos. Para a realização da modelagem computacional, foi utilizado o programa comercial ANSYS® 6.1, elaborado com base no Método dos Elementos Finitos, cujas ferramentas disponibilizadas permitem análises em regime de não-linearidade física e geométrica. Os modelos computacionais apresentam como variáveis de interesse a espessura e a altura do conector tipo perfil U formado a frio e a resistência do concreto utilizado na confecção das lajes treliçadas. Os resultados obtidos mostram que a espessura do conector é a variável que mais influencia a resistência da ligação, porém a altura do conector também tem influência na resistência e, principalmente, na rigidez da ligação.

**Palavras-chave:** conector de cisalhamento, viga mista aço-concreto, análise computacional, não-linearidade física.

## ABSTRACT

---

In a composite system, a steel beam (laminated, welded or cold formed) is associated with a concrete slab, forming a composite beam. The interaction between concrete and steel can be mechanical, by friction or, in some cases, only by adherence. One of the major advantages of the composite beams is the increase in strength and stiffness due to association of steel and concrete that makes possible the reduction of the height of the structural elements, implicating in material economy. The present research has the purpose to present a general vision of the structural behavior of the composite steel-concrete beams and to proceed to a more detailed study of the behavior of the shear connectors made from cold formed steel. A modeling study of the push-out test is accomplished with the intention to find the factors that influences the resistance and rigidity of the connection. The numerical study consists in the elaboration of a three-dimensional numerical model to simulate the push-out test from which is obtained the force-displacement curve, ultimate load, deformations and tensions along the connector. The numeric results are compared with obtained experimental values of rehearsals accomplished at laboratory for validation of the same ones. For the accomplishment of the numeric modeling the computational program ANSYS<sup>®</sup> 6.1 was used, which uses non-linear material and geometric Finite Element Method models. The numeric models present as variables of interest the thickness, the height of the shear connectors made of cold formed steel and the resistance of the concrete used in the premolded slab with reinforced concrete lattice joist. Results showed that the thickness of the connector is the most important variable in the connection strength, however the height of the connector also has influence in the resistance and, mainly, in the rigidity of the connection.

**Keywords:** shear connector, composite steel-concrete beam, numerical analysis, physical non linearity.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Flambagem local e por distorção na flexão.....	34
Figura 2.2 – Flambagem por distorção da seção transversal (ABNT, 2001). .....	35
Figura 2.3 – Efeito do trabalho a frio na resistência mecânica do aço (MALITE, 1993). .....	36
Figura 2.4 – Aumento da resistência ao escoamento e da resistência à ruptura num perfil formado a frio por perfiladeira (BELTRÃO, 2003). .....	36
Figura 2.5 – Aumento da resistência ao escoamento e da resistência à ruptura num perfil formado a frio por perfiladeira (BELTRÃO, 2003). .....	37
Figura 2.6 – Gráfico tensão <i>versus</i> deformação após a conformação a frio mostrando os efeitos do encruamento e do envelhecimento (DAVID, 2003). .....	38
Figura 2.7 – Diagramas de deformação e de tensões em uma seção transversal tipo caixa considerando a reserva de resistência inelástica (ALVES, 2002). .....	41
Figura 2.8 – Vista frontal de alguns tipos de conectores de cisalhamento. ....	42
Figura 2.9 – Curva força <i>versus</i> deslizamento para conectores de cisalhamento. ....	43
Figura 2.10 – Transferência de forças de cisalhamento longitudinal em conector tipo pino com cabeça (OEHLERS <i>et al</i> , 1992). ....	44
Figura 2.11 – Viga mista de aço e concreto bi-apoiada sujeita à flexão (QUEIROZ <i>et al</i> , 2001) .....	45
Figura 2.12 – Compatibilidade de deslocamentos longitudinal (OEHLERS <i>et al</i> , 1997). ....	48
Figura 2.13 – Interação aço-concreto no comportamento de vigas mistas. ....	49
Figura 2.14 – Equilíbrio longitudinal de forças na seção transversal de uma viga mista (OEHLERS <i>et al</i> , 1997). .....	51
Figura 2.15 – Análise rígida plástica (OEHLERS E SVED, 1995). .....	52
Figura 2.16 – Momento fletor resistente em função do grau de conexão, (MALITE, 1993) ...	54
Figura 2.17 – Distribuição das tensões longitudinais na laje considerando o efeito “ <i>Shear Lag</i> ”. .....	55
Figura 2.18 – Tipos de fissuração na laje devida à força concentrada (OEHLERS, 1989). ....	58

Figura 2.19 – Modelo de ensaio de cisalhamento direto adotado pelo EUROCODE 4 (2001). .....	59
Figura 2.20 – Esquema geral dos ensaios de cisalhamento direto realizados por Malite (1993). .....	63
Figura 2.21 – Foto com detalhe da armadura da laje nervurada (a) e de um modelo de cisalhamento direto após a concretagem das lajes (b) (DAVID, 2003). ....	66
Figura 2.22 – Dimensões da laje do ensaio de cisalhamento direto (DAVID, 2003) .....	66
Figura 2.23 – Posição dos extensômetros nos modelos MOD01 a MOD04 (DAVID, 2003)...	67
Figura 2.24 – Posição dos extensômetros nos modelos MOD05 a MOD08 (DAVID, 2003)...	68
Figura 2.25 – Gráfico força <i>versus</i> deslizamento para conectores de 75 mm de altura (DAVID, 2003).....	68
Figura 2.26 – Gráfico força <i>versus</i> deslizamento para conectores de 100 mm de altura (DAVID 2003).....	69
Figura 2.27 – Resultados experimentais para conectores tipo U formado a frio, (DAVID <i>et al</i> , 2005).....	71
Figura 2.28 – Discretização do ensaio de push out (KALFAS <i>et al.</i> , 1997).....	76
Figura 2.29 – Comparação dos resultados experimentais e da análise FEM (KALFAS <i>et al.</i> , 1997).....	77
Figura 2.30 – Conector tipo “perfobond”, (VERÍSSIMO <i>et al</i> , 2006).....	77
Figura 2.31 – Modelo do ensaio de cisalhamento direto em conector tipo perfobond (OGUEJIOFOR, 1997).....	78
Figura 2.32 – Modelo numérico com conector tipo pino com cabeça (TRISTÃO 2002).....	80
Figura 2.33 – Modelo numérico com conector em perfil U formado a frio (TRISTÃO, 2002). .....	80
Figura 2.34 – Relação força <i>versus</i> deslizamento para os modelos PHS-1e PHU-EI (TRISTÃO, 2002).....	81
Figura 3.1 – Elemento de concreto armado 3-D SOLID65 (ANSYS® Release 6.1, 2000).....	84
Figura 3.2 – Perfil da Superfície de Ruptura de Willam-Warnke utilizando pelo programa ANSYS® (ANSYS® Release 6.1, 2000).....	85
Figura 3.3 – Elemento 3-D SOLID45 (ANSYS® Release 6.1, 2000).....	86
Figura 3.4 – Elemento SHELL181 (ANSYS® Release 6.1, 2000).....	87

Figura 3.5 – Elemento de barra 3-D LINK8 (ANSYS® Release 6.1, 2000).	88
Figura 3.6 – Elemento COMBIN40 (ANSYS® Release 6.1, 2000).	88
Figura 3.7 – Elemento de Superfície TARGE170 (ANSYS® Release 6.1, 2000).	89
Figura 3.8 – Elemento CONTA174 (ANSYS® Release 6.1, 2000).	89
Figura 3.9 – Elemento CONTA175 (ANSYS® Release 6.1, 2000).	89
Figura 3.10 – Relação multi-linear para o diagrama tensão-deformação uniaxial.	92
Figura 3.11 – Detalhe da deformada com os nós da alma do conector ligados ao perfil caixa e vinculados à laje.	95
Figura 3.12 – Detalhe da deformada com os nós da alma do conector ligados ao perfil caixa e desvinculados da laje.	95
Figura 3.13 – Influência da vinculação do conector com a laje na rigidez da ligação.	96
Figura 3.14 – Malhas de elementos finitos para conectores de 75 mm de altura.	97
Figura 3.15 – Influência da malha na rigidez da ligação.	97
Figura 3.16 – Grupos de elementos finitos utilizados na modelagem computacional.	99
Figura 3.17 – Ligação Shell-Solid (Shell virtual).	100
Figura 3.18 – Associação Shell-Solid com opção constraint Shell-Shell (ANSYS Release 6.1, 2000).	101
Figura 3.19 – Condições de contorno, modelos com conector de 75 mm.	102
Figura 3.20 – Modelo de elementos finitos para o ensaio de cisalhamento direto e aplicação da solicitação.	103
Figura 3.21 – Gráfico força <i>versus</i> deslizamento para o modelo Mod.01.	104
Figura 3.22 – Gráfico força <i>versus</i> deformação específica do conector no modelo Mod.01.	106
Figura 3.23 – Concentração de tensão típica (kN/m <sup>2</sup> ) junto à solda nos modelos de 75 mm.	108
Figura 3.24 – Gráfico força <i>versus</i> deslizamento para o modelo Mod.02.	110
Figura 3.25 – Gráfico força <i>versus</i> deformação específica para o modelo Mod.02.	111
Figura 3.26 – Tensão ao longo do conector para o modelo Mod.02.	111
Figura 3.27 – Gráfico força <i>versus</i> deslizamento para o modelo Mod.03.	112
Figura 3.28 – Gráfico força <i>versus</i> deformação específica para o modelo Mod.03.	113
Figura 3.29 – Tensão ao longo do conector para o modelo Mod.03.	114
Figura 3.30 – Gráfico força <i>versus</i> deslizamento para o modelo Mod.04.	115
Figura 3.31 – Gráfico força <i>versus</i> deformação específica para o modelo Mod.04.	116

Figura 3.32 – Tensão ao longo do conector para o modelo Mod.04.....	116
Figura 3.33 – Rotação da laje de concreto e detalhe da restrição na laje (conectores de 100 mm).....	118
Figura 3.34 – Gráfico força <i>versus</i> deslizamento para o modelo Mod.05.....	119
Figura 3.35 – Forma de ruptura dos modelos com conector de 100 mm de altura e espessura de 2,00 mm. ....	119
Figura 3.36 – Gráfico força <i>versus</i> deformação específica para o modelo Mod.05.....	120
Figura 3.37 – Comparação da deformação específica do elemento finito próximo à solda entre os modelos Mod.01 e Mod.05. ....	121
Figura 3.38 – Tensão ao longo do conector para o modelo Mod.05.....	121
Figura 3.39 – Concentração de tensão típica (kN/m <sup>2</sup> ) junto à solda nos modelos de 100 mm. .....	122
Figura 3.40 – Gráfico força <i>versus</i> deslizamento para o modelo Mod.06.....	123
Figura 3.41 – Gráfico força <i>versus</i> deformação específica para o modelo Mod.06.....	124
Figura 3.42 – Tensão ao longo do conector para o modelo Mod.06.....	124
Figura 3.43 – Gráfico força <i>versus</i> deslizamento para o modelo Mod.07.....	125
Figura 3.44 – Gráfico força <i>versus</i> deformação específica para o modelo Mod.07.....	126
Figura 3.45 – Tensão ao longo do conector para o modelo Mod.07.....	126
Figura 3.46 – Gráfico força <i>versus</i> deslizamento para o modelo Mod.08.....	127
Figura 3.47 – Concentração de tensão de tração abaixo do conector no Mod08. ....	128
Figura 3.48 – Gráfico força <i>versus</i> deformação específica para o modelo Mod.08.....	129
Figura 3.49 – Tensão ao longo do conector para o modelo Mod.08.....	129
Figura 3.50 – Gráfico força <i>versus</i> deslizamento com conectores de 2,00 mm de espessura.	130
Figura 3.51 – Gráfico força <i>versus</i> deslizamento com conectores de 3,75 mm de espessura.	131
Figura 3.52 – Comparação entre os modelos numéricos com e sem armadura longitudinal. .	132
Figura 3.53 – Tensão na armadura longitudinal para o modelo Mod01 (kN/m <sup>2</sup> ).....	133
Figura 3.54 – Tensão na armadura longitudinal para o modelo Mod05 (kN/m <sup>2</sup> ).....	133
Figura 3.55 – Tensão na armadura longitudinal para o modelo Mod02 (kN/m <sup>2</sup> ).....	134
Figura 3.56 – Tensão na armadura longitudinal para o modelo Mod06 (kN/m <sup>2</sup> ).....	135
Figura 4.1 – Determinação do valor de FSLIDE a partir do gráfico de força <i>versus</i> deslizamento. ....	140



Figura A.6 – Comparação, no plano  $\sigma_1 - \sigma_2$ , entre os cones de Drucker-Prager inscritos e circunscritos à pirâmide de Mohr Coulomb (Proença, 1989)..... 183

## **LISTA DE QUADROS**

Quadro 2.1 – Ensaio de cisalhamento direto realizados em David (2003).....	65
Quadro 4.1 – Características dos modelos da análise paramétrica.....	137

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Capacidade nominal dos conectores U laminado segundo a BS 5400 (1979) .....	75
Tabela 3.1 – Propriedades mecânicas e parâmetros dos modelos não-lineares utilizados na representação da laje de concreto. ....	92
Tabela 3.2 – Propriedades do aço dos conectores empregados nas modelagens (DAVID, 2003). ....	93
Tabela 3.3 – Força última numérica e experimental para os modelos com conector de 75 mm de altura .....	117
Tabela 3.4 – Força última numérica e experimental para os modelos com conector de 100 mm de altura .....	130
Tabela 4.1 – Propriedades mecânicas e parâmetros dos modelos não-lineares do concreto... ..	138
Tabela 4.2 – Características dos modelos de cisalhamento direto, David <i>et al.</i> (2005). ....	141
Tabela 4.3 – Deslocamentos últimos de conectores U formado a frio. ....	146
Tabela 4.4 – Resistência numérica e teórica dos ensaios de cisalhamento direto .....	147

## LISTA DE ABREVIATURAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas;
AISI	American Iron and Steel Institute;
CNPq	Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico;
CEB	Comité Euro-Internacional du Béton;
CMEC	Curso de Mestrado em Engenharia Civil;
EEC	Escola de Engenharia Civil;
EUROCODE	European Standard;
EPS	Poliestireno Expandido;
FEM	Método dos elementos finitos;
FSLIDE	Força limite de deslizamento;
GAP	Comprimento;
L.N.	Linha Neutra;
NBR	Norma Brasileira;
UFG	Universidade Federal de Goiás;
<i>rebar</i>	Reinforcing bar;

## LISTA DE SÍMBOLOS

- **Letras romanas minúsculas**

$b$	Largura da chapa; Largura do elemento;
$b_{ef}$	Largura efetiva da laje;
$c$	Coesão;
$d$	Altura da seção;
$d_e$	Altura do enrijecedor;
$e$	Espessura do conector;
$f_c$	Resistência à compressão da laje de concreto;
$f'_c$	Tensão de compressão máxima no concreto;
$f_{ck}$	Resistência característica à compressão do concreto;
$f_{ct,m}$	Resistência média a tração do concreto;
$f_{ct,sup}$	Resistência do concreto a tração indireta;
$f_{cm}$	Resistência média à compressão do concreto;
$f_{ct}$	Resistência à tração uniaxial;
$f_u$	Resistência à tração do aço a tração;
$f_y$	Resistência ao escoamento do aço;
$f_{yc}$	Resistência ao escoamento do aço na região das dobras do perfil;
$g$	Grau de conexão;
$h$	Altura do conector;
$h_a$	Altura efetiva do conector;
$h_c$	Altura da laje de concreto;
$h_s$	Altura do perfil metálico;

$h_f$	Distância da interface entre a mesa do perfil e laje de concreto a força normal excêntrica;
$h_{na}$	Distância entre as das linhas neutras formadas em uma seção com interação parcial;
$k$	Coefficiente de flambagem de chapa;
$m$	Parâmetro empregado no calculo da resistência ao escoamento da região das dobras $f_{yc}$ ;
$q_{rd}$	Resistência nominal do conector;
$q_n$	Resistência de um conector em perfil U formado a frio;
$r$	Invariante;
$r_i$	Raio interno de dobramento;
$s$	Deslizamento relativo entre a laje e o perfil metálico;
$t$	Espessura do elemento; Espessura do conector;
$t_f$	Espessura da mesa do conector;
$t_w$	Espessura da alma do conector;
$y_c$	Distância do centro de gravidade da parte comprimida da seção da viga de aço até face superior desta viga;
$y_{cp}$	Distância da fibra mais tracionada ou comprimida à primeira fibra plastificada;
$y_p$	Distância da linha neutra a primeira fibra plastificada da seção;
$y_t$	Distância do centro de gravidade da parte tracionada da seção da viga de aço até face superior desta viga;

- **Letras romana maiúsculas**

A	Constante de ajuste da curva;
---	-------------------------------

$A_c$	Área da seção transversal da laje de concreto;
$A_c$	Área da seção transversal do perfil metálico;
$B$	Constante de ajuste da curva;
$B_c$	Parâmetro empregado no calculo da resistência ao escoamento da região das dobras $f_{yc}$ ;
$C$	Comprimento da laje nervurada; Coeficiente de amortecimento;
$C_y$	Fator de deformação à compressão;
$E$	Módulo de elasticidade longitudinal no material;
$E_a$	Módulo de elasticidade longitudinal do material do conector;
$E_c$	Módulo de elasticidade longitudinal do concreto;
$E_m$	Módulo de elasticidade longitudinal tangente do aço do conector;
$E_s$	Módulo de elasticidade longitudinal do aço;
$E_{sc}$	Módulo de elasticidade secante do concreto;
$F_U$	Força última;
$H$	Altura do conector;
$I_a$	Momento de inércia da seção da viga de aço isolada;
$I_{ef}$	Momento de inércia efetivo;
$I_{tr}$	Momento de inércia d seção mista homogeneizada;
$K_1$	Constante da mola;
$K_2$	Constante da mola;
$[K_c]$	Lei constitutiva do concreto;
$L$	Largura da laje nervurada; Comprimento do conector;
$L_c$	Comprimento do conector;
$L_{cs}$	Comprimento do perfil U laminado;
$L_o$	Distância entre seções de momento nulo;

$L_{sp}$	Comprimento do vão;
$M$	Massa;
$M_{pl}$	Momento resistente de plastificação parcial da uma seção tipo caixão;
$M_{sh}$	Momento na base do conector;
$M_u$	Momento fletor último;
$M_p$	Momento fletor de plastificação total da seção;
$P$	Carga concentrada;
$P_c$	Máxima força de compressão na laje;
$P_s$	Máxima força de tração na seção do perfil metálico;
$P_u$	Resistência última do conector;
$P_{sh}$	Resistência nominal do conector tipo pino com cabeça;
$Q_n$	Somatório das resistências individuais dos conectores;
$S_{ult}$	Deslocamento último do conector;
$V_{sh}$	Força de cisalhamento na base do conector ou força normal excêntrica;
$V_h$	Resultante do fluxo de cisalhamento na interface;
$X_1$	Reação de apoio;
$X_2$	Reação de apoio;

- **Letras gregas minúsculas**

$\delta_{uk}$	Deslizamento relativo último convencional;
$\varepsilon$	Deformação;
$\varepsilon_0$	Deformação correspondente à tensão de compressão máxima no concreto;
$\varepsilon_c$	Deformação no concreto;
$\varepsilon_{y,enc}$	Deformação no início do encruamento do aço do conector;

$\varepsilon_{y,esc}$	Deformação no início do escoamento do aço do conector;
$\varepsilon_{y,max}$	Deformação de ruptura do aço do conector;
$\varepsilon_s$	Deformação no aço;
$\varepsilon_{cu}$	Limite de máxima deformação a compressão;
$\varepsilon_{tu}$	Limite de máxima deformação a tração;
$\varepsilon_y$	Deformação de escoamento;
$\phi$	Ângulo de atrito interno;
$\gamma_c$	Peso específico do concreto;
$\gamma_{cs}$	Coefficiente de ponderação de resistência do conector;
$\lambda_p$	Esbeltez relativa da placa no estado limite último;
$\nu$	Coefficiente de Poisson;
$\sigma$	Tensão normal de compressão;
$\sigma_{max}$	Tensão crítica máxima;
$\sigma_y$	Tensão de escoamento do aço;
$\xi$	Invariante;

- **Letras gregas maiúsculas**

$\beta_t$	Coefficiente de transferência de esforços pelo plano da fissura aberta;
$\beta_c$	Coefficiente de transferência de esforços pelo plano da fissura fechada;

## SUMÁRIO

<b>RESUMO.....</b>	<b>7</b>
<b>ABSTRACT .....</b>	<b>8</b>
<b>LISTA DE FIGURAS.....</b>	<b>9</b>
<b>LISTA DE QUADROS.....</b>	<b>15</b>
<b>LISTA DE TABELAS.....</b>	<b>16</b>
<b>LISTA DE ABREVIATURAS.....</b>	<b>17</b>
<b>LISTA DE SÍMBOLOS .....</b>	<b>18</b>
<b>CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO .....</b>	<b>26</b>
1.1    Generalidades .....	26
1.2    Justificativa .....	29
1.3    Objetivo .....	30
1.4    Apresentação do trabalho .....	31
<b>CAPÍTULO 2 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....</b>	<b>33</b>
2.1    Perfil Formado a Frio .....	33
<b>2.1.1    Influência do trabalho a frio nas propriedades mecânicas do aço.....</b>	<b>35</b>
<b>2.1.2    Reserva de resistência inelástica .....</b>	<b>39</b>
2.2    Conectores de cisalhamento .....	41
2.3    Vigas mistas aço-concreto.....	45
<b>2.3.1    Grau de Interação.....</b>	<b>47</b>
<b>2.3.2    Grau de Conexão .....</b>	<b>50</b>
<b>2.3.3    Influência dos conectores na resistência das vigas .....</b>	<b>52</b>
<b>2.3.4    Largura Efetiva .....</b>	<b>54</b>
<b>2.3.5    Aspectos da fissuração na laje de concreto .....</b>	<b>56</b>
2.4    Ensaio em conectores de cisalhamento.....	58
<b>2.4.1    Ensaio de cisalhamento direto realizados em David (2003).....</b>	<b>65</b>

2.5	Expressões normativas para conectores tipo perfil U laminado .....	71
2.5.1	<b>Norma brasileira NBR 8800: 1986</b> .....	<b>71</b>
2.5.2	<b>Projeto de revisão da norma brasileira NBR 8800: 2003</b> .....	<b>72</b>
2.5.3	<b>Norma americana AISC-LRFD</b> .....	<b>73</b>
2.5.4	<b>Norma americana de rodovias AASHTO</b> .....	<b>74</b>
2.5.5	<b>Norma britânica BS 5400</b> .....	<b>74</b>
2.6	Modelagem numérica do ensaio de cisalhamento direto .....	75
<b>CAPÍTULO 3 – MODELAGEM COMPUTACIONAL</b> .....		<b>82</b>
3.1	Aspectos da modelagem computacional .....	83
3.1.1	<b>O programa ANSYS® 6.1</b> .....	<b>83</b>
3.1.2	<b>Elementos finitos utilizados</b> .....	<b>84</b>
3.1.3	<b>Relações Constitutivas Empregadas para os Materiais</b> .....	<b>90</b>
3.2	Apresentação do modelo numérico .....	93
3.2.1	<b>Definição da malha de elementos finitos</b> .....	<b>93</b>
3.2.2	<b>Condições de contorno e carregamento</b> .....	<b>102</b>
3.3	Validação do modelo numérico .....	103
3.3.1	<b>Modelo com conector de 75 mm de altura</b> .....	<b>103</b>
3.3.2	<b>Modelo com conector de 100 mm de altura.</b> .....	<b>117</b>
3.3.3	<b>Influência da armadura longitudinal</b> .....	<b>131</b>
<b>CAPÍTULO 4 – ANÁLISE PARAMÉTRICA</b> .....		<b>136</b>
4.1	Descrição dos modelos numéricos .....	136
4.2	Resultados e Discussão .....	139
4.2.1	<b>Resistência por aderência na ligação</b> .....	<b>139</b>
4.2.2	<b>Deslizamento relativo e força última</b> .....	<b>142</b>
4.2.3	<b>Deformação específica do conector</b> .....	<b>152</b>
4.2.4	<b>Tensões no conector e na laje de concreto</b> .....	<b>155</b>
4.2.5	<b>Ábaco de dimensionamento de conectores tipo U formado a frio</b> .....	<b>158</b>
<b>CAPÍTULO 5 – CONSIDERAÇÕES FINAIS E CONCLUSÕES</b> .....		<b>163</b>
5.1	Considerações finais.....	163

5.2	Conclusões .....	163
5.3	Recomendações para trabalhos futuros .....	166
<b>CAPÍTULO 6 – REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>		<b>168</b>
<b>APÊNDICE A .....</b>		<b>173</b>
A.1	Introdução.....	173
A.2	Modelo Concrete disponibilizado pelo ANSYS .....	174
A.3	Superfície de plastificação de Drucker-Prager .....	180

## 1.1 Generalidades

A utilização do elemento estrutural viga mista de aço e concreto, que consiste da associação de vigas de aço com lajes de concreto (maciça, com forma de aço incorporada, etc.), tem sido freqüente nas obras de engenharia civil, tanto no contexto mundial como no Brasil. Os estudos de sistemas compostos tiveram seu início antes da primeira grande guerra mundial, na Inglaterra, com base em uma série de ensaios para pisos. Entre 1922 e 1939, foram construídos edifícios e pontes que adotavam o sistema de vigas compostas. No Brasil, entre 1950 e 1960, a construção mista limitou-se a alguns edifícios e pequenas pontes (KIRCHHOF, 2003).

Atualmente, denomina-se sistema misto aço-concreto aquele no qual um perfil de aço trabalha em conjunto com o concreto (geralmente armado), formando uma viga mista, um pilar misto, uma laje mista ou uma ligação mista. A interação entre o concreto e o perfil de aço se dá normalmente por meios mecânicos (conectores, mossas, ressalto, etc). Para um comportamento estrutural adequado das vigas mistas, essa interação pode ser garantida por meio de elementos metálicos denominados conectores de cisalhamento, cujas principais funções consistem em transferir forças de cisalhamento longitudinal do concreto para o aço na interface entre a laje e a viga e impedir a separação vertical entre a laje de concreto e o perfil metálico, movimento conhecido como *uplift*.

A utilização do sistema misto é viável e de grande vantagem, pois como se sabe o aço comporta-se bem a tração, enquanto o concreto comporta-se bem a compressão. Além disso, a associação dos elementos aço e concreto resulta em um acréscimo de resistência e rigidez para o sistema misto, proporcionando a redução da altura dos elementos estruturais e, por consequência, economia dos materiais envolvidos. A eficiência da viga mista de aço e concreto para resistir a esforços de flexão está associada a alguns fatores, tais como:

resistência à compressão do concreto, espessura da laje de concreto, tipo de aço da viga, existência ou não de escoramento na concretagem das lajes, interação entre a viga e a laje, etc.

Tanto o aço quanto o concreto são materiais que apresentam particularidades próprias, podendo estas inviabilizar a sua utilização como elementos resistentes de uma construção. Estruturas de aço são geralmente fabricadas com componentes constituídos de finas placas as quais estão sujeitas a flambagem local. Por outro lado, as estruturas de concreto são geralmente robustas mas poucos resistentes à tração e se deformam com o tempo (fluência). Estruturas compostas aço-concreto estão também sujeitas a esses problemas. Além disso, elas também estão sujeitas à ruptura na ligação entre o elemento de concreto e o elemento de aço e o comportamento da ligação afeta diretamente a capacidade à flexão das estruturas mistas (OEHLERS *et al*, 1997).

O comportamento das estruturas compostas depende da efetiva transferência da força cisalhante na interface entre a laje de concreto e a viga de aço. Esta concepção foi introduzida primeiramente por Caughey e Scott em 1929 quando eles propuseram a teoria da interação completa. Assim, o uso de conectores mecânicos de cisalhamento é essencial para o projeto de elementos compostos porque eles evitam qualquer tipo de separação horizontal e vertical na interface no caso de interação completa. Atualmente, diferentes tipos de conectores de cisalhamento têm sido desenvolvidos e usados por todo mundo. Eles se classificam em duas categorias, ou seja, conectores de cisalhamento rígidos e flexíveis. A diferença entre eles reside, basicamente, na rigidez e no modo de ruptura (KALFAS *et al*, 1997).

O comportamento da interface aço-concreto, ou seja, o tipo de interação existente (completa ou parcial), está diretamente relacionado ao trabalho em conjunto entre ambos os materiais. O termo interação total, ou completa, pode ser utilizado quando se admitir uma ligação perfeita entre o aço e o concreto sem escorregamento longitudinal relativo. Já o termo interação parcial pode ser usado quando for admitida, de fato, a possibilidade de escorregamento relativo na interface aço-concreto (KIRCHHOF, 2003).

Outro aspecto que está relacionado com a capacidade resistente das vigas mistas é o grau de conexão. Uma viga mista de aço e concreto possui conexão total quando a capacidade resistente da seção transversal não depende da resistência da conexão. Quando a

capacidade resistente da seção transversal é afetada pela resistência da conexão, a viga possui conexão parcial (RANGEL PAES; MIRAMBELL, 2003.b).

Os perfis de aço destinados à fabricação de estruturas dividem-se em três grupos: perfis soldados, perfis laminados e perfis de chapa dobrada. Os dois primeiros são utilizados, principalmente, em obras de grande porte. Já os perfis formados a frio têm seu maior uso em edifícios de até seis pavimentos, galpões, silos e moradias, ou seja, construções menores com menor ação de cargas, uma vez que eles possuem espessuras reduzidas, normalmente até seis milímetros (DAVID, 2003).

As diferenças de critérios de dimensionamento e formas construtivas dos perfis leves, formados a frio, para os perfis pesados, laminados e soldados são devidas, principalmente, à menor espessura dos perfis leves que facilita a flambagem e ao efeito do trabalho a frio. A conformação a frio das chapas finas altera as características mecânicas do aço virgem, ocorrendo acréscimo na tensão limite de escoamento e na tensão limite de resistência à tração. Como conseqüências têm-se a redução na ductilidade do material e o surgimento de tensões residuais. Esses efeitos são mais pronunciados na região dos cantos dobrados.

A utilização de vigas mistas em estruturas formadas por perfis laminados e soldados já é bem difundida e várias são as normas que prescrevem critérios de dimensionamento e limitações de uso. Tratando-se de perfis formados a frio, porém, poucas informações existem e as pesquisas ainda são recentes. Estas têm tido como objetivo o estudo de conectores compatíveis com esses perfis que agilizem os processos construtivos, tornando assim o uso das vigas mistas formadas por perfil formado a frio mais intenso (DAVID, 2003).

Este trabalho discute, principalmente, aspectos relacionados ao desenvolvimento de um modelo de elementos finitos para a simulação do ensaio de cisalhamento direto (*push-out test*) com conectores em chapa de aço dobrada em forma de U simples e laje pré-moldada treliçada com preenchimento de EPS. Procura-se com esse modelo representar de forma adequada o comportamento força-deslizamento da interface da ligação aço-concreto, proporcionando assim uma análise das deformações e da distribuição de tensões ao longo do conector, bem como na laje de concreto na região próxima ao conector. A análise

computacional por elementos finitos é uma ferramenta útil para simular e analisar resultados experimentais, sobretudo quando a não-linearidade dos materiais e o comportamento da interface entre o aço e o concreto exercem grande influência no comportamento estrutural.

## 1.2 Justificativa

Uma das vantagens da utilização de vigas mistas de aço e concreto em sistemas de pisos é o acréscimo de resistência e de rigidez propiciados pela associação dos elementos de aço e de concreto, o que possibilita a redução da altura dos elementos estruturais, implicando em economia de material. Os elementos que possibilitam a associação entre a laje de concreto e o perfil metálico são os conectores de cisalhamento.

O sistema misto é bem conhecido em se tratando de perfis pesados, porém para perfis formados a frio há pouca referência em normas e pouca informação na literatura técnica. Tendo em vista a crescente utilização dos perfis leves associados com lajes de concreto por meio de conectores de cisalhamento e devido às poucas informações na literatura técnica sobre a performance e a capacidade dessas conexões, estudos de conectores compatíveis com os perfis formados a frio são requeridos, pois são de grande relevância para o meio técnico e científico.

A modelagem computacional dos conectores de cisalhamento em perfil formado a frio, realizada por meio da utilização de códigos computacionais sofisticados tais como o ANSYS® 6.1, possibilita uma análise mais profunda do comportamento da ligação entre o perfil metálico e a laje de concreto. Uma vez validado o modelo numérico pela confrontação com resultados experimentais, pode-se identificar, realizando uma análise paramétrica, a variável que mais influência a capacidade última e a rigidez da ligação, além de propiciar uma análise dos níveis de tensão, de deformação e de grau de fissuração e plastificação em determinados pontos do modelo numérico.

Um das vantagens da modelagem computacional é a obtenção de informações com relação ao comportamento estrutural que são difíceis de obter em estudos experimentais, o que possibilita uma análise completa das variáveis que interferem nos mecanismos

resistentes e na forma de ruptura da estrutura. Além disso, com a modelagem computacional é possível a realização de um elevado número de experimentos a um custo muito inferior ao dos ensaios.

### 1.3 Objetivo

O objetivo deste trabalho é obter um modelo numérico tridimensional representativo do ensaio de cisalhamento direto a partir do qual se possa identificar as variáveis que mais influenciam a rigidez e a resistência de ligações de cisalhamento em perfil U formado a frio empregadas em vigas mistas. Para tanto, é empregado o programa comercial ANSYS® 6.1, elaborado com base no Método dos Elementos Finitos, que disponibiliza ferramentas que permitem modelagens considerando não-linearidades física e geométrica. Para validação do modelo numérico, são utilizados os resultados experimentais obtidos em David (2003), que realizou ensaios de cisalhamento direto em conectores de cisalhamento em chapa dobrada na forma de U simples com diferentes espessuras e alturas.

Depois de validado o modelo numérico, é realizada uma análise paramétrica, alterando-se as principais variáveis que influenciam a resistência da ligação, com a finalidade de construir ábacos que facilitem o dimensionamento desses conectores e possibilite a estimativa da rigidez secante da ligação, importante parâmetro na avaliação das flechas em vigas mistas.

Procura-se, também, levantar as expressões existentes na literatura para o dimensionamento de conectores U laminado e em perfil formado a frio e compará-las aos resultados obtidos na análise paramétrica, de modo a avaliar que expressão apresenta valores mais próximos aos obtidos numericamente. Adicionalmente, procura-se avaliar e explicar a real influência da altura do conector na resistência da ligação, fato que foi inicialmente identificado nos ensaios realizados em David (2003). Essa autora constatou que a resistência obtida a partir de ensaios de cisalhamento direto é influenciada pela altura e pela esbeltez dos conectores de cisalhamento, o que não é levado em consideração nas expressões propostas pelas normas nacionais e internacionais para avaliação da resistência desse tipo de ligação.

## 1.4 Apresentação do trabalho

A dissertação foi estruturada em seis capítulos resumidamente apresentados a seguir:

- **O capítulo 1:** Expõe uma breve introdução a respeito do tema proposto, do objetivo e da justificativa que motivaram este trabalho;
- **O capítulo 2:** Apresenta uma breve revisão sobre os aspectos básicos relativos aos perfis formados a frio, sobre os conectores de cisalhamento e sobre o ensaio de cisalhamento direto, além de descrever os ensaios experimentais de cisalhamento direto utilizados para a aferição do modelo numérico desenvolvido neste trabalho. Apresenta, ainda, algumas modelagens de ensaios de cisalhamento direto encontradas na literatura que auxiliaram na definição da malha e na escolha dos elementos finitos;
- **O capítulo 3:** Apresenta toda a discussão sobre o desenvolvimento do modelo numérico, bem como as considerações e as hipóteses assumidas, além do confronto dos resultados obtidos da modelagem com aqueles obtidos experimentalmente em David (2003). As principais variáveis analisadas nas modelagens são: a espessura do conector, a altura do conector e a resistência à compressão do concreto da laje;
- **O capítulo 4:** Neste capítulo são apresentados os resultados de uma análise paramétrica, empregando o modelo tridimensional desenvolvido no capítulo anterior, com o objetivo de expandir a análise experimental realizada em David (2003). São avaliados quatro valores de espessura do conector (2,00 mm, 2,65 mm, 3,75 mm e 4,75 mm), dois valores da altura do conector (75 mm e 100 mm) e três valores de resistência à compressão do concreto (20 MPa, 30 MPa e 40 MPa). Da análise paramétrica são sugeridos ábacos para dimensionamento da ligação com conectores em perfil U formado a frio que correlacionam a força última resistida pelo conector e a rigidez secante com a espessura do conector;

- **O capítulo 5:** Apresenta as conclusões deste estudo e as propostas para os próximos trabalhos;
- **O capítulo 6:** Referências Bibliográficas;
- **O Apêndice A:** Apresenta uma breve descrição do modelo constitutivo empregado pelo programa ANSYS® 6.1 para a modelagem do comportamento do concreto armado.

## 1.5 Perfil Formado a Frio

Na construção em aço, existem dois grandes grupos de elementos estruturais: um é o grupo dos perfis laminados a quente, juntamente com os perfis soldados de chapas grossas; e o outro é o grupo dos perfis formados a frio, ou seja, os perfis formados por chapa dobrada (PEREIRA JUNIOR, 2004). As estruturas formadas por perfis de aço dobrados a frio podem ser usadas eficazmente em muitas aplicações onde a utilização de perfis de aço soldados ou laminados a quente não é econômica.

A norma brasileira NBR 14762 (ABNT, 2001) conceitua perfil formado a frio como sendo aquele obtido por dobramento em prensa dobradeira de lâminas recortadas de chapas ou tiras ou por perfilagem, em mesas de roletes com a função de dar a forma da seção transversal desejada, a partir de bobinas laminadas a frio ou a quente, sendo ambas as operações realizadas com aço em temperatura ambiente. O comprimento dos perfis fabricados por esses processos é limitado pelo tamanho do equipamento, possuindo assim comprimentos na faixa de 4 m a 6 m. Os perfis de aço formados a frio possuem, em geral, maior relação inércia/peso e maior esbeltez local (relação largura/espessura dos elementos) que os perfis laminados. Geralmente, esses perfis possuem espessura menor que 8,0 mm. Uma das grandes vantagens desses perfis está relacionada à diversidade geométrica e à eficiência estrutural do mesmo.

Os elementos metálicos, quando sujeitos à ação de carregamentos, podem ser divididos em dois grupos distintos: os tracionados e os comprimidos. Os elementos submetidos à flexão, que possuem uma região tracionada e outra comprimida, se enquadram nos dois grupos. Particularmente nos elementos tracionados, nos quais os esforços de tração podem ser entendidos como estabilizantes, aplicam-se apenas dois estados limites últimos que são caracterizados ou pelo escoamento da seção transversal bruta do perfil ou pela ruptura

propriamente dita da seção transversal líquida (JAVARONI, 1998). Na compressão e na flexão, além de se poder atingir o estado limite último de escoamento, existem ainda três modos de flambagem: local (flambagem de chapa), distorcional e global. A flambagem global pode ainda ser dividida em: flambagem por flexão, flambagem por torção, flambagem por flexo-torção (em barras submetidas à compressão) e flambagem lateral com torção (em barras submetidas à flexão).

A flambagem global caracteriza-se pela ocorrência de deformação do eixo do perfil, enquanto as seções transversais sofrem apenas deslocamento de corpo rígido no seu próprio plano. A flambagem local caracteriza-se por uma flambagem de chapa, envolvendo deformações nas paredes do perfil, porém a posição das arestas dos cantos dobrados da seção permanece formando um ângulo reto (Figura 0.1). O fenômeno da flambagem local surge em perfis de aço com elementos esbeltos solicitados à compressão segundo seu eixo longitudinal, devido à instabilidade de um ou mais elementos que compõem sua seção transversal.

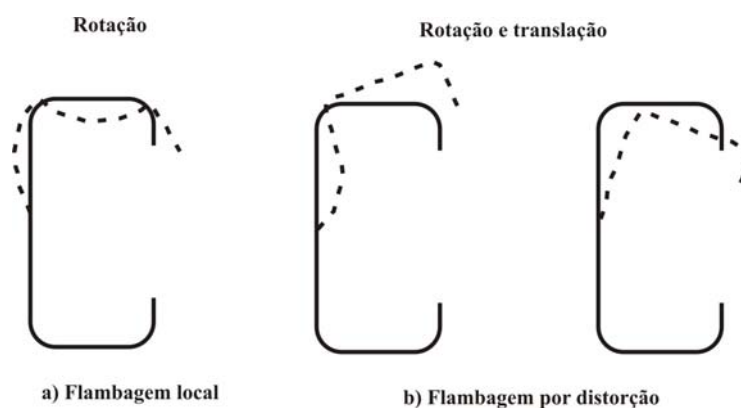


Figura 0.1 – Flambagem local e por distorção na flexão.

A flambagem distorcional caracteriza-se pela rotação e pela possível translação do conjunto formado pela mesa comprimida e seu enrijecedor de borda, alterando a forma inicial da seção (Figura 0.2), ao contrário da flambagem local (Figura 0.1) na qual admite-se a conservação da posição original dos cantos dobrados da seção, que permanecem formando ângulos retos ao longo do perfil e entre os elementos vizinhos. A flambagem distorcional é desconsiderada no dimensionamento de perfis laminados, mas pode ser crítica no

dimensionamento dos perfis formados a frio, especialmente naqueles com enrijecedores de borda tais como perfis do tipo U e Z enrijecido, perfis cartola e perfis “rack” (Figura 0.2). Esse tipo de flambagem é mais pronunciado no caso de aço de elevada resistência mecânica.

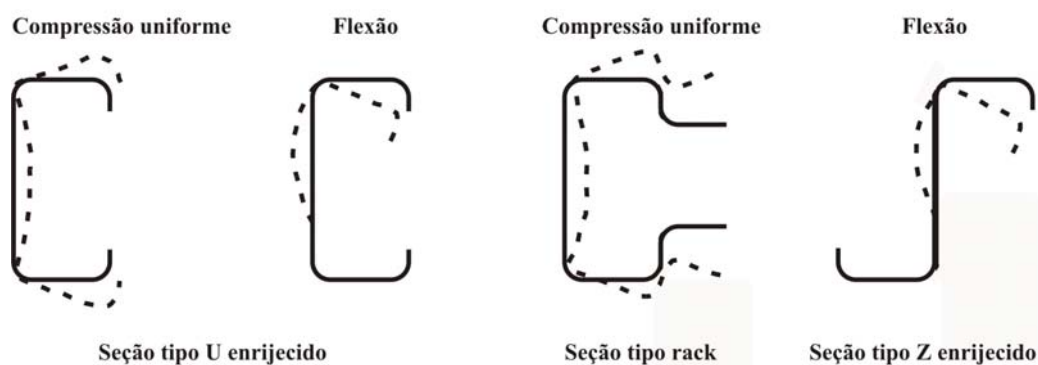


Figura 0.2 – Flambagem por distorção da seção transversal (ABNT, 2001).

### 1.5.1 Influência do trabalho a frio nas propriedades mecânicas do aço

O dobramento de uma chapa, seja por perfilação ou utilizando-se dobradeiras, provoca, devido ao fenômeno conhecido como envelhecimento (carregamento até a zona plástica, descarregamento e posteriormente, porém não imediato, carregamento), um aumento da resistência ao escoamento ( $f_y$ ) e da resistência à ruptura ( $f_u$ ), com conseqüente redução de ductilidade (capacidade do material se deformar plasticamente sem ruptura). Isto significa que o diagrama tensão *versus* deformação, Figura 0.3, sofre um aumento na direção da resistência limite, mas acompanhado de uma diminuição no patamar de escoamento (BELTRÃO, 2003). Esse fenômeno é mais evidente nas partes curvas dos perfis onde o trabalho a frio é mais intenso. Assim, as propriedades mecânicas são diferentes nas várias partes de uma seção transversal, conforme demonstram os gráficos apresentados na Figura 0.4 e na Figura 0.5. Por essa razão, o escoamento sempre se inicia na porção plana da seção, pois nesta região o limite de escoamento é menor, ocorrendo uma redistribuição de tensões das partes planas para os cantos da seção, (MALITE, 1993).

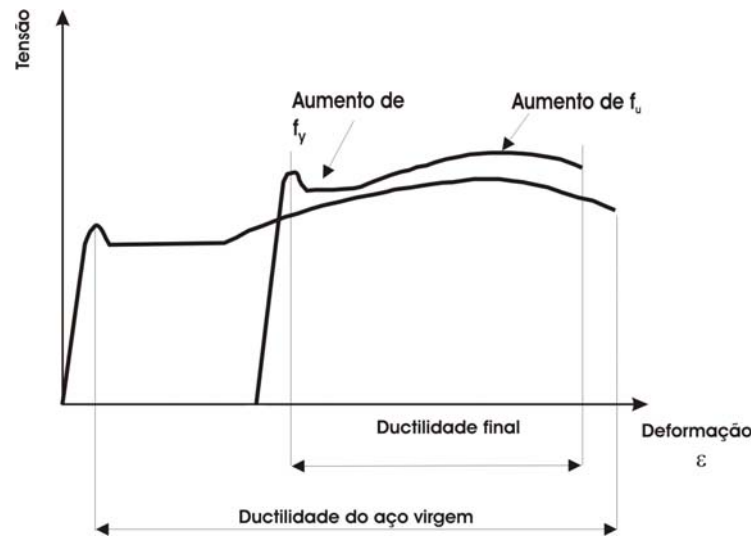


Figura 0.3 – Efeito do trabalho a frio na resistência mecânica do aço (MALITE, 1993).

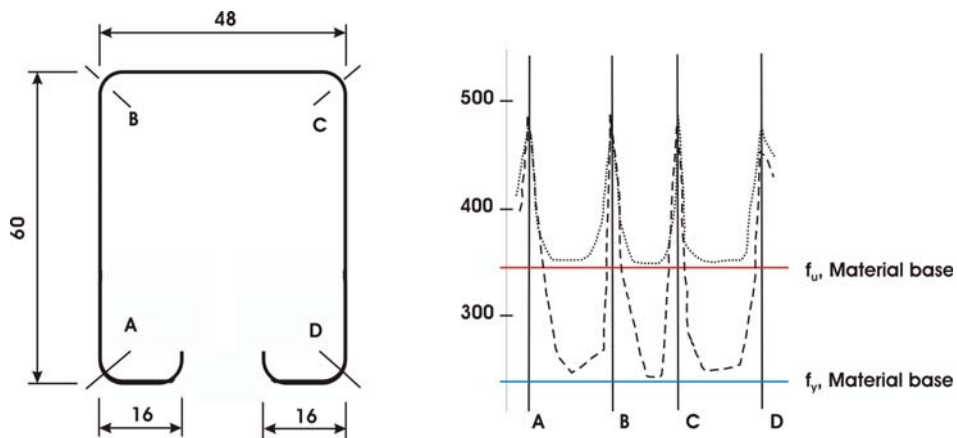


Figura 0.4 – Aumento da resistência ao escoamento e da resistência à ruptura num perfil formado a frio por perfiladeira (BELTRÃO, 2003).

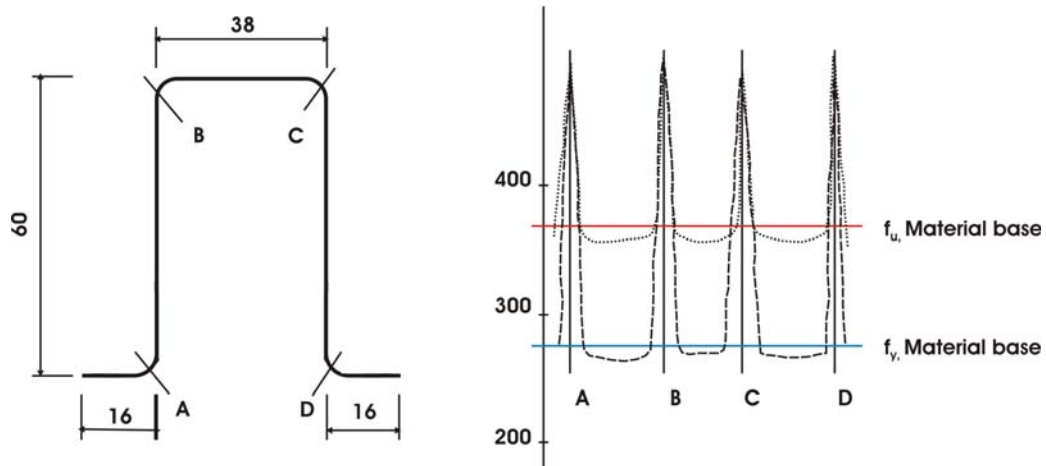


Figura 0.5 – Aumento da resistência ao escoamento e da resistência à ruptura num perfil formado a frio por perfiladeira (BELTRÃO, 2003).

A diferença entre o trabalho a quente e a frio no aço é que o segundo produz um aumento de resistência. Isto se dá, entre outros aspectos, devido ao fenômeno chamado encruamento. Quando uma chapa sofre conformação a frio, os interstícios de sua estrutura granular se modificam formando uma espécie de costura entre os grãos do material. Como o trabalho é executado a frio, os grãos não têm mobilidade e nem energia cinética suficiente para voltarem à conformação original, o que ocorre no processo a quente (BELTRÃO, 2003).

As mudanças das propriedades mecânicas do aço são causadas por três fenômenos: encruamento, envelhecimento e efeito Bauschinger. Os dois primeiros fenômenos podem ser compreendidos pelo diagrama tensão *versus* deformação representado na Figura 0.6. A curva A representa o diagrama tensão *versus* deformação do ensaio a tração de um aço virgem. Após o aço atingir a sua tensão de escoamento, o trecho subsequente do diagrama é denominado intervalo de encruamento do aço. Nessa região do diagrama, caso haja a retirada da tensão atuante, representada pela reta descendente B, uma deformação residual ou plástica é incorporada ao aço. Com uma nova retomada do carregamento logo após o descarregamento, a curva C será a curva típica. Caso a retomada do carregamento se reinicie após algum intervalo de tempo, a curva típica será a D. O fenômeno representado pela curva C é chamado de encruamento, no qual se observa um incremento na tensão de escoamento e uma diminuição da ductilidade do aço. O fenômeno representado pela curva D é chamado de envelhecimento,

no qual há um aumento tanto na tensão de escoamento quanto na tensão de ruptura e uma diminuição da ductilidade. Nesse fenômeno, os aumentos na tensão são bem maiores que aqueles observados nos aços simplesmente encruados (DAVID, 2003).

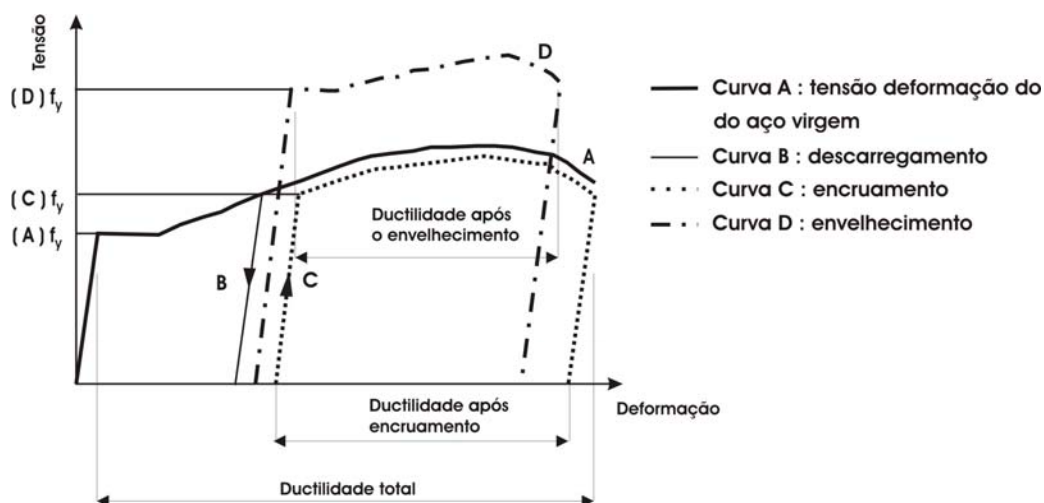


Figura 0.6 – Gráfico tensão *versus* deformação após a conformação a frio mostrando os efeitos do encruamento e do envelhecimento (DAVID, 2003).

Segundo Yu (1991), a resistência ao escoamento de uma chapa de aço pré-tracionada aumenta quando ela é novamente tracionada e diminui quando ela é comprimida. Este fenômeno é denominado efeito Bauschinger.

Os perfis em aço laminados a quente, assim como os perfis compostos por soldagem entre chapas de aço, são portadores de tensões residuais de origem térmica. Já os perfis em chapa dobrada, por serem fabricados a frio, possuem tensões residuais devidas, em grande parte, ao processo mecânico de conformação. Na realidade, as tensões residuais destes perfis são o resultado da superposição das tensões residuais encontradas nas chapas de aço empregadas na sua fabricação e das tensões oriundas do processo de conformação propriamente dito.

O incremento nas tensões de escoamento e última depende do grau de conformação e da diferença entre essas tensões na chapa original. Logo, o material na seção conformada nas dobras possui propriedades diferentes do material nas partes planas. As propriedades mecânicas na região das dobras dependem, principalmente, do tipo de aço, da

razão entre o raio interno de dobramento e a espessura da chapa ( $r_i/t$ ) e da razão entre a tensão última e a tensão de escoamento ( $f_u/f_y$ ), conforme pode ser verificado na expressão para o cálculo da resistência ao escoamento das dobras ( $f_{yc}$ ) recomendada pela NBR 14762 (ABNT, 2001) e pela AISI (2001).

$$f_{yc} = \frac{B_c \cdot f_y}{\left(r_i/t\right)^m} \quad (0.1)$$

Sendo:

$$B_c = 3,69 \cdot (f_u/f_y) - 0,819 \cdot (f_u/f_y)^2 - 1,79;$$

$$m = 0,192 \cdot (f_u/f_y) - 0,68;$$

$f_u$  = resistência à tração do aço;

$f_y$  = resistência ao escoamento do aço;

$r_i$  = raio interno de dobramento;

t = espessura do elemento.

### 1.5.2 Reserva de resistência inelástica

O dimensionamento das vigas de aço pode-se basear em métodos de dimensionamento elásticos ou em métodos que considerem a reserva de resistência inelástica ou plastificação das seções transversais. Se a máxima resistência à flexão de uma viga é alcançada quando a sua seção transversal mais solicitada atinge uma configuração de tensões normais atuantes igual à ilustrada no item (c) da Figura 0.7, diz-se que houve uma plastificação total da seção. Por outro lado, se a resistência à flexão de uma viga é alcançada com uma configuração de tensões normais atuantes igual à ilustrada no item (b) da Figura 0.7, diz-se que houve uma plastificação parcial da seção (ALVES, 2002). Os principais parâmetros que determinam a reserva inelástica da seção transversal das vigas constituídas de perfis formados a frio são (RECK e PEROZ, 1975 *apud* ALVES, 2002):

- Valor da deformação específica última,  $\varepsilon_{cu}$ , que as flanges comprimidas das vigas podem atingir acima da deformação específica de escoamento,  $\varepsilon_y$ , antes de atingirem o modo de ruptura por plastificação;
- Geometria da seção transversal.

Por exemplo, Alves (2002) propôs, a partir do equilíbrio de forças na seção transversal, a equação 2.2 para a determinação do momento fletor resistente devida a plastificação parcial de uma seção tipo caixão, conforme configuração de tensões mostrada na Figura 0.7 (b).

$$M_{pl} = 2 \cdot f_y \cdot t \cdot \left[ b \cdot d + d_e \cdot (d - d_e) + \frac{d^2}{4} \cdot \left( \frac{3 \cdot C_y^2 - 1}{3 \cdot C_y^2} \right) \right] \quad (0.2)$$

Sendo:

$M_{pl}$  = momento resistente de plastificação parcial da uma seção tipo caixão;

$t$  = espessura do perfil;

$b$  = largura do perfil;

$d$  = altura do perfil;

$d_e$  = altura do enrijecedor;

$C_y = \varepsilon_{cu} / \varepsilon_y$  ;

Essa equação considera um trecho de plastificação mínimo ao longo da altura da viga, com tensão igual à resistência a escoamento do aço ( $f_y$ ), constante desde a mesa até a borda inferior do enrijecedor (ALVES, 2002). A equação 2.2 pode ser utilizada em perfis cujos elementos possuam esbeltez maior que 0,673, ( $\lambda_p > 0,673$ ). Segundo a NBR 14762 (ABNT, 2001) o índice de esbeltez reduzido do elemento,  $\lambda_p$ , é definido pela equação 2.3 :

$$\lambda_p = \frac{b/t}{0,95(kE/\sigma)^{0,5}} \quad (0.3)$$

Sendo,

$b$  = é a largura do elemento;

$t$  = é a espessura do elemento;

$k$  = é o coeficiente de flambagem local;

$E$  = módulo de elasticidade longitudinal do material;

$\sigma$  = é a tensão normal de compressão.

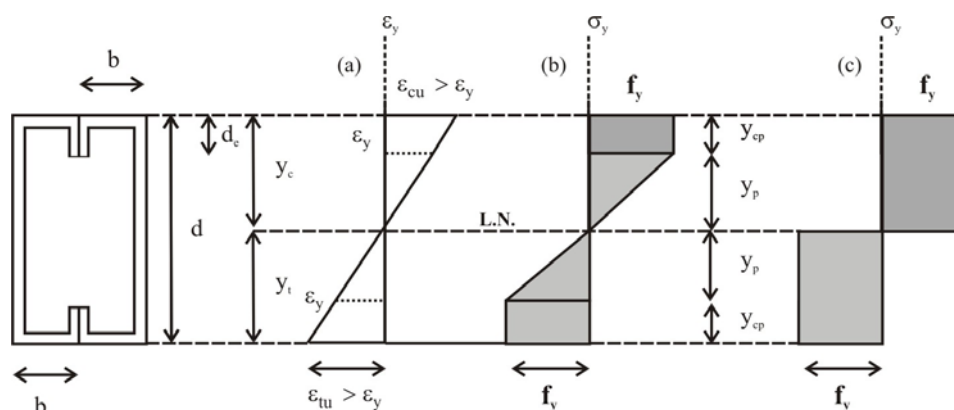


Figura 0.7 – Diagramas de deformação e de tensões em uma seção transversal tipo caixa considerando a reserva de resistência inelástica (ALVES, 2002).

## 1.6 Conectores de cisalhamento

O comportamento de estruturas mistas é baseado na ação conjunta entre o perfil de aço e o concreto. A aderência natural entre os dois materiais e as forças de atrito presentes não são normalmente levadas em conta no cálculo, embora possam atingir valores bastante elevados, pois ficou comprovado através de ensaios em estruturas mistas que, para níveis de carga elevados, ocorre o rompimento dessa aderência (QUEIROZ *et al*, 2001).

Em vigas mistas, a ligação entre a viga de aço e a laje de concreto é realizada por conectores de cisalhamento, os quais cumprem a função de absorver os esforços longitudinais de cisalhamento na interface e de impedir o afastamento vertical entre a laje e a viga de aço, sendo este último efeito conhecido na literatura por “uplift”, (VASCONCELLOS, 2004). A Figura 0.8 ilustra alguns tipos de conectores de cisalhamento normalmente empregados. Os conectores do tipo stud são os tipos de conectores mais intensamente usados em construções

compostas, devido à economia resultante da rapidez do processo de soldagem (KALFAS *et al*, 1997).

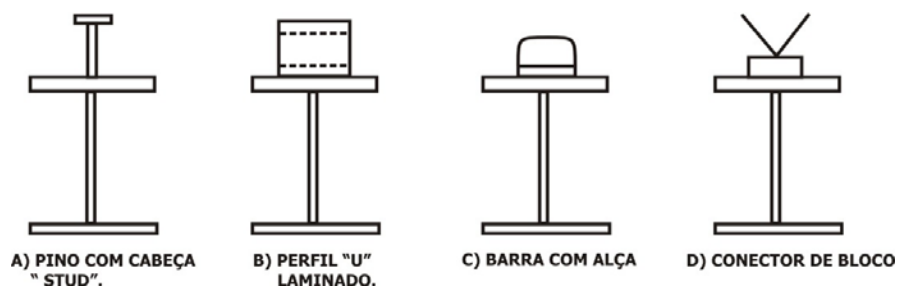


Figura 0.8 – Vista frontal de alguns tipos de conectores de cisalhamento.

Os conectores de cisalhamento podem ser classificados em flexíveis (representado pelo pino com cabeça ou *stud bolt*) ou rígidos (representado pelo conector barra com alça). A classificação entre rígidos e flexíveis está ligada à ductilidade da ligação, isto é, à sua capacidade de apresentar grandes deslizamentos antes da ruína. Por outro lado, a rigidez está relacionada à capacidade de restrição ao escorregamento imposta pela ligação viga-laje.

Os conectores rígidos se deformam muito pouco sob ação de solicitações, mesmo para aquelas próximas à força de ruína, sendo o deslizamento muito pequeno na interface. A resistência ao cisalhamento na interface de vigas mistas com esses conectores, por exemplo, está relacionada diretamente com a capacidade resistente da laje de concreto. Já as vigas mistas com conectores flexíveis apresentam maiores deslizamentos na interface, o que proporciona à ligação um comportamento “dúctil”.

A ductilidade da ligação quase não afeta o comportamento da viga em regime de utilização ou “elástico”, mas condiciona a resposta da conexão em regime último ou “pós-elástico”, pois permite a redistribuição do fluxo de cisalhamento longitudinal entre os conectores. Assim, sob carregamento crescente, um conector flexível com uma força próxima à sua resistência pode continuar a se deformar, sem ruptura, permitindo que conectores vizinhos absorvam, por sua vez, maior força de cisalhamento e atinjam também a sua capacidade total. Nesse processo há uma uniformização da resistência entre os conectores e, por conseguinte, uma melhor exploração da sua eficiência. Essa característica permite espaçar igualmente esse tipo de conector sem diminuir a resistência máxima da conexão. Assim, a

flexibilidade dos conectores garante que, ao dar-se o colapso de uma viga por ruptura da ligação aço-concreto, a ruptura será do tipo “dúctil”, (MALITE, 1993).

A característica estrutural mais importante dos conectores de cisalhamento é a relação existente entre a força (F) transmitida pelo conector e o escorregamento (s) na interface aço-concreto. Essa relação, expressa pela curva força-deslizamento, pode ser determinada a partir de ensaios de vigas mistas em escala natural ou, o que é mais comum, de ensaios de cisalhamento direto padronizados pelas normas de cálculo, também denominados de *push-out tests*. Uma vez obtida a curva força-deslizamento (Figura 0.9), pode-se determinar a resistência de cálculo dos conectores ensaiados, bem como classificar seu comportamento quanto à ductilidade (QUEIROZ et al, 2001).

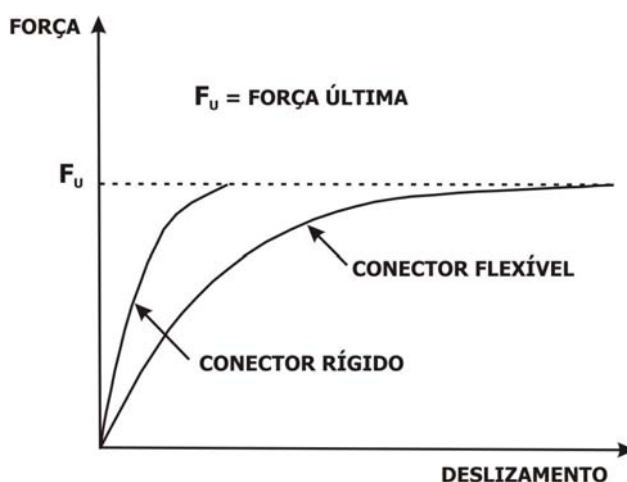


Figura 0.9 – Curva força *versus* deslizamento para conectores de cisalhamento

Com base na recomendação do EUROCODE 4 (2001), o conector deve ser classificado como dúctil se o valor característico da capacidade de deformação (deslizamento relativo último convencional)  $\delta_{uk}$  for igual ou superior a 6 mm.

No caso do conector tipo pino com cabeça, usualmente empregado nas construções em aço, há vários trabalhos que descrevem o seu mecanismo de transferência de esforços de cisalhamento. Na Figura 0.10 são esquematizadas as forças típicas que atuam nesse conector. Segundo Oelhlers e Park (1992), surgem na base do conector uma força de cisalhamento ( $V_{sh}$ ) e um momento fletor ( $M_{sh}$ ). Essas forças estão em equilíbrio com a força normal excêntrica

( $V_{sh}$ ) que atua distante  $h_f$  da interface entre a mesa da viga e a laje de concreto. O conector tipo pino, portanto, está submetido a tensões de cisalhamento e normal, e o concreto na zona imediatamente em frente ao conector está sujeito a elevadas tensões de compressão. A magnitude dessas tensões depende não somente da força de cisalhamento, mas também da posição de  $h_f$ , que é função da rigidez relativa entre o concreto e o conector. Quando a rigidez do concreto ( $E_c$ ) for muito maior que a rigidez do conector ( $E_a$ ), a excentricidade  $h_f$  tenderá a zero. Caso contrário, se  $E_c$  for muito menor que  $E_a$ , então  $h_f$  tenderá a metade da altura do conector.

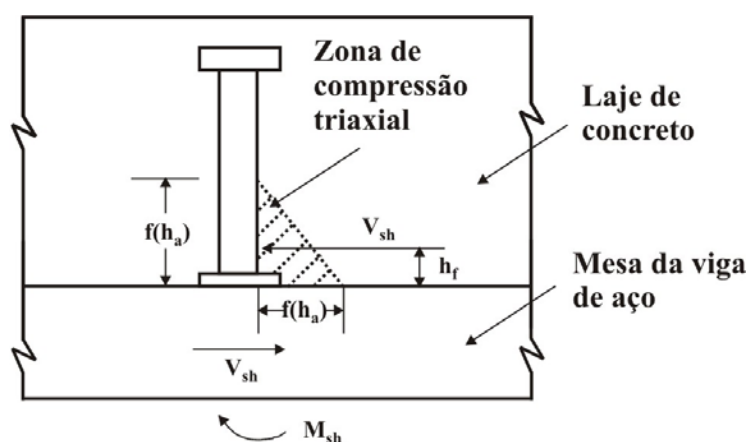


Figura 0.10 – Transferência de forças de cisalhamento longitudinal em conector tipo pino com cabeça (OEHLERS E PARK, 1992).

Oehlers e Park (1992) descrevem dois mecanismos que podem levar o conector tipo pino com cabeça à ruptura. No primeiro deles, se o concreto for menos rígido que o conector, o concreto começa a fissurar, perdendo rigidez antes que o material do conector plastifique, o que proporciona aumento da excentricidade  $h_f$ . Conseqüentemente, as tensões normais no conector aumentarão mais rapidamente que as tensões de cisalhamento, conduzindo o conector à ruptura por flexão.

No segundo mecanismo, se o conector for menos rígido que o concreto, a excentricidade  $h_f$  diminuirá, reduzindo o momento fletor ( $M_{sh}$ ). Além disso, a zona de compressão triaxial também reduzirá, já que diminuirá a altura efetiva do conector ( $h_a$ ). Com a diminuição da altura efetiva do conector, haverá uma maior concentração de tensões junto à base do conector, o que acarretará a ruptura do concreto nessa região e conseqüente aumento

da excentricidade  $h_f$ . A partir daí, retorna-se ao mecanismo de ruptura descrito no primeiro caso (TRISTÃO, 2002). A resistência do conector tipo pino com cabeça, portanto, depende da inter-relação entre a resistência e a rigidez dos materiais componentes da ligação aço-concreto, bem como da restrição triaxial do concreto na frente do conector de cisalhamento (OEHLERS E PARK, 1992).

### 1.7 Vigas mistas aço-concreto

Quando dois elementos estruturais são interconectados de tal forma a se deformarem como um único elemento dá-se o nome de ação mista. Tem-se como exemplo clássico uma viga de aço, biapoiada, suportando uma laje de concreto em sua face superior, conforme mostrado na Figura 0.11 (QUEIROZ *et al*, 2001).

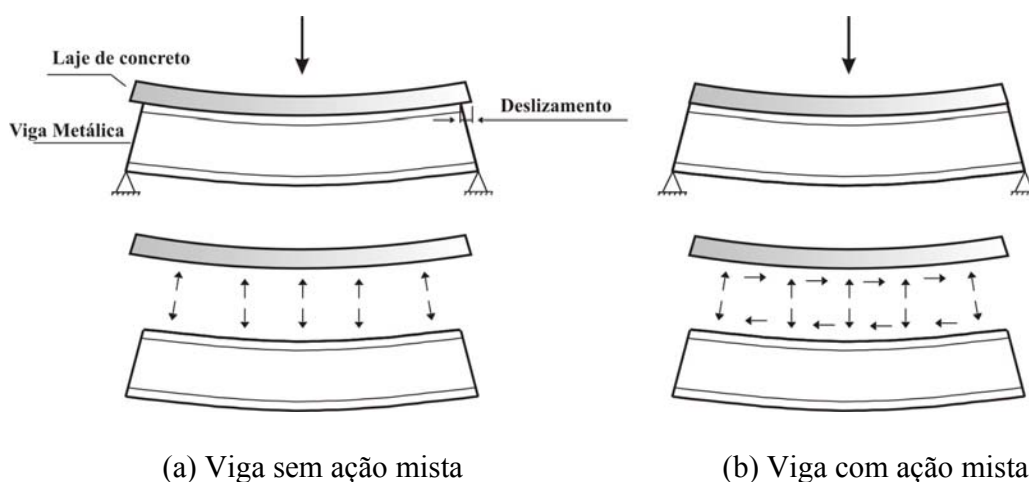


Figura 0.11 – Viga mista de aço e concreto bi-apoiada sujeita à flexão (QUEIROZ *et al*, 2001)

As estruturas mistas são formadas pela associação de perfis de aço com concreto estrutural de forma que os materiais trabalhem conjuntamente para resistir aos esforços solicitantes. Dessa forma, é possível explorar as melhores características de cada material tanto em elementos lineares, como vigas e pilares, quanto nas ligações de lajes. De maneira geral, a crescente utilização de estruturas mistas é atribuída a diversos fatores, entre os quais a necessidade cada vez maior de grandes áreas livres por pavimento, o que resulta em grandes

vãos para as vigas, acréscimo da força vertical nos pilares e um maior espaçamento entre eles. Nesse tipo de situação, os elementos mistos possibilitam a redução das dimensões da seção transversal, ampliando as áreas livres e reduzindo as forças verticais que chegam às fundações (NARDIN *et al.*, 2005).

Os primeiros elementos mistos utilizados foram as vigas mistas. Inicialmente, os perfis eram envolvidos com concreto não estrutural a fim de aumentar a resistência ao fogo. Posteriormente, esse concreto passou a ser de melhor qualidade e assim considerado na resistência da viga (NARDIN *et al.*, 2005).

A primeira “norma” criada com o objetivo de abordar exclusivamente o dimensionamento e a verificação de elementos mistos foi o código europeu EUROCODE 4 (2001) que serviu como texto base para o projeto de revisão da NBR 8800 (ABNT, 2003), a qual contemplará o dimensionamento de lajes mistas, vigas mistas, pilares mistos e ligações mistas.

Para se estudar o comportamento das vigas mistas submetidas à flexão, pode-se admitir a hipótese das seções planas se manterem planas, desde que a conexão entre a viga de aço e a laje de concreto seja total (interação completa), ou seja, sem deslizamento relativo entre a mesa do perfil e a laje de concreto. Nesse caso, o diagrama de deformações é considerado contínuo. Caso ocorra deslizamento relativo, com conseqüente perda de resistência da peça, a conexão denomina-se interação parcial. Nesse caso, a hipótese das seções planas não pode ser admitida e há uma descontinuidade no diagrama de deformações. Segundo Oliveira (2001) *apud* David (2003), o conhecimento dessa hipótese é importante para o dimensionamento da viga mista, pois do tipo de ligação entre o aço e o concreto vai resultar a distribuição de tensões na seção e o fluxo de cisalhamento na conexão, com conseqüente influência na deformação da viga.

As vigas mistas aço-concreto têm sido consideradas o sistema estrutural mais eficiente para suportar as cargas gravitacionais de pisos de edifícios, devido, principalmente, à facilidade de construção e à redução do peso da viga de aço. No limite, o sistema atingirá o ponto de máxima eficiência quando a linha neutra estiver localizada em uma posição tal que

permita que as tensões de compressão na flexão sejam resistidas apenas pelo concreto e o perfil de aço seja responsável por resistir às tensões de tração.

Duas situações de construção são possíveis com vigas mistas: o sistema escorado e o não-escorado. No sistema escorado, toda a carga é resistida pelo sistema misto, sendo necessário que a viga seja escorada até que o concreto atinja resistência suficiente para que a ação mista possa ser desenvolvida. No sistema não-escorado, a viga de aço, trabalhando isoladamente, é dimensionada para resistir ao peso do concreto fresco, juntamente com outras cargas de construção aplicadas antes que o concreto adquira resistência adequada.

As vigas mistas de aço e concreto podem ser simplesmente apoiadas ou contínuas. Nas simplesmente apoiadas a viga de aço trabalha predominantemente à tração e a laje de concreto à compressão. As vigas contínuas, devido à presença de momentos fletores negativos, apresentam um comportamento estrutural diferente das simplesmente apoiadas (DAVID, 2003).

Vigas mistas contínuas são aquelas em que o perfil de aço e a armadura da laje têm continuidade total nos apoios internos. Nas vigas mistas semi-contínuas, a ligação metálica ou mista é semi-rígida ou de resistência parcial. Os sistemas contínuos e semi-contínuos apresentam as seguintes vantagens em relação ao sistema bi-apoiado: menor relação altura/vão, redução de peso, menor fissuração da laje de concreto junto aos apoios e são menos susceptíveis a vibração pois a frequência natural é mais elevada. Por outro lado, a continuidade requer o emprego de ligações mais complexas e onerosas e a análise estrutural torna-se mais trabalhosa por se tratar de sistemas estaticamente indeterminados e com rigidez a flexão variável (NARDIN et al., 2005).

### 1.7.1 Grau de Interação

Segundo Oehlers *et al* (1997), o grau de interação está intimamente relacionado com a existência ou não de deslizamento na interface entre o aço e o concreto. Quando a rigidez longitudinal dos conectores de cisalhamento tende ao infinito, como na união química

entre os dois materiais na interface, então o deslocamento é zero e a distância  $h_{na}$  na Figura 0.12 (d) também é nula. Este caso é denominado de interação total. Por outro lado, quando a rigidez longitudinal dos conectores de cisalhamento é finita, então  $h_{na} > 0$  e este caso é denominado de interação parcial. A não interação é um caso especial de interação parcial quando a rigidez dos conectores de cisalhamento é zero e  $h_{na}$  atinge seu valor máximo. Nota-se que os conectores de cisalhamento em vigas compostas requerem deslocamentos para induzir forças longitudinais cisalhantes e, conseqüentemente,  $h_{na}$  é sempre maior que zero (Figura 0.12).

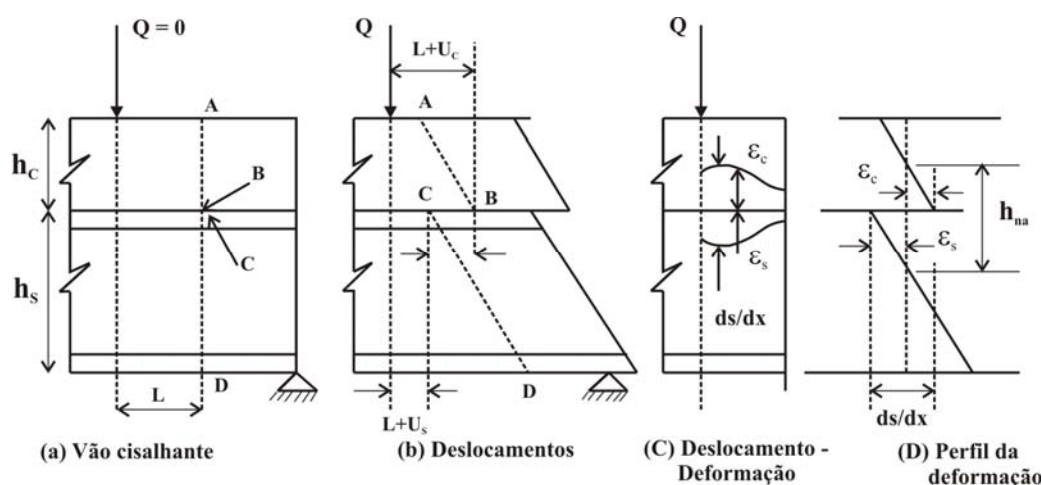


Figura 0.12 – Compatibilidade de deslocamentos longitudinal (OEHLERS *et al*, 1997)

Na interação total, considera-se que existe uma ligação perfeita entre o aço e o concreto, podendo-se assumir, dessa maneira, a hipótese de seções planas após a deformação permanecerem planas (Navier-Bernoulli). Desse modo, com relação à distribuição de deformações normais à seção, verifica-se a existência de uma única linha neutra, conforme mostrado, de maneira simplificada, na Figura 0.13. Quando ocorre escorregamento relativo no nível da ligação aço-concreto, há uma descontinuidade no diagrama de deformações, caracterizando a interação parcial. O efeito do escorregamento afeta a distribuição de tensões na seção, a distribuição do fluxo de cisalhamento longitudinal na conexão e, conseqüentemente, a deformabilidade das vigas. Esta última é relevante nas verificações da estrutura aos estados limites de serviço. O acréscimo de deslocamentos provocado pelo efeito

de escorregamento na interação parcial é considerado pelas normas em geral (VASCONCELLOS, 2004; RANGEL PAES; MIRAMBELL, 2003.a).

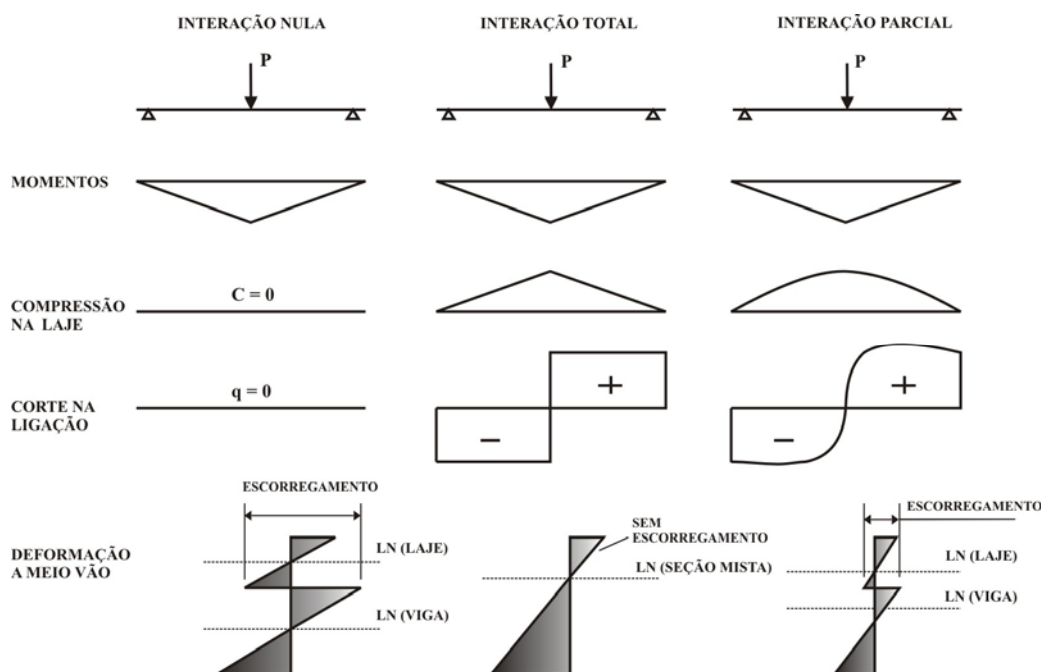


Figura 0.13 – Interação aço-concreto no comportamento de vigas mistas

Segundo o projeto de revisão da norma brasileira NBR 8800 (ABNT, 2003), para a determinação dos deslocamentos deve-se utilizar o momento de inércia da seção mista obtido da homogeneização teórica da seção. No caso de interação parcial, deve ser usado um momento de inércia dado por:

$$I_{ef} = I_a + \sqrt{\left(\sum Q_n / V_h\right)} (I_{tr} - I_a) \quad (0.4)$$

Sendo:

$I_{ef}$  = Momento de inércia efetivo;

$I_a$  = Momento de inércia da seção da viga de aço isolada;

$I_{tr}$  = Momento de inércia da seção mista homogeneizada;

$Q_n$  = Somatório das resistências individuais dos conectores;

$V_h$  = Resultante do fluxo de cisalhamento na interface.

De ensaios de cisalhamento direto, que são utilizados para caracterizar o comportamento de conectores de cisalhamento, mostra-se que, mesmo para baixos níveis de solicitação, o deslizamento relativo entre o aço e o concreto não é nulo (JOHNSON, 1994 *apud* RANGEL PAES; MIRAMBELL, 2003.a). Sendo assim, é importante uma previsão adequada de conectores de cisalhamento que reduzam o deslizamento na interface, proporcionando um acréscimo não somente na resistência ao momento fletor, mas também na rigidez da viga.

### 1.7.2 Grau de Conexão

Outro aspecto importante no contexto da deformabilidade da ligação viga-laje e que está relacionado com a capacidade resistente das vigas mistas em geral é o grau de conexão. Uma viga possui conexão total quando sua capacidade resistente à flexão não depende da resistência da ligação, ou seja, a capacidade resistente é definida pela deformação máxima do aço e do concreto na seção transversal mais solicitada.

Segundo Oehlers et al (1997), a resistência à flexão em uma seção de viga composta, como mostrado na Figura 0.14(b), pode ser determinada pela comparação das resistências do concreto comprimido ( $P_c = 0,85 \cdot f_c \cdot A_c$ ), da viga de aço ( $P_s = f_y \cdot A_s$ ) e dos conectores de cisalhamento ( $V_{sh}$ ) ao longo do vão  $L_{sp}$ . Por exemplo, quando a resultante do concreto comprimido é maior que a resultante de tração na viga de aço ( $P_c > P_s$ ) e o equilíbrio horizontal é alcançado com a resultante das forças nos conectores igual ou maior que a resultante de tração na viga de aço ( $V_{sh} \geq P_s$ ), diz-se que a viga possui conexão total. Por outro lado, quando a resultante de forças nos conectores é menor que a menor das resistências do concreto da laje ou da viga de aço, diz que a viga possui conexão parcial. Neste caso, a resistência dos conectores de cisalhamento controla a capacidade resistente à flexão da viga composta.

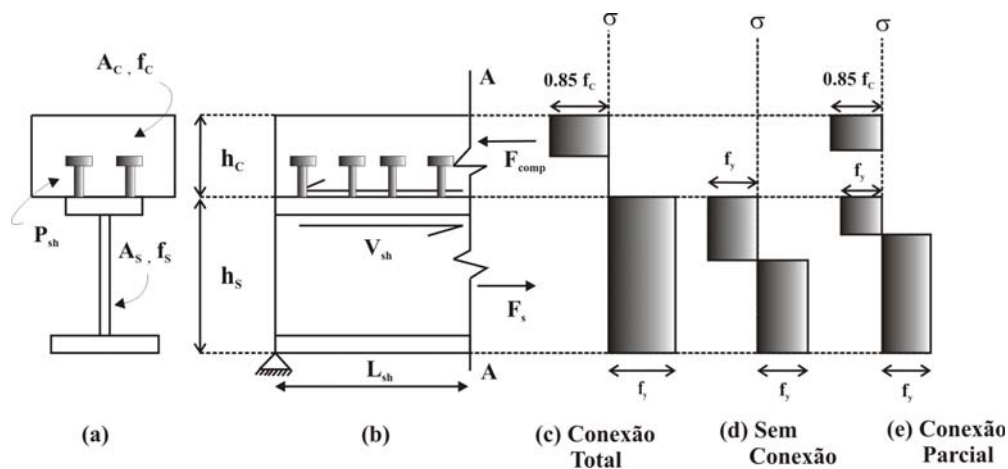


Figura 0.14 – Equilíbrio longitudinal de forças na seção transversal de uma viga mista (OEHLERS *et al*, 1997).

De outra forma, pode-se dizer que uma viga mista de aço e concreto possui conexão total quando o número de conectores é tal que dispor mais conectores não afeta a capacidade resistente da seção transversal. Por outro lado, uma viga possui conexão parcial quando a capacidade resistente da seção transversal depende da resistência dos conectores na interface. Nem sempre é possível projetar uma viga mista de aço e concreto com conexão total, pois em alguns casos é necessário um número muito grande de conectores, o que dificulta a sua fixação na face superior do perfil. Em outros casos, a viga pode apresentar uma capacidade resistente adequada à solicitação última com um número de conectores menor que o requerido para que a conexão seja total (RANGEL PAES; MIRAMBELL, 2003.a).

Nos casos de conexão total, há a formação de apenas uma única linha neutra na seção transversal, sendo a distribuição da deformação constituída por duas componentes, uma referente à deformação do concreto e outra devida à deformação do aço, (OEHLERS E SVED, 1995). Nas situações de conexão parcial ocorre a formação de duas linhas neutras na seção transversal. Quando a resistência do concreto comprimido é maior que a resistência da viga de aço, então a linha neutra se encontra na laje de concreto. Se a resistência da viga de aço for maior, então a linha neutra se encontra na viga de aço (Figura 0.15). Segundo Wang (1998) *apud* Rangel Paes e Mirambell.a (2003), mesmo nos casos de conexão total também se verifica a existência de algum deslizamento relativo na interface entre o aço e o concreto.

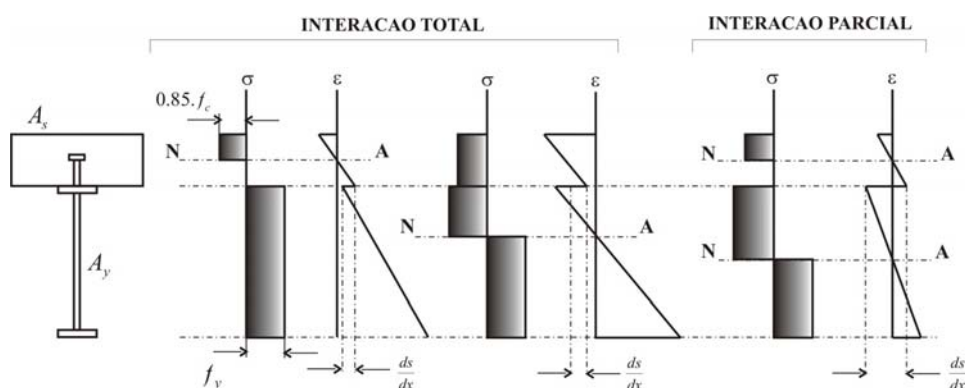


Figura 0.15 – Análise rígida plástica (OEHLERS E SVED, 1995).

O índice que permite avaliar o grau de conexão,  $g$ , é determinado pela relação entre o somatório das resistências individuais dos conectores, situados entre uma seção de momento fletor máximo e a seção adjacente de momento nulo,  $Q_n$ , e a resultante do fluxo de cisalhamento na interface  $V_h$ . Esse índice permite avaliar o tipo de conexão, isto é, quando  $g \geq 1$  a conexão é total, caso contrário, a conexão é parcial.

$$g = \frac{Q_n}{V_h} \quad (0.5)$$

Na prática, os termos interação total e conexão total (quando  $g = 1$ ) se confundem. Apesar disso, há uma clara distinção entre eles, sendo que a *interação* está associada com o escorregamento relativo na interface e o grau de *conexão* está associado à capacidade da viga em atingir o máximo momento resistente sem a ruptura da ligação.

### 1.7.3 Influência dos conectores na resistência das vigas

Segundo Malite (1993) o melhor aproveitamento dos conectores em vigas simplesmente apoiadas, em regime elástico, corresponde, em geral, a uma disposição mais concentrada junto aos apoios e mais espaçada na zona central, ou seja, é conveniente dispor mais conectores onde o fluxo de cisalhamento for maior.

Quando o comportamento dos conectores é do tipo flexível ou “dúctil”, a curva força-deslizamento apresenta um patamar definido e o deslizamento final é relativamente grande (Figura 0.9). Numa viga com conectores flexíveis, submetida a um carregamento estático crescente, quando os conectores mais solicitados atingem a sua capacidade máxima, eles continuam a se deformar sem ruptura. Desse modo, os conectores adjacentes ainda suportam acréscimos na força de cisalhamento e, conseqüentemente, a viga também suporta acréscimos de carregamento. Esse processo corresponde a uma redistribuição do fluxo de cisalhamento entre seções de momento fletor máximo e seções de momento fletor nulo. Nessas condições, o processo de redistribuição pode, teoricamente, continuar até a ruptura dos conectores inicialmente mais carregados, e junto aos quais o escorregamento é maior, ou até que se atinja na seção mais solicitada o momento resistente máximo.

Nas vigas mistas de edifícios, em geral com vãos entre 6 e 10 metros, o escorregamento entre aço e concreto é relativamente pequeno, de maneira que os conectores, mesmo os mais solicitados, permanecem no trecho inicial e linear do seu diagrama força-deslizamento. Assim, a flexibilidade dos conectores tem pequena influência no comportamento das vigas em serviço. No entanto, a resistência das vigas, expressa em termos do momento máximo da seção mais solicitada, é condicionada pela máxima força de cisalhamento que a ligação aço-concreto pode absorver. Isso é verdade principalmente para as vigas mistas com perfis laminados. Nas vigas mistas com perfis formados a frio, menos rígidas, dependendo da rigidez do conector é possível se observar deslizamentos e conseqüentes aumentos nas flechas das vigas mesmo em situações de serviço (DAVID, 2003).

A Figura 0.16 mostra, de maneira simplificada, o comportamento resistente de vigas mistas em relação ao grau de conexão. Em ordenadas tem-se o adimensional  $M_u / M_p$ , sendo  $M_u$  o momento fletor último e  $M_p$  o momento fletor de plastificação total da seção, e em abscissa o grau de conexão ( $g$ ). Na curva inferior (ABCD), onde o encruamento do aço não foi considerado, tem-se:

- Trecho AB: o efeito da interação é desprezível, e tem-se apenas a resistência da seção de aço isolada ( $M_a$ );

- Trecho BC: o efeito da interação já é considerável, mas o modo de falha é por ruptura da conexão, ou seja, tem-se conexão parcial;
- Trecho CD: a falha se dá por esmagamento do concreto na seção mais solicitada com o momento último ( $M_u$ ) inferior ao momento de plastificação ( $M_p$ ).

Na curva superior (EFG), onde o encruamento do aço foi considerado, o momento último ( $M_u$ ) ultrapassou o momento de plastificação ( $M_p$ ), e o trecho (BCD) foi elevado para o trecho (EFG).

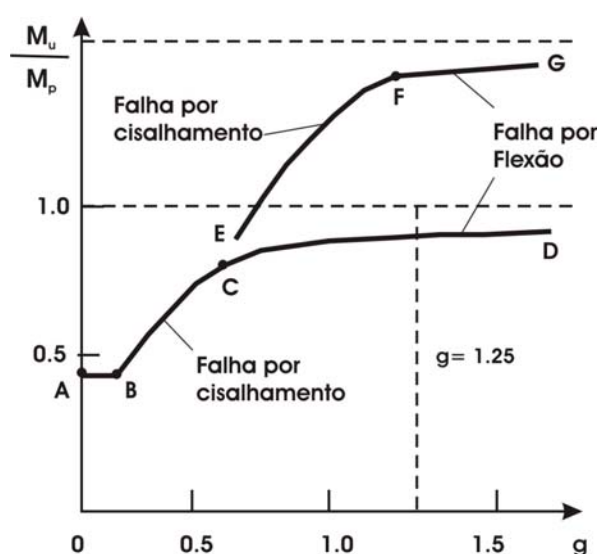


Figura 0.16 – Momento fletor resistente em função do grau de conexão, (MALITE, 1993) .

#### 1.7.4 Largura Efetiva

O conceito de largura efetiva permite levar em consideração o efeito “*shear lag*” relacionado com a distribuição de tensões axiais na laje. A teoria elementar de flexão em vigas supõe que as tensões axiais não variam ao longo da mesa de uma viga. Entretanto, sabe-se que se a largura é muito grande, a partir de uma certa distância do eixo da alma da viga trechos da mesa não trabalham inteiramente ao momento fletor, conforme ilustra a Figura 0.17. Portanto, a viga é menos rígida que o indicado pela teoria elementar da flexão. No entanto, é usual substituir a largura real das mesas por uma largura reduzida, de modo que a referida teoria

elementar da flexão, aplicada nesta viga de seção transversal transformada, forneça o valor correto da máxima tensão da flexão. Essa largura reduzida da mesa é denominada *largura efetiva*.

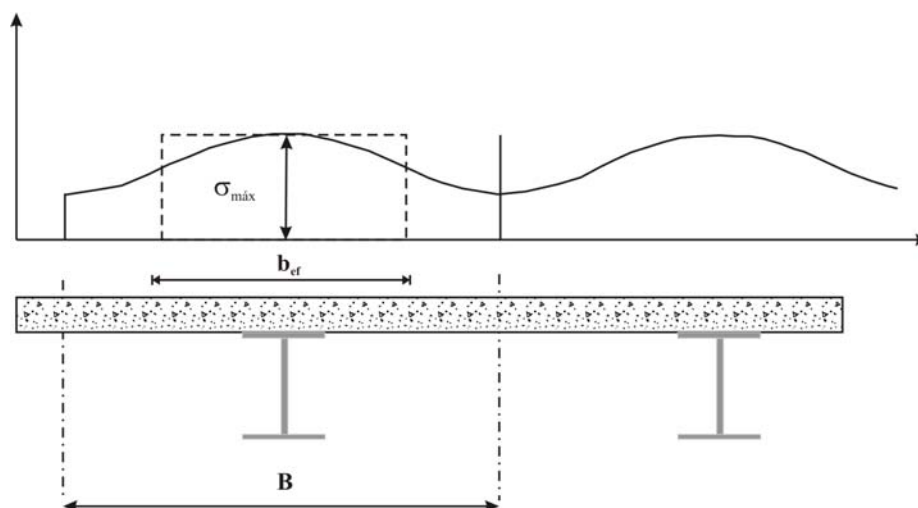


Figura 0.17 – Distribuição das tensões longitudinais na laje considerando o efeito “*Shear Lag*”.

O cálculo exato da largura efetiva no regime elástico depende de uma série de fatores, tais como:

- Condições de apoio;
- Tipo de carregamento e, conseqüentemente, da distribuição de momentos;
- Proporção existente entre a espessura da laje e a altura da viga;
- Armadura longitudinal colocada na laje de concreto.

A norma brasileira NBR 8800 (ABNT, 1986) recomenda que quando a laje se estender para ambos os lados da viga, a largura efetiva é determinada pelo menor dos seguintes valores:

- 1/4 do vão da viga mista de aço e concreto;
- 16 vezes a espessura da laje mais a largura da mesa superior da viga de aço;

- A largura da mesa superior da viga de aço mais a média das distâncias livres entre essa mesa e as mesas superiores das vigas adjacentes.

O critério que considera a espessura da laje na determinação da largura efetiva vem sendo abandonado, além de não ser utilizado pelas demais normas. Quando a laje se estende apenas para um lado da viga de aço, porém recobre totalmente sua mesa superior, a largura efetiva não pode ser maior que a largura dessa mesa mais a menor das seguintes larguras:

- 1/12 do vão da viga mista de aço e concreto;
- 6 vezes a espessura da laje;
- Metade da distância livre entre mesas superiores da viga considerada e da viga adjacente.

O EUROCODE 4 (2001) recomenda que a largura efetiva, para efeito de dimensionamento e verificação de seções transversais, deve ser determinada como se segue:

- Para vigas simplesmente apoiadas e quando a laje se estende para ambos os lados, a largura efetiva pode ser considerada igual a 1/4 do vão da viga mista, porém não sendo maior que a média das distâncias entre eixos de vigas adjacentes. Quando a laje se estende para um lado apenas, a largura efetiva pode ser tomada igual a 1/8 do vão da viga, não sendo maior que a metade da distância entre a viga analisada e a viga adjacente.
- Para vigas contínuas, a largura efetiva em cada lado da viga pode ser considerada igual a  $L_o/8$ , porém não superior à média das distâncias do eixo da viga analisado aos eixos das vigas adjacentes.  $L_o$  é a distância entre seções de momento nulo.

### 1.7.5 Aspectos da fissuração na laje de concreto

Os conectores de cisalhamento em vigas mistas aço-concreto agem como transmissores embutidos no meio do concreto. A ruptura do sistema misto geralmente é admitida quando o conector se rompe, o que pode ocorrer em consequência da redução

gradual da resistência e da rigidez do concreto na zona de compressão triaxial, localizada imediatamente em frente ao conector, também denominada zona de influência. Qualquer efeito, como fissuras na laje de concreto, que reduz a restrição triaxial na zona de influência irá reduzir a resistência do conector (OEHLERS, 1989).

A carga concentrada ( $P$ ) que o conector aplica na laje pode induzir ao surgimento de três distintos modos de fissuração da laje de concreto, que estão representados na Figura 0.18 . A fissura devido ao rasgamento propaga-se nas laterais do conector e depende da força de compressão no plano da laje. Esse tipo de fissura pouco influencia na resistência do conector, desde que ocorra fora da zona de compressão triaxial. As fissuras na direção da biela de compressão ocorrem próximas à zona de compressão triaxial e, conseqüentemente, podem afetar a resistência do conector. Entretanto, para limitar a fissuração na laje de concreto, são colocadas armaduras transversais que previnem a ruptura devido ao cisalhamento.

Segundo Oehlers (1989), a fissura por fendilhamento é a mais nociva ao concreto, tendo como conseqüência a ruptura do conector. A propagação da fissura por fendilhamento em frente ao conector induz o fendilhamento atrás do conector, diminuindo a restrição triaxial na zona de influência. A armadura transversal não evita o fendilhamento do concreto, mas limita a propagação das fissuras. Neste caso, a resistência ao cisalhamento do conector está diretamente ligada à resistência e à rigidez do conector e da laje de concreto, tendo a armadura transversal que compõe a laje um papel importante apenas no seu confinamento. Desta forma, para limitar a fissuração na laje de concreto na região onde se encontram as linhas de conectores, são colocadas armaduras transversais adicionais àquelas normalmente utilizadas na laje de concreto armado (TRISTÃO, 2002).

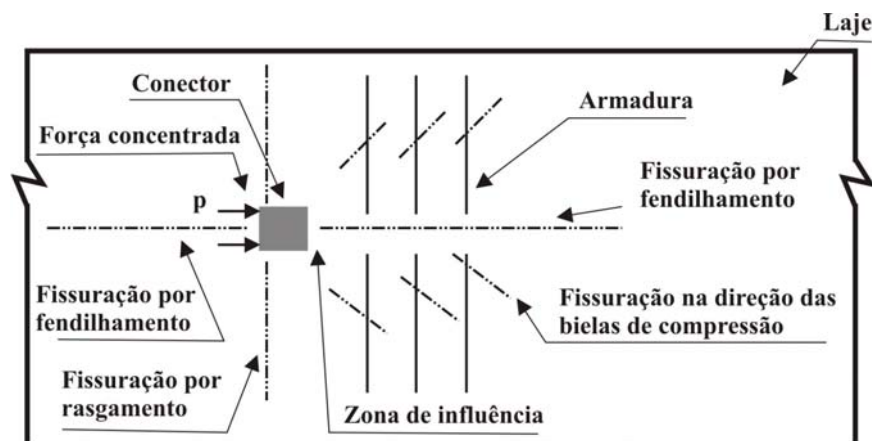


Figura 0.18 – Tipos de fissuração na laje devida à força concentrada (OEHLERS, 1989).

### 1.8 Ensaios em conectores de cisalhamento

A avaliação do comportamento estrutural dos conectores de cisalhamento é realizada mediante ensaios de cisalhamento direto, também denominados *push-out tests*. Esses ensaios permitem a obtenção da curva força-deslizamento, da força última e do modo de colapso da ligação. Várias normas prescrevem esse ensaio. O EUROCODE 4 (2001) apresenta recomendações para os ensaios de cisalhamento direto que incluem a especificação das dimensões dos modelos a serem ensaiados e a forma de determinação da resistência nominal dos conectores.

No ensaio de cisalhamento direto recomendado pelo EUROCODE 4 (2001), um perfil laminado é conectado a duas lajes de concreto armado. As lajes são apoiadas na parte inferior e o carregamento é aplicado na extremidade superior do perfil de aço. O deslizamento relativo entre o perfil de aço e as duas lajes de concreto é medido por relógios comparadores posicionados em cada lado da laje. O esquema desse ensaio é mostrado na Figura 0.19.

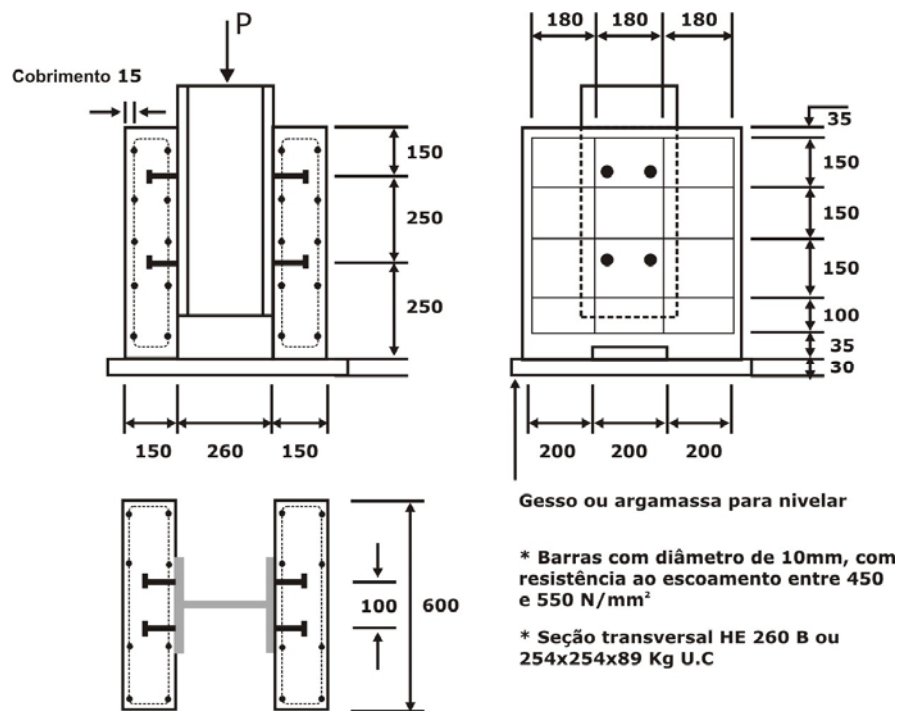


Figura 0.19 – Modelo de ensaio de cisalhamento direto adotado pelo EUROCODE 4 (2001).

A preparação dos protótipos deve seguir rigorosamente o previsto pelas normas, que busca retratar da maneira mais fiel possível os procedimentos usuais na prática, mas algumas recomendações devem ser seguidas para que resultados confiáveis possam ser obtidos. Em especial, algumas recomendações devem ser frisadas, tais como EUROCODE 4 (2001):

- Para que os resultados não sejam afetados pela aderência química entre o perfil de aço e o concreto, a superfície de contato deve ser engraxada;
- O concreto dos modelos deve sofrer cura ao ar;
- A resistência à compressão do concreto na ocasião do ensaio deve ser inferior à resistência característica ( $f_{ck}$ ) do concreto a ser utilizado na prática ( $70\% \pm 10\%$ );
- Durante a execução do ensaio, a força deve ser aplicada gradualmente, medindo-se o deslizamento relativo entre as superfícies de contato;
- A resistência ao escoamento, a resistência última e o alongamento máximo do aço do conector devem ser determinados;

Mesmo seguindo todas as prescrições normativas, os ensaios apresentam resultados que se diferenciam devido a diversos fatores. Cita-se, por exemplo, o número de conectores no modelo de ensaio, as tensões longitudinais médias na laje de concreto em torno dos conectores, o tamanho, o arranjo e a resistência da armadura da laje na vizinhança dos conectores, a espessura do concreto junto aos conectores, a aderência na interface aço-concreto, a resistência a compressão do concreto, o adensamento do concreto e o arranjo das partículas do agregado junto aos conectores. Além disso, a vinculação lateral da base da laje também influencia os resultados, pois deslocamentos laterais da laje podem provocar forças de arrancamento no conector, (DAVID, 2003).

Para avaliar os resultados dos ensaios, o EUROCODE 4 (2001) indica que são necessários no mínimo três ensaios em protótipos nominalmente idênticos para se obter a resistência última ( $P_u$ ) e a capacidade de deslizamento características. Quando, em nenhum ensaio, o desvio da força de ruptura em relação à média não exceder 10% , o menor valor da força de ruptura obtido nos ensaios será tomado como força última ( $P_u$ ). Caso isto não ocorra, pelo menos mais três ensaios devem ser realizados e o menor valor da força de ruptura, obtido nesses seis ensaios, será tomado como força última ( $P_u$ ). Quando pelo menos dez ensaios forem realizados, a força última ( $P_u$ ) pode ser determinada com sendo a força correspondente a uma probabilidade de 5% dos resultados obtidos serem menores que  $P_u$ .

Vários autores realizaram ensaios de cisalhamento direto para avaliar o comportamento de conectores tipo pino com cabeça (*Stud bolt*), destacando-se OEHLERS (1992) e LAM *et al* (1998). Este último realizou ensaios de cisalhamento direto em conectores tipo pino com cabeça e laje formada por painéis alveolares protendidos. Ele ensaiou 12 modelos, sendo variado a largura dos painéis, o espaçamento entre os painéis e os conectores, a taxa de armadura transversal e a resistência do concreto da ligação dos painéis. O modelo possuía apenas uma laje e era ensaiado na posição horizontal, sendo o carregamento aplicado na laje e não no perfil metálico. Os resultados mostraram que taxas de armadura mais elevadas resultaram em maiores resistência dos conectores devido ao maior confinamento do concreto, além de prevenir o surgimento de fissuras próximas aos conectores. Com relação ao posicionamento dos painéis pré-moldados dos conectores, quanto mais distantes estavam,

maiores eram a resistência e a rigidez da ligação. A variação da resistência do concreto utilizado na ligação dos painéis pouco influenciou na resistência ou rigidez da ligação.

Dos inúmeros ensaios de cisalhamento direto realizados em conectores tipo pino com cabeça foram propostas algumas expressões para a representação da curva força-deslizamento desse conector. Cita-se, por exemplo, o trabalho de VIEST *et al* (1997) *apud* QUEIROZ *et al* (2001) que propôs a seguinte expressão para esse conector::

$$R = R_u (1 - e^{-As}) B \quad (2.6)$$

Sendo  $R_u$  a resistência última,  $s$  o deslizamento relativo e A e B constantes de ajuste da curva. Estas constantes podem ser tomadas iguais a 18 e 0,4, respectivamente.

Alguns poucos autores realizaram ensaios de cisalhamento direto em conectores em perfil formado a frio, usando modelo semelhante ao apresentado pelo EUROCODE 4 (2001), buscando avaliar a resistência última e o comportamento força-deslizamento desse tipo de conector. Dentre esses trabalhos, merece destaque os ensaios realizados por Malite (1993) em três tipos de conectores de chapa dobrada (cantoneira simples, cantoneira enrijecida e perfil “U”), com duas espessuras de chapa (2,66 mm e 4,76 mm) e colocados em duas posições diferentes, conforme mostrado na Figura 0.20. A laje de concreto era maciça com resistência à compressão de aproximadamente 30 MPa. Para cada configuração foram ensaiados três modelos idênticos aos 28 dias de idade, sendo os deslocamentos relativos aço-concreto medidos por meio de quatro relógios comparadores com sensibilidade de 0,001 mm e posicionados juntos aos conectores.

De modo geral, o autor observou dois modos de ruptura da conexão aço-concreto: ruptura do aço do conector junto à solda e ruptura do concreto. O primeiro modo de falha ocorreu nos conectores com chapa mais fina (2,66 mm) e o segundo nos conectores com chapa mais grossa (4,76 mm). Em ambos os tipos notou-se que os conectores em cantoneira mantiveram sua forma geométrica inicial, ou seja, abas planas e ângulo de dobra igual a 90°, ocorrendo apenas uma rotação do conector junto à solda do mesmo com o perfil de aço, (MALITE, 1993).

---

Ainda segundo Malite (1993), a posição dos conectores no modelo, denominada posição I e II, teve pequena influência no valor da capacidade última, mas apresentou influência considerável no valor do deslizamento relativo máximo. Em todos os casos, os conectores na posição I se mostraram mais flexíveis (dúcteis) que os da posição II, recomendando-se o uso de conectores na posição I, pois a flexibilidade é uma importante propriedade requerida para os conectores de cisalhamento. Os conectores constituídos por cantoneira enrijecida apresentaram comportamento bastante semelhante ao de cantoneira simples, mostrando que, neste caso, o lábio enrijecedor não altera o comportamento força-deslizamento nem a resistência última do conector. Os conectores em perfil “U” não apresentaram diferenças significativas no comportamento força-deslizamento em relação aos conectores em cantoneira simples com a mesma espessura, embora apresentasse altura maior que a da cantoneira. Isto demonstra que a espessura da chapa do conector é a variável que mais influencia a resistência da ligação.

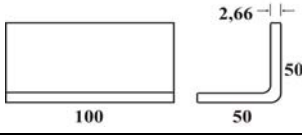
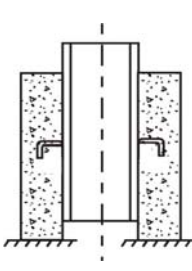
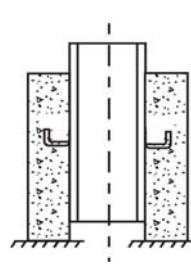
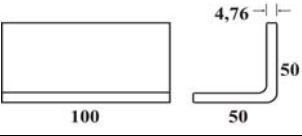
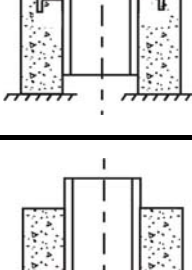
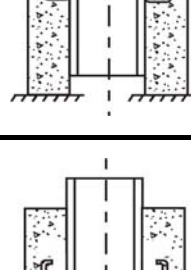
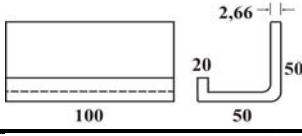
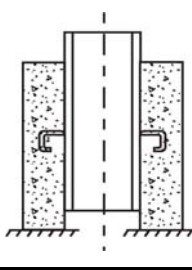
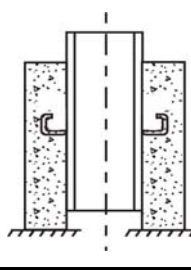
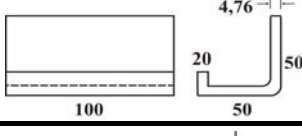
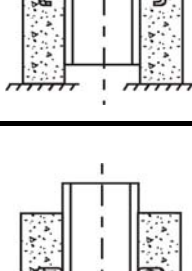
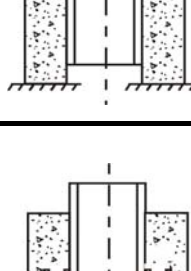
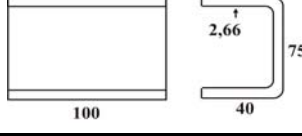
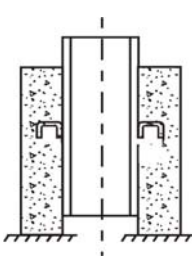
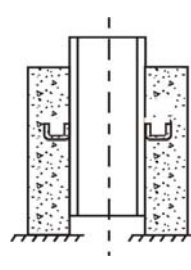
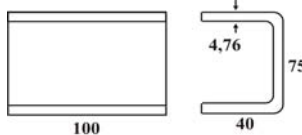
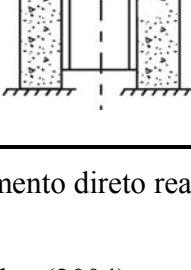
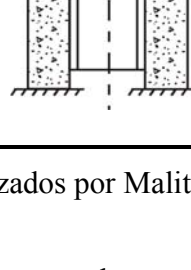
Posição		Dimensões (mm)	I	II
Tipo				
Cantoneira simples	A			
	B			
Cantoneira enrijecida	C			
	D			
Perfil "U" simples	E			
	F			

Figura 0.20 – Esquema geral dos ensaios de cisalhamento direto realizados por Malite (1993).

Em Malite *et al.* (1998) *apud* Vasconcellos (2004) são apresentados resultados de ensaios de cisalhamento direto em dois tipos de conectores formados a frio (cantoneira e perfil “U”) para a avaliação do comportamento força-deslizamento e da resistência última. Os resultados desses ensaios foram comparados com as expressões da norma americana AISC-LRFD (1994) e da norma brasileira NBR 8800 (1986) para o cálculo da resistência nominal de conectores em perfil “U” laminado. Dessa comparação, o autor concluiu que era possível aplicar as expressões dessas normas também em conectores formados a frio. A expressão proposta pelo autor para o cálculo da resistência nominal de conectores tipo cantoneira e perfil “U” é:

$$q_n = 0,00045.t.L.\sqrt{f_{ck}.E_c} \quad (0.7)$$

Sendo:

$q_n$  = resistência nominal do conector, kN;

$t$  = espessura da chapa do conector, mm;

$L$  = comprimento do conector, mm;

$f_{ck}$  = resistência característica do concreto à compressão, MPa;

$E_c$  = módulo de elasticidade do concreto ( MPa ),  $E_c = 42.\gamma_c^{1,5} \sqrt{f_{ck}}$  ;

$\gamma_c$  = peso específico do concreto em kN/m<sup>3</sup>.

A expressão 2.7 é derivada da expressão da norma americana AISC-LRFD (1994) para perfil laminado, fazendo as espessuras da mesa e da alma iguais nos perfis formados a frio.

Oliveira (2001) *apud* David (2003) também realizou ensaios de cisalhamento direto em três tipos de conectores: perfil formado a frio de 50 mm x 25 mm e espessura de 3,00 mm, pino com cabeça obtido de rebite com rosca interna e parafuso sextavado. As lajes eram maciças, com resistência à compressão de 30 MPa, armadas e não armadas. Os modelos constituídos por conectores em perfil “U” formado a frio tiveram seu modo de ruptura iniciado por escoamento do conector seguido da ruptura do concreto. Esse tipo de ruptura se deu segundo dois modos distintos:

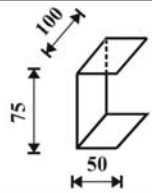
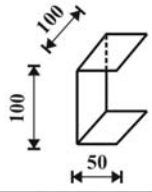
- a) nos modelos sem armadura no concreto, o colapso ocorreu inicialmente com escoamento do aço do conector e posterior ruptura frágil do concreto.
- b) nos modelos em concreto armado, mesmo após o escoamento do aço do conector os mesmos absorveram carga até o aparecimento de fissuras nas lajes. Posteriormente se deu o rompimento do concreto.

Em relação às forças de ruptura, o autor observou que elas foram maiores que os valores obtidos pela expressão da NBR 8800 (ABNT, 1986) para conector tipo “U” laminado.

### 1.8.1 Ensaios de cisalhamento direto realizados em David (2003)

Este item trata especificamente dos ensaios de cisalhamento realizados em David (2003) no laboratório de Estruturas da Escola de Engenharia Civil da UFG. O objetivo do destaque é que esses ensaios foram utilizados na validação do modelo numérico desenvolvido neste trabalho. Dos ensaios, o autor obteve resultados de força por conector *versus* deslizamento e força por conector *versus* deformação específica do aço do conector. As principais características dos modelos ensaiados estão descritas no Quadro 0.1.

Quadro 0.1 – Ensaios de cisalhamento direto realizados em David (2003).

Modelos	Dimensões dos conectores (mm)	Espessuras dos conectores (mm)	Resistência à compressão $f_{cm}$ (Mpa)
MOD.01		2.00	25,63
MOD.02		3.75	25,05
MOD.03		2.00	39,12
MOD.04		3.75	35,46
MOD.05		2.00	20,98
MOD.06		3.75	21,99
MOD.07		2.00	29,02
MOD.08		3.75	28,26

Os modelos de cisalhamento direto ensaiados em David (2003), Figura 0.21 (b), consistiam de um perfil caixa ao qual foram soldados dois conectores tipo U formados a frio. O modelo era complementado com a concretagem de duas lajes nervuradas de concreto, formadas pela associação de treliças metálicas com material de enchimento em EPS e concreto moldado no local, Figura 0.21 (a). As treliças utilizadas na confecção das lajes possuíam uma armadura adicional de 8 mm e tinham altura de 8 cm, resultando em uma laje com altura acabada de 12 cm. As dimensões finais das lajes eram de 830 mm x 900 mm, sendo formadas por seis treliças com 40 cm de comprimento (2 sinusóides), quatro placas de EPS de dimensões 250 mm x 400 mm x 80 mm e mesa de compressão de 40 mm, conforme Figura 0.22. As dimensões das lajes eram superiores aos valores normalizados de 600 mm x 620 mm pelo EUROCODE 4 (2001). Isso se deve às disposições construtivas do modelo, pois uma das

considerações adotada pelo autor era que o conector ficasse na região de encontro de duas treliças e que a laje fosse, aproximadamente, quadrada.

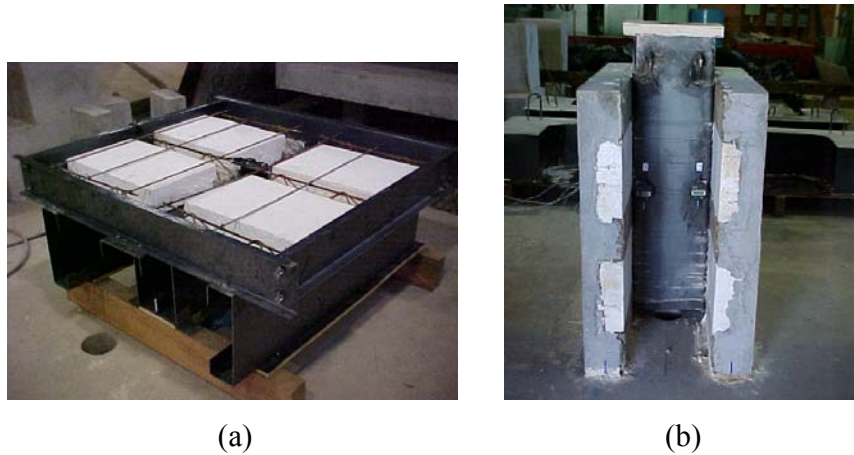


Figura 0.21 – Foto com detalhe da armadura da laje nervurada (a) e de um modelo de cisalhamento direto após a concretagem das lajes (b) (DAVID, 2003).

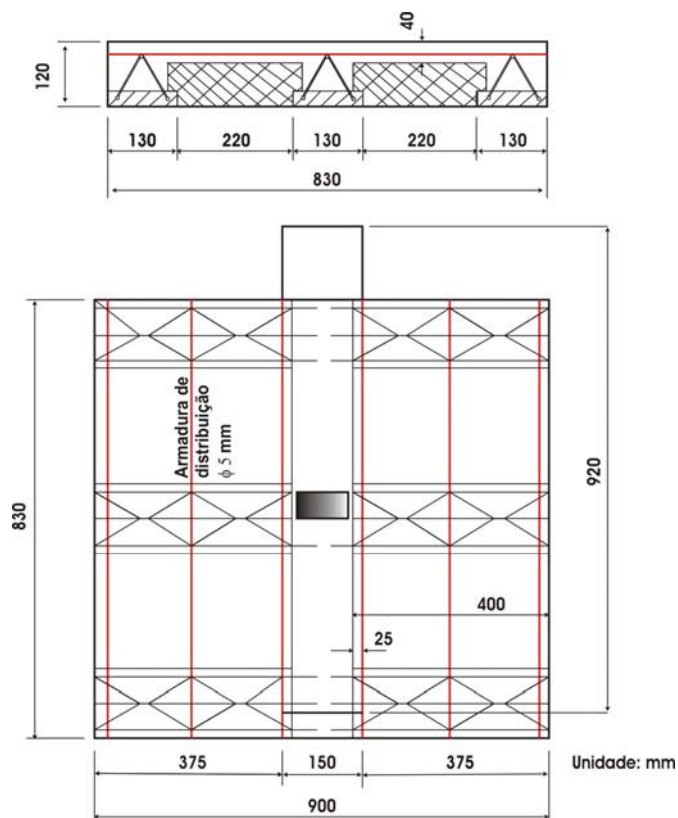


Figura 0.22 – Dimensões da laje do ensaio de cisalhamento direto (DAVID, 2003)

A laje treliçada era acoplada a um perfil caixa, com seção constituída pôr dois perfis U enrijecidos de 250 mm x 75 mm x 25 mm, 4,75 mm de espessura e comprimento de 930 mm. A ligação entre a laje e o perfil foi feita pôr meio de conectores de cisalhamento do tipo U formado a frio com espessuras de 2,00 mm e 3,75 mm.

Na Figura 0.23 é ilustrada a posição dos extensômetros nos modelos de cisalhamento direto ensaiados em David (2003) com conectores de 75 mm de altura. Já na Figura 0.24 é ilustrada a posição dos extensômetros nos modelos com conector de 100 mm de altura. Cada conector foi instrumentado com quatro extensômetros, sendo que nos conectores com 75 mm dois foram colados à meia altura na face comprimida e dois a meia altura na face tracionada. Nos conectores com 100 mm de altura todos os extensômetros foram colados na face tracionada, sendo dois a 32,5 mm da base do conector e os outros dois a 32,5 mm do topo do conector. Essas posições são importantes, pois, a partir delas, foram definidos os pontos do modelo computacional onde foram medidas as deformações específicas que representam a deformação do conector de cisalhamento.

Segundo David (2003), a variável que mais influenciou a resistência da ligação foi a espessura do conector de cisalhamento, seguida da altura do conector e, finalmente, da resistência do concreto. O autor observou que, elevando a espessura do conector de 2,00 mm para 3,75 mm, ou seja, em 87,5%, houve um aumento médio de 69% na resistência da ligação, independentemente de sua altura e da resistência do concreto (Figura 0.25). A autora observou, ainda, que a influência da espessura foi maior nos conectores de 75 mm de altura e com concreto de resistência à compressão mais elevada.

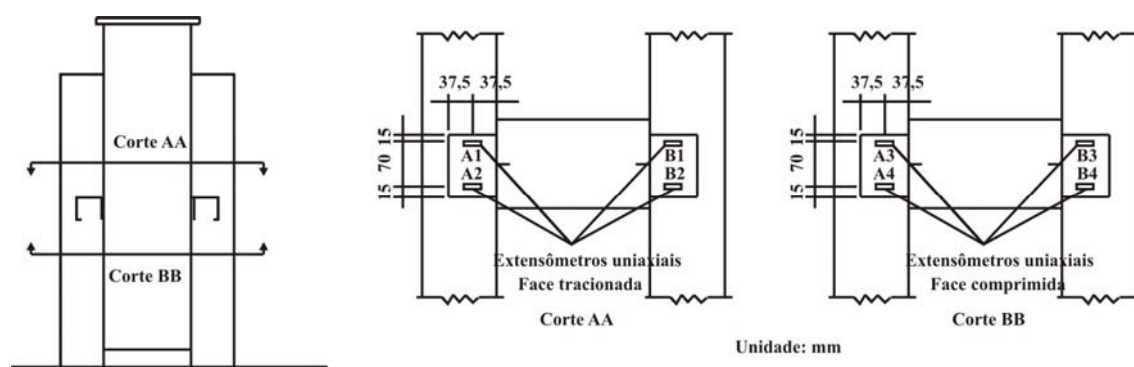


Figura 0.23 – Posição dos extensômetros nos modelos MOD01 a MOD04 (DAVID, 2003).

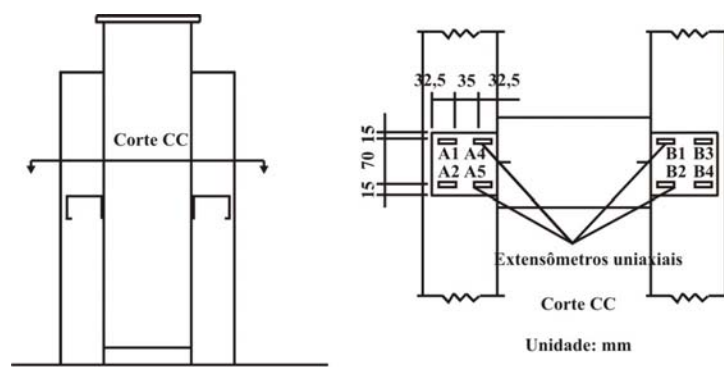


Figura 0.24 – Posição dos extensômetros nos modelos MOD05 a MOD08 (DAVID, 2003).

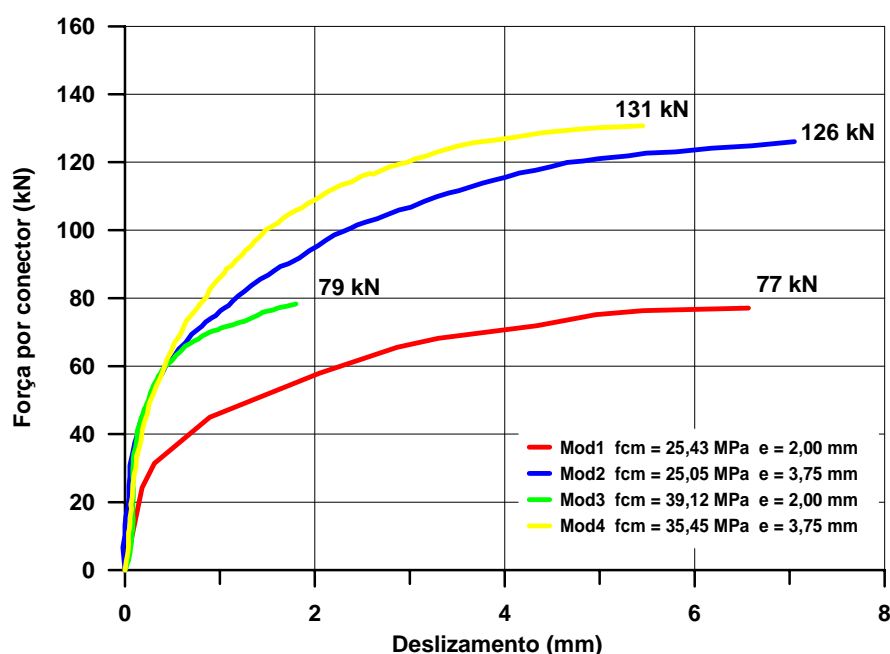


Figura 0.25 – Gráfico força *versus* deslizamento para conectores de 75 mm de altura (DAVID, 2003).

O acréscimo da altura do conector de 75 mm para 100 mm aumentou a resistência da ligação em 16%, em média, independente da espessura e da resistência à compressão do concreto. A autora observou que o aumento da altura influenciou mais a ligação com conectores menos espessos, com 2,00 mm de espessura, e com concreto de menor resistência à compressão.

O acréscimo da resistência à compressão do concreto em aproximadamente 45% resultou em um aumento médio de apenas 3,15% na resistência da ligação dos conectores de 75 mm. Já o acréscimo de 32% na resistência do concreto nos modelos com conectores de 100 mm de altura aumentou em apenas 9% a resistência da ligação, ficando clara a pouca influencia da resistência do concreto na resistência da ligação (Figura 0.26).

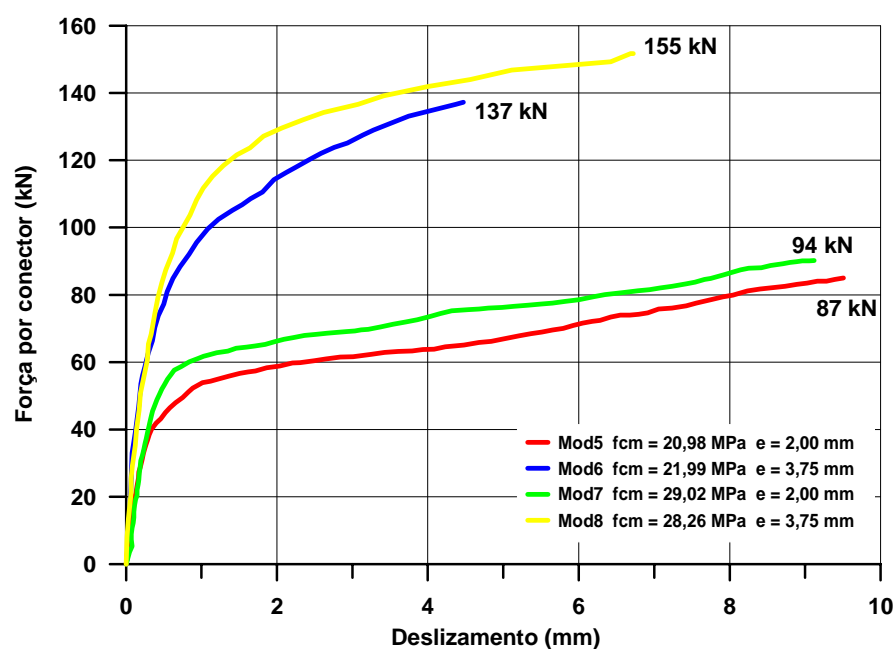


Figura 0.26 – Gráfico força *versus* deslizamento para conectores de 100 mm de altura (DAVID 2003).

A autora observou também o modo de ruptura da ligação nos modelos ensaiados e concluiu que, nos modelos com conectores de 75 mm de altura, todos romperam pelo escoamento do aço dos conectores, independente da espessura do conector. A laje não apresentou fissuras nesses modelos e nos carregamentos últimos observou-se uma rotação da laje. Nos conectores com 100 mm de altura, a autora observou que o modo de ruptura foi alterado devido ao aumento da espessura do conector. Os conectores com espessura de 2,00 mm atingiram o escoamento do aço e ao final do ensaio romperam na região da dobra, fazendo com que a laje se separasse completamente do perfil. Já os conectores com espessura de 3,75 mm atingiram o escoamento do aço e, em seguida, a laje começou a fissurar na região

dos conectores. Nos carregamentos finais, a mesa do conector se deformou de maneira a expulsar o cobrimento de concreto que existia sobre o conector.

Em continuação a esse trabalho, David *et al* (2005) realizaram 17 ensaios de cisalhamento direto em conectores em perfil U formado a frio embutidos em lajes com vigotas pré-moldadas treliçadas. O carregamento aplicado aos modelos foi inicialmente cíclico (25 ciclos com carregamento entre 5% e 40% da força máxima prevista), sendo em seguida aplicado carregamento monotônico até a ruptura, conforme recomendação atual do EUROCODE 4 (2001). Os modelos tinham como características espessura de 2,25 mm, 3,75 mm e 4,75 mm, altura do conector de 75 mm, 100 mm e 125 mm, e espessura da laje de 120 mm, 140 mm e 160 mm. O valor médio da resistência à compressão do concreto era de 43 MPa.

Os autores compararam os resultados experimentais de Malite (1993), David (2003) e David *et al* (2005) com a expressão do AISC (1999) e observaram que essa expressão fornece resultados ligeiramente conservadores para as espessuras menores (2,00 mm e 2,25 mm), satisfatórias para as intermediárias (2,65 mm e 3,75 mm) e contra a segurança para espessura maior (4,75 mm). Com base em uma análise inicial, ainda não conclusiva, os autores também propuseram uma expressão que melhor se ajusta aos resultados experimentais, conforme pode ser visualizado na Figura 0.27 . A referida expressão está apresentada a seguir.

$$q_n = (0,00031 \cdot t + 0,00051) \cdot L_c \cdot (E_{sc} \cdot f_{ck})^{1/2} \quad (0.8)$$

Sendo:

$q_n$  = resistência de um conector em perfil U formado a frio com  $t$  entre 2 mm e 5 mm (kN);

$t$  = espessura do conector (mm);

$L_c$  = comprimento do conector (mm);

$f_{ck}$  = resistência característica do concreto à compressão (MPa);

$E_{sc}$  = módulo de elasticidade secante do concreto (MPa).

Vale observar que essa expressão possui um termo independente da espessura do conector, o que indica que outros mecanismos resistentes devem estar influenciando a resistência da ligação.

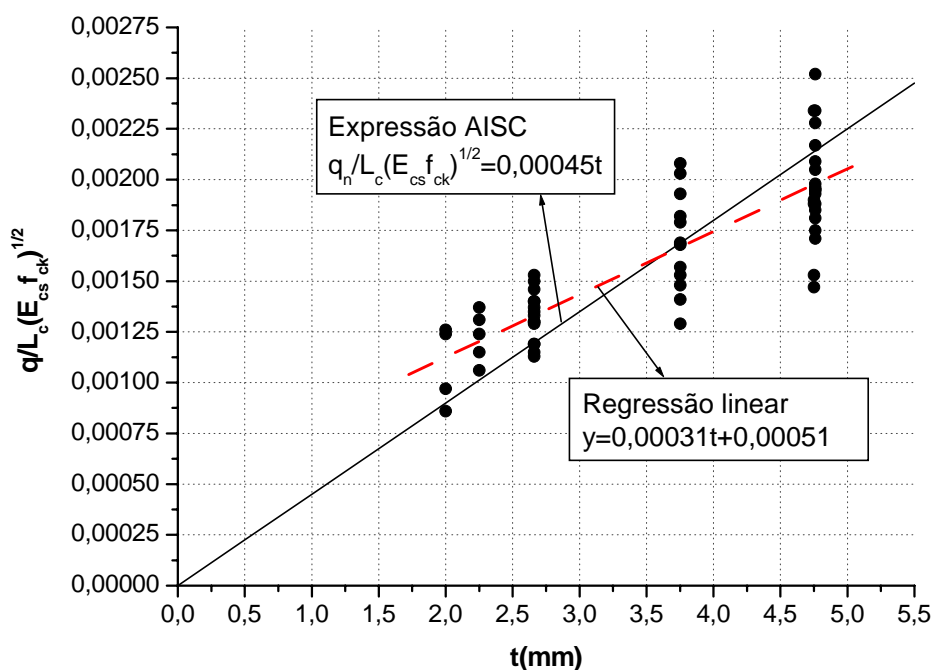


Figura 0.27 – Resultados experimentais para conectores tipo U formado a frio, (DAVID *et al*, 2005).

## 1.9 Expressões normativas para conectores tipo perfil U laminado

Algumas normas de estruturas mistas aço-concreto fornecem expressões para o cálculo da resistência de conectores com base em ensaios experimentais. A seguir são apresentadas algumas expressões encontradas na bibliografia pesquisada para avaliação da resistência de conectores tipo perfil U laminado.

### 1.9.1 Norma brasileira NBR 8800: 1986

A resistência nominal, em “kN”, de um conector de cisalhamento de perfil U laminado, totalmente embutido em laje maciça de concreto com face inferior plana e diretamente apoiada sobre a viga de aço, é dada por:

$$q_n = 0,0365 \cdot (t_f + 0,5 \cdot t_w) \cdot L_{cs} \cdot \sqrt{f_{ck}} \quad (2.9)$$

Sendo:

$q_n$  = resistência nominal do conector, kN;

$t_f$  = espessura da mesa do conector, mm;

$t_w$  = espessura da alma do conector, mm;

$L_{cs}$  = comprimento do perfil U, mm;

$f_{ck}$  = resistência característica do concreto à compressão, MPa;

Esta expressão é válida para concretos de densidade acima de 22 kN/m<sup>3</sup> e resistência à compressão característica,  $f_{ck}$ , entre 20 MPa e 28 MPa.

### 1.9.2 Projeto de revisão da norma brasileira NBR 8800: 2003

Segundo o projeto de revisão da norma brasileira NBR 8800 (ABNT, 2003), a resistência de cálculo de um conector de cisalhamento em perfil U laminado, totalmente embutido em laje maciça de concreto com face inferior plana e diretamente apoiada sobre a viga de aço, é dada por:

$$q_n = \frac{0,3 \cdot (t_f + 0,5 \cdot t_w) \cdot L_{cs} \cdot \sqrt{f_{ck} \cdot E_c}}{\gamma_{cs}} \quad (2.10)$$

Sendo:

$q_n$  = resistência de cálculo do conector, kN;

$\gamma_{cs}$  = coeficiente de ponderação de resistência do conector, igual a 1,25;

$t_f$  = espessura da mesa do conector, mm;

$t_w$  = espessura da alma do conector, mm;

$L_{cs}$  = comprimento do perfil U, mm;

$f_{ck}$  = resistência característica do concreto à compressão, MPa;

$E_c$  = módulo de elasticidade do concreto, MPa.

A resistência de cálculo de um conector de cisalhamento em perfil U formado a frio deve ser determinada também pela expressão (2.10), tomando-se as espessuras da mesa e da alma iguais à espessura da chapa utilizada no dobramento.

### 1.9.3 Norma americana AISC-LRFD

Segundo a norma americana AISC-LRFD (1999), a resistência nominal do conector de cisalhamento em perfil U laminado embutido na laje de concreto é dada por:

$$q_n = 0,0003 \cdot (t_f + 0,5 \cdot t_w) \cdot L_{cs} \cdot \sqrt{f_{ck} \cdot E_c} \quad (2.11)$$

Sendo:

$q_n$  = resistência nominal do conector, N;

$t_f$  = espessura da mesa do conector, mm;

$t_w$  = espessura da alma do conector, mm;

$L_{cs}$  = comprimento do perfil U, mm;

$f_{ck}$  = resistência característica do concreto à compressão, MPa;

$E_c$  = módulo de elasticidade do concreto, MPa.

A equação 2.11 foi adotada pelo Projeto de Revisão da NBR 8800 (ABNT, 2003) para o cálculo da resistência nominal de conectores de cisalhamento em perfil U laminado.

### 1.9.4 Norma americana de rodovias AASHTO

As recomendações da AASHTO (*Association of State Highway and Transportation Officials*) requerem que os conectores sejam calculados à fadiga e verificados à resistência última. A AASHTO requer (AASHTO, 1973 *apud* DAVID, 2003):

- Afastamento mínimo do conector da borda do flange de 25,4 mm;
- O conector deve penetrar pelo menos 50,8 mm acima da face inferior da laje;
- O recobrimento do concreto acima da face superior do concreto deve ser maior ou igual a 50,8 mm;

Os filetes de solda para perfis U de 76,2 mm a 127 mm devem ser de 4,76 mm.

A resistência última  $q_{Rd}$  dos conectores tipo perfil U laminado é dada por:

$$q_n = 0,04566 \cdot (t_f + 0,5 \cdot t_w) \cdot L_{cs} \cdot \sqrt{f_{ck}} \quad (2.12)$$

Sendo:

$q_n$  = resistência nominal do conector, kN;

$t_f$  = espessura do flange do conector, mm;

$t_w$  = espessura da alma do conector, mm;

$L_{cs}$  = comprimento do conector, mm;

$f_{ck}$  = resistência característica do concreto à compressão, MPa.

### 1.9.5 Norma britânica BS 5400

A norma britânica BS 5400 (1979) *apud* TRISTÃO (2002) não recomenda expressões para o cálculo da resistência de conectores, mas apresenta valores para determinação da capacidade nominal ( $q_n$ ) do conector tipo perfil U laminado, conforme Tabela 0.1.

Tabela 0.1 – Capacidade nominal dos conectores U laminado segundo a BS 5400 (1979)

Tipo de perfil U (mm)	Material do conector	Resistência do conector (kN)			
		Resistência característica à compressão do concreto - $f_{ck}$ (MPa)			
		20	30	40	50
127 x 64 x 14,90 Kg x 150	Grau 43 da BS 4360 (1972)	351	397	419	442
102 x 52 x 10,42 Kg x 150		293	337	364	390
76 x 38 x 6,70 Kg x 150		239	283	305	326

### 1.10 Modelagem numérica do ensaio de cisalhamento direto

Vários artigos já foram publicados buscando propor relações para o cálculo da força última e para a determinação da curva força-deslizamento a partir de ensaios de cisalhamento direto. Porém, poucos estudos foram realizados para a determinação do comportamento dos conectores de cisalhamento por meio de modelagens numéricas.

KALFAS *et al* (1997) desenvolveram um modelo numérico simples, baseado no método dos elementos finitos, para investigar o comportamento dos conectores de cisalhamento, Figura 0.28. Para a modelagem do ensaio de cisalhamento direto foram utilizados três tipos de elementos finitos para compor o modelo, como demonstrado a seguir:

- A laje de concreto foi modelada por meio de elementos tridimensionais que permitem deslocamentos em três direções.
- A viga de aço foi modelada por meio de elementos de barra rígida, pois a viga é muito mais rígida quando comparada com as outras partes do modelo.
- Os conectores (pinos com cabeça), considerados conectores flexíveis, foram modelados por meio de elementos de viga.

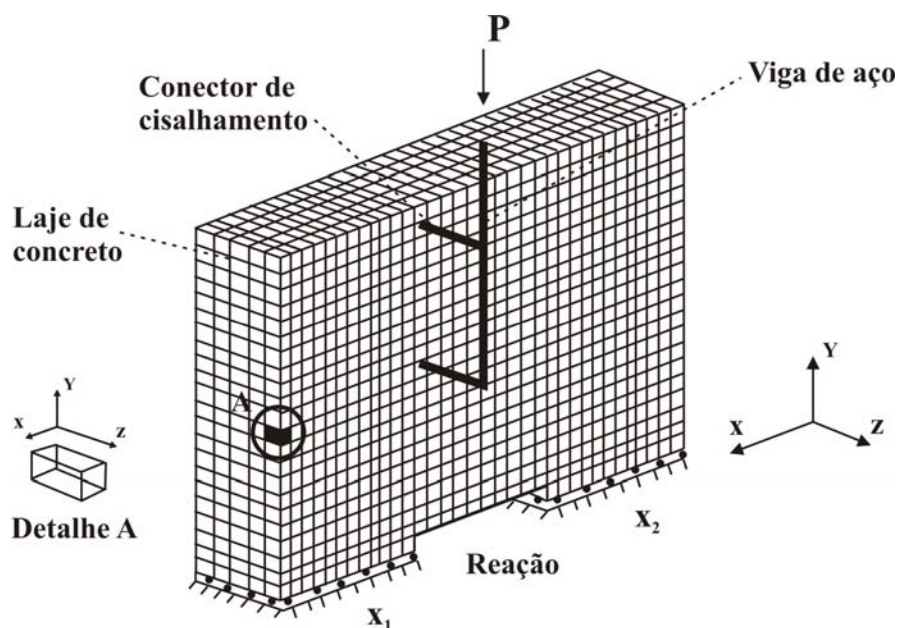


Figura 0.28 – Discretização do ensaio de push out (KALFAS *et al.*, 1997).

O programa utilizado para a modelagem foi o COSMOS/M. Para os materiais foi admitido comportamento não-linear e apenas metade do modelo de cisalhamento direto foi modelada devido à simetria existente. Os resultados do modelo numérico desenvolvido por esses autores foram confrontados com resultados experimentais que seguiram os procedimentos do EUROCODE 4 (1994). Nestes ensaios, foram analisados nove ensaios idênticos que consistiam basicamente de dois pinos com cabeça (stud), em cada laje, com 13 mm de diâmetro e 75 mm de altura, espaçados entre si de 250 mm. A viga metálica era composta por um perfil HB 260 B, com comprimento final de 600 mm. A laje de concreto acoplada a mesa do perfil metálico mediante os conectores de cisalhamento, tinha dimensão de 500 mm x 600 mm x 100 mm. Os autores observaram uma divergência máxima de 14% entre os valores experimentais e os resultados obtidos das análises do modelo numérico. As deformações de encruamento do aço, a contribuição das barras de aço na laje de concreto e a pequena contribuição à tração do diagrama tensão-deformação do concreto não foram levados em conta nesse modelo, podendo ser essas as prováveis causas da divergência apresentada.

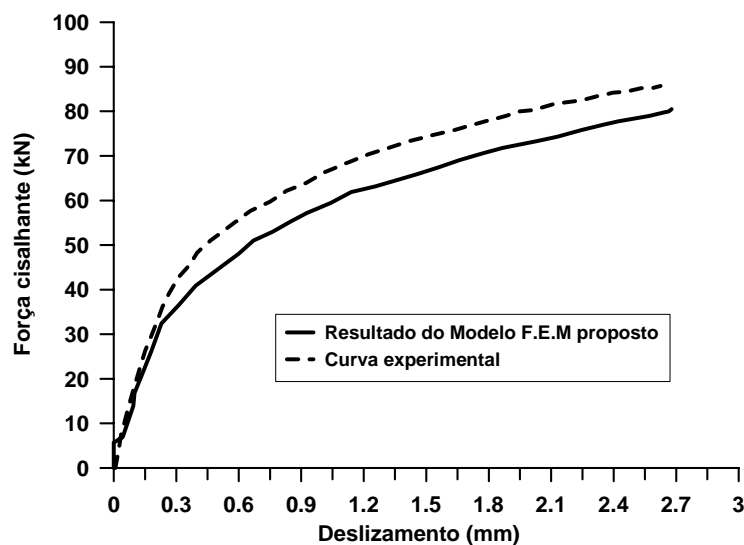


Figura 0.29 – Comparação dos resultados experimentais e da análise FEM (KALFAS *et al.*, 1997).

OGUEJIOFOR (1997) realizou um estudo numérico, via Método dos Elementos finitos, do ensaio de cisalhamento direto em conectores do tipo “perfobond” com o objetivo de estabelecer uma expressão generalizada para a capacidade cisalhante última deste tipo de conector. O conector tipo “perfobond” consiste de uma chapa plana de aço, com furos circulares, soldado sobre a mesa superior da viga de aço (Figura 0.30). O modelo típico do ensaio de cisalhamento direto em conectores do tipo “perfobond” é ilustrado na Figura 0.31.

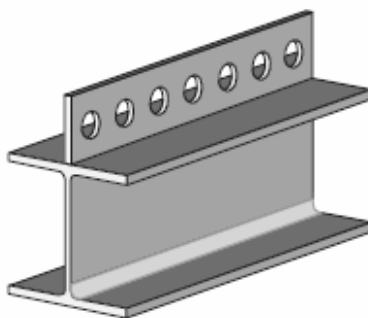


Figura 0.30 – Conector tipo “perfobond”, (VERÍSSIMO *et al.*, 2006).

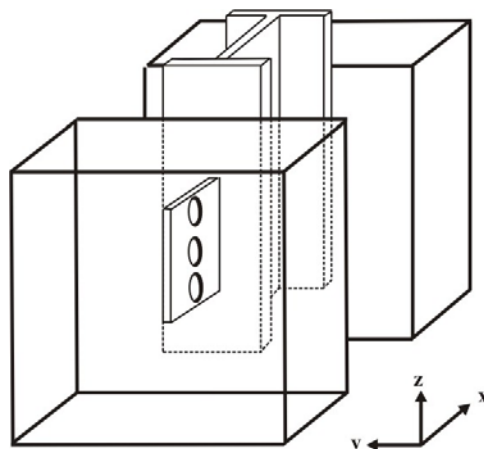


Figura 0.31 – Modelo do ensaio de cisalhamento direto em conector tipo perfobond (OGUEJIOFOR, 1997).

Foi utilizado pelo autor o programa comercial ANSYS® 6.1 para a construção do modelo numérico do ensaio de cisalhamento direto. As variáveis da análise foram: a resistência à compressão e à tração do concreto, a quantidade e a resistência do aço utilizado na armadura transversal e a espessura e altura do conector tipo “perfobond”. Devido à simetria, modelou-se apenas um quarto do ensaio, sendo utilizados dois tipos de elementos na construção do modelo. O concreto da laje foi representado pelo elemento Solid65, incorporando a representação da armadura transversal da laje, e o perfil metálico e o conector tipo “perfobond” foram representados pelo elemento de membrana Shell41. Na interface entre o aço e o concreto não foram utilizados elementos de contato. Entre os nós coincidentes da laje de concreto e do perfil metálico aplicou-se o “coupled” nas direções X e Y, ou seja, impôs-se que os nós teriam os mesmos deslocamentos nessas direções. Já entre os elementos de concreto e os elementos do conector aplicou-se o comando “merged”, ou seja, nessa interface os nós pertenceriam tanto à malha do concreto quanto à malha do conector.

Para a representação do comportamento do concreto, admitiu-se um modelo elástico não-linear, introduzindo uma curva tensão *versus* deformação para o concreto, descrito pelas seguintes equações:

$$f_c = f_c' \left[ 2 \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \right) - \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \right)^2 \right] \quad \text{para } 0 < \varepsilon \leq \varepsilon_0 \quad (0.13)$$

$$f_c = f_c' - 0.15 \cdot f_c' \left[ \frac{\varepsilon - \varepsilon_0}{\varepsilon_{cu} - \varepsilon_0} \right] \text{ para } \varepsilon_0 < \varepsilon \leq \varepsilon_{cu} \quad (0.14)$$

sendo:

$f_c$  = tensão de compressão no concreto;

$f_c'$  = tensão de compressão máxima no concreto;

$\varepsilon$  = deformação no concreto;

$\varepsilon_0$  = deformação correspondente à tensão de compressão máxima no concreto;

$\varepsilon_{cu}$  = deformação última no concreto.

Em média o resultado da capacidade última do conector, obtida através da modelagem, foi 17 % inferior ao valor obtido do ensaio experimental. Segundo OGUEJIOFOR (1997) melhores resultados poderiam ter sido obtidos com o refinamento da malha de elementos finitos, pois para este estudo utilizou-se uma versão educacional do ANSYS que continha algumas limitações associadas.

TRISTÃO (2002) realizou simulações numéricas de conectores tipo pino com cabeça, Figura 0.32, e perfil “U” formado a frio, Figura 0.33, cujos resultados foram confrontados com valores experimentais obtidos de ensaios de cisalhamento direto em laboratório.

Para a simulação numérica, o autor utilizou o programa comercial ANSYS® 5.7, baseado no método dos elementos finitos. Os modelos numéricos apresentaram como variáveis de interesse o número de conectores na laje de concreto, a quantidade de armadura inserida no concreto, o diâmetro do conector tipo pino com cabeça, a resistência à compressão do concreto e a espessura e a posição de soldagem do conector tipo perfil “U” formado a frio.

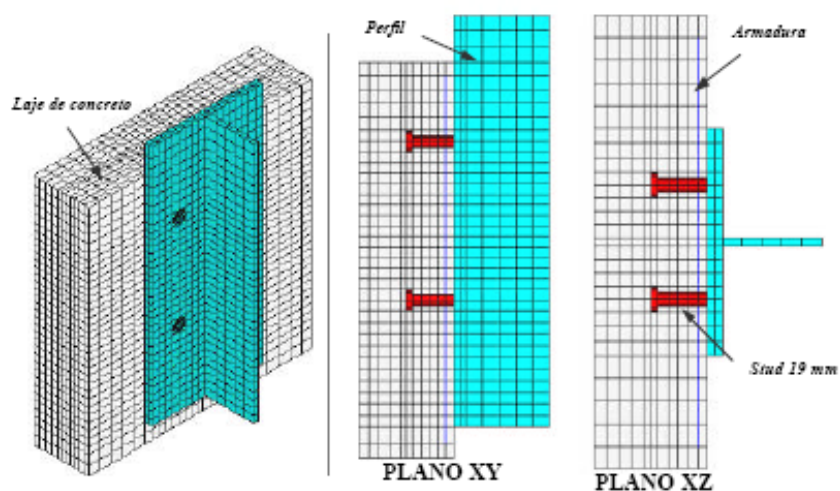


Figura 0.32 – Modelo numérico com conector tipo pino com cabeça (TRISTÃO 2002).

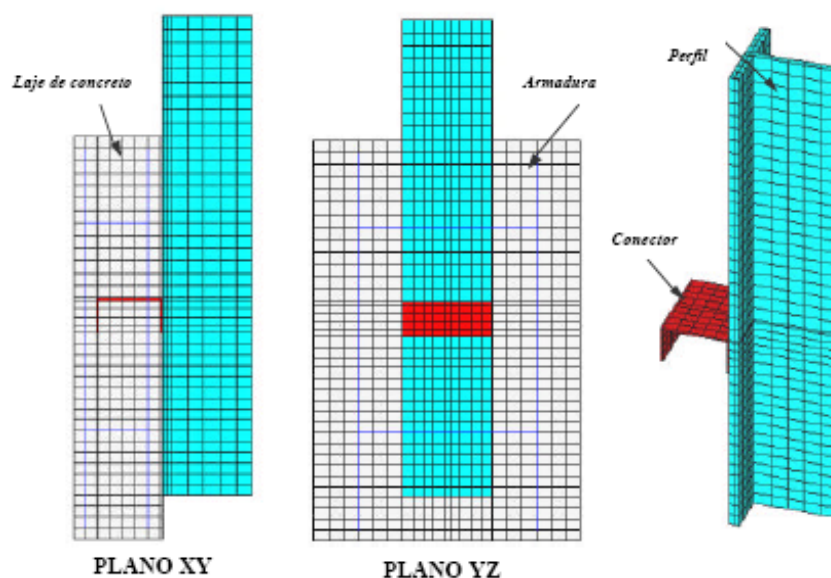


Figura 0.33 – Modelo numérico com conector em perfil U formado a frio (TRISTÃO, 2002).

Segundo Tristão (2002), a variação desses parâmetros teve como finalidade a determinação da resistência última e da relação força-deslizamento dos conectores, bem como a avaliação da concentração de tensões nas partes constituintes dos modelos. Sendo a geometria e a sollicitação do modelo experimental simétricos, modelou-se apenas metade do modelo experimental, adotando-se elementos finitos com apenas três graus de liberdade, referentes à translação em X, Y e Z. O comportamento não-linear do concreto foi

representado pelo modelo CONCRETE, capaz de simular o esmagamento na compressão e a fissuração na tração. Este modelo tem como base o critério de ruptura para o estado de tensão multiaxial proposto por “Willam-Warnke” (ver detalhes no apêndice A). O segundo modelo, utilizado em algumas regiões da laje, era um modelo elástico não-linear cuja curva tensão *versus* deformação foi determinada a partir da curva proposta pelo CEB-FIP (1991).

Na interface entre o concreto e o conector de cisalhamento foram adotados elementos de contato (TARGE170 e CONTA173). Os nós pertencentes à interface entre a laje de concreto e a mesa do perfil metálico foram acoplados para minimizar a rotação da laje. Os resultados numéricos, de uma maneira geral, representaram satisfatoriamente o ensaio experimental em ambos os tipos de conectores de cisalhamento. A Figura 0.34 (a) ilustra a comparação do resultado do modelo PHS-1 (conector tipo pino com diâmetro de 13 mm e altura de 75 mm) com três resultados experimentais realizados por KALFAS *et al* (1997). Já a Figura 0.34 (b) ilustra a comparação do resultado do modelo PHU-EI (conector em perfil formado a frio com dimensões de 75 mm x 40 mm x 2,66 mm) com os valores médios de três modelos ensaiados por Malite (1993). Observa-se dessa figura que a modelagem computacional representou melhor o deslizamento da ligação com conector tipo pino com cabeça que a ligação com perfil U formado a frio. Isso se deve, basicamente, à maior flexibilidade da ligação com o conector formado a frio.

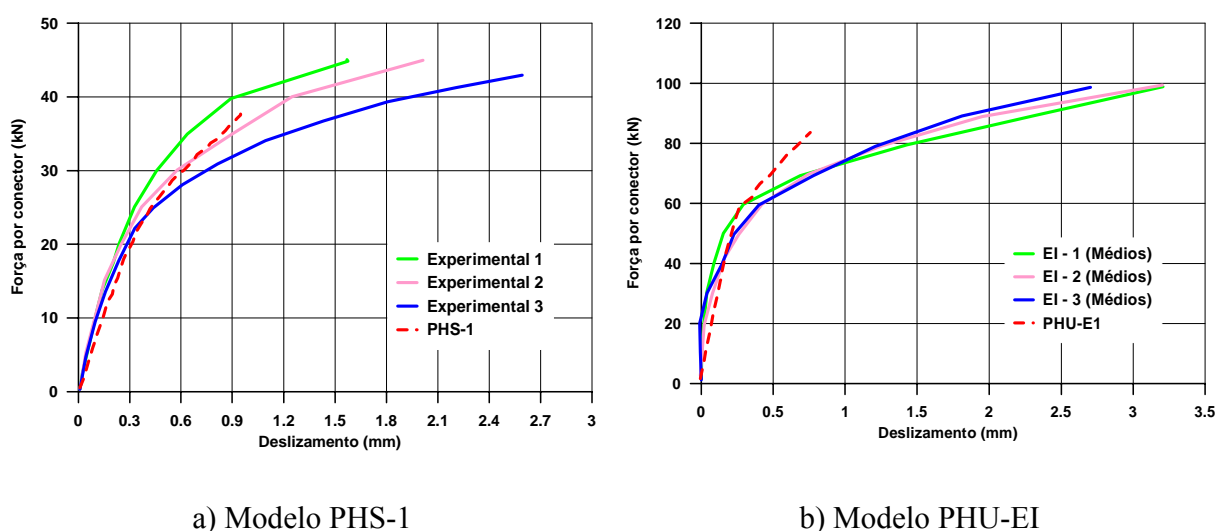


Figura 0.34 – Relação força *versus* deslizamento para os modelos PHS-1e PHU-EI (TRISTÃO, 2002)

Este capítulo tem por objetivo apresentar a modelagem computacional realizada com o auxílio do programa ANSYS® 6.1 para a representação do comportamento mecânico de conectores de cisalhamento em perfil U formado a frio obtido de ensaios de cisalhamento direto. Para a validação do mesmo, os resultados obtidos da modelagem são comparados com os resultados experimentais obtidos em David (2003).

A realização da modelagem computacional tem por finalidade esclarecer os mecanismos resistentes da ligação viga-laje em vigas mistas, uma vez que os trabalhos experimentais realizados até o momento sobre conectores de cisalhamento em perfil U formado a frio têm produzido apenas expressões empíricas para avaliação da resistência da ligação, apresentando poucas informações que permitam obter a curva força-deslizamento da ligação sem a necessidade de ensaios experimentais. Além disso, alguns fatores que parecem influenciar a resistência desse tipo de ligação não são considerados na maioria das equações empíricas e normativas atualmente em uso. David (2003) demonstrou que a resistência da ligação está diretamente relacionada com a espessura do conector, fato esse incluído em todas as equações disponíveis. Porém, essa autora também identificou que outros fatores podem influenciar a resistência da ligação, entre eles a altura do conector. Dessa forma, busca-se nesse capítulo desenvolver um modelo numérico que possa representar de forma adequada a resistência e a rigidez da ligação com conector em perfil formado a frio de modo que ele possa ser usado posteriormente na análise de fatores influentes não contemplados pelas equações empíricas.

Na realização da modelagem computacional, além da variação na espessura do conector, também foram variadas a altura do conector e a resistência do concreto da laje. A seguir são descritos os elementos finitos e os modelos constitutivos disponíveis no programa ANSYS® 6.1 e que foram utilizados na modelagem. Na seqüência, o modelo é validado com os resultados obtidos em David (2003) e é discutida a influência de cada uma das variáveis na resistência e na rigidez da ligação.

## 1.11 Aspectos da modelagem computacional

### 1.11.1 O programa ANSYS® 6.1

O programa ANSYS® 6.1 trabalha com o procedimento básico do método dos elementos finitos, que consiste em dividir o meio contínuo em elementos finitos, formular as propriedades de cada elemento, reunir as equações dos elementos para se obter o modelo discretizado da estrutura, aplicar os carregamentos conhecidos e especificar as vinculações do modelo. Resolve-se o sistema de equações algébricas resultantes, para então se calcular todos os deslocamentos desconhecidos bem como os valores de tensão e deformação desejados.

Na modelagem de estruturas de concreto, as fissuras podem ser representadas sob duas formas distintas: fissuração discreta e fissuração distribuída (ou difusa). O modelo de fissuração discreta, que não está implementado na versão do ANSYS® 6.1, é representado por uma distribuição dos elementos finitos fazendo com que os nós não estejam ligados diretamente. Sendo assim, há a necessidade da colocação de elementos entre os nós que simulem as fissuras e ao mesmo tempo permitam a separação dos elementos. Um problema é a necessidade do conhecimento prévio do caminhamento da fissura para que se possa separar a malha. Outro problema é o esforço computacional envolvido, pois exige que a cada prolongamento da fissura ocorra um rearranjo da malha de elementos finitos (CARMO, 2005).

No programa ANSYS® 6.1, o modelo de fissuração distribuída considera as fissuras distribuídas no elemento finito e localizadas nos pontos de integração numérica. A principal vantagem desse modelo é a capacidade de manter a malha de elementos finitos inalterada à medida em que as fissuras se propagam. Entretanto, a informação é limitada à definição de uma região fissurada, apresentando os valores médios dos ângulos de inclinação das fissuras e de suas deformações. Como a preocupação é a de se poder levar em conta a influência das zonas fissuradas no comportamento estrutural, o modelo distribuído ou difuso constitui a opção mais conveniente no emprego do método dos elementos finitos.

O carregamento foi introduzido através de um processo incremental. Para a resolução dos sistemas não-lineares, foi utilizado o algoritmo de Newton Raphson tradicional, no qual a atualização e a fatoração da matriz de rigidez se dá a cada sub-incremento de carga.

### 1.11.2 Elementos finitos utilizados

Os elementos finitos disponíveis na versão do ANSYS® 6.1 e que foram empregados na modelagem são: SOLID45, SOLID65, SHELL181, CONBIN40, CONTA174, CONTA175, TARGE 170 e o LINK8. O elemento SOLID65 (*3-D Reinforced Concrete Solid*) permite a simulação de materiais frágeis, tais como rocha e concreto, Figura 0.1. Ele é um elemento sólido isoparamétrico que pode ser modelado com ou sem armadura longitudinal (“rebar”), sendo as armaduras distribuídas em seu interior em diferentes direções. Essas armaduras resistem a esforços de tração e compressão, porém não resistem a esforços de cisalhamento. O elemento SOLID65 possui oito nós com três graus de liberdade por nó, correspondente às translações segundo as coordenadas globais X, Y e Z. A característica mais importante desse elemento é a sua capacidade de representar os fenômenos de não-linearidade do concreto, permitindo simular a fissuração do concreto submetido à tração (em três direções ortogonais), o esmagamento do concreto à compressão e o fenômeno da fluência. A não linearidade do concreto é representada pelo critério de plastificação de Willam-Warnke com 5 parâmetros (neste caso os meridianos do critério são representados por curvas, Figura 0.2). Porém esse elemento não representa o comportamento pós-pico do concreto.

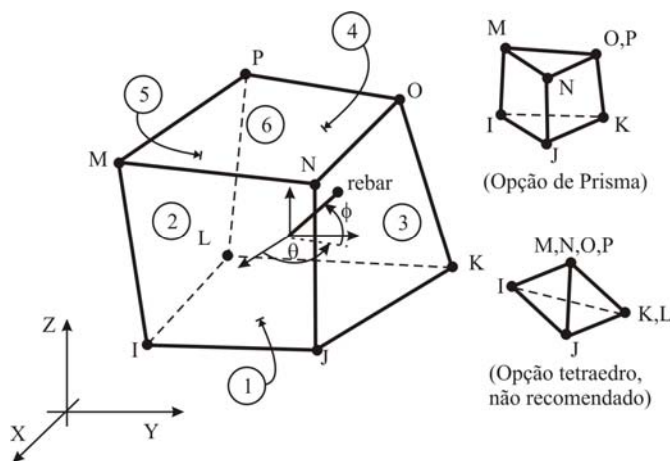


Figura 0.1 – Elemento de concreto armado 3-D SOLID65 (ANSYS® Release 6.1, 2000).

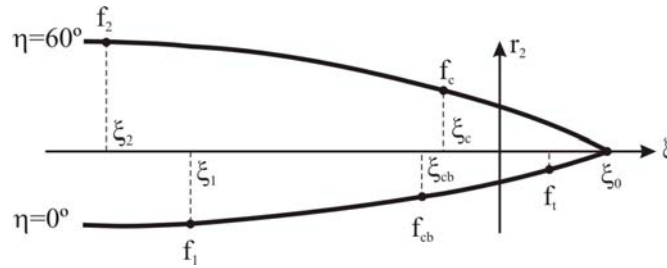


Figura 0.2 – Perfil da Superfície de Ruptura de Willam-Warnke utilizando pelo programa ANSYS® (ANSYS® Release 6.1, 2000).

A matriz constitutiva associada a esse elemento e que representa o comportamento linear do concreto é apresentada em (3.1).

$$[K_c] = \frac{E_c}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} (1-\nu) & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & (1-\nu) & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & (1-\nu) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{(1-2\nu)}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{(1-2\nu)}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{(1-2\nu)}{2} \end{bmatrix} \quad (0.1)$$

Caso ocorra o esmagamento ou a fissuração do concreto, a matriz de rigidez elástica sofre alguns ajustes (ANSYS® Release 6.1, 2000). Quando ocorre a fissuração nos pontos de integração, isto é, a tensão principal de tração ultrapassa a resistência à tração direta do concreto, a matriz de rigidez elástica do concreto é modificada através da introdução de um plano de ruptura na direção normal à fissura. Após a produção da fissuração, é atribuído um valor nulo ao módulo de elasticidade do elemento concreto na direção paralela a direção da tensão principal de tração. O esmagamento do concreto ocorre quando todas as tensões principais são de compressão e o estado de tensões se situa sobre a superfície de ruptura. Depois de atingido o esmagamento, é atribuído um valor nulo ao módulo de elasticidade do elemento de concreto em todas as direções, o que produz um efeito semelhante a eliminar o elemento do modelo (RANGEL PAES; MIRAMBELL, 2003.a).

Após a fissuração do concreto, é introduzido ainda à matriz de rigidez um coeficiente de transferência de esforços pelo plano da fissura aberta ( $\beta_t$ ) para representar uma redução na resistência ao cisalhamento no plano da fissura nos passos de carga subsequentes. O coeficiente  $\beta_t$  é introduzido nos três últimos elementos da diagonal da matriz de rigidez elástica do concreto. Se for formada uma fissura e essa se fechar em algum passo de carga subsequente, toda a tensão normal de compressão pode ser transmitida pela fissura. Neste caso, é definido um coeficiente de transferência de esforços pelo plano da fissura fechada,  $\beta_c$ , semelhante ao coeficiente  $\beta_t$ .

O elemento SOLID45 (*3-D Structural Solid*) possui oito nós com três graus de liberdade por nó, correspondentes às translações segundo as coordenadas globais X, Y e Z. Esse elemento pode representar materiais que apresentem um comportamento não linear pela associação com diversos critérios de plastificação existentes na versão 6.1 do programa ANSYS®. A geometria, a localização dos nós e as coordenadas do sistema local desse elemento estão mostradas na Figura 0.3. Esse elemento foi empregado na modelagem do perfil metálico dos ensaios de cisalhamento direto.

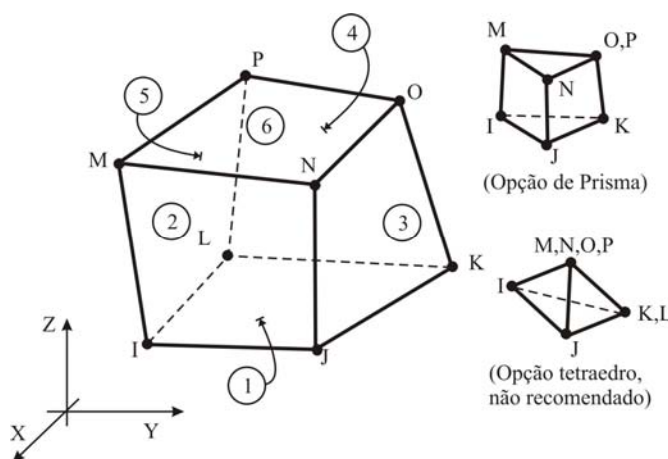


Figura 0.3 – Elemento 3-D SOLID45 (ANSYS® Release 6.1, 2000).

O elemento SHELL181 é um elemento de casca e é utilizado para representar estruturas pouco espessas. Ele possui quatro nós, com seis graus de liberdade por nó, correspondentes às translações e às rotações nas direções em X, Y e Z. Esse elemento foi

empregado para representar o comportamento do conector de cisalhamento, devido à pequena espessura destes e também devido à sua capacidade de resistir a esforços de flexão, Figura 0.4.

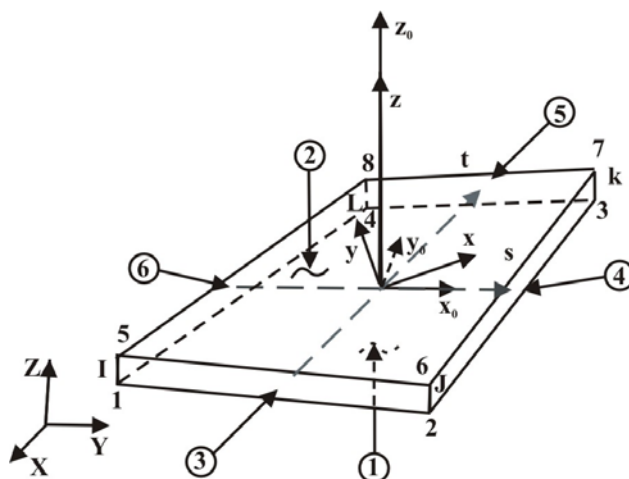


Figura 0.4 – Elemento SHELL181 (ANSYS® Release 6.1, 2000).

O elemento LINK8 é um elemento de barra que pode ser usado para uma variedade de aplicações na engenharia. Dentre as utilizações mais comuns, destacam-se a modelagem de treliças, cabos tracionados, vínculos, molas, etc. sendo que neste trabalho foi utilizado na representação da armadura longitudinal da treliça da laje nervurada. É um elemento tridimensional uniaxial com dois nós, que resiste a esforços de tração ou de compressão. O mesmo possui três graus de liberdade em cada nó: translações nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$ . Este elemento não resiste a esforços de flexão. O elemento pode sofrer deformação plástica, fluência e grandes deslocamentos. A geometria e a localização dos nós estão mostradas na Figura 0.5. O elemento é definido por dois nós, área da secção transversal, deformação inicial e propriedade dos materiais.

O elemento COMBIN40 possui um grau de liberdade por nó, que pode ser uma translação nodal, rotação nodal, pressão ou temperatura. O elemento é definido por dois nós, duas constante de mola  $K_1$  e  $K_2$  (Força/comprimento), um coeficiente de amortecimento  $C$  (Força\*tempo/comprimento), uma massa  $M$ , um comprimento GAP (comprimento) e uma força limite de deslizamento FSLIDE (Força), Figura 0.6. Este elemento foi utilizado na

superfície de contato entre a aba do conector, soldada ao perfil caixa, e a laje de concreto com a finalidade de representar a aderência entre o concreto e o aço nessa região.

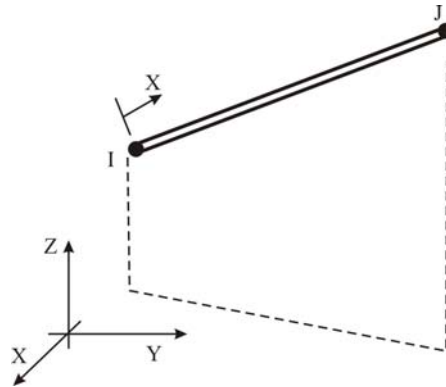


Figura 0.5 – Elemento de barra 3-D LINK8 (ANSYS® Release 6.1, 2000).

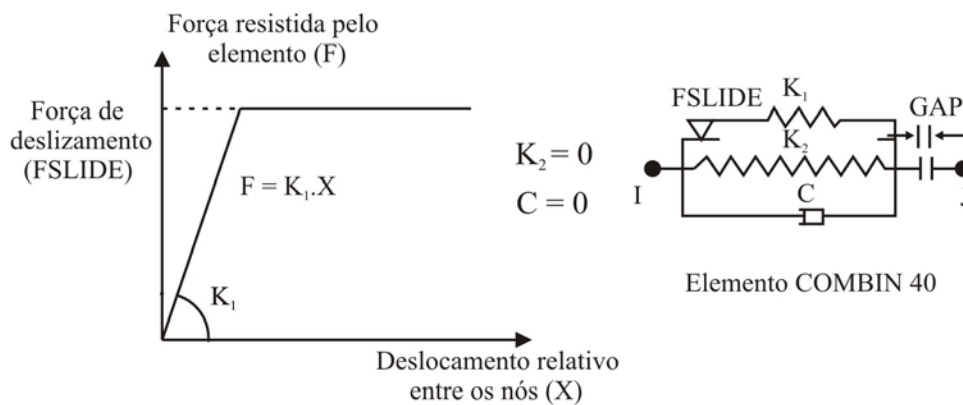


Figura 0.6 – Elemento COMBIN40 (ANSYS® Release 6.1, 2000).

O elemento TARGE170 é um elemento de contato com três graus de liberdade em cada nó, com translações segundo as direções X, Y e Z, Figura 0.7. Em associação com os elementos CONTA174 e CONTA175 dá origem a uma ferramenta numérica denominada par de contato superfície-superfície e nó-superfície, respectivamente.

O elemento CONTA174 (Figura 0.8) é um elemento 3-D com oito nós e foi utilizado na superfície de contato entre a aba do conector, soldada ao perfil caixa, e a laje de concreto com a finalidade de evitar a penetração da aba do conector soldada ao perfil na laje de concreto. Esse elemento também foi utilizado na superfície de contato entre o perfil metálico e a laje de concreto.

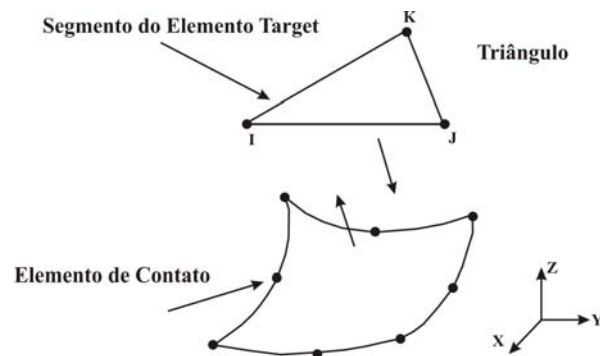


Figura 0.7 – Elemento de Superfície TARGE170 (ANSYS® Release 6.1, 2000).

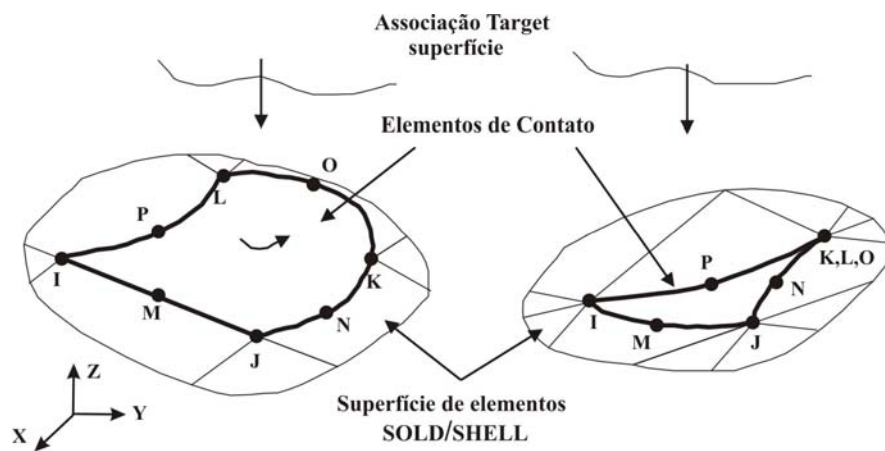


Figura 0.8 – Elemento CONTA174 (ANSYS® Release 6.1, 2000).

O elemento CONTA175 (Figura 0.9) é um elemento 3-D e foi utilizado na superfície de contato entre o conector e a laje de concreto para evitar a penetração deste na laje de concreto.

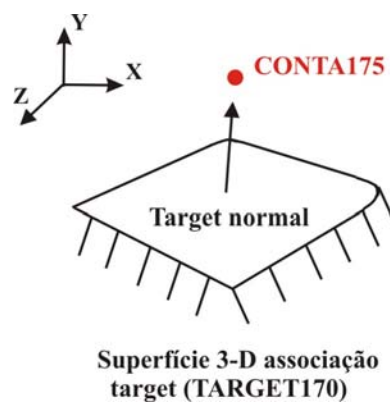


Figura 0.9 – Elemento CONTA175 (ANSYS® Release 6.1, 2000).

### 1.11.3 Relações Constitutivas Empregadas para os Materiais

#### 1.11.3.1 Concreto

A representação do comportamento do concreto como um material não homogêneo e anisotrópico é uma tarefa difícil, independente do tipo de modelo estrutural e dos programas computacionais que se utiliza. Um modelo constitutivo adequado para o concreto deve contemplar tanto o comportamento elasto-plástico à compressão quanto o comportamento à tração (RANGEL PAES; MIRAMBELL, 2003.a).

A modelagem do concreto tem sido efetuada muitas vezes acoplando-se uma análise limite linear para se considerar a baixa resistência à tração do concreto com uma análise elasto-plástica baseada numa superfície de escoamento adequada para representar o concreto comprimido. O concreto tracionado comporta-se de forma aproximadamente linear até atingir sua resistência à tração, a partir da qual o material deixa de resistir ou passa a sofrer amolecimento (redução de tensão com o aumento da deformação). O concreto comprimido comporta-se de forma linear até atingir a superfície de escoamento, além do qual plastifica-se ou passa a ter sua rigidez degradada de alguma maneira (LEONEL et al, 2002).

Para a representação do comportamento não-linear do concreto na modelagem pelo programa ANSYS® 6.1, pode ser empregada a superfície de plastificação de Willam-Warnke (modelo *Concrete*), a qual é associada ao elemento SOLID65 já descrito. Nesse modelo, a fissuração ocorre quando qualquer componente de tensão principal for de tração e superior à resistência à tração do material, enquanto o esmagamento é atingido quando as três componentes de tensão principal forem de compressão e maiores que resistência à compressão do concreto. As tensões principais atuantes numa certa direção se anulam bruscamente assim que é atingida a superfície de plastificação, isto é, não é simulado o fenômeno de amolecimento do concreto (*softening*).

A hipótese de ruptura brusca do concreto é admissível no regime de tração, porém na compressão o seu comportamento está longe de uma ruína brusca, pelo menos em concretos com resistência à compressão inferior a 50 MPa. Para uma melhor representação do comportamento do concreto, o critério de plastificação de Drucker-Prager foi acoplado ao elemento SOLID65. O programa ANSYS® 6.1 permite, para este elemento, que até dois

modelos constitutivos sejam acoplados. Dessa forma, no regime de tração o comportamento não-linear do concreto é definido pela superfície de Willam-Warnke enquanto na compressão o seu comportamento não-linear é definido pela superfície de plastificação de Drucker-Prager.

A superfície de plastificação de Drucker-Prager tem semi-inscrita a superfície de Mohr-Coulomb com os mesmos valores de coesão ( $c$ ) e ângulo de atrito interno ( $\phi$ ) os quais podem ser determinados em função da resistência à compressão uniaxial ( $f_c$ ) e da resistência à tração uniaxial ( $f_{ct}$ ) do concreto. O cálculo desses parâmetros foi realizado pelas equações apresentadas por Proença (1988) e Chen (1982) e estão transcritas nas equações 3.2 e 3.3.

$$\phi = -\arcsen\left(\frac{f_{ct} - f_c}{f_c + f_{ct}}\right) \quad (0.2)$$

$$c = \frac{f_{ct} \left(1 - \frac{f_{ct} - f_c}{f_c + f_{ct}}\right)}{2 \sqrt{1 - \left(\frac{f_{ct} - f_c}{f_c + f_{ct}}\right)^2}} \quad (0.3)$$

Na Tabela 0.1 são apresentados os valores das propriedades do concreto determinadas em David (2003) nos seus ensaios (resistência à compressão e módulo de elasticidade), assim como os parâmetros dos modelos *Concrete* e Drucker-Prager utilizados na modelagem. Para o cálculo da resistência à tração do concreto, utilizou-se a equação da NBR-6118 (ABNT, 2003), tendo sido tomado o limite superior da resistência característica à tração.

$$f_{ct,m} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3} \quad (0.4)$$

$$f_{ctk,sup} = 1,3 \cdot f_{ct,m} \quad (0.5)$$

### 1.11.3.2 Aço

Para a representação do comportamento mecânico do aço estrutural do perfil caixa e do aço da armadura adicional que compõe a laje treliçada, considerou-se um modelo constitutivo elástico, linear e isotrópico com módulo de elasticidade ( $E_s$ ) igual a 210.000 MPa e coeficiente de Poisson ( $\nu$ ) igual a 0,3. Já para o aço estrutural do conector de cisalhamento,

foi considerado um modelo constitutivo elasto-plástico, isotrópico e com encruamento, conforme mostrado na Figura 0.10 para um diagrama tensão-deformação uniaxial. O coeficiente de Poisson para o aço dos conectores também foi admitido igual a 0,3. Na Tabela 0.2 são apresentadas, resumidamente, as propriedades do aço dos conectores utilizados nos ensaios experimentais realizados em David (2003) e que foram empregados nos modelos computacionais. O critério de plastificação que rege o comportamento desse tipo de material é o de Von Mises.

Tabela 0.1 – Propriedades mecânicas e parâmetros dos modelos não-lineares utilizados na representação da laje de concreto.

Modelo	$f_{cm}$ (MPa)	$f_{ctk,sup}$ (MPa)	$E_c$ (GPa)	Coesão (MPa)	$\phi$	$\beta_t^{(*)}$	$\beta_c^{(**)}$
Mod01	25,43	3,39	26,43	4,66	50,03	0,3	0,8
Mod02	25,05	3,34	23,85	4,57	49,88	0,3	0,8
Mod03	39,12	4,49	22,49	6,63	52,55	0,3	0,8
Mod04	35,45	4,21	24,86	6,11	51,98	0,3	0,8
Mod05	20,98	2,97	24,91	3,94	48,78	0,3	0,8
Mod06	21,99	3,06	22,13	4,10	49,08	0,3	0,8
Mod07	29,02	3,68	22,13	5,17	50,78	0,3	0,8
Mod08	28,26	3,62	21,18	5,06	50,62	0,3	0,8

(\*) Coeficiente de transferência de cisalhamento para fissura aberta;

(\*\*) Coeficiente de transferência de cisalhamento para fissura fechada.

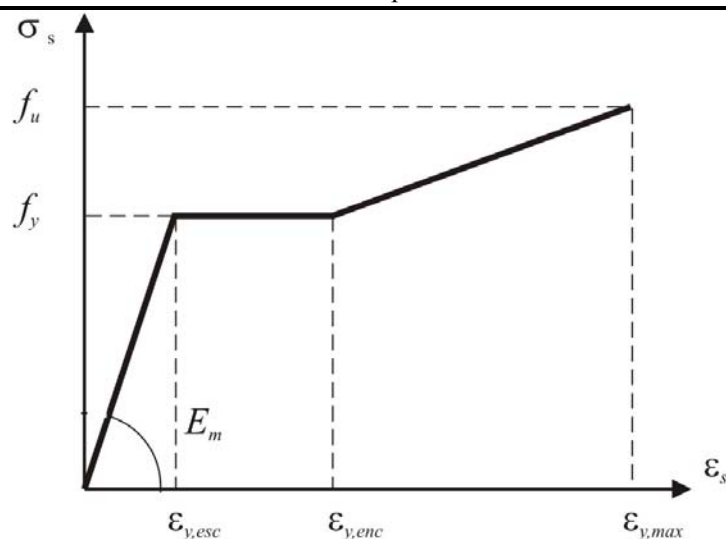


Figura 0.10 – Relação multi-linear para o diagrama tensão-deformação uniaxial.

Tabela 0.2 – Propriedades do aço dos conectores empregados nas modelagens (DAVID, 2003).

Espessura (mm)	$f_y$ (MPa)	$f_u$ (MPa)	$E_m$ (GPa)	$\varepsilon_{y,esc}$ ( $\times 10^{-6}$ )	$\varepsilon_{y,enc}$ ( $\times 10^{-6}$ )	$\varepsilon_{y,max}$ ( $\times 10^{-6}$ )
2,00	285	400	200	1.425	6.470	30.000
3,75	268	400	200	1.365	7.440	30.000

## 1.12 Apresentação do modelo numérico

Definidos os elementos finitos e os modelos constitutivos a serem empregados na modelagem, realizou-se a validação do modelo numérico. Para tanto, foram modelados os ensaios de cisalhamento direto realizados em David (2003) e que foram descritos no item 2.4.1 do capítulo 2. Baseado nesses ensaios, foram definidas a geometria e a malha de elementos finitos de cada um dos elementos integrantes do modelo numérico, sendo os resultados comparados com os valores obtidos experimentalmente.

A modelagem computacional possibilita uma análise da ligação com diversas configurações, sendo possível, após adequação do modelo pela comparação com resultados experimentais, verificar a variável que mais influência na capacidade última da ligação, além de propiciar uma análise dos níveis de tensão, de deformação e do grau de fissuração e plastificação em determinados pontos do modelo numérico.

### 1.12.1 Definição da malha de elementos finitos

Para o desenvolvimento do modelo numérico, foram analisados inicialmente alguns aspectos da modelagem que influenciam a resposta numérica. Os principais aspectos analisados foram: o modelo constitutivo para representação do comportamento do concreto da laje, o grau de refinamento da malha de elementos finitos do conector e o tipo e a posição das restrições de deslocamentos no modelo. Definido o modelo numérico, foram variadas a

espessura e a altura do conector e a resistência à compressão do concreto da laje, conforme relatado em David (2003).

A partir das características geométricas do modelo físico ensaiado, foi elaborado o modelo geométrico computacional. Este modelo é constituído por volumes, aos quais foram aplicados os elementos finitos para a representação da laje e do perfil metálico, e por áreas, às quais foram aplicados os elementos finitos para a representação do conector de cisalhamento. As propriedades dos materiais utilizados na modelagem são definidas no programa, sendo aplicados juntamente com a aplicação da malha de elementos finitos.

No primeiro modelo numérico desenvolvido, foi utilizado o elemento tridimensional SOLID45 para a representação do conector, sendo empregados na interface entre o conector e a laje de concreto elementos de contato do tipo nó-superfície. Essa modelagem era semelhante à realizada por Tristão (2002), que obteve resultados de deslocamentos últimos inferiores aos experimentais, conforme mostrado no capítulo 2. Durante o processamento desse modelo ocorreu a interrupção prematura da convergência devido a problemas com os elementos de contato. Além disso, como o elemento SOLID45 não possuía grau de liberdade em rotação, ele não era capaz de representar as tensões no conector oriundas de sua flexão. A partir desse resultado, optou-se por utilizar o elemento de casca SHELL181 para a representação do conector, o que possibilitou a representação dos deslocamentos últimos do conector.

Em uma segunda etapa, foi analisada a influência da vinculação dos nós do conector com a laje de concreto a partir de um modelo com conector de 75 mm de altura. Em um dos modelos, todos os nós da alma do conector foram vinculados à laje de concreto (Figura 0.11). Em um outro modelo, os nós da alma do conector ligados ao perfil caixa não foram vinculados à laje (

Figura 0.12). Isto implica em admitir que a primeira fila de elementos finitos do conector adjacente ao perfil caixa não tem seu deslocamento na direção X impedido pela laje de concreto. Esta hipótese é plausível se for admitido que esta é uma região de difícil concretagem e, portanto, sujeita a deficiências na qualidade do concreto. Em função do refinamento da malha adotado para o conector, foi admitida para essa região uma espessura de

cerca de 15 mm. As Figuras 3.11 e 3.12 ilustram a deformada do conector e a Figura 0.13 ilustra o gráfico de força *versus* deslizamento da ligação obtidas com essas duas modelagens.

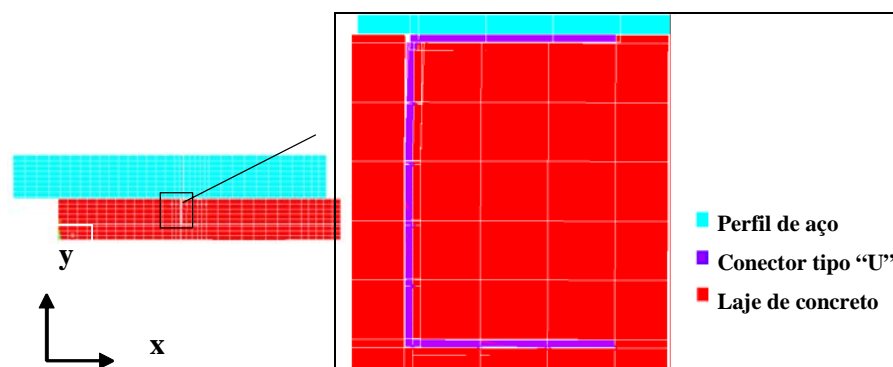


Figura 0.11 – Detalhe da deformada com os nós da alma do conector ligados ao perfil caixa e vinculados à laje.

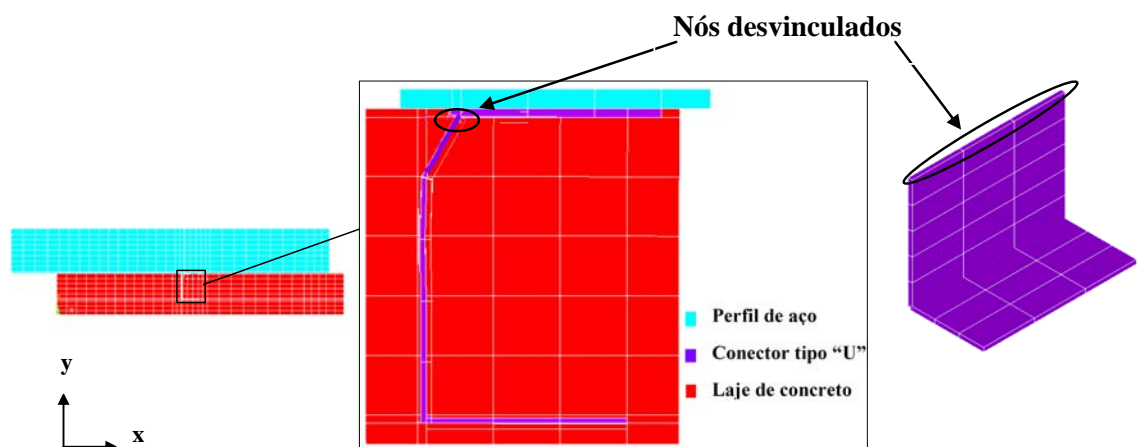


Figura 0.12 – Detalhe da deformada com os nós da alma do conector ligados ao perfil caixa e desvinculados da laje.

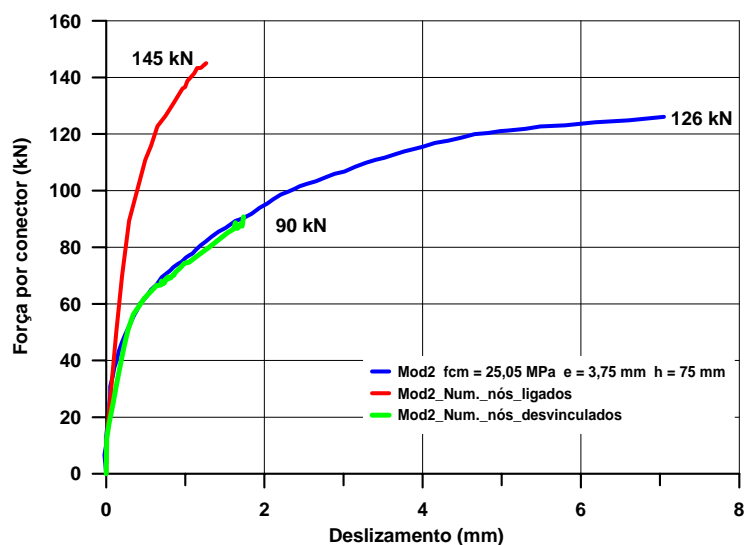


Figura 0.13 – Influência da vinculação do conector com a laje na rigidez da ligação.

Como pode ser observado, o desacoplamento da última linha de nós com relação à laje permitiu uma melhor representação da rigidez da ligação obtida dos ensaios, enquanto a modelagem com todos os nós do conector ligados à laje forneceu uma rigidez muito superior a observada nos ensaios.

Em uma terceira etapa, foi analisada a influência do refinamento da malha do conector. Neste caso, foi admitido o desacoplamento dos nós do conector e da laje junto ao perfil caixa. Foram definidas duas malhas, isto é, uma malha muito refinada (alma do conector dividida em 15 partes) e uma malha pouco refinada (alma do conector dividida em 5 partes), conforme mostrado na Figura 0.14. A influência do refinamento da malha foi avaliada em um modelo com conector de 75 mm de altura e 3,75 mm de espessura. O resultado é mostrado na Figura 0.15, de onde se observa um elevado aumento na rigidez do modelo numérico com o refinamento da malha. Isto se deve, basicamente, pela redução do tamanho dos elementos finitos do conector desvinculados da laje, o que representa uma maior concentração de tensões junto à solda. Dessa forma, adotou-se em todas as modelagens com conectores de 75 mm de altura a malha menos refinada. Os conectores com 100 mm de altura foram modelados com uma malha refinada em 7 partes, de modo que o tamanho do elemento finito nesses modelos era aproximadamente igual ao empregado nos conectores com 75 mm de altura, ou seja, 15 mm).

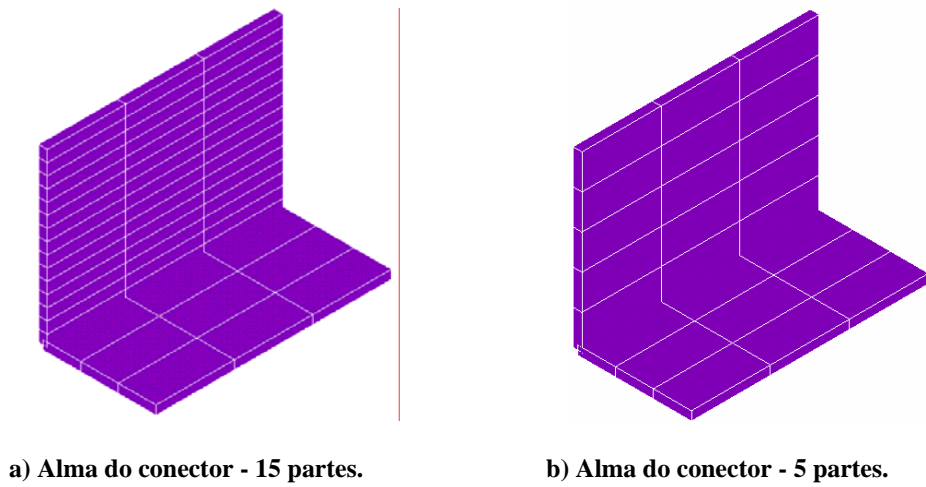


Figura 0.14 – Malhas de elementos finitos para conectores de 75 mm de altura.

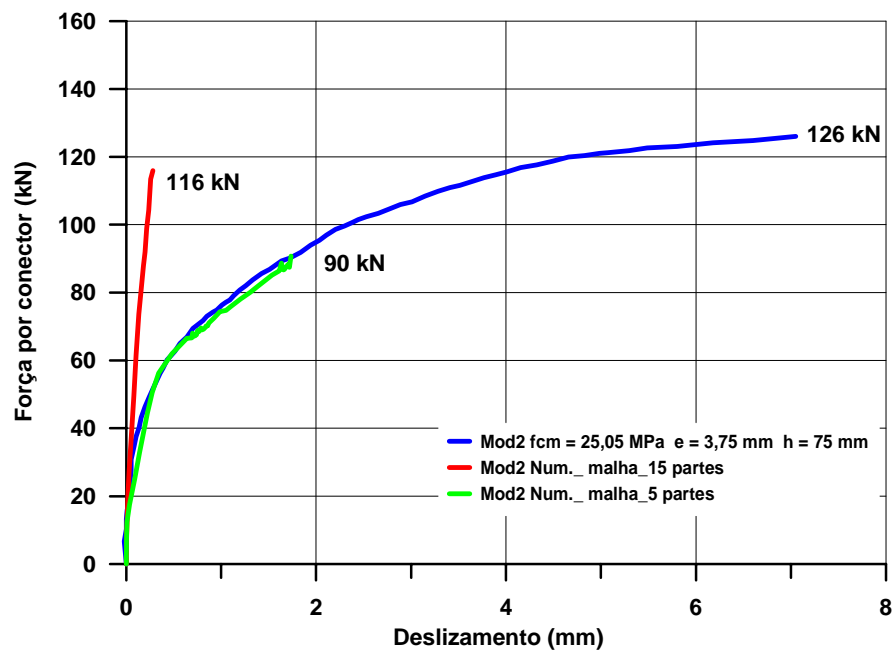


Figura 0.15 – Influência da malha na rigidez da ligação.

Concluída essa análise preliminar, passou-se à construção dos modelos numéricos que foram comparados com os resultados experimentais de David (2003). A análise da influência do modelo constitutivo empregado para a representação do concreto da laje será

apresentada no próximo item. Na Figura 0.16 são mostrados, em perspectiva explodida, os elementos finitos utilizados na construção do modelo numérico.

Os elementos de contato do tipo superfície-superfície (TARGE170 e CONTA174) foram utilizados na interface entre o perfil caixa e a laje de concreto e entre a laje de concreto e a aba do conector soldado ao perfil. Eles foram empregados para impedir a penetração do perfil na laje de concreto durante a modelagem.

A laje de concreto foi modelada com um elemento finito tridimensional de oito nós com três graus de liberdade, em translação, por nó (SOLID65). O conector de cisalhamento foi modelado com um elemento finito de casca (SHELL 181), com quatro nós e seis graus de liberdade por nó, correspondentes às translações e rotações em X,Y,Z. A modelagem da aba do conector soldada junto ao perfil caixa foi realizada utilizando o elemento tridimensional SOLID45, sendo apenas a alma e a aba não-soldada do conector modelados com elementos de casa, por serem estes os elementos solicitados à flexão.

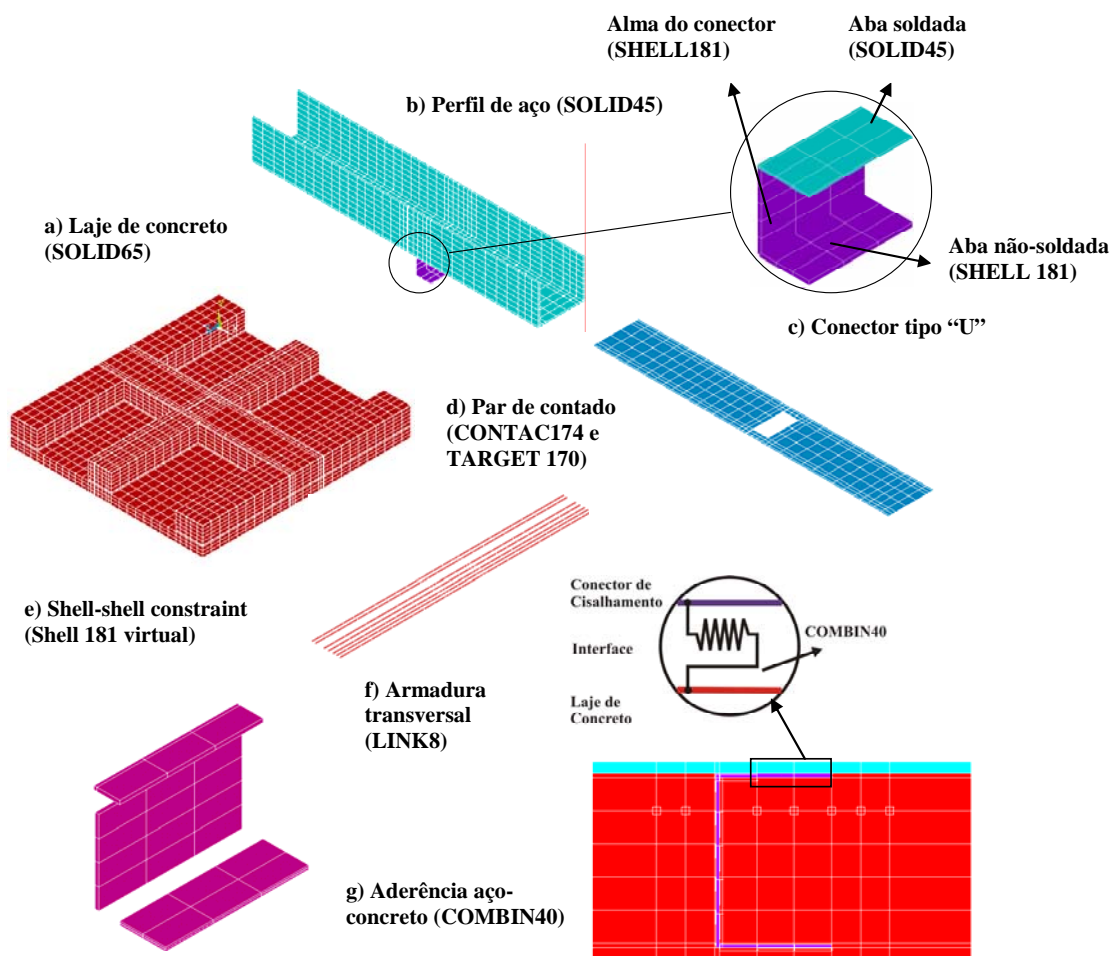


Figura 0.16 – Grupos de elementos finitos utilizados na modelagem computacional.

Na interface entre os elementos tridimensionais SOLID65 e de casca SHELL181 foi realizada a compatibilização dos graus de liberdade de rotação, uma vez que um dos elementos possui três graus de liberdade em translação e o outro elemento possui seis graus de liberdade em translação e em rotação. Para isso, foi empregado o comando *constraint equations* disponível no programa ANSYS® 6.1 que realiza automaticamente essa compatibilização. Esse comando cria, internamente, equações que definem como as rotações nos elementos de casca se relacionam com as translações nos elementos tridimensionais.

Para a realização da compatibilização entre os graus de liberdade desses elementos, é necessário primeiramente definir elementos de contato na interface. Foi utilizado na interface um contato tipo nó-superfície, aplicando os elementos TARGE170 e CONTA175.

Para fazer a ligação da alma do conector (SHELL181) com a aba do conector soldada ao perfil (SOLID45), adotou-se a superfície da aba do conector para se aplicar o TARGE170 e os nós da alma do conector em contato com a aba para o CONTA175. De forma análoga, foi realizada a compatibilização dos elementos de casca SHELL181 da alma e da aba não-soldada do conector com os elementos SOLID65 da laje de concreto, sendo definido como superfície alvo (TARGE170) a superfície da laje e como elemento de contato (CONTA175) os nós do conector, conforme Figura 0.17.

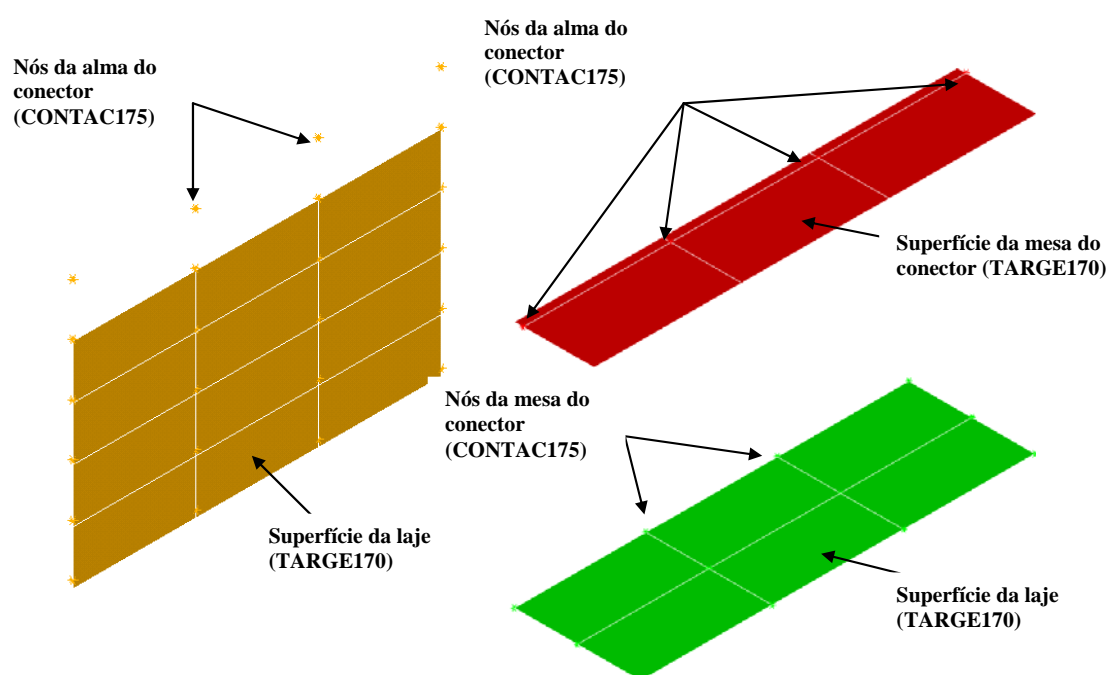


Figura 0.17 – Ligação Shell-Solid (Shell virtual).

Dentre as várias opções disponíveis para esse par de contato, foi adotado o algoritmo MPC (*internal multipoint constraint*) que define a compatibilização entre os graus de liberdade dos elementos sólido e de casca (*shell-solid assembly*). Ao se empregar esse algoritmo, tem-se uma ligação perfeita entre o conector e a laje, isto é, ficam impedidos a penetração e o afastamento das duas superfícies em contato, bem como o deslizamento entre elas. Ainda como parâmetros dessa compatibilização, foi usada a opção *Shell-shell constraint* que compatibiliza todos os graus de liberdade em translação e rotação dos elementos em contato. Para isso, o programa cria novos elementos de casca na superfície do sólido cujos

graus de liberdade são compatibilizados com os elementos de casca existentes (Figura 0.18). Vale ressaltar que os nós pertencentes à ligação entre a alma do conector e a aba soldada ao perfil não foram ligados à laje de concreto (Figura 0.17).

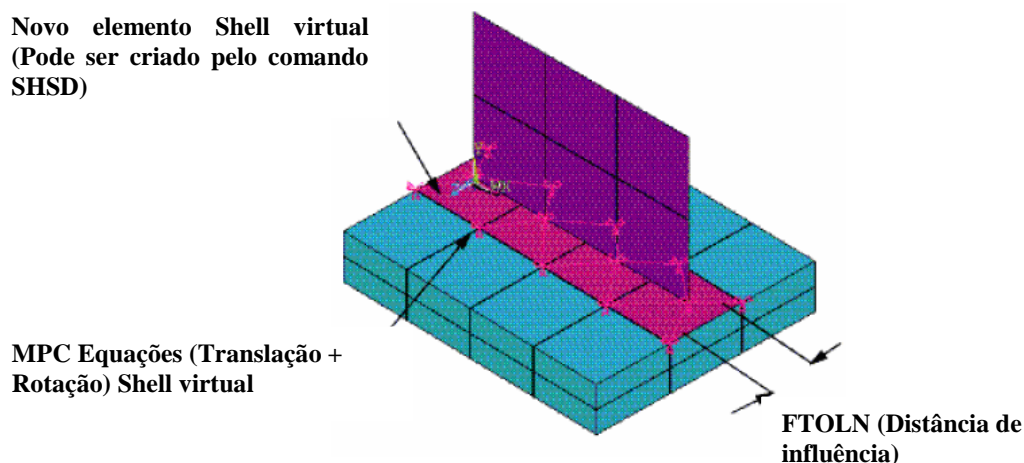


Figura 0.18 – Associação Shell-Solid com opção constraint Shell-Shell (ANSYS Release 6.1, 2000)

Com o propósito de representar a aderência entre o concreto e o perfil caixa na região do conector, utilizou-se um elemento de mola (COMBIN40) entre os nós da laje de concreto e da aba do conector soldada ao perfil caixa. Esse procedimento visou representar uma possível aderência ocorrida no modelo experimental. Antes da realização dos ensaios de cisalhamento direto, todo o perfil metálico em contato com a laje foi engraxado para que os resultados do ensaio não fossem influenciados pela aderência. Porém, a face da aba do conector oposta à face soldada ao perfil não foi engraxada, podendo esta aderência ter contribuído em parte para a resistência da ligação.

A força de aderência foi representada no elemento COMBIN40 pela constante FSLIDE (Figura 0.6). Para cada modelo, adotou-se um valor diferente de FSLIDE que melhor representasse o trecho elástico linear observado nas curvas de força *versus* deslizamento obtidas nos ensaios. A rigidez da fase elástica da mola é dada pela constante  $k_1$ , que foi definida igual ao valor do módulo de elasticidade do concreto.

A representação da armadura longitudinal que compõe a treliça foi realizada através de um elemento finito de dois nós com três graus de liberdade (translação em X, Y e Z)

por nó (LINK8). Esse elemento de treliça resiste apenas a forças de tração e de compressão e é adequado para a representação das armaduras em peças de concreto armado.

### 1.12.2 Condições de contorno e carregamento

Após a definição da malha, aplicam-se ao modelo numérico as condições de contorno e o carregamento, visando representar fielmente as condições de vinculação e de carregamento do ensaio experimental. A restrição ao deslocamento foi aplicada em toda a extensão da face inferior da laje, onde estabeleceu-se que todos os nós da malha pertencentes a esta face teriam deslocamento nulo nas direções X, Y e Z. Devido à simetria do modelo, foi representada apenas metade do modelo de cisalhamento direto. No plano de simetria foi restringido o deslocamento na direção Z além das rotações em torno dos eixos X e Z, conforme Figura 0.19.

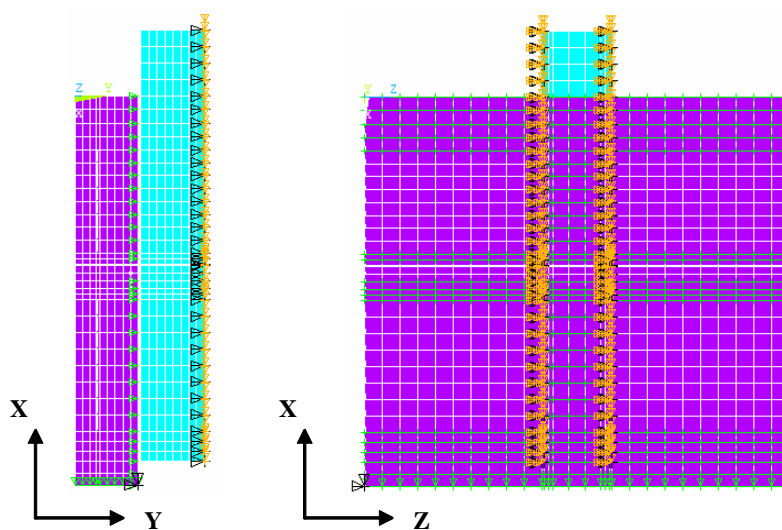


Figura 0.19 – Condições de contorno, modelos com conector de 75 mm.

O carregamento foi aplicado mediante pressão ao longo da face do perfil, conforme ilustrado na Figura 0.20. A força foi aplicada em pequenos incrementos, sendo que o carregamento total foi dividido entre 600 a 700 partes. Para verificação da convergência do processo numérico, adotou-se o critério de convergência baseado na norma de força com

tolerância de 5%. Para solução do problema não linear adotou-se o método de Newton-Raphson Pleno, no qual a atualização e a fatoração da matriz de rigidez se dá a cada sub-incremento de carga.

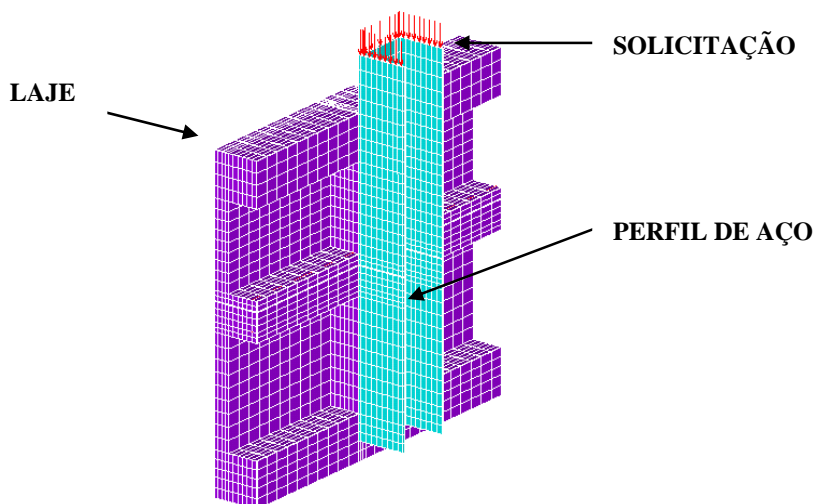


Figura 0.20 – Modelo de elementos finitos para o ensaio de cisalhamento direto e aplicação da solicitação.

### 1.13 Validação do modelo numérico

Neste item, o modelo numérico desenvolvido é validado pela comparação de seus resultados com os resultados experimentais obtidos em David (2003). Basicamente, é comparada a força última da ligação, o gráfico de força *versus* deslizamento da ligação e o gráfico de força *versus* deformação do conector. Os valores numéricos da deformação do conector foram obtidos na mesma posição em que foram colados os extensômetros nos modelos experimentais, conforme mostrado nas Figuras 2.23 e 2.24 do capítulo 2.

#### 1.13.1 Modelo com conector de 75 mm de altura

Na Figura 0.21 são mostrados os gráficos força *versus* deslizamento da ligação obtidas numérica e experimentalmente a partir do modelo Mod.01. Este modelo tem como características conector com espessura de 2,00 mm, resistência à compressão média do

concreto da laje de 25,32 MPa e resistência média à tração de 3,39 MPa. Tanto o aço do perfil caixa quanto a armadura adicional da treliça eletrosoldada foram modelados admitindo um material isotrópico com comportamento elástico linear. O aço do conector foi modelado com comportamento elasto-plástico com encruamento positivo, sendo adotada a superfície de plastificação de Von Mises. As propriedades do aço do conector estão apresentadas no item 3.1.3.2.

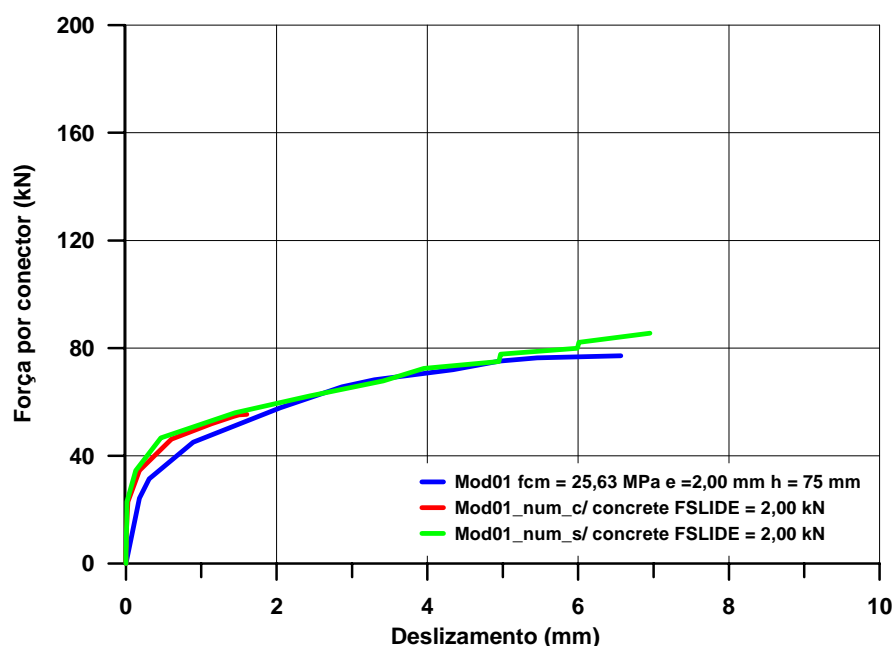


Figura 0.21 – Gráfico força *versus* deslizamento para o modelo Mod.01.

Conforme já mencionado, a não-linearidade física do concreto da laje foi considerada através da superfície de plastificação de Willam-Warnke ou de modelos elastoplásticos. O programa ANSYS® 6.1 trabalha com a superfície de Willam-Warnke refinada com 5 parâmetros, sendo os meridianos neste caso representados por curvas (modelo Concrete). Em compressão, o concreto é tratado como um material de comportamento elastoplástico perfeito e de ductilidade limitada. Neste caso o seu comportamento pode ser representado pelo modelo de Drucker-Prager. Por outro lado, o esmagamento do concreto à compressão também pode ser representado pelo critério de Willam-Warnke. Nesta situação, o concreto possui um comportamento elástico-linear frágil e perde toda a sua resistência à

compressão no ponto em consideração quando atingida a sua resistência uniaxial a compressão. Em tração, admite-se que o material também possui um comportamento elástico-linear frágil.

O Programa ANSYS<sup>®</sup> 6.1 permite que o concreto seja modelado considerando apenas o critério de Willam-Warnke ou considerando este critério acoplado com outro critério de plastificação, neste caso dando-se preferência ao critério de Drucker-Prager. Na Figura 3.21 são mostrados os resultados de duas análises, uma considerando o acoplamento desses critérios de plastificação (curva c/concrete) e outra utilizando apenas o critério de Drucker-Prager (curva s/concrete). Observa-se que ambas as modelagens representam de forma adequada a rigidez inicial da ligação, porém a curva obtida apenas com o critério de Drucker-Prager permitiu um maior deslizamento na ligação. Isto se deve ao fato do critério de Willam-Warnke introduzir um comportamento elasto-frágil ao material, isto é, uma vez atingida a superfície de plastificação em algum ponto de integração, é desprezada a contribuição desse ponto na matriz de rigidez da estrutura. Isto causa problemas numéricos que dificultam a convergência em cada passo de carga, fazendo com que o processo de modelagem computacional seja interrompido com uma força inferior à força última experimental e, principalmente, com um deslizamento sensivelmente inferior ao observado no ensaio. Dessa forma, optou-se em utilizar em todas modelagens de conectores com 75 mm de altura apenas o critério de Drucker-Prager para representar o comportamento não-linear do concreto da laje.

Ainda com relação à Figura 0.21, vale destacar a variável FSLIDE que aparece nessa figura. Essa variável é utilizada na definição do elemento COMBIN40 e representa a aderência entre o concreto da laje e o aço do perfil caixa na região do conector. O valor dessa aderência foi determinado por retroanálise dos resultados experimentais, já a rigidez da mola foi adotada igual ao módulo de elasticidade do concreto. Para esse modelo, chegou-se ao valor de FSLIDE = 2,00 kN. Como havia doze nós na superfície de contato entre o conector e a laje, tem-se nesse modelo uma força total de aderência igual a 24 kN, o que corresponde, aproximadamente, ao trecho linear observado no ensaio.

Analisando o gráfico da força versus deformação à meia altura do conector nesse mesmo modelo (Figura 0.22), nota-se que o modelo com o critério de Willam-Warnke mostrou-se mais rígido que o modelo experimental, enquanto o modelo apenas com o critério

de Drucker-Prager aproximou-se melhor dos resultados experimentais. Isto novamente demonstra que a adoção de um material com comportamento elasto-frágil, sem atualização do módulo de elasticidade do material, não é capaz de representar de forma adequada o comportamento do concreto nesse tipo de ligação. Por outro lado, o modelo de Drucker-Prager é um modelo elasto-plástico perfeito, ou seja, atingida a superfície de plastificação o material deforma-se sob tensão constante, justificando a maior deformação do conector nesse modelo com relação ao modelo com superfícies de plastificação acopladas.

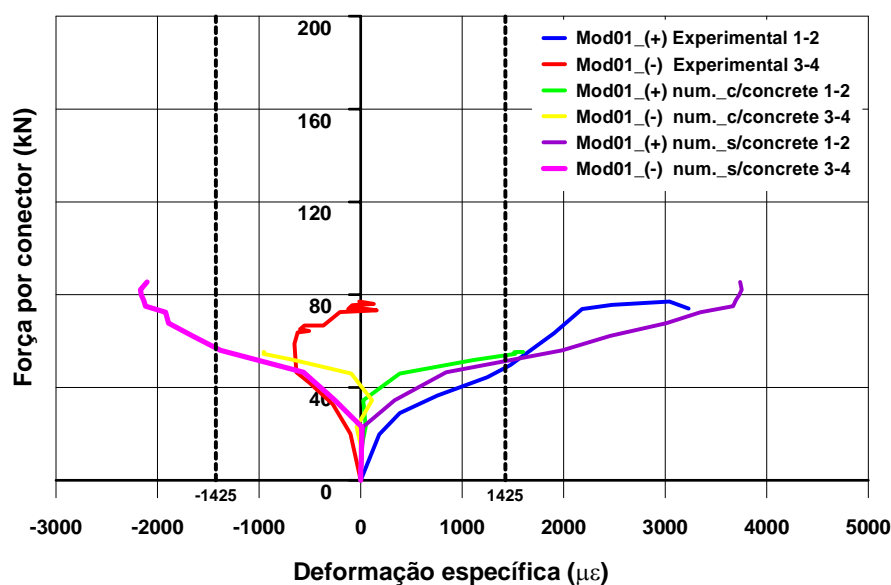


Figura 0.22 – Gráfico força *versus* deformação específica do conector no modelo Mod.01.

A Figura 3.23 apresenta as tensões ao longo da altura do conector para o modelo numérico com o critério de plastificação de Drucker-Prager associado ao critério de plastificação de William-Warnke e para o conector apenas com o critério de plastificação de Drucker-Prager. A distribuição de tensões ao longo do conector mostra-se bastante semelhante nos dois casos, sendo que, para o modelo apenas com o critério de Drucker-Prager, os níveis de tensões foram mais elevados devido à maior deformação da laje sob o conector.

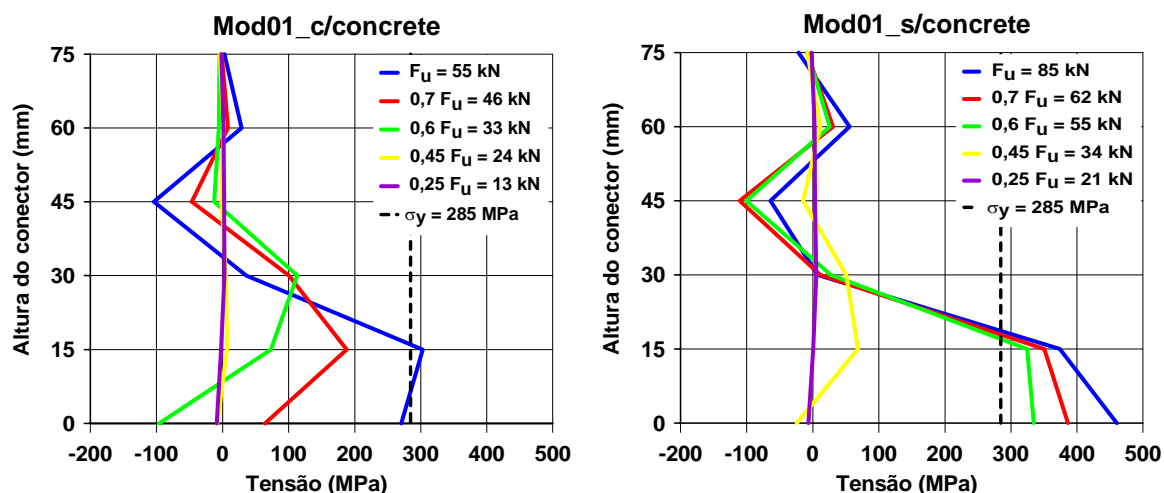


Figura 3.23 – Tensão ao longo do conector no modelo Mod.01.

Como era de se esperar, houve uma maior concentração de tensão na região próxima à solda do conector de cisalhamento com o perfil metálico, dissipando-se ao longo da altura do conector à medida que se afasta do perfil (Figura 3.24). Tal comportamento também foi observado nos ensaios experimentais realizados em David (2003) e Malite (1993). Em ambas as modelagens, as tensões na base do conector atingiram a tensão de escoamento do aço, o que demonstra que a ruína das ligações com conector formado a frio normalmente se dá pelo escoamento do aço. No modelo sem o critério de William-Warnke, a parada de convergência se deu pela rotação excessiva dos nós do conector ligados ao perfil, sendo essa força definida como a força última numérica.

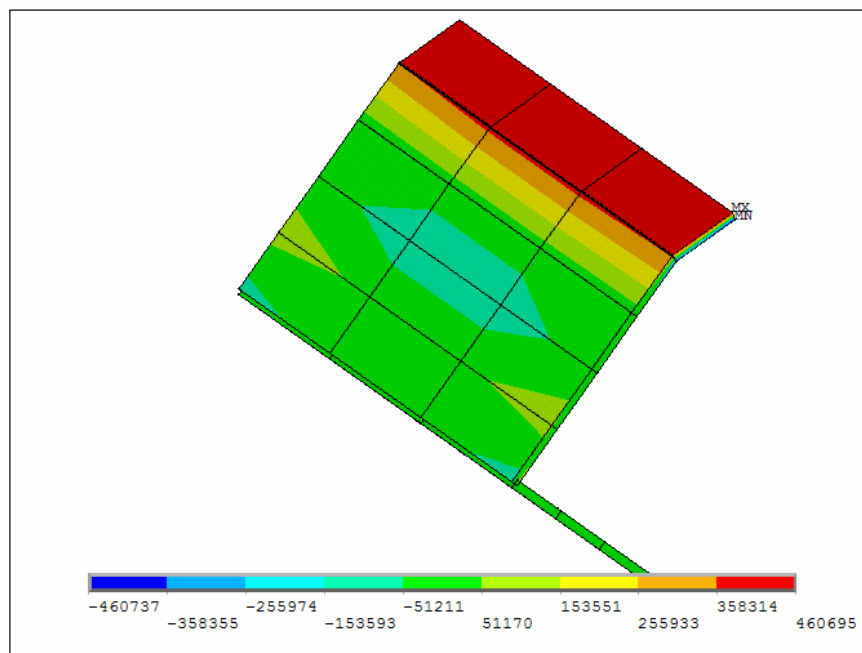


Figura 0.23 – Concentração de tensão típica ( $\text{kN/m}^2$ ) junto à solda nos modelos de 75 mm.

Em ambas as modelagens da Figura 3.23, observa-se o surgimento de tensões de compressão próximas à metade da altura do conector. Essas tensões surgem devido à restrição ao deslocamento do conector imposta pela laje quando da realização da compatibilização dos graus de liberdade do elemento de casca com o elemento sólido.

À medida que se aumenta o deslizamento na interface, há uma tendência de giro do conector como corpo rígido em torno da sua base, o que provocaria o descolamento do conector da região da laje situada abaixo dele. No modelo numérico esse giro é impedido pela aderência perfeita imposta entre o conector e a laje que se encontra abaixo dele. Dessa forma, há uma inversão da curvatura no conector que faz surgirem essas tensões de compressão. Tal comportamento não é possível de validação com os resultados experimentais, obtidos em David (2003), uma vez que os conectores não foram instrumentados nessa região. Entretanto, pode-se supor que no modelo experimental também não tenha havido o descolamento do conector da região da laje situada abaixo dele devido ao confinamento do mesmo pelo concreto.

Na Figura 0.24 são mostradas os gráficos de força *versus* deslizamento da ligação obtidas numérica e experimentalmente a partir do modelo Mod.02. Este modelo tem como características conector com espessura de 3,75 mm, resistência à compressão média do concreto da laje de 25,05 MPa e resistência média à tração 3,34 MPa. Nesse modelo também foi observado uma falta de convergência prematura quando se utilizou o critério de plastificação de William-Warnke para representar o concreto por motivos análogos aos observados no modelo Mod.01. O modelo numérico apenas com o critério de plastificação de Drucker-Prager apresentou uma boa concordância com o resultado obtido experimentalmente, apesar da rigidez do modelo numérico ser ligeiramente superior à do modelo ensaiado. Neste caso, a parada de convergência do modelo também se deu pela rotação excessiva dos nós do conector ligados ao perfil ocasionada pela plastificação do aço.

Comparando esse resultado com o do modelo Mod.01 é possível observar que o aumento na espessura do conector de 2,00 mm para 3,75 mm, ou seja, um aumento de 87,5%, proporcionou um aumento de 68% na resistência da ligação, o que está de acordo com os resultados experimentais dos quais foi observado um aumento de 69%. Para o modelo Mod.02, o valor encontrado para a constante FSLIDE a partir da retroanálise foi igual a 1,0 kN, ou seja, uma força de aderência de 12 kN. Considerando que a contribuição da aderência é linear, pode-se analisar o modelo Mod.02 com um valor de FSLIDE = 2,0 kN, o que provocaria um deslocamento da curva para cima de 12 kN, chegando a uma resistência final do modelo igual a 155 kN. Esse valor é 82% maior que a resistência do modelo Mod.01, o que demonstra que há uma relação direta entre a espessura do conector e a resistência final da ligação, conforme se verifica nas expressões das normas em vigor.

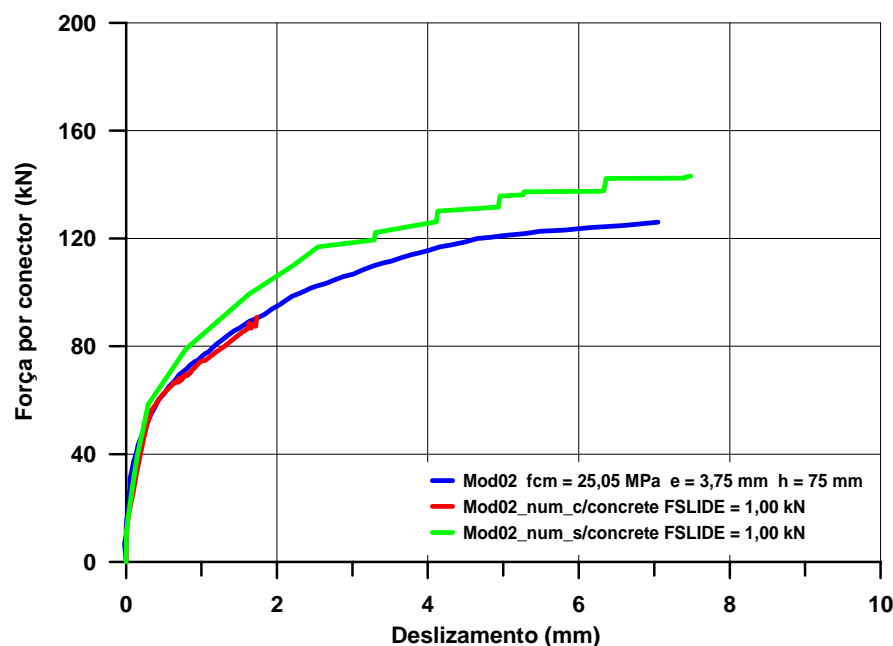


Figura 0.24 – Gráfico força *versus* deslizamento para o modelo Mod.02.

De acordo com a Figura 0.25, as deformações no conector no modelo experimental superaram o limite de escoamento do aço no momento da ruptura. Esse mesmo comportamento surgiu no modelo numérico apenas com o critério de plastificação de Drucker-Prager. Quando ao mesmo foi associado o critério de William-Warnke, as deformações no conector acompanharam os resultados experimentais até um certo nível de carregamento, a partir do qual houve diminuição da deformação do conector. Tal comportamento não encontra subsídio nas observações experimentais, de onde se conclui novamente pelo emprego apenas do critério de plastificação de Drucker-Prager para a representação do concreto como a melhor solução para a modelagem desse tipo de ligação. As grandes deformações observadas na modelagem do modelo Mod.02 se devem à plastificação dos elementos próximos à solda do conector com o perfil metálico, ocasionando a formação da rótula plástica e o movimento de corpo rígido do modelo.

Percebe-se pela Figura 0.26 que devido à maior rigidez do conector com 3,75 mm de espessura, a distribuição de tensões ao longo do conector foi um pouco diferente daquela observada no modelo Mod.01, verificando-se uma maior concentração de tensões próxima ao centro do conector. Esse conector também se movimentou como corpo rígido, ficando

evidente a tendência de giro do conector pelo surgimento de tensões de compressão próximas à aba não-soldada do conector. Comparado ao modelo Mod.01, essas tensões estão mais afastadas da base do conector, isto é, da região de solda do mesmo com o perfil caixa.

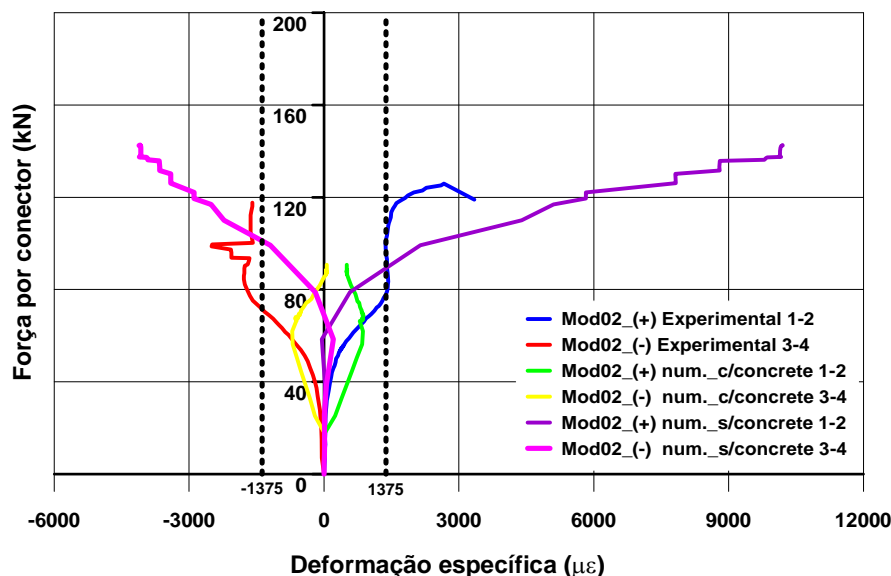


Figura 0.25 – Gráfico força versus deformação específica para o modelo Mod.02.

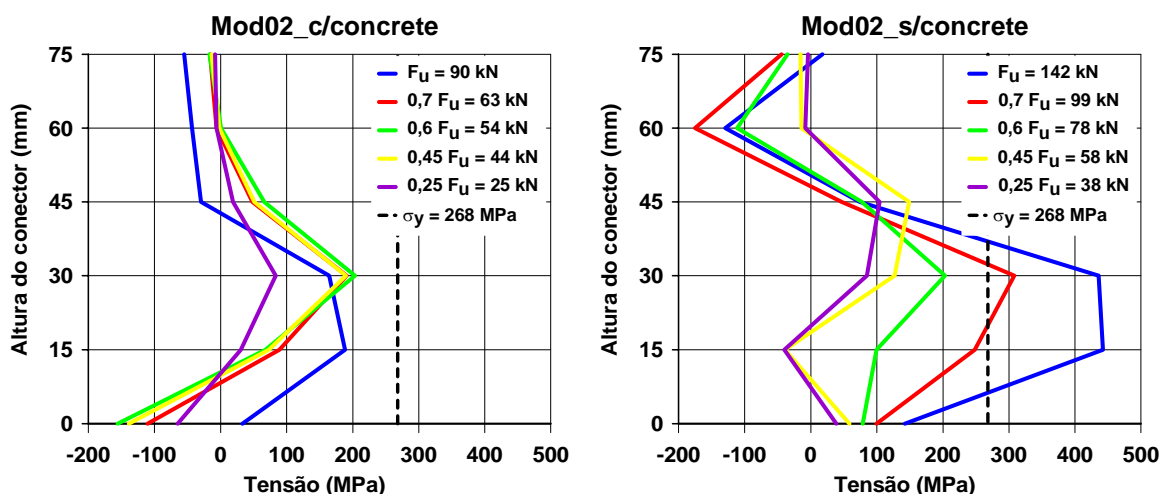


Figura 0.26 – Tensão ao longo do conector para o modelo Mod.02.

Na Figura 0.27 são mostrados os gráficos de força versus deslizamento da ligação obtidas numérica e experimentalmente a partir do modelo Mod.03. Este modelo tem como características conector com espessura de 2,00 mm, resistência à compressão média do

concreto da laje de 39,12 MPa e resistência à tração média de 4,49 MPa. Verificou-se para este modelo uma boa concordância dos resultados numéricos com os resultados experimentais.

Segundo David (2003), o modelo Mod.03 apresentou certa divergência em relação aos outros modelos, pois no final do ensaio, mesmo a espessura do conector sendo de apenas 2,00 mm, houve um menor deslizamento na ligação comparado ao modelo Mod.04 que possuía conector com espessura de 3,75 mm e concreto com resistência similar. Porém, numericamente o modelo Mod.03 atingiu deslocamentos na mesma ordem de grandeza que os demais conectores do grupo de 75 mm ensaiados, atingindo uma força última de 110 kN. Novamente, o maior deslizamento no modelo numérico apenas com o critério de plastificação de Drucker-Prager se deu pela maior plastificação dos elementos próximos à solda do conector com o perfil caixa. Já no modelo com o critério de plastificação de William-Warnke, a falta de convergência ocorreu devido aos elementos de concreto junto ao conector terem atingido a superfície de plastificação do modelo constitutivo, não conseguindo equilibrar as forças externas aplicadas.

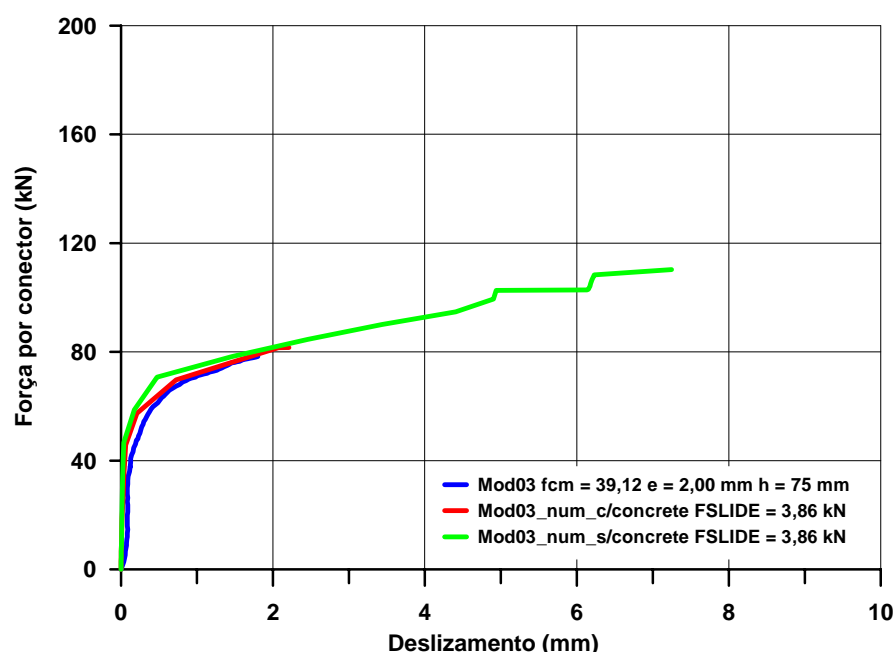


Figura 0.27 – Gráfico força *versus* deslizamento para o modelo Mod.03.

Devido a problemas no sistema de aquisição de dados, David (2003) não realizou a leitura dos extensômetros do modelo Mod.03. Os valores obtidos numericamente para a

deformação do conector são mostrados na Figura 0.28, na qual se observa que também neste modelo foi atingida a deformação de escoamento do aço no momento da ruína da ligação.

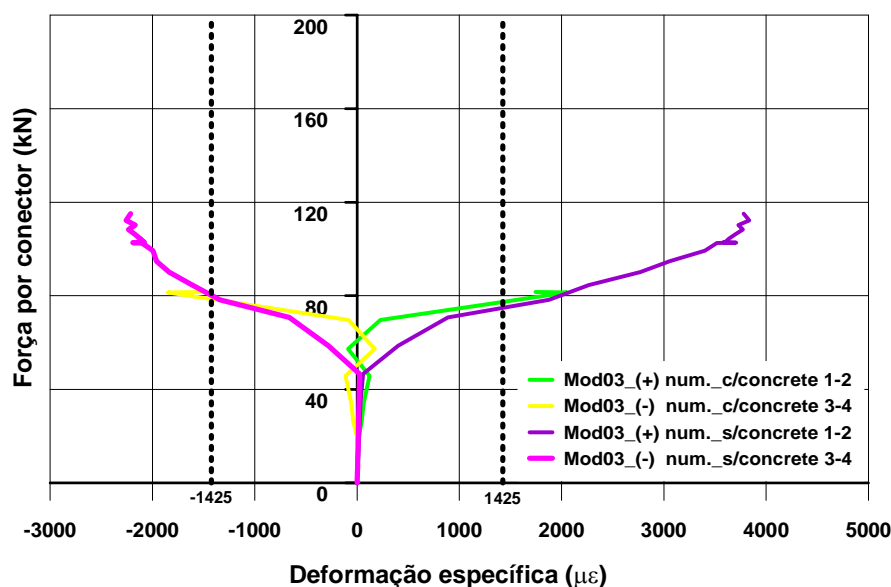


Figura 0.28 – Gráfico força *versus* deformação específica para o modelo Mod.03.

Para a calibração desse modelo utilizou-se um valor para a constante FSLIDE igual a 3,86 kN, o que corresponde a um acréscimo de resistência na ligação em relação ao modelo Mod.01 de 22 kN ( $12 \times 3.86 - 12 \times 2.00 = 22 \text{ kN}$ ). Se este valor for subtraído da força última numérica obtida para o modelo Mod.03, chega-se a uma força última de 88 kN, valor praticamente igual ao obtido para a força última do modelo Mod.01. Isso demonstra, como verificado experimentalmente, que o acréscimo na resistência à compressão do concreto tem pouca influência na resistência da ligação.

Verifica-se também nesse modelo uma concentração de tensões próxima à solda do conector com o perfil (Figura 0.29), atingindo a tensão de escoamento do aço para forças próximas à força última da ligação. Assim como no modelo Mod.01, nota-se o surgimento de tensões de compressão próximas ao meio do conector devido à inversão da curvatura do conector pelo fato do mesmo estar ligado à laje de concreto.

O comportamento semelhante observado para os conectores dos modelos Mod.01 e Mod.03 com relação à distribuição e aos níveis de tensão se justifica, pois esses dois modelos

apresentam a mesma resistência, apesar de terem atingido forças últimas diferentes. Conforme descrito anteriormente, a única diferença relevante entre os modelos Mod.01 e Mod.03, e que influenciou na resistência numérica da ligação, foi o valor da constante FSLIDE, consequência da resistência à compressão das lajes, utilizada na calibração da curva numérica.

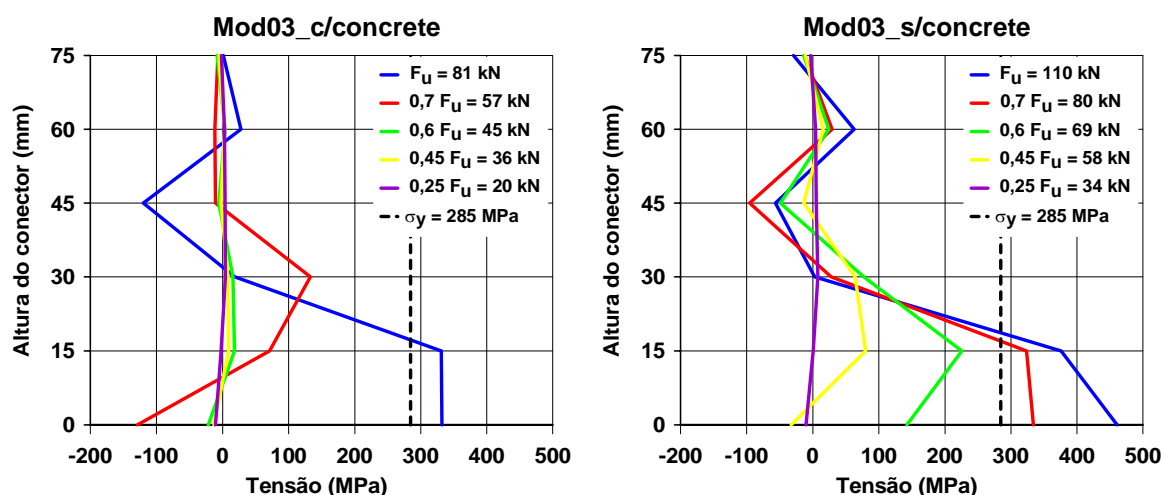


Figura 0.29 – Tensão ao longo do conector para o modelo Mod.03.

Na Figura 0.30 são mostrados os gráficos de *versus* deslizamento da ligação obtidas numérica e experimentalmente a partir do modelo Mod.04. Este modelo tem como características conector com espessura de 3,75 mm, resistência à compressão média do concreto da laje de 35,46 MPa e resistência à tração média de 4,21 MPa. Para este modelo numérico, conforme também verificado para os outros modelos com conectores de 75 mm, houve uma boa concordância dos resultados numéricos com os obtidos experimentalmente.

Do modelo Mod.04 é possível observar que a resistência do concreto influencia basicamente a rigidez da ligação. Comparando o deslizamento da ligação nos modelos Mod.02 e Mod.04, ambos com o critério de plastificação de Willam-Wamke, percebe-se que para um mesmo nível de carregamento o modelo Mod.04 apresentou deslizamento inferior, ou seja, o aumento da resistência do concreto tornou a ligação mais rígida. Nesses dois modelos, a “ruptura” numérica ocorreu devido à falta de convergência do modelo numérico, ou seja, atingida a superfície de plastificação do concreto o mesmo não foi capaz de resistir às solicitações. Este fato se justifica devido ao modelo empregado para a representação do

concreto no programa ANSYS® 6.1 não ser capaz de representar o comportamento pós-pico do concreto.

Ao se empregar apenas o critério de plastificação de Drucker-Prager foi possível a convergência do modelo numérico para uma força maior. Neste caso, novamente constata-se que o aumento da resistência do concreto influenciou na rigidez da ligação.

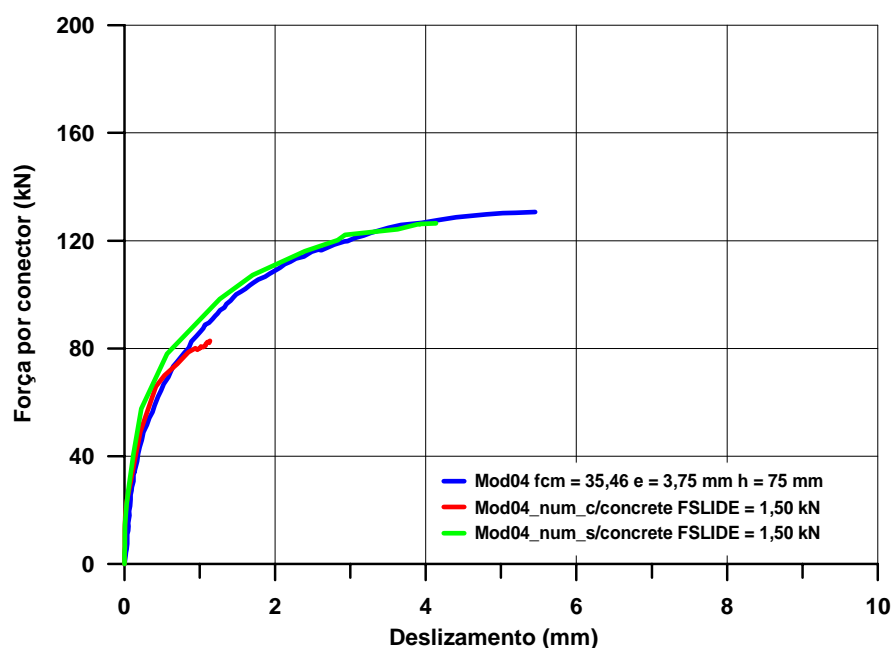


Figura 0.30 – Gráfico força *versus* deslizamento para o modelo Mod.04.

A Figura 0.31 representa a deformação específica do conector para o modelo Mod.04. É possível constatar que as deformações do conector nesse modelo foram bem inferiores às obtidas no modelo Mod.02, o que sugere que o aumento da resistência do concreto concentrou as tensões no conector nos elementos próximos a ligação com o perfil caixa. Vale ressaltar que para esses dois casos os valores das deformações foram obtidos nos elementos finitos no meio do conector, buscando representar o mesmo ponto onde foram medidos experimentalmente. Em ambos os modelos o conector atingiu a tensão de escoamento do material junto à solda.

Comparando a distribuição de tensões ao longo do conector nos modelos Mod.02 e Mod.04, fica claro a maior distribuição das tensões ao logo do conector do modelo Mod.02,

comprovando que neste modelo, devido a maior flexibilidade da laje, as tensões se distribuíram mais ao longo do conector. No modelo Mod.04, ao contrário, as tensões se concentraram próximas à ligação com o perfil caixa, Figura 0.32. Este fato também explica porque a deformação específica no conector do modelo Mod.04 foi inferior ao verificado no modelo Mod.02.

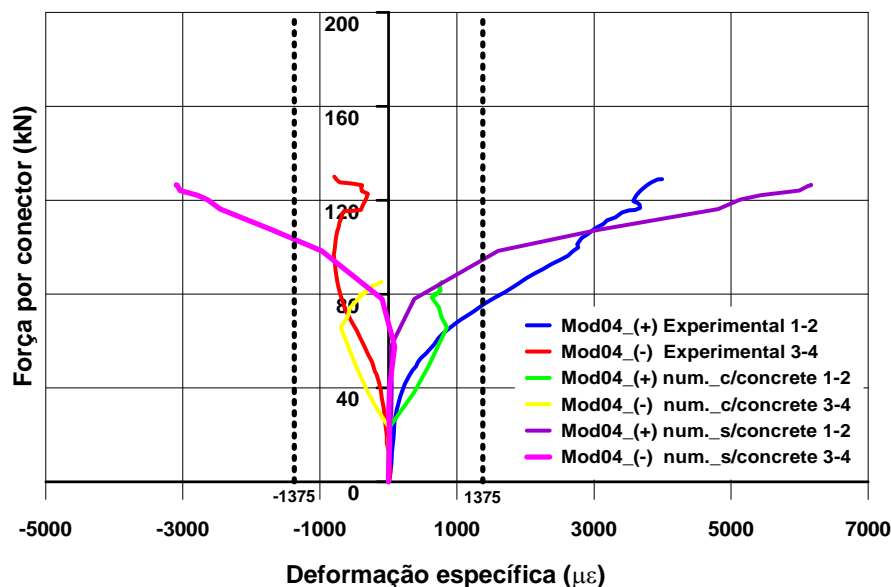


Figura 0.31 – Gráfico força *versus* deformação específica para o modelo Mod.04.

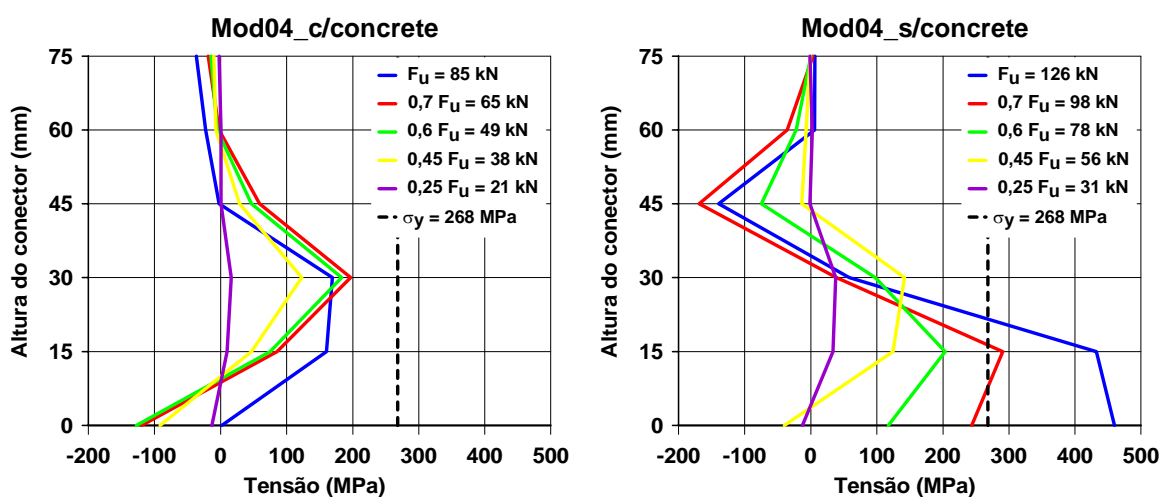


Figura 0.32 – Tensão ao longo do conector para o modelo Mod.04.

Na Tabela 0.3 é mostrada a força última de cada modelo obtida dos ensaios e das modelagens numéricas. Observa-se uma boa concordância entre os resultados numéricos e experimentais, tendo sido obtido um valor médio de 1,15 para a relação entre a força última numérica e a força última experimental.

Tabela 0.3 – Força última numérica e experimental para os modelos com conector de 75 mm de altura

Modelo	$F_{u,experimental}$ (kN)	$F_{u,numérico}$ (kN)	$F_{u,numérico} / F_{u,experimental}$
Mod.01	77,0	85,0	1,10
Mod.02	126,0	143,0	1,13
Mod.03	79,0	110,0	1,39
Mod.04	131,0	126,0	0,96

### 1.13.2 Modelo com conector de 100 mm de altura.

Ao contrário dos modelos com conector de 75 mm de altura, os modelos com conector de 100 mm de altura não apresentaram problemas de convergência devido à utilização conjunta dos critérios de plastificação de Willam-Warnke e Drucker-Prager. Isto provavelmente se deve ao fato da laje de concreto sob o conector nesses modelos ser menos solicitada que nos modelos com conector de 75 mm de altura. Nesses modelos, porém, foi necessário restringir o deslocamento da laje na direção Y, Figura 3.33.b, pois os mesmos apresentaram falta de convergência prematura devido à rotação da laje, conforme demonstrado na Figura 0.33.a. Após a restrição, todos os modelos convergiram para maiores intensidades de carregamento, proporcionando uma melhor análise do comportamento da ligação.

Na Figura 0.34 são mostrados os gráficos de força *versus* deslizamento da ligação obtidas numérica e experimentalmente a partir do modelo Mod.05. Este modelo tem como características conector com espessura de 2,00 mm, resistência a compressão média do concreto da laje de 20,98 MPa e resistência à tração média de 2,97 MPa.

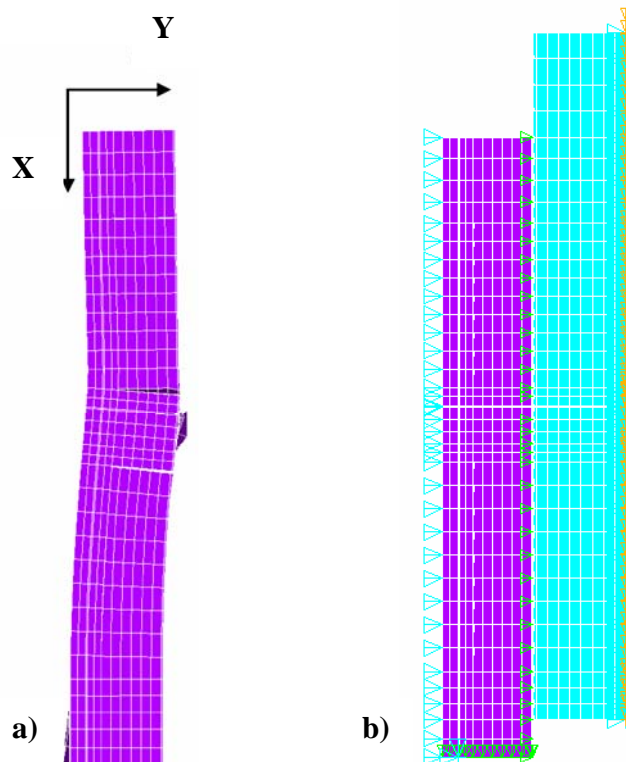


Figura 0.33 – Rotação da laje de concreto (a) e detalhe da restrição na laje (b) (conectores de 100 mm).

O modelo numérico Mod.05 apresentou boa concordância com os resultados experimentais, mostrando-se um pouco mais rígido tanto para a fase elástica como na plástica, onde foi mais significativa (Figura 3.34). A interrupção da convergência numérica se deu pela plastificação dos elementos finitos ligados ao perfil metálico, o que provocou uma rotação excessiva dos nós do conector. Experimentalmente, a ruptura foi causada pelo rompimento do conector na região da dobra, fazendo com que a laje se separasse completamente do perfil, Figura 3.35.

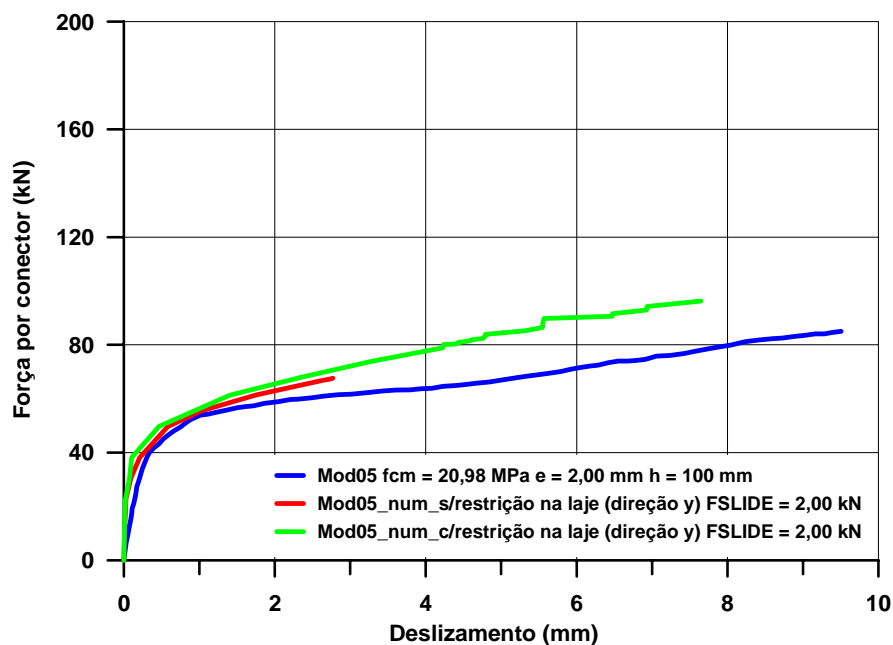


Figura 0.34 – Gráfico força *versus* deslizamento para o modelo Mod.05.



Figura 0.35 – Forma de ruptura dos modelos com conector de 100 mm de altura e espessura de 2,00 mm.

Na Figura 3.36 é mostrada a deformação do conector medida a 32,5 mm da solta e junto à extremidade oposta do conector (Figura 2.24 do capítulo 2). Observa-se que há boa concordância entre os resultados numéricos e experimentais, sendo os valores finais de deformação maiores no modelo com a laje restrita na direção Y.

Comparando este modelo com o modelo com conector de 75 mm de altura (Mod.01), fica evidente a influência da altura do conector na resistência da ligação, pois apesar deste modelo possuir uma resistência do concreto inferior ao do modelo Mod.01, o modelo Mod.05 mostrou-se mais rígido e atingiu uma força última cerca de 13% superior. A maior rigidez do modelo Mod.05 pode ser constatada pelo gráfico de força versus deformação específica do elemento finito próximo à solda com o perfil caixa (Figura 3.37). Observa-se dessa figura que o conector com altura de 75 mm apresenta uma deformação específica maior que no conector com altura de 100 mm para um mesmo nível de carregamento. Isto ocorre mesmo este último conector sendo, teoricamente, mais flexível. Com uma maior deformação específica do aço, as ligações com conectores de 75 mm de altura acabam atingindo uma menor resistência, mesmo que o conector possua a mesma espessura e a laje a mesma resistência que na ligação com conector de 100 mm de altura.

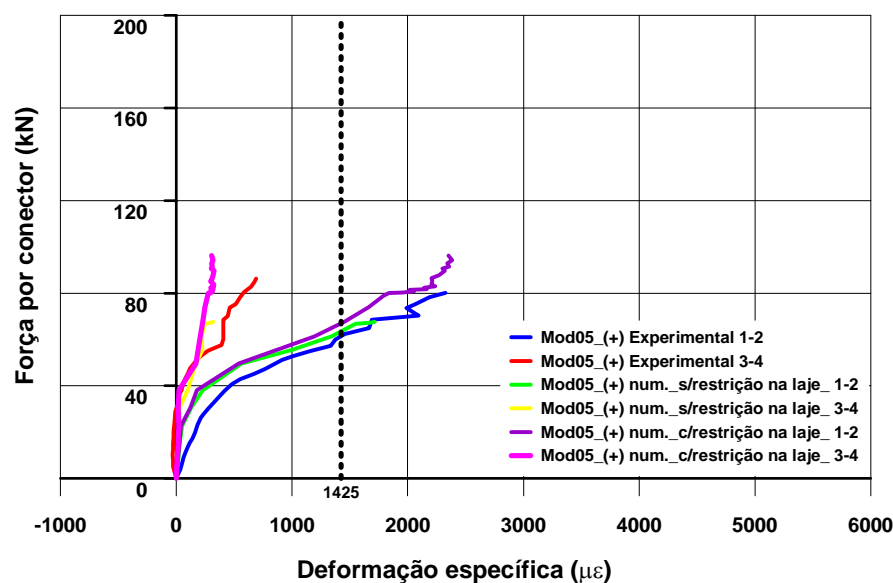


Figura 0.36 – Gráfico força *versus* deformação específica para o modelo Mod.05.

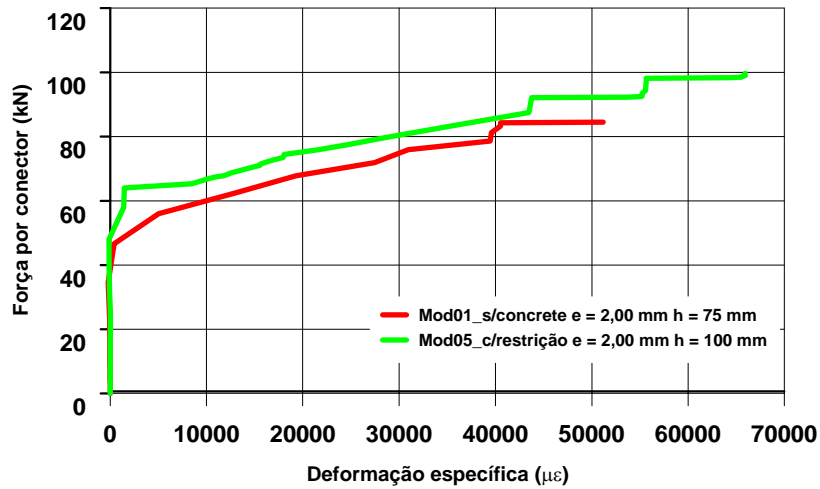


Figura 0.37 – Comparação da deformação específica do elemento finito próximo à solda entre os modelos Mod.01 e Mod.05.

Analisando as tensões ao longo da altura do conector no modelo Mod.05 (Figura 0.38) é possível constatar que as tensões se distribuíram mais ao longo da altura do conector que o observado no modelo Mod.01. Também é possível notar a ausência de tensões de compressão ao longo do conector. Isso mostra que a rigidez do conector de 100 mm de altura e 2,00 mm de espessura não é suficiente para fazê-lo girar como corpo rígido em torno da base do conector. Nessa ligação, a máxima tensão de tração no conector também ocorreu junto à ligação do conector com o perfil metálico, Figura 0.39, o que também ocorreu experimentalmente.

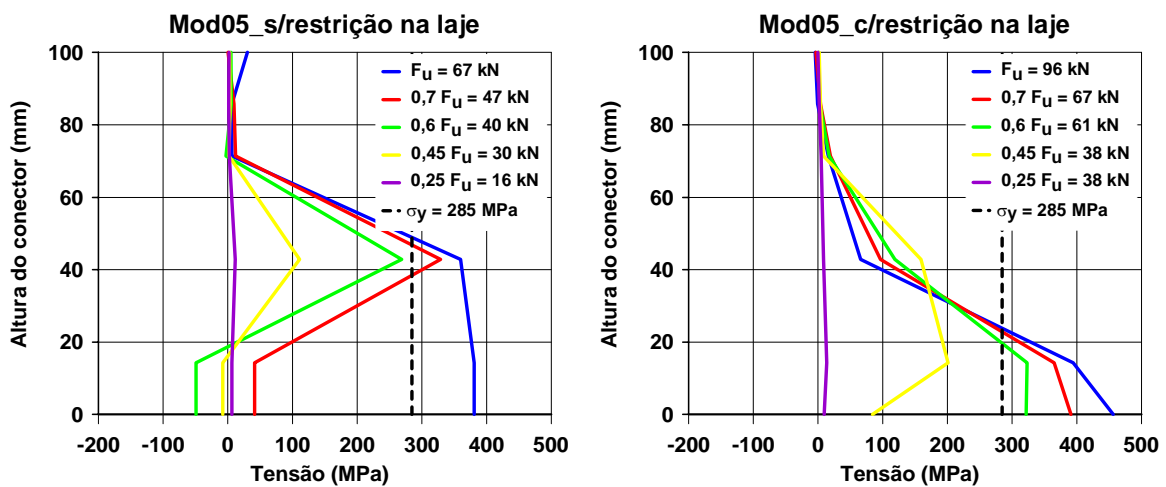


Figura 0.38 – Tensão ao longo do conector para o modelo Mod.05.

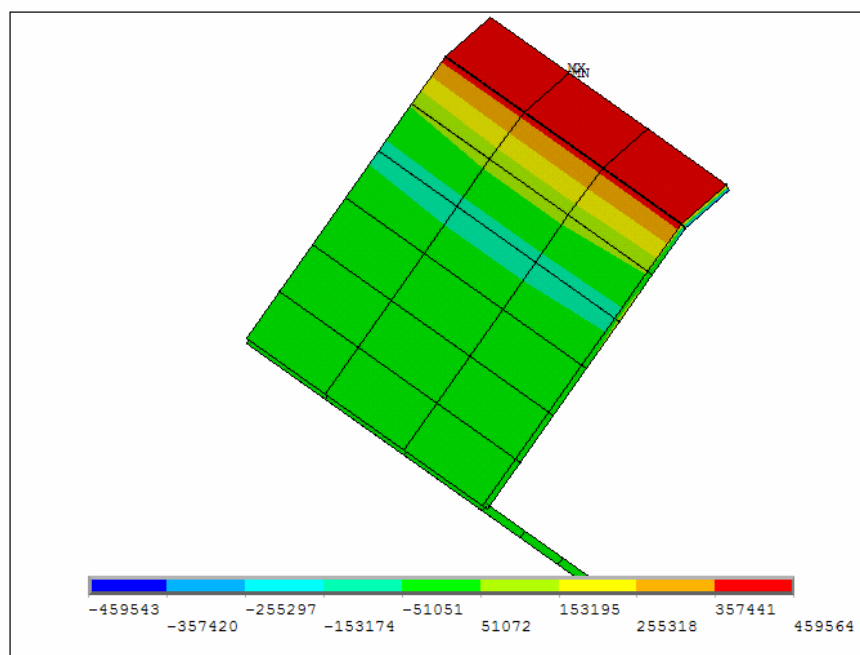


Figura 0.39 – Concentração de tensão típica ( $\text{kN/m}^2$ ) junto à solda nos modelos de 100 mm.

Na Figura 0.40 são mostrados os gráficos da força *versus* deslizamento da ligação obtida numérica e experimentalmente a partir do Mod.06. Este modelo tem como características conector com espessura de 3,75 mm, resistência à compressão média do concreto da laje de 21,99 MPa e resistência à tração média de 3,06 MPa.

O modelo Mod.06 apresentou boa concordância com os resultados experimentais até o carregamento de 80 kN, a partir do qual o comportamento da ligação do modelo numérico passou a ser mais rígida. Comparando o modelo Mod.06 com o modelo Mod.05, onde a diferença mais significativa foi o aumento da espessura de 2,00 mm para 3,75 mm, é possível verificar que a resistência da ligação aumentou em quase 90%. Este fato demonstra que a principal variável que influencia a resistência da ligação nos modelos computacionais com conectores de 100 mm de altura é a espessura do conector, tal qual verificado nos modelos computacionais com conectores de 75 mm de altura.

A parada de convergência no modelo Mod.06 se deu pelo escoamento do aço do conector, assim como verificado experimentalmente. Foi constatada a formação da rótula

plástica no conector de cisalhamento na região próxima à ligação com o perfil metálico, o que ocasionou a parada do processamento por exceder o limite de deslocamento do grau de liberdade em rotação.

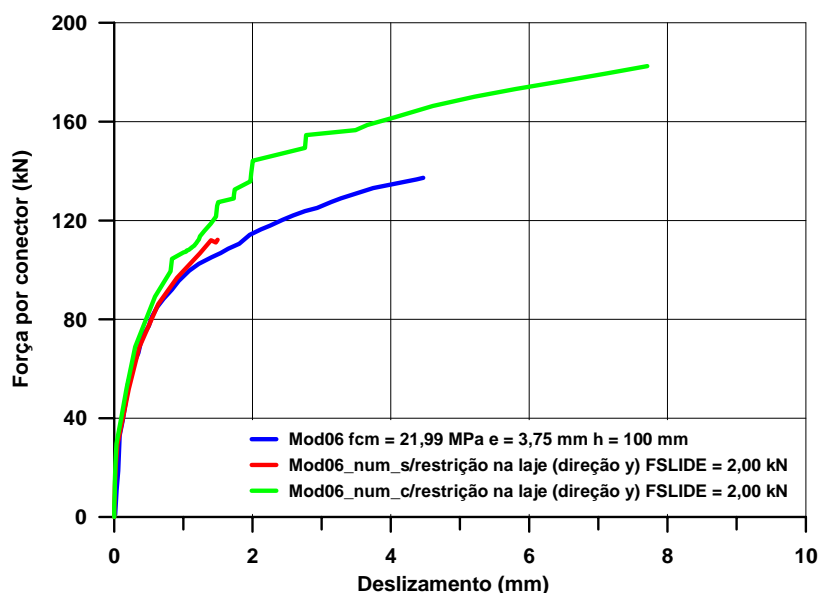


Figura 0.40 – Gráfico força *versus* deslizamento para o modelo Mod.06.

Analisando as deformações específicas do modelo Mod.06 (Figura 0.41), verifica-se que o conector desse modelo apresentou-se mais rígido que o ensaiado. Este fato, assim como a maior rigidez observada nos outros modelos numéricos, pode ter sido ocasionado pelo tipo de interface aplicada no modelo numérico entre o aço e o concreto, não permitindo deslocamentos relativos entre os dois materiais. Apesar de se mostrar mais rígido, o modelo numérico também atingiu a deformação de escoamento do aço.

Analisando as tensões ao longo do conector (Figura 0.42), também houve uma maior distribuição dessas tensões ao longo da altura do conector quando comparado com os modelos de 75 mm, sendo a maior concentração na região próxima à ligação com o perfil caixa. Comparado ao modelo Mod.05, a distribuição de tensões mostrou-se bastante semelhante, sendo que no modelo Mod.06 houve uma pequena compressão na parte superior do conector, provocado por uma pequena tendência de giro do conector como corpo rígido em torno da sua base ocasionado pela maior rigidez desse conector.

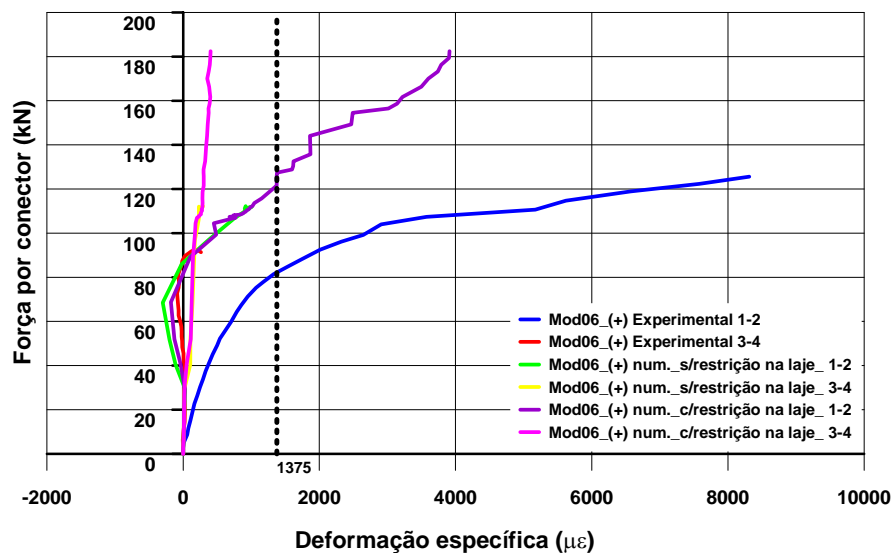


Figura 0.41 – Gráfico força *versus* deformação específica para o modelo Mod.06.

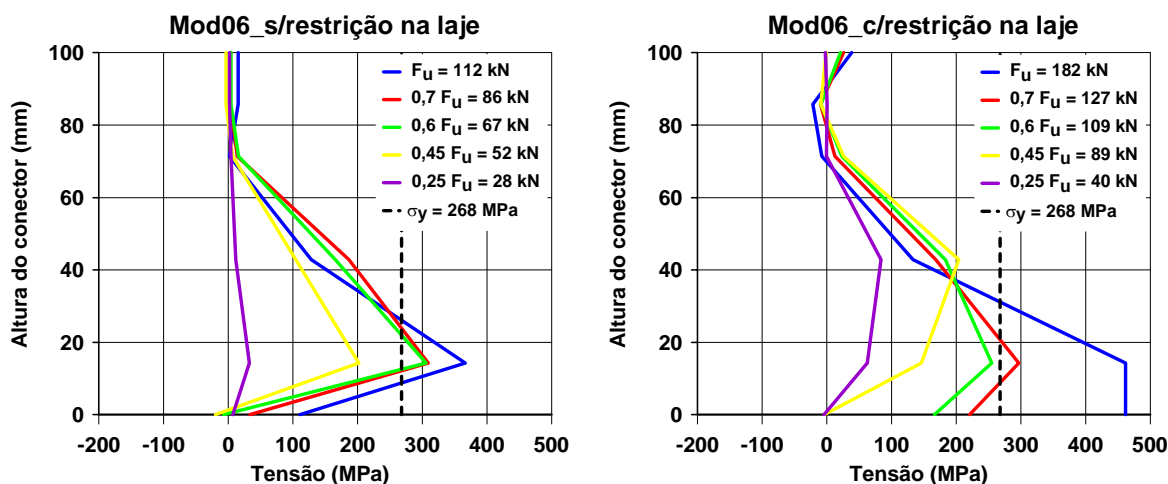


Figura 0.42 – Tensão ao longo do conector para o modelo Mod.06.

Na Figura 0.43 são mostrados os gráfico de força *versus* deslocamento da ligação obtida numérica e experimentalmente a partir do modelo Mod.07. Este modelo tem como características conector com espessura de 2,00 mm, resistência à compressão média do concreto da laje de 29,02 MPa e resistência à tração média de 3,68 MPa.

O modelo numérico obtido apresentou boa concordância com o resultado experimental, apesar de estar ligeiramente mais rígido na fase elástica e na fase plástica.

Analisando comparativamente o modelo Mod.07 com o modelo Mod.05 é possível identificar que apesar da pequena diferença do valor da constante FSLIDE, utilizado para a calibração dos modelos, o aumento da resistência do concreto praticamente não afetou o comportamento da ligação. O modelo Mod.07 mostrou-se ligeiramente mais rígido e apresentou um aumento na resistência final da ligação insignificante, na ordem de 3%.

A parada de convergência desse modelo numérico também foi causada pela plastificação dos elementos próximos à ligação com o perfil caixa, ocasionando a interrupção do processamento.

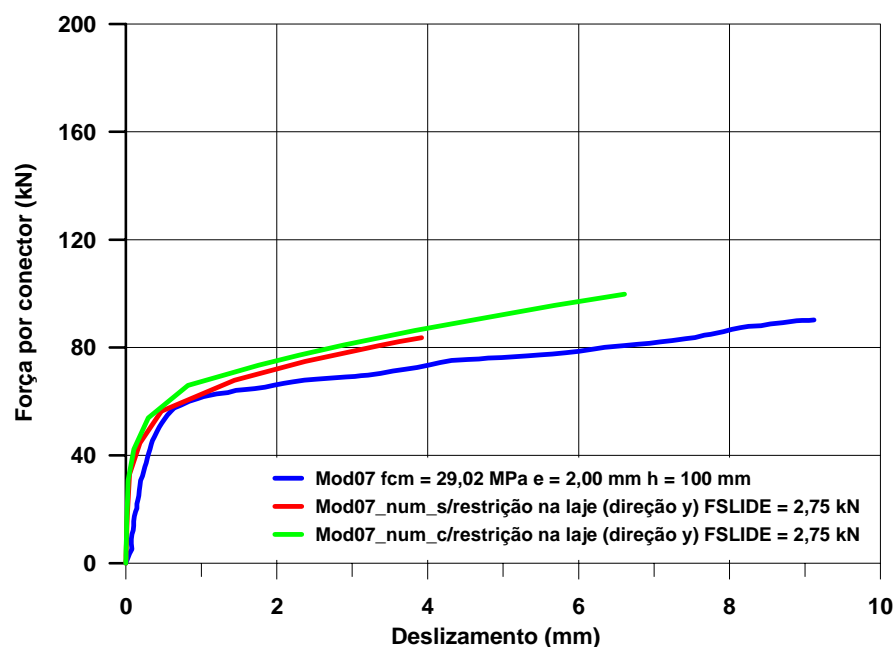


Figura 0.43 – Gráfico força *versus* deslizamento para o modelo Mod.07.

As deformações específicas do conector nesse modelo ficaram bem próximas às obtidas nos ensaios experimentais, sendo ligeiramente inferiores quando comparadas às deformações específicas obtidas no modelo Mod.05. Isso demonstra que o aumento da resistência do concreto apenas influenciou na rigidez da ligação (Figura 0.44). A deformação específica final dos conectores do modelo Mod.07 também ultrapassou a deformação específica de escoamento do aço.

Analisando a distribuição das tensões ao longo do conector (Figura 0.45), é possível identificar claramente o surgimento de tensões de compressão na região superior do conector. Estas tensões, como nos outros casos, deve-se a tendência de giro do conector, sendo impedido pela aderência perfeita imposta entre o conector e a laje que se encontra abaixo dele. No modelo Mod.05, porém, não surgiram tensões de compressão próximas à aba não-soldada do conector devido a resistência a tração do concreto nesse modelo ser menor, não sendo capaz, portanto, de provocar a inversão da curvatura do conector.

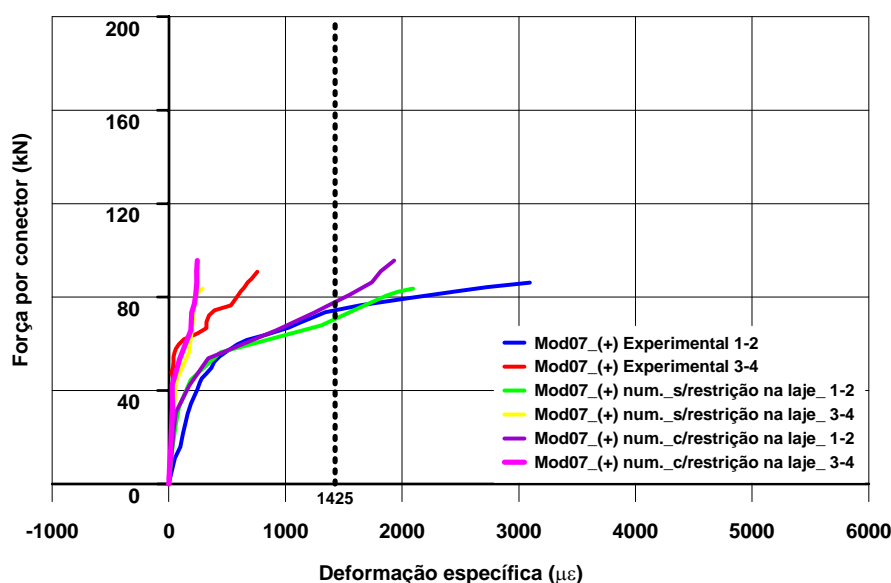


Figura 0.44 – Gráfico força *versus* deformação específica para o modelo Mod.07.

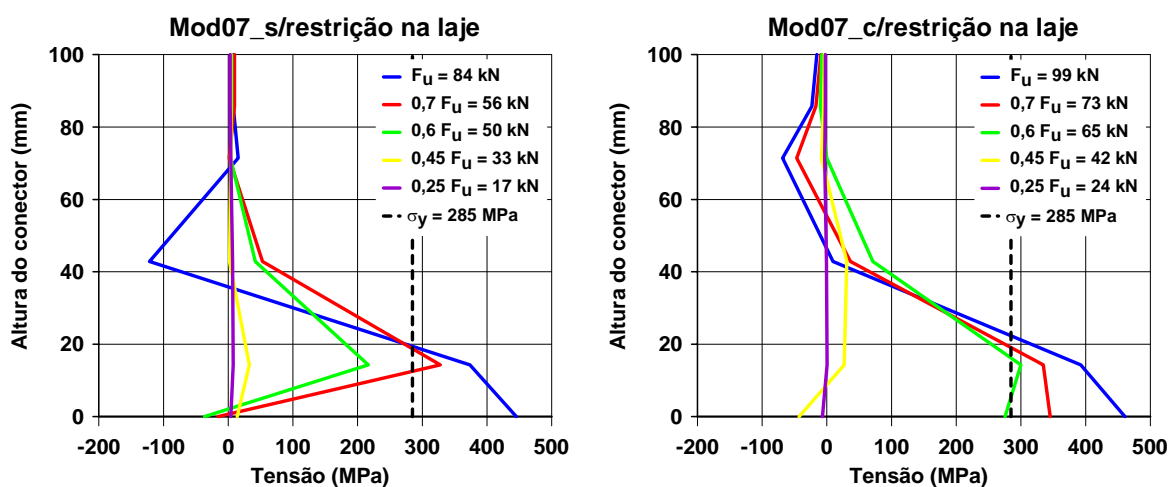


Figura 0.45 – Tensão ao longo do conector para o modelo Mod.07.

Na Figura 0.46 são mostrados os gráficos de força *versus* deslizamento da ligação obtida numérica e experimentalmente a partir do modelo Mod.08. Este modelo tem como características conector com espessura de 3,75 mm, resistência à compressão média do concreto da laje de 28,26 MPa e resistência à tração média de 3,62 MPa.

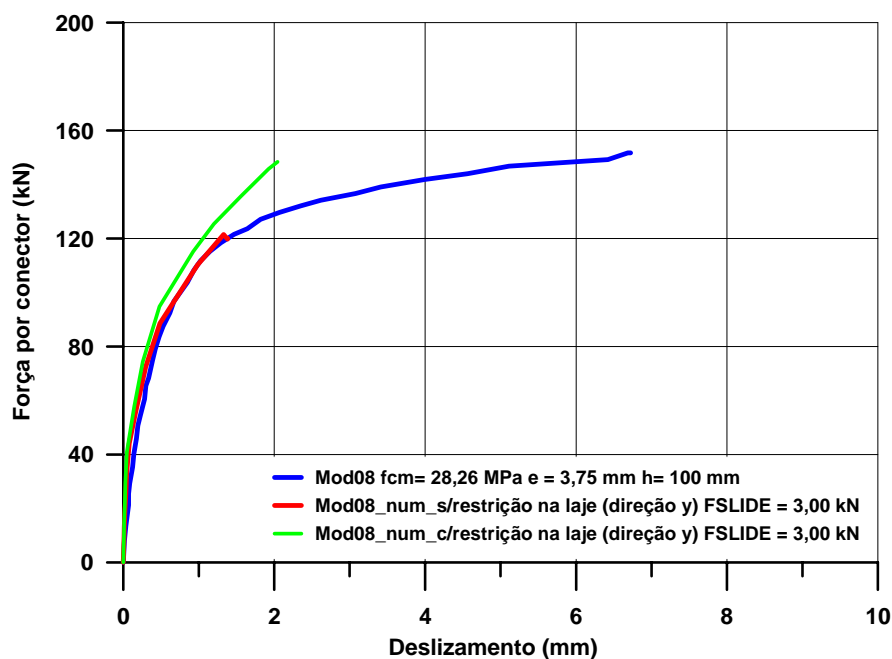


Figura 0.46 – Gráfico força *versus* deslizamento para o modelo Mod.08.

O modelo Mod.08 apresentou boa concordância com os resultados experimentais na fase elástica, a partir do qual a resposta numérica tornou-se mais rígida. Ao contrário do modelo Mod.06, onde a parada do processamento deveu-se a plastificação dos elementos finitos próximos a ligação com o perfil metálico, o modelo Mod.08 teve o processamento interrompido por falta de convergência.

A utilização do critério de Willam-Warnke introduz um comportamento elasto-frágil ao material, isto é, uma vez atingida a superfície de plastificação em algum ponto de integração, a contribuição desse ponto na matriz de rigidez da estrutura passa a ser desprezada. Isto causa problemas numéricos que dificultam a convergência em cada passo de carga, fazendo com que o processo de modelagem computacional seja interrompido com uma força

inferior à força última experimental e, principalmente, com um deslizamento sensivelmente inferior ao observado no ensaio.

No caso específico desse modelo, houve uma concentração de tensões de tração nos elementos de concreto abaixo do conector, Figura 0.47, que ao atingirem a superfície de plastificação não mais conseguiram equilibrar o esforço externo, interrompendo a convergência.

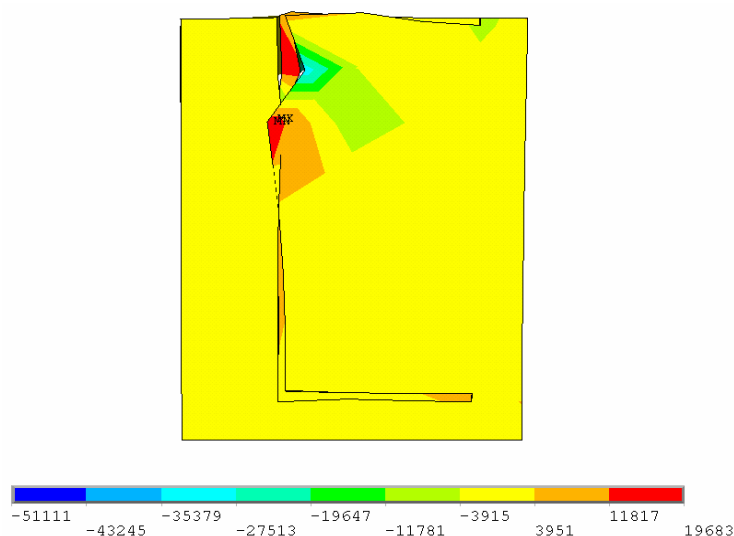


Figura 0.47 – Concentração de tensão de tração abaixo do conector no Mod08.

Analisando as deformações do conector do modelo Mod.08 (Figura 0.48), fica claro que a influência do aumento da resistência do concreto foi apenas na rigidez da ligação. Comparando este modelo com o modelo Mod.06, percebe-se que as deformações foram bem inferiores às obtidas no modelo Mod.06, mesmo este tendo atingido níveis de carregamento mais altos. Este gráfico demonstra que apesar do conector ter atingido a deformação de escoamento do aço, o modelo numérico suportaria mais carga até exceder o limite de deslocamento do grau de liberdade em rotação pela plastificação do conector, o que não ocorreu devido ao emprego do critério de Willam-Warnke nessa modelagem.

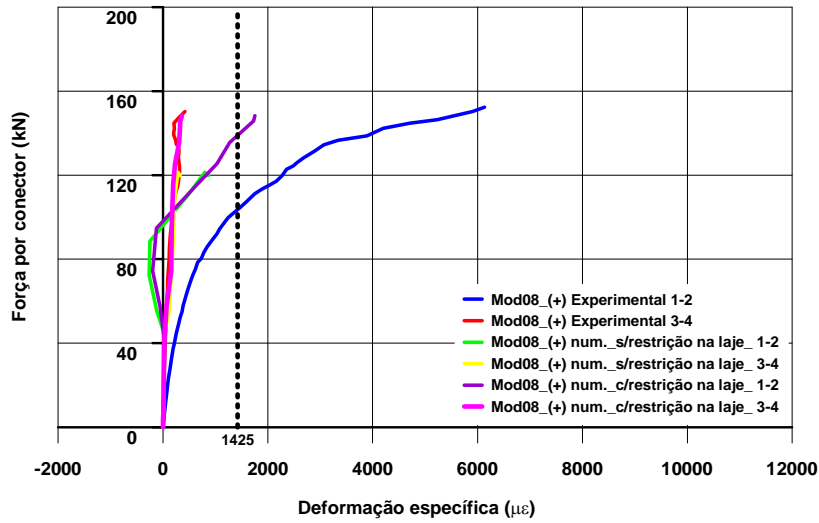


Figura 0.48 – Gráfico força *versus* deformação específica para o modelo Mod.08.

Nesse modelo, ocorreu uma maior distribuição da tensões ao longo da altura do conector, que foi causada pela maior rigidez da laje de concreto (Figura 0.49). É possível constatar que para níveis de carregamento mais baixos (Figura 0.49.b) houve uma concentração de tensões fora da região da ligação com o perfil metálico, concentrando-se mais próximo ao centro do conector. Com o incremento do carregamento, passou-se a sollicitar mais fortemente a região próxima à solda, o que justifica as menores deformações do conector quando comparado ao modelo Mod.06 que apresentou concentração de tensões próxima à solda.

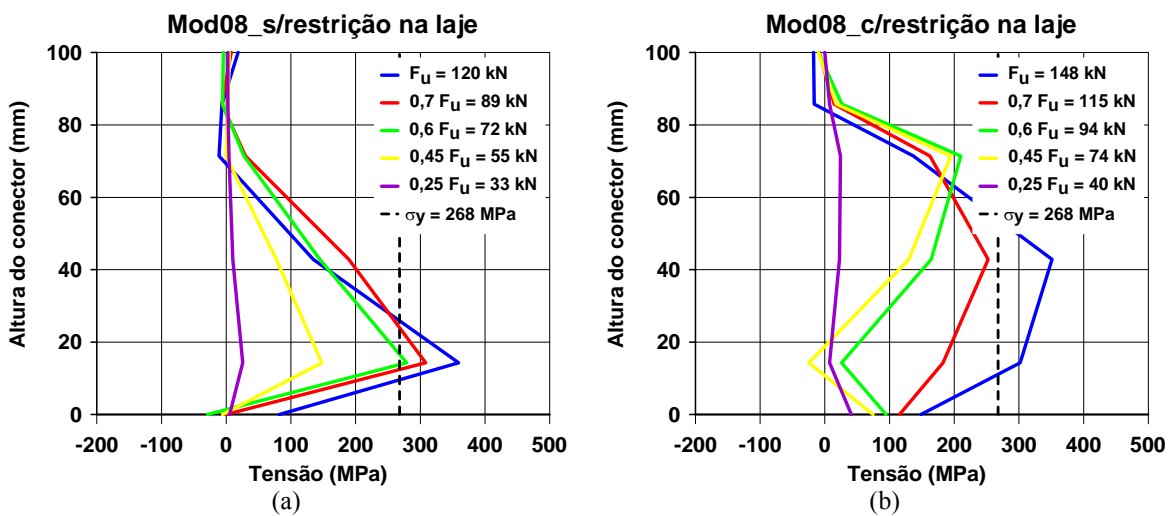


Figura 0.49 – Tensão ao longo do conector para o modelo Mod.08.

Na Tabela 0.4 é mostrada a força última de cada ligação obtida dos ensaios e das modelagens numéricas para os conectores com 100 mm de altura. Observa-se uma boa concordância entre os resultados numéricos e experimentais, tendo sido obtido um valor médio de 1,20 para a relação entre a força última numérica e a força última experimental.

Tabela 0.4 – Força última numérica e experimental para os modelos com conector de 100 mm de altura

Modelo	$F_{u,experimental}$ (kN)	$F_{u,numérico}$ (kN)	$F_{u,numérico} / F_{u,experimental}$
Mod.05	85,0	96,0	1,13
Mod.06	137,0	182,0	1,33
Mod.07	87,0	99,0	1,14
Mod.08	155,0	148,0	0,95

Nas Figura 0.50 e Figura 0.51 são mostrados os gráficos de força *versus* deslizamento obtidas numericamente para os oito modelos ensaiados em David (2003), destacando que, nos conectores com altura igual a 75 mm foi utilizado para a representação do comportamento não-linear do concreto apenas o modelo de Drucker-Prager. Já nos modelos com 100 mm de altura foi utilizado o modelo de Willam-Warnk acoplado ao modelo de Drucker-Prager.

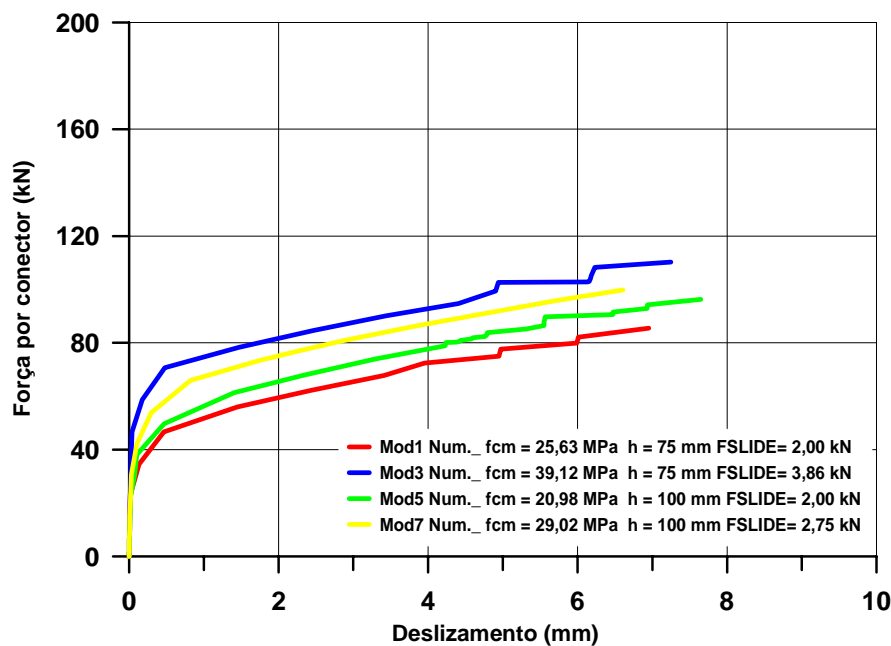


Figura 0.50 – Gráfico força *versus* deslizamento com conectores de 2,00 mm de espessura.

De maneira geral, pode-se concluir que, como verificado experimentalmente, o aumento da espessura do conector aumentou a resistência e a rigidez da ligação. Além disso, observa-se que o aumento da resistência à compressão do concreto tem maior influência na rigidez da ligação, principalmente nas ligações com conectores de 2,00 mm de espessura (Figura 0.50).

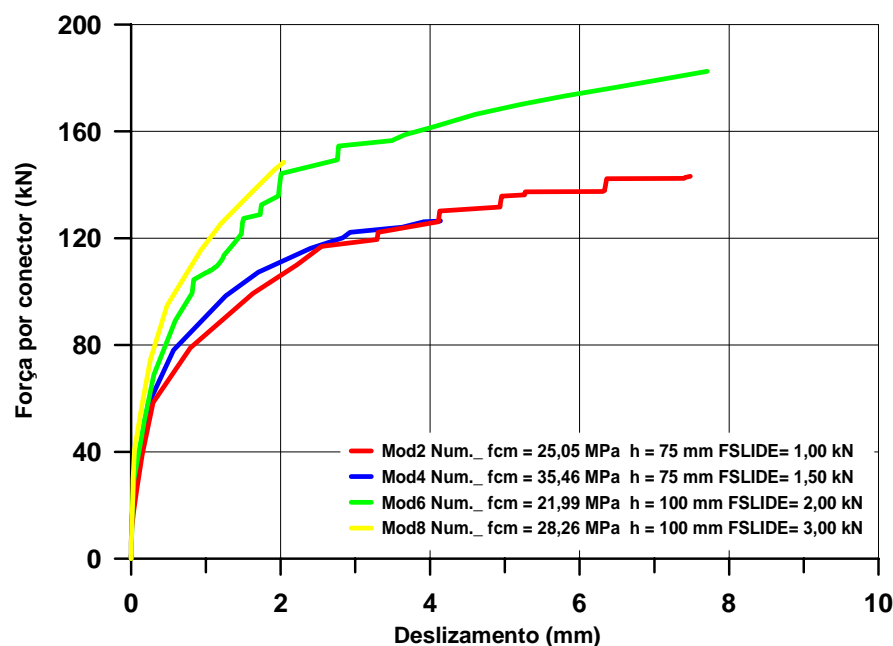


Figura 0.51 – Gráfico força *versus* deslizamento com conectores de 3,75 mm de espessura.

### 1.13.3 Influência da armadura longitudinal

Analisando a Figura 0.52 é possível identificar a influência da armadura longitudinal que compõe a treliça na rigidez e na resistência da ligação. Nos conectores com espessura de 2,00 mm, Mod01 e Mod05, não houve nenhuma alteração no gráfico de força *versus* deslizamento, isto é, o modelo numérico sem a armadura longitudinal atingiu a mesma resistência última e o mesmo deslizamento quando comparado com o respectivo modelo com armadura. Esse comportamento similar se deve à menor solicitação da laje e também à menor concentração de tensões que os conectores de 2,00 mm de espessura exercem sobre a laje. A Figura 0.53 e a Figura 0.54 ilustram a tensão axial na armadura longitudinal que compõe a treliça dos modelos Mod01 e Mod05. Nesses modelos houve uma baixa solicitação da

armadura, uniforme na região a frente do conector, sendo atingido um valor máximo para a tensão de tração nos modelos Mod01 e Mod05 de 32,62 MPa e 44,83 MPa, respectivamente.

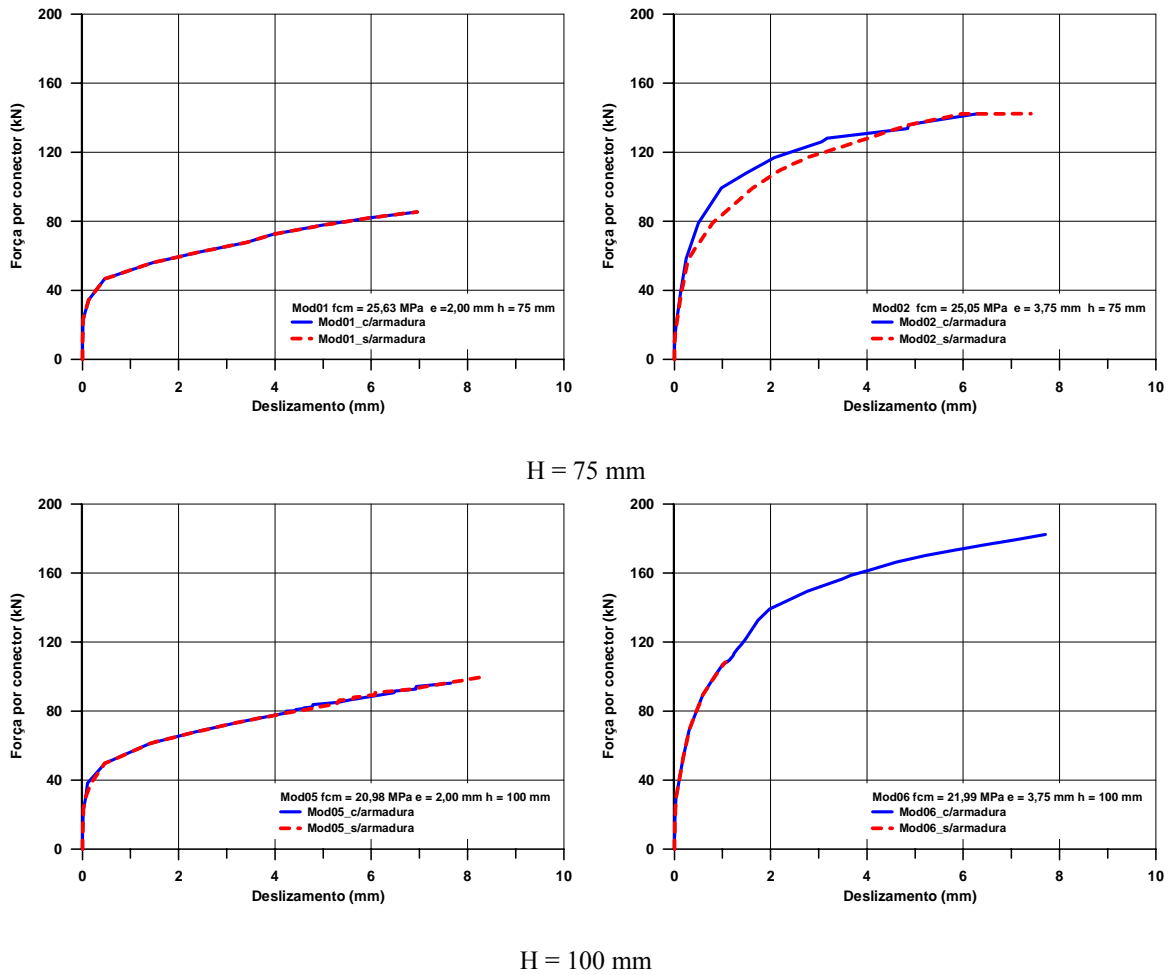


Figura 0.52 – Comparação entre os modelos numéricos com e sem armadura longitudinal.

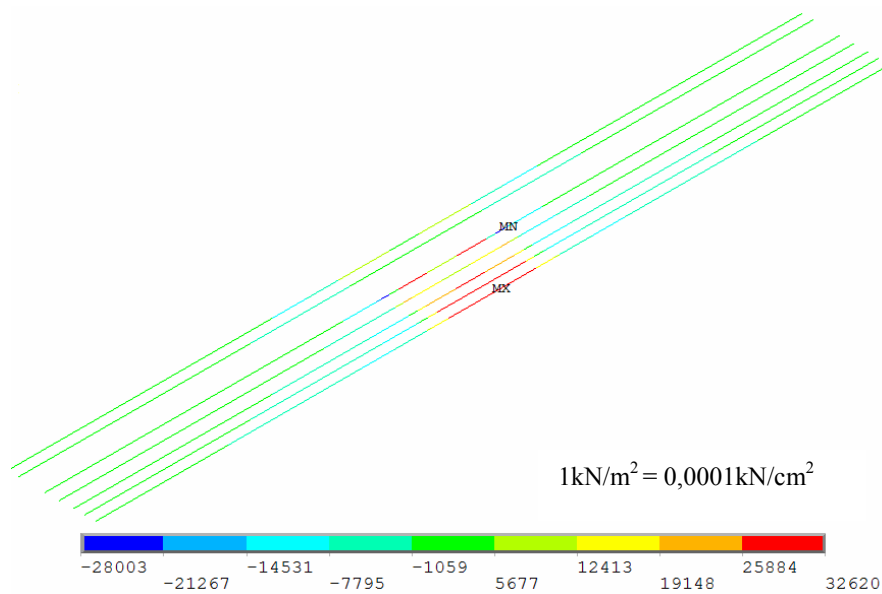


Figura 0.53 – Tensão na armadura longitudinal para o modelo Mod01 (kN/m<sup>2</sup>).

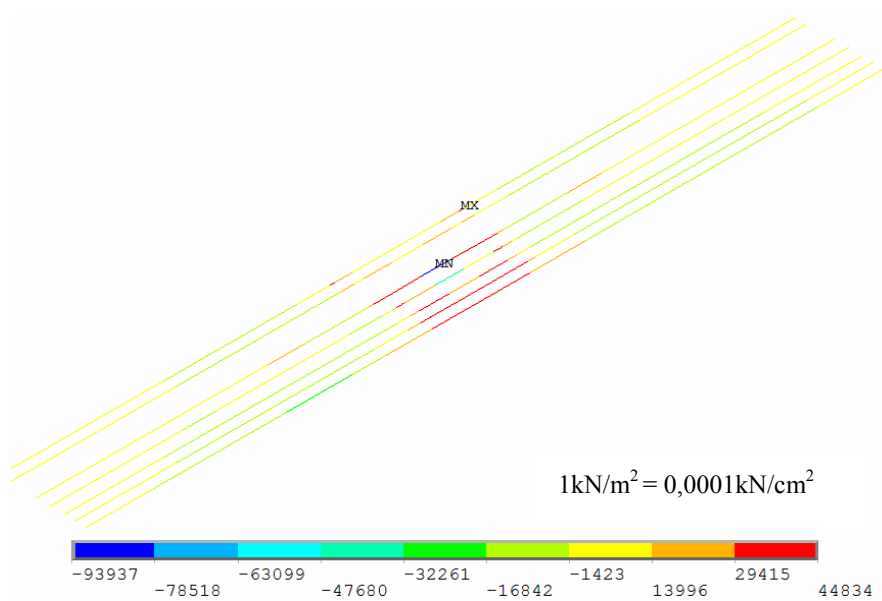


Figura 0.54 – Tensão na armadura longitudinal para o modelo Mod05 (kN/m<sup>2</sup>).

Os modelos com conector de espessura igual a 3,75 mm, por outro lado, tiveram a resistência final e a rigidez da ligação bastante influenciadas pela ausência da armadura longitudinal que compõe a treliça. O modelo Mod02, com altura igual a 75 mm, apresentou

uma perda de rigidez da ligação após o trecho linear, porém não houve redução da resistência nem do deslizamento último da ligação. Nesse modelo, há uma concentração de tensões na laje junto ao perfil, porém devido à menor altura do conector parece não haver muita influência da armadura da treliça na resistência da ligação. Isso pode ser observado pela Figura 0.55 que ilustra a distribuição da tensão na armadura longitudinal do modelo Mod02. Dessa figura nota-se que a máxima tensão na armadura atingiu o valor de 48,6 MPa, valor pouco superior ao observado nas ligações com conector de 2 mm de espessura.

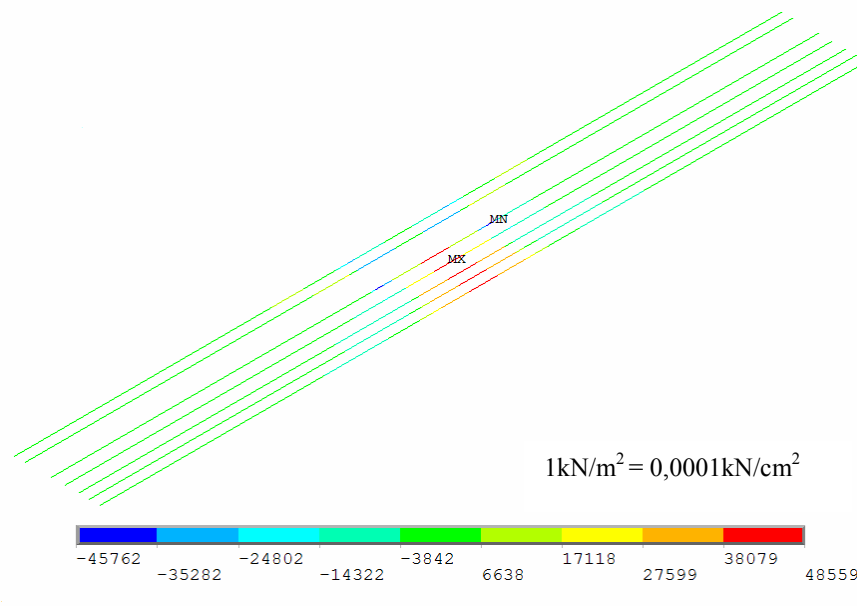


Figura 0.55 – Tensão na armadura longitudinal para o modelo Mod02 (kN/m<sup>2</sup>).

Já no modelo Mod06, a ausência da armadura longitudinal ocasionou problemas de convergência numérica devido à redução da rigidez da nervura. A interrupção do processamento se deve à maior sollicitação da laje por conectores mais espessos e ao fato que nesse modelo foi utilizado o critério de Willam-Warnke acoplado ao critério de Drucker-Prager que introduz um comportamento elasto-frágil ao material. Dessa forma, a presença da armadura longitudinal ajuda a garantir a maior ductilidade da ligação. A Figura 0.56 ilustra a tensão axial na armadura longitudinal para o modelo Mod06. Nesse modelo houve uma maior sollicitação desta armadura, chegando a atingir uma tensão de tração máxima de 157,60 MPa.

Portanto, conclui-se que nos conectores com espessura de 3,75 mm a armadura longitudinal ajudou a enrijecer a nervura da laje no modelo numérico, aumentando a rigidez secante da ligação nos conectores com 75 mm de altura e, principalmente, evitando uma falta de convergência precoce nos modelos com 100 mm de altura, nos quais foi utilizado o critério de Willam-Warnke acoplado ao critério de Drucker-Prager. Já nos modelos com 2,00 mm de espessura, não se observou influência da armadura na rigidez e na resistência final da ligação, independentemente da altura do conector.

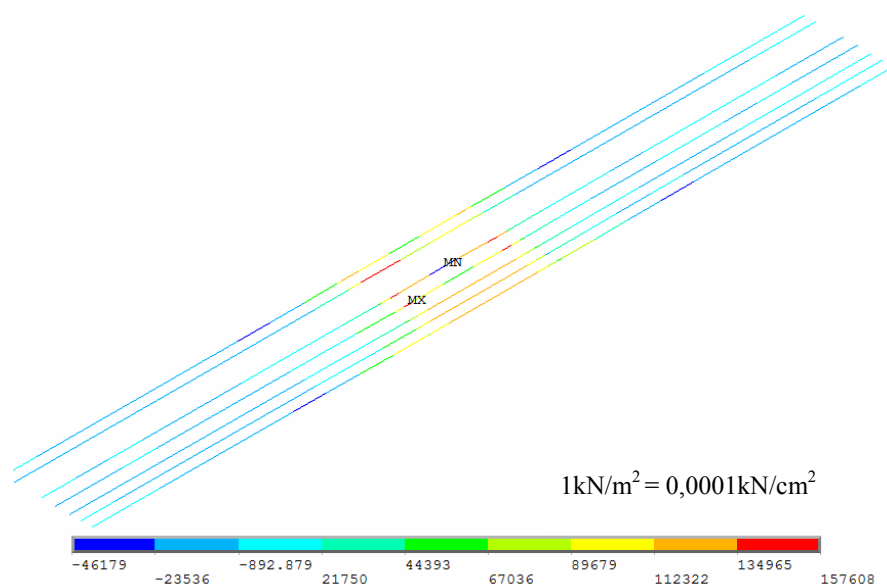


Figura 0.56 – Tensão na armadura longitudinal para o modelo Mod06 (kN/m<sup>2</sup>).

Neste capítulo são apresentados os resultados de uma análise paramétrica, empregando o modelo tridimensional desenvolvido no capítulo 3, com o objetivo de expandir a análise experimental realizada em David (2003). As variáveis aqui analisadas são as mesmas estudadas por essa autora, ou seja, a espessura do conector, a altura do conector e a resistência à compressão do concreto da laje. Para tanto, cada uma das variáveis teve o seu valor alterado, mantendo as demais constantes, de modo a verificar a sua influência na resposta do modelo.

Nas investigações aqui realizadas, são empregadas as mesmas idealizações e considerações que foram utilizadas na modelagem computacional do ensaio realizado por David (2003). Com relação ao valor atribuído à constante FSLIDE, máxima força resistida pelo elemento COMBIN40, ele foi fixado em 2,0 kN, ou seja, uma força de aderência entre o aço e o concreto igual a 24 kN (12 nós x 2,0 kN). A justificativa para a escolha desse valor é apresentada no decorrer deste capítulo.

Da análise paramétrica são sugeridos ábacos para dimensionamento da ligação com conectores em perfil U formado a frio que correlacionam a força última resistida pelo conector e a rigidez secante com a espessura do conector.

#### **1.14 Descrição dos modelos numéricos**

Após a validação do modelo numérico, procedeu-se a análise paramétrica com o intuito de interpretar o comportamento dos conectores de cisalhamento de forma mais detalhada com informações não avaliadas nos ensaios experimentais. Para tanto, foram analisadas, além das tensões e deformações no conector e do gráfico da força versus deslizamento, as tensões na laje de concreto sob o conector.

Para a realização da modelagem computacional, foram adotados os mesmos critérios de convergência e de aplicação de carregamento apresentados no capítulo anterior.

O critério de convergência foi em força, com tolerância de 5%, e foi utilizado o método iterativo de Newton-Raphson convencional.

Os modelos numéricos desse capítulo foram classificados mediante um código, identificando a altura do conector (H), a resistência a compressão do concreto da laje ( $f_{cm}$ ) e a espessura do conector (e). No Quadro 0.1 estão mostradas as principais características dos modelos numéricos analisados neste capítulo.

Quadro 0.1 – Características dos modelos da análise paramétrica.

Modelo M_(H)_( $f_{cm}$ )_(e)	Altura do conector - H (mm)	Resistência à compressão do concreto - $f_{cm}$ (MPa)	FSLIDE (kN)	Espessura do conector - e (mm)
M_75_20_2,00	75	20	2	2,00
M_75_20_2,65				2,65
M_75_20_3,75				3,75
M_75_20_4,75				4,75
M_75_30_2,00		30		2,00
M_75_30_2,65				2,65
M_75_30_3,75				3,75
M_75_30_4,75				4,75
M_75_40_2,00		40		2,00
M_75_40_2,65				2,65
M_75_40_3,75				3,75
M_75_40_4,75				4,75
M_100_20_2,00	100	20	2	2,00
M_100_20_2,65				2,65
M_100_20_3,75				3,75
M_100_20_4,75				4,75
M_100_30_2,00		30		2,00
M_100_30_2,65				2,65
M_100_30_3,75				3,75
M_100_30_4,75				4,75
M_100_40_2,00		40		2,00
M_100_40_2,65				2,65
M_100_40_3,75				3,75
M_100_40_4,75				4,75

Foram analisados dois valores para a altura do conector (75 mm e 100 mm), três valores para a resistência à compressão do concreto (20 MPa, 30 MPa, 40 MPa) e quatro valores para a espessura do conector (2,00 mm, 2,65 mm, 3,75 mm, 4,75 mm). Esses valores de resistência para o concreto e espessura do conector foram escolhidos por serem usualmente empregados na construção civil local.

Para o módulo de elasticidade do concreto foi admitido o valor do módulo de elasticidade secante do concreto ( $E_{cs}$ ) prescrito pela NBR 6118 (ABNT, 2003) e que está transcrito na equação 4.1.

$$E_{cs} = 0,85.5600.f_{ck}^{1/2} \quad (0.1)$$

Sendo  $E_{cs}$  e  $f_{ck}$  dados em MPa.

As demais propriedades do concreto, tais como os parâmetros do modelo de Drucker-Prager, foram calculadas de forma similar à apresentada no capítulo 3, sendo resumidamente apresentadas na Tabela 0.1. Na análise paramétrica não foi utilizado o modelo de Willam-Warnk, pois se verificou no capítulo 3 que em algumas situações ocorreram problemas de convergência numérica devidos à utilização deste modelo. A utilização apenas do modelo de Drucker-Prager possibilitou ao modelo numérico atingir maiores deslocamentos, interrompendo a convergência ao exceder o grau de liberdade, ou seja, plastificação dos elementos junto à solda do conector. Já para a descrição do comportamento mecânico do aço estrutural do perfil caixa, do aço da armadura adicional que compõe a treliça e do aço dos conectores de cisalhamento, utilizaram-se os mesmos valores usados na validação do modelo numérico.

Tabela 0.1 – Propriedades mecânicas e parâmetros dos modelos não-lineares do concreto.

$f_{cm}$ (MPa)	$f_{ctk,sup}$ (MPa)	$E_{cs}$ (GPa)	Coesão (MPa)	$\phi$
20	2,87	21,29	3,79	48,48
30	3,77	26,07	5,31	50,98
40	4,56	30,10	6,75	52,68

## 1.15 Resultados e Discussão

### 1.15.1 Resistência por aderência na ligação

Conforme discutido no capítulo 3, o trecho linear do gráfico de força *versus* deslizamento da ligação pode ser admitido como devido à aderência entre o concreto da laje e o aço do perfil caixa na região do conector e devido a outros mecanismos resistentes complementares que são mobilizados no início do carregamento da ligação. A rigidez inicial do modelo numérico é determinada pela rigidez da mola do elemento COMBIN40 colocado na interface entre a aba soldada ao perfil caixa e a laje de concreto. Para essa mola foi adotada uma rigidez igual ao módulo de elasticidade do concreto, enquanto o valor da aderência, FSLIDE, foi obtido por retroanálise dos resultados experimentais, obtendo valores distintos para cada modelo.

Para a realização da análise paramétrica proposta neste capítulo foi adotado um valor único para a constante FSLIDE, cujo valor foi obtido a partir da análise dos resultados experimentais do ensaio de cisalhamento direto realizados em David *et al.* (2005). O valor da constante FSLIDE foi obtido a partir do gráfico de força *versus* deslizamento obtido em David *et al.* (2005) traçando uma reta tangente ao trecho linear da curva. O ponto onde a curva experimental passou a desviar-se dessa reta foi admitido como o fim do trecho linear, ou seja, rompimento da aderência aço-concreto e início da sollicitação do conector. A Figura 0.1 ilustra esse procedimento realizado em todos os modelos ensaiados em David *et al.* (2005).

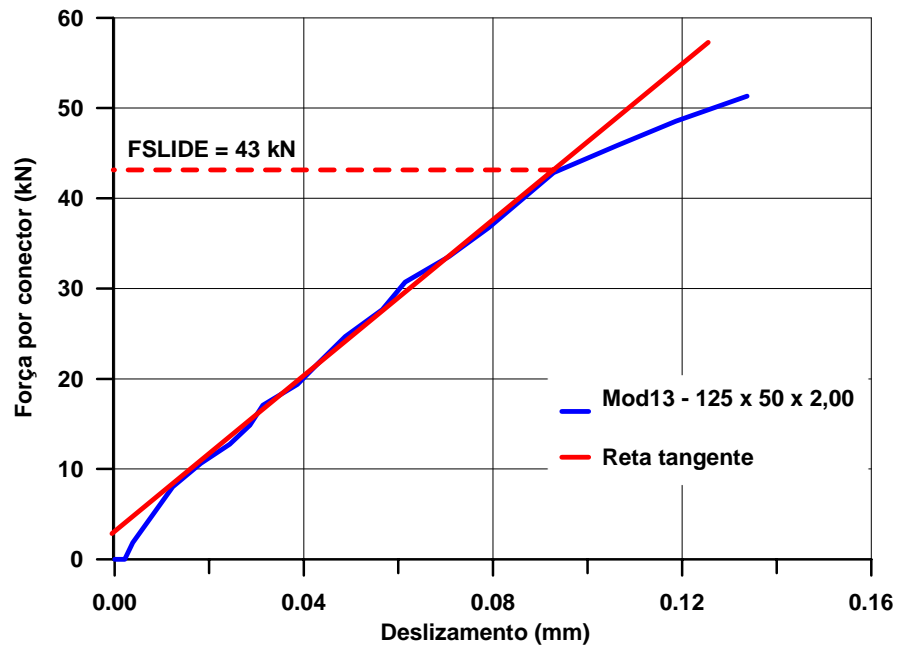


Figura 0.1 – Determinação do valor de FSLIDE a partir do gráfico de força *versus* deslizamento.

A Tabela 0.2 apresenta as características dos modelos de cisalhamento direto com conector em perfil U formado a frio ensaiados em David *et al.* (2005), além dos valores de FSLIDE obtidos para cada modelo. Houve uma grande dispersão dos resultados da aderência aço-concreto, o que impossibilitou a realização de uma correlação com a resistência média à compressão do concreto. O valor de FSLIDE variou entre 22 kN e 59 kN, sendo que o valor médio obtido das análises foi de 40,63 kN.

Tabela 0.2 – Características dos modelos de cisalhamento direto, David *et al.* (2005).

Modelo, conector	Espessura da laje (mm)	$f_{cm}^{1)}$ (Mpa)	$E_{csm}^{2)}$ (Mpa)	FSLIDE (kN)
Mod01-75x50x2.00	120	41,73	34308,49	50
Mod02-75x50x2.00*	120	41,73	34308,49	25
Mod03-75x50x2.00	120	48,33	31848,00	29
Mod04-75x50x3.75	120	40,93	30054,61	34
Mod05-75x50x3.75**	120	40,93	30054,61	35
Mod06-75x50x4.75	120	43,32	33154,67	35
Mod07-75x50x4.75*	120	36,94	31454,66	45
Mod08-100x50x2.00	140	48,33	31848,00	45
Mod09-100x50x3.75	140	42,47	31019,20	35
Mod10-100x50x3.75*	140	42,47	31019,20	22
Mod11-100x50x3.75**	140	43,32	33154,67	43
Mod12-100x50x4.75	140	43,32	33154,67	55
Mod13-125x50x2.00	160	45,50	32319,01	43
Mod14-125x50x3.75	160	45,50	32319,01	37
Mod15-125x50x3.75**	160	48,33	31848,00	58
Mod16-125x50x4.75	160	40,93	30054,61	59
Média				40,63
<sup>1)</sup> Valor médio da resistência a compressão do concreto <sup>2)</sup> Valor médio do módulo de elasticidade secante * Carregamento monotônico ** Presença da armadura transversal adicional				
Dimensão dos conectores ensaiados, DAVID <i>et al.</i> (2005), mm.				

A partir da equação 2.8 proposta em David *et al.* (2005), apresentada no item 2.4.1 do capítulo 2, é possível notar que parte da resistência última do conector é atribuída à aderência aço-concreto  $(0,00051 \cdot L_c \cdot (E_{sc} \cdot f_{ck})^{1/2})$ , sendo que essa contribuição aumenta com

o aumento da resistência característica à compressão do concreto. Mais adiante é apresentada uma análise comparativa entre a resistência obtida na modelagem e a resistência ao cisalhamento teórica, calculada por diferentes códigos e pela equação proposta em David *et al.* (2005). Dessa análise nota-se que a parcela atribuída à aderência pela equação proposta em David *et al.* (2005) varia de 33 kN a 55 kN, ou seja, dentro da variação observada na Tabela 4.2. O valor médio da aderência aço-concreto, obtido por retroanálise no capítulo 3, foi de 27 kN ( $2,26 \text{ kN} \times 12$ ). Diante disso, para a realização da análise paramétrica adotou-se o valor de 2 kN ( $24 \text{ kN} \div 12$ ) para a constante FSLIDE, um valor conservador e próximo ao limite inferior obtido da análise dos modelos experimentais de David *et al.* (2005) e próximo à média obtida da validação do modelo numérico.

### 1.15.2 Deslizamento relativo e força última

Tomando-se os valores de deslizamento relativo entre o perfil e a laje pré-moldada e a respectiva força aplicada, para os vários incrementos de carga, pode-se construir o gráfico da força *versus* deslizamento da ligação. A partir dessas curvas, é possível observar algumas características da ligação. Dentre elas, destaca-se a influência da espessura e da altura do conector na resistência e no deslizamento da ligação e, conseqüentemente, na rigidez dos conectores.

Nas Figura 0.2 e 4.3 são apresentados os gráficos da força *versus* deslizamento relativo para os conectores com alturas de 75 mm e 100 mm, os quais foram agrupados de forma a avaliar as variáveis que mais influenciam o comportamento da ligação. Pela Figura 0.2, de maneira geral, nota-se que a resistência da ligação para os conectores de 100 mm de altura foi superior às dos conectores com 75 mm de altura, independente da resistência à compressão do concreto e da espessura do conector.

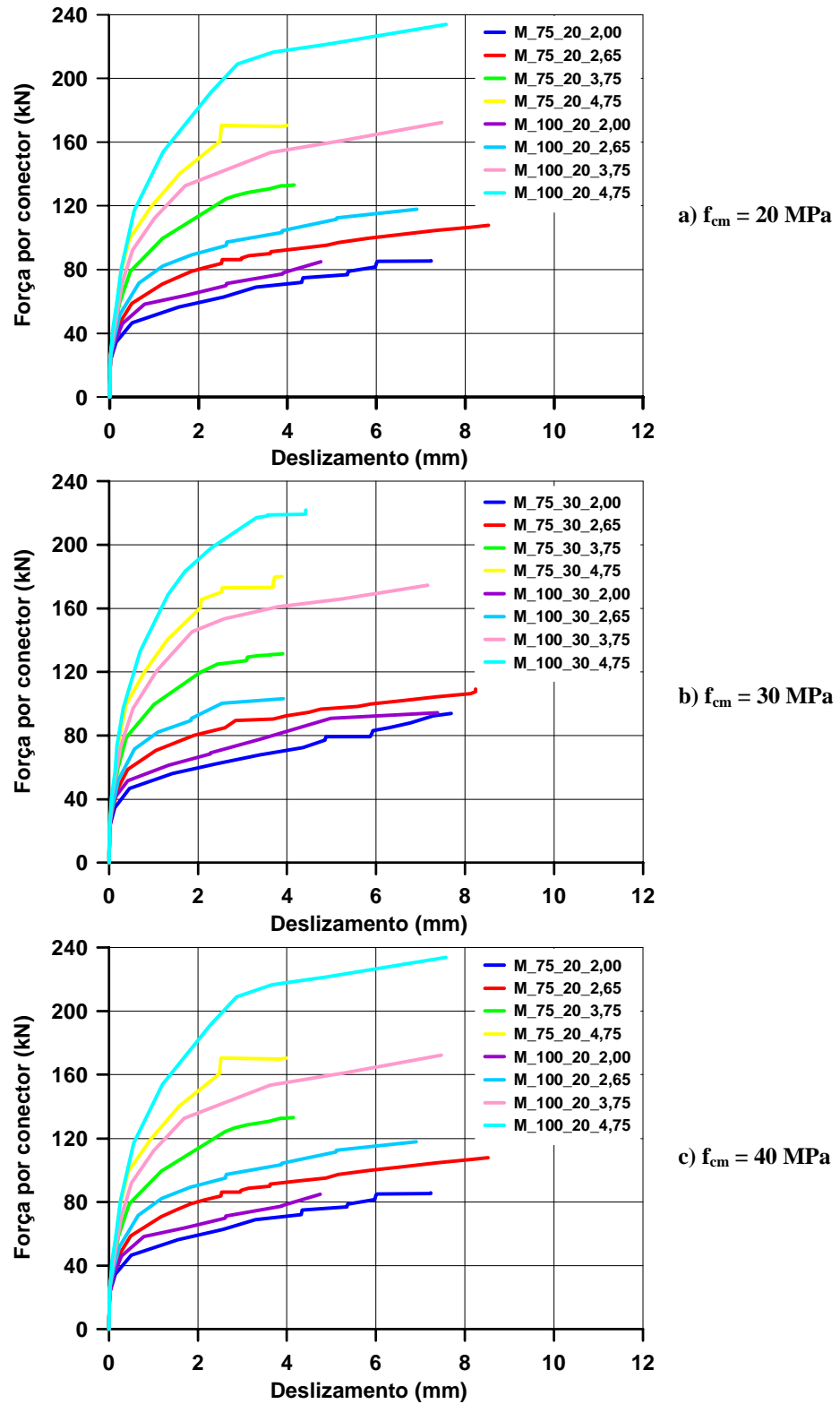


Figura 0.2 – Influência da altura e da espessura do conector no deslizamento da ligação.

A Figura 0.3 mostra a resposta dos modelos quando a resistência à compressão do concreto é alterada. Os resultados mostram que o aumento da resistência de 20 MPa para 40 MPa praticamente não influenciou na resistência da ligação com os conectores de 75 mm de altura (aumento máximo de 10%). Porém, na ligação com conectores de 100 mm de altura, houve um aumento de até 17% na resistência da ligação. Esse aumento foi alcançado quando a resistência à compressão do concreto foi acrescida em 100%. O aumento da espessura de 2,00 mm para 2,65 mm, que representa um aumento de 32,5% na espessura, promoveu um aumento médio de 23% na resistência da ligação, independente da altura do conector. Esses resultados mostram que a resistência da ligação é muito mais influenciada pela espessura do conector que pela resistência à compressão do concreto.

O aumento da altura do conector de 75 mm para 100 mm promoveu um aumento de até 37 % na resistência da ligação. A influência do aumento da altura na resistência da ligação foi mais significativa para os conectores com maior espessura, isto é 3,75 mm e 4,75 mm.

Com relação à influência da espessura na resistência última da ligação, fica claro que a relação existente é praticamente linear. Com o aumento da espessura de 2,00 mm para 2,65 mm, isto é, um aumento de 32,5%, houve um aumento de até 38% na resistência da ligação. Aumento de 2,00 mm para 3,75 mm, isto é, aumento de 87,5%, houve um aumento de até 102% na resistência da ligação. Já para o aumento de 2,00 mm para 4,75 mm, isto é, aumento de 137,5%, houve um aumento de até 175% na resistência da ligação.

Nota-se ainda dessas figuras que a rigidez inicial em todos os modelos foram semelhantes. Após a fase elástica, a rigidez começou a se diferenciar, sendo que o aumento da espessura do conector tornou a ligação mais rígida.

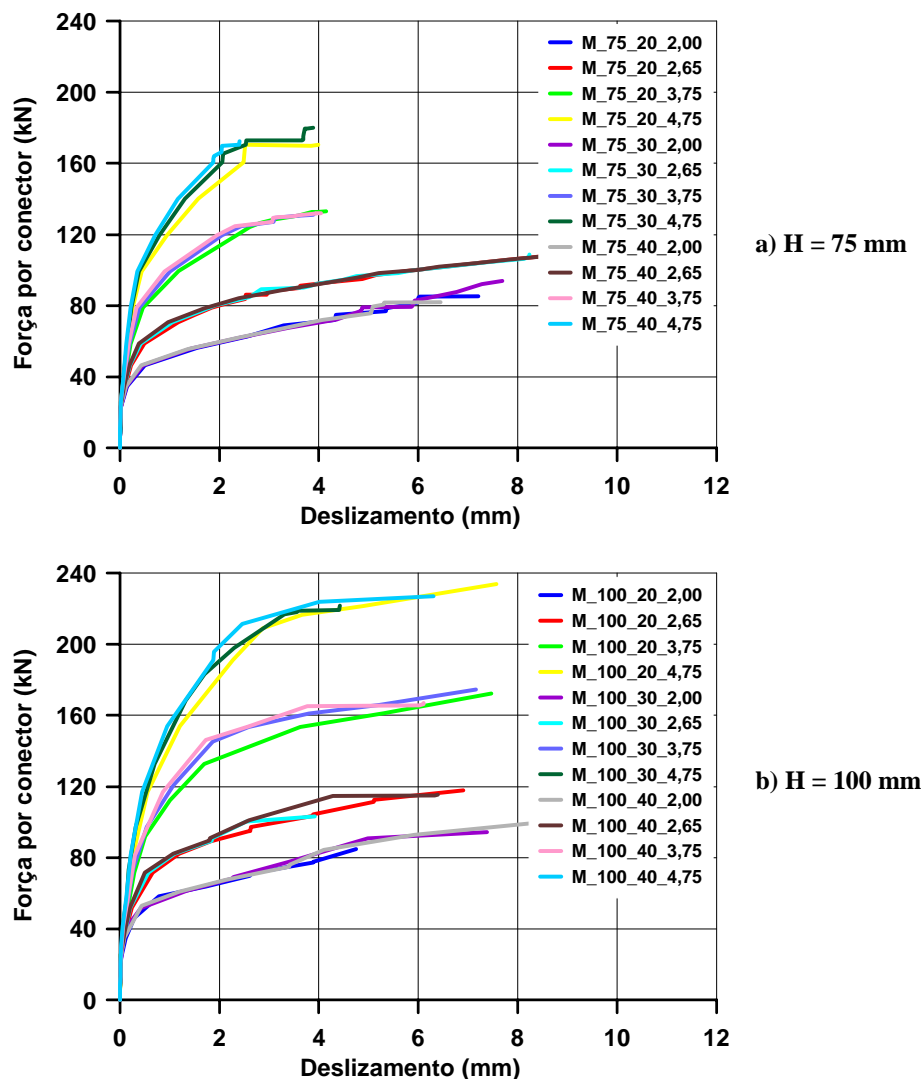


Figura 0.3 – Influência da resistência do concreto no deslizamento da ligação.

A Tabela 0.3 apresenta os valores da força última e dos deslocamentos últimos dos conectores tipo U formado a frio modelados neste trabalho com suas respectivas rizejas finais ( $P_u/S_{ult}$ ).

Pela Tabela 0.3, percebe-se que a rigidez final (secante) dos conectores de 100 mm de altura com maiores espessuras, isto é, 3,75 mm e 4,75 mm, foi inferior às apresentadas pelos conectores de 75 mm de altura com as mesmas espessuras. Por outro lado, os conectores de 75 mm de altura com menores espessuras, isto é, 2,00 mm e 2,65 mm, apresentaram uma rigidez final inferior aos conectores de 100 mm de altura para a mesma espessura.

Tabela 0.3 – Deslocamentos últimos de conectores U formado a frio.

<b>Modelo</b> <b>M_(H)_(f<sub>cm</sub>)_(e)</b>	<b>P<sub>u</sub> (kN)</b>	<b>S<sub>ult</sub> (mm)</b>	<b>Rigidez secante</b> <b>(kN/mm)</b>
M_75_20_2,00	85,20	7,21	11,82
M_75_20_2,65	107,84	8,52	12,65
M_75_20_3,75	133,11	4,15	32,09
M_75_20_4,75	170,41	3,99	42,69
M_75_30_2,00	93,93	7,69	12,22
M_75_30_2,65	109,11	8,23	13,25
M_75_30_3,75	131,65	3,90	33,73
M_75_30_4,75	180,05	3,89	46,33
M_75_40_2,00	81,96	6,45	12,71
M_75_40_2,65	107,73	8,49	12,69
M_75_40_3,75	132,05	4,04	32,66
M_75_40_4,75	172,44	2,41	71,65
M_100_20_2,00	84,94	4,75	17,89
M_100_20_2,65	117,86	6,91	17,06
M_100_20_3,75	172,28	7,47	23,06
M_100_20_4,75	233,85	7,57	30,87
M_100_30_2,00	94,31	7,38	12,77
M_100_30_2,65	103,21	3,92	26,34
M_100_30_3,75	174,51	7,16	24,36
M_100_30_4,75	221,78	4,42	50,15
M_100_40_2,00	99,49	8,34	11,94
M_100_40_2,65	115,37	6,40	18,03
M_100_40_3,75	167,08	6,11	27,35
M_100_40_4,75	226,98	6,31	35,97

A relação entre a altura do conector (H) e a sua espessura (e) é uma medida que permite avaliar indiretamente a rigidez, isto é, quanto maior essa relação menor deve ser a rigidez da ligação (em outras palavras, mais esbelto é o conector). De fato, essa tendência é observada nos resultados obtidos da modelagem computacional e dos ensaios experimentais realizados em David *et al.* (2005), conforme mostrado na Figura 0.4. Entretanto, observa-se que há uma influência da altura do conector nesse comportamento.

Por essa figura, fica claro que o aumento da relação  $H/e$  implica em uma diminuição da rigidez secante, porém essa diminuição é mais sensível para o conector de

75 mm de altura. Neste caso, pequenos aumentos no valor dessa relação implicam em grande redução da rigidez. Por outro lado, percebe-se que, para valores de  $H/e$  menores que 20, praticamente não há influência da altura do conector na rigidez secante da ligação. Isto mostra que para conectores mais rígidos, a altura do conector não tem muita influência na rigidez da ligação, uma vez que esse conector deverá trabalhar predominantemente ao cisalhamento. Por outro lado, se o conector for flexível, isto é, se o mesmo trabalhar predominantemente à flexão, deve-se tomar o cuidado para que o conector não seja muito baixo, pois isso pode acarretar em redução da rigidez da ligação com conseqüente aumento de flechas em vigas mistas. A altura do conector, neste caso, está relacionada com a distribuição de tensões ao longo do conector, como será detalhado mais adiante.

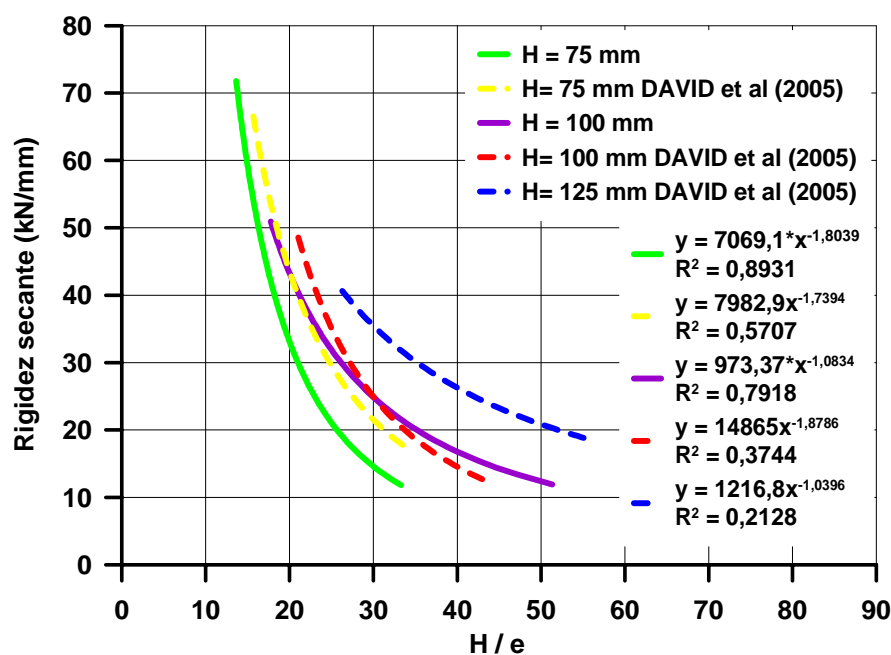


Figura 0.4 – Rigidez secante versus relação altura / espessura do conector.

Um conector pode ser classificado como dúctil ou rígido em função do seu deslizamento relativo à força última da ligação. Segundo o EUROCODE 4 (2001), um conector pode ser classificado como dúctil se o valor característico da capacidade de deformação (deslizamento relativo último convencional),  $S_{ult}$ , for igual ou superior a 6 mm.

Baseados nisso, os conectores da análise paramétrica foram classificados quanto à ductilidade. Para tanto, construiu-se o gráfico da relação entre a altura e a espessura ( $H/e$ ) *versus* o deslizamento relativo último obtido das modelagens para os modelos com conector de 75 mm de altura (Figura 0.5). Por essa figura fica nítido que os conectores com menores espessuras, isto é, 2,00 mm e 2,65 mm que correspondem a uma relação  $H/e$  de 37,5 e 28,3 respectivamente, apresentaram um comportamento dúctil. A partir da linha de tendência, pode-se constatar que, para uma relação  $H/e$  superior a 26, os conectores terão um comportamento dúctil antes da sua ruptura.

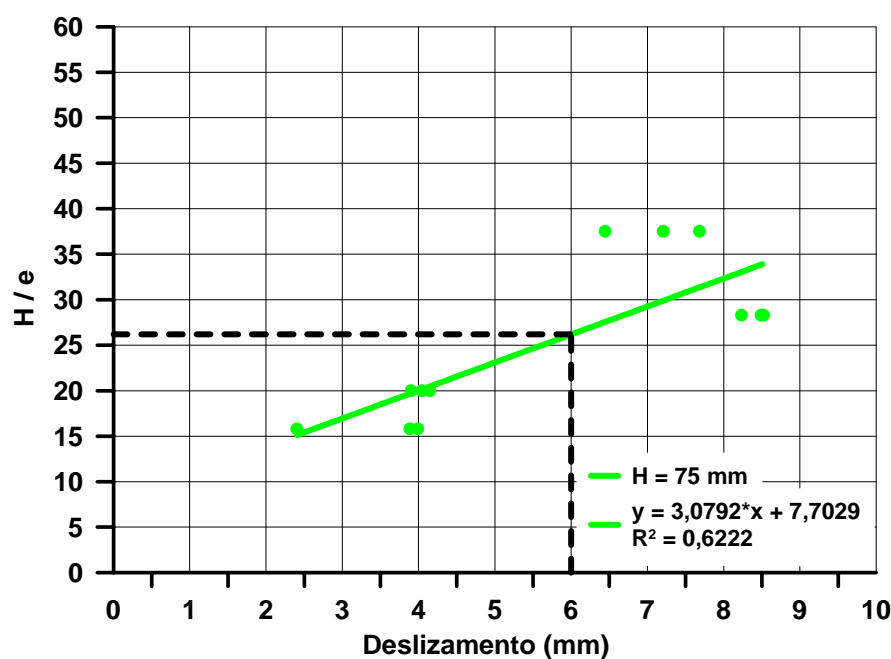


Figura 0.5 – Relação altura / espessura *versus* deslizamento dos conectores de 75 mm.

Devido à pequena correlação entre os valores da relação  $H/e$  e o deslizamento último para os conectores de 100 mm de altura, não foi possível o traçado de uma linha de tendência como a obtida para os modelos de 75 mm de altura. Este fato pode ser justificado pela maior influência da resistência do concreto sobre a resistência e a rigidez dos conectores de 100 mm de altura. Apesar disso, é possível observar pela Figura 0.6 que a maioria dos conectores apresentou deslocamentos superiores a 6 mm, portanto apresentando um comportamento bastante dúctil antes da ruptura.

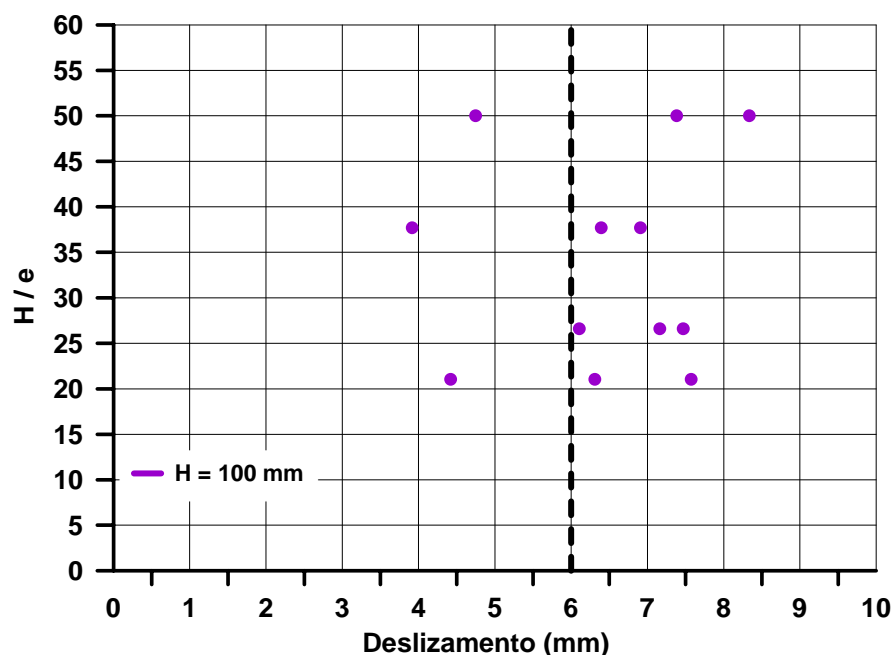


Figura 0.6 – Relação altura / espessura *versus* deslizamento dos conectores de 100 mm.

Na Tabela 0.4 é apresentada a comparação dos resultados da resistência última dos conectores obtidos pela modelagem numérica e utilizando-se as expressões para a estimativa da resistência última do conector propostas pela AISC-LRFD (1999), pela NBR- 8800 (ABNT, 1986) e pela equação proposta em David *et al.* (2005).

O valor médio da relação entre a resistência numérica do conector e a resistência avaliada de acordo com a AISC-LRFD (1999) foi de  $1,12 \pm 0,27$ . De acordo com a NBR 8800 (ABNT, 1986), o valor médio foi de  $1,45 \pm 0,26$  e o valor médio da relação entre o valor numérico e a equação proposta em David *et al.* (2005) foi de  $1,06 \pm 0,28$ , esta última apresentada na equação 2.8 do capítulo 2. Isso mostra que a expressão da norma brasileira é a mais conservadora, o que deve ser corrigido com a nova versão da NBR 8800, a qual incorporou a expressão sugerida pelo AISC. Os valores calculados pelo AISC-LRFD (1999) e pela expressão proposta em David *et al.* (2005) apresentaram-se próximos aos obtidos da modelagem computacional.

Tabela 0.4 – Resistência numérica e teórica dos ensaios de cisalhamento direto.

Modelo M_(H)_(fcm)_(e)	P <sub>u</sub> (kN)	S <sub>ult</sub> (mm)	P <sub>AISC</sub> (kN)	P <sub>NBR-8800</sub> (1986) (kN)	P <sub>u</sub> /P <sub>NBR-8800</sub> (1986)	P <sub>Proposto</sub> (kN)	P <sub>u</sub> /P <sub>Proposto</sub>	P <sub>Proposto</sub> /P <sub>AISC</sub>	Parcela de aderência da eq. proposta (kN)	Parcela do conector da eq. proposta (kN)	Comparação apenas conector P <sub>u</sub> /P <sub>Proposto</sub>
M_75_20_2,00	85,20	7,21	58,72	48,97	1,74	73,73	1,16	1,26	33,28	40,45	1,51
M_75_20_2,65	107,84	8,52	77,81	64,89	1,66	86,88	1,24	1,12	33,28	53,60	1,56
M_75_20_3,75	133,11	4,15	110,11	91,82	1,45	109,13	1,22	0,99	33,28	75,85	1,44
M_75_20_4,75	170,41	3,99	139,47	116,30	1,47	129,36	1,32	0,93	33,28	96,08	1,52
M_75_30_2,00	93,93	7,69	79,60	59,98	1,57	99,94	0,94	1,26	45,10	54,83	1,28
M_75_30_2,65	109,11	8,23	105,46	79,47	1,37	117,76	0,93	1,12	45,10	72,65	1,17
M_75_30_3,75	131,65	3,9	149,24	112,45	1,17	147,91	0,89	0,99	45,10	102,81	1,05
M_75_30_4,75	180,05	3,89	189,04	142,44	1,26	175,33	1,03	0,93	45,10	130,23	1,20
M_75_40_2,00	81,96	6,45	98,76	69,25	1,18	124,00	0,66	1,26	55,97	68,04	0,85
M_75_40_2,65	107,73	8,49	130,86	91,76	1,17	146,11	0,74	1,12	55,97	90,15	0,93
M_75_40_3,75	132,05	4,04	185,18	129,85	1,02	183,53	0,72	0,99	55,97	127,57	0,85
M_75_40_4,75	172,44	2,41	234,56	164,48	1,05	217,55	0,79	0,93	55,97	161,59	0,92
M_100_20_2,00	84,94	4,75	58,72	48,97	1,73	73,73	1,15	1,26	33,28	40,45	1,51
M_100_20_2,65	117,86	6,91	77,81	64,89	1,82	86,88	1,36	1,12	33,28	53,60	1,75
M_100_20_3,75	172,28	7,47	110,11	91,82	1,88	109,13	1,58	0,99	33,28	75,85	1,95
M_100_20_4,75	233,85	7,57	139,47	116,30	2,01	129,36	1,81	0,93	33,28	96,08	2,18
M_100_30_2,00	94,31	7,38	79,60	59,98	1,57	99,94	0,94	1,26	45,10	54,83	1,28
M_100_30_2,65	103,21	3,92	105,46	79,47	1,30	117,76	0,88	1,12	45,10	72,65	1,09
M_100_30_3,75	174,51	7,16	149,24	112,45	1,55	147,91	1,18	0,99	45,10	102,81	1,46
M_100_30_4,75	221,78	4,42	189,04	142,44	1,56	175,33	1,26	0,93	45,10	130,23	1,52
M_100_40_2,00	99,49	8,34	98,76	69,25	1,44	124,00	0,80	1,26	55,97	68,04	1,11
M_100_40_2,65	115,37	6,40	130,86	91,76	1,26	146,11	0,79	1,12	55,97	90,15	1,01
M_100_40_3,75	167,08	6,11	185,18	129,85	1,29	183,53	0,91	0,99	55,97	127,57	1,12
M_100_40_4,75	226,98	6,31	234,56	164,48	1,38	217,55	1,04	0,93	55,97	161,59	1,26
<b>Média</b>			<b>1,12</b>		<b>1,45</b>		<b>1,06</b>	<b>1,07</b>			<b>1,31</b>
<b>Desvio padrão</b>			<b>0,27</b>		<b>0,26</b>		<b>0,28</b>	<b>0,13</b>			<b>0,34</b>

P<sub>u</sub> = Resistência última numérica    P<sub>Proposto</sub> = Resistência de um conector em perfil U formado a frio (Eq. 2.8)  
P<sub>NBR-8800 (1986)</sub> = Resistência nominal do conector (Eq. 2.9)    P<sub>AISC</sub> = Resistência nominal do conector (Eq. 2.11)

Contudo, os resultados mais próximos aos numéricos foram os calculados pela expressão proposta em David *et al.* (2005), confirmando a eficácia da expressão proposta para o cálculo da resistência última dos conectores em perfil U formado a frio. Isso se deve, particularmente, por ser a única expressão a levar em consideração o efeito da aderência na ligação.

Os valores obtidos pela expressão do AISC-LRFD (1999) também foram comparados com os resultados fornecidos pela expressão proposta em David *et al.* (2005) através da relação  $P_{proposto} / P_{AISC}$ . Conforme também verificado em David *et al.* (2005), a expressão proposta por esses autores resultou ligeiramente conservadora para as espessuras menores (2,00 mm e 2,65 mm), satisfatória para as intermediárias (3,75 mm) e contra a segurança para espessura de 4,75 mm. De modo geral, a equação proposta apresentou valores 7 % em média superiores aos da equação fornecida pelo AISC-LRFD (1999). Tal comportamento pode ser explicado se for observado que a equação proposta em David *et al.* (2005) apresenta uma parcela resistente devido à aderência que não aparece nas expressões normativas. Dessa forma, essa parcela tende a ser mais importante nas ligações com conectores mais finos e menos significativa nas ligações com conectores mais espessos. Além disso, a expressão da AISC-LRFD (1999) tende a fornecer maiores resistências com o aumento da espessura do conector, como mostrado na Figura 2.27 do capítulo 2.

Também foi realizada uma comparação, através da relação  $P_u / P_{proposto}$ , entre os resultados da modelagem descontados do FSLIDE, isto é, 24 kN, e a expressão proposta em David *et al.* (2005) também descontada da parcela referente à aderência. O valor médio dessa relação foi de  $1,31 \pm 0,34$ , demonstrando assim que os resultados numéricos apresentaram uma menor contribuição do concreto na resistência última da ligação. As demais expressões analisadas também apresentaram uma maior contribuição do concreto na resistência última do conector que a observada na modelagem computacional.

### 1.15.3 Deformação específica do conector

Os gráficos de força versus deformação específica dos conectores com altura de 75 mm e 100 mm estão apresentados na Figura 0.8. O gráfico apresenta a média dos quatro nós entre a primeira e segunda fila de elementos finitos após a região da solda, conforme ilustrado na Figura 0.7.

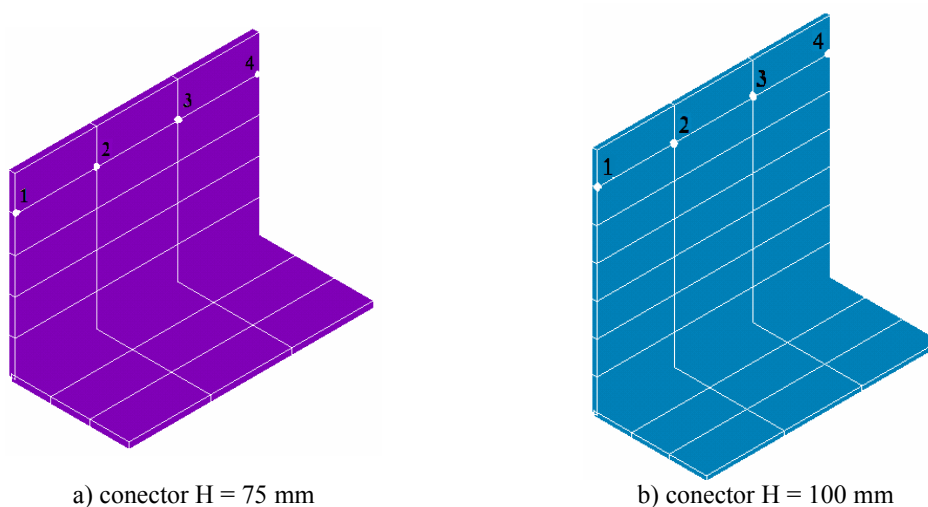


Figura 0.7 – Nós nos quais se mediu a deformação específica do elemento.

Devido às grandes deformações plásticas dos elementos próximos à solda, adotou-se como deformação máxima o valor de  $30000 \mu\epsilon$ , o que corresponde ao valor da deformação de ruptura do aço obtida dos ensaios de David (2003). Todos os modelos pararam o processamento por exceder o grau de liberdade, ou seja, ocorreu uma grande rotação do conector junto à solda pela plastificação excessiva do material nessa região.

De acordo com a Figura 0.8, todos os modelos apresentaram na ruptura uma deformação específica bem superior à deformação de escoamento do aço, que neste caso era de aproximadamente  $1400 \mu\epsilon$ . O significativo aumento da resistência da ligação mesmo após o escoamento do aço deve-se ao comportamento do aço usado na confecção dos conectores. Este possui um patamar de escoamento definido e em seguida um elevado encruamento que aumenta sua resistência (Figura 3.10). Também é possível identificar nessa figura, que o

aumento da resistência à compressão do concreto não alterou a deformação específica do conector.

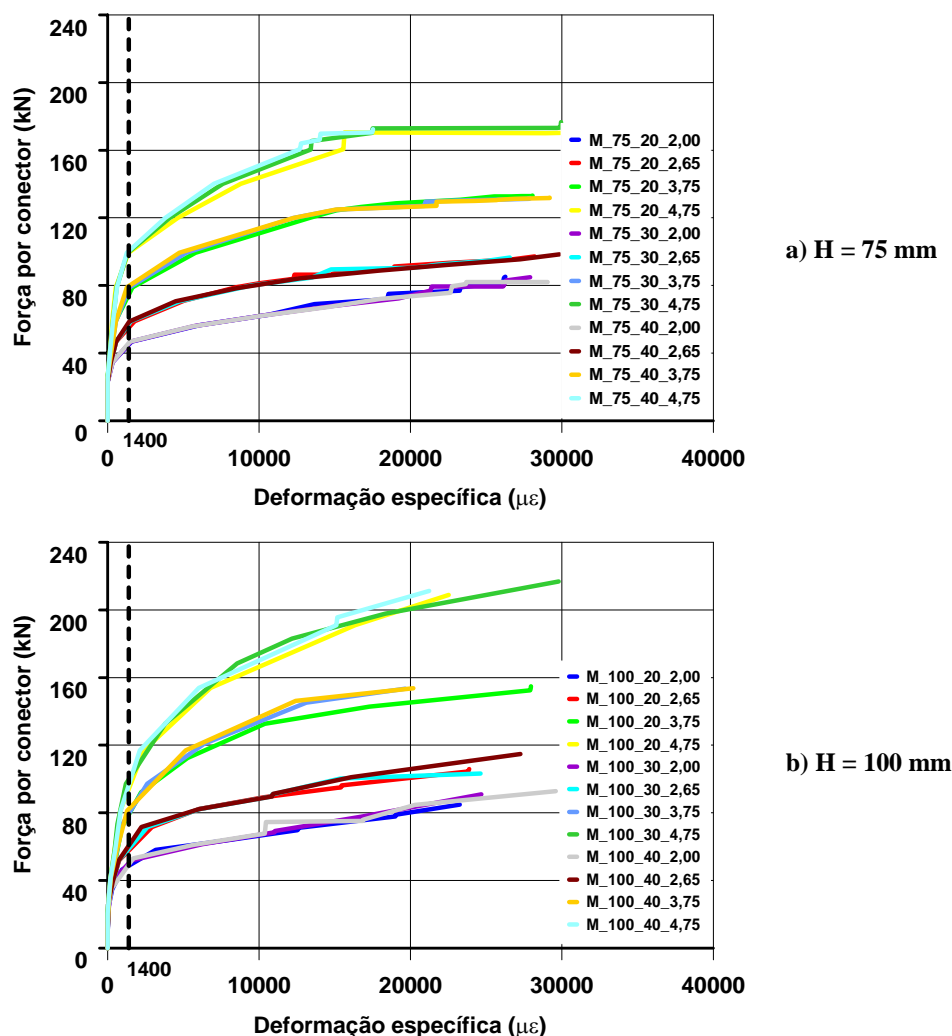


Figura 0.8 – Influência da espessura na deformação específica do conector.

Pode-se perceber pela Figura 0.9 que a altura e a espessura do conector influenciaram o comportamento do gráfico da força *versus* deformação específica. Quanto maiores a espessura e a altura do conector, menor a deformação do conector para um mesmo nível de carregamento, isto é, menor era a curvatura da seção transversal do conector. Isso explica porque os conectores com altura de 100 mm apresentaram resistências maiores que as dos conectores de 75 mm de altura.

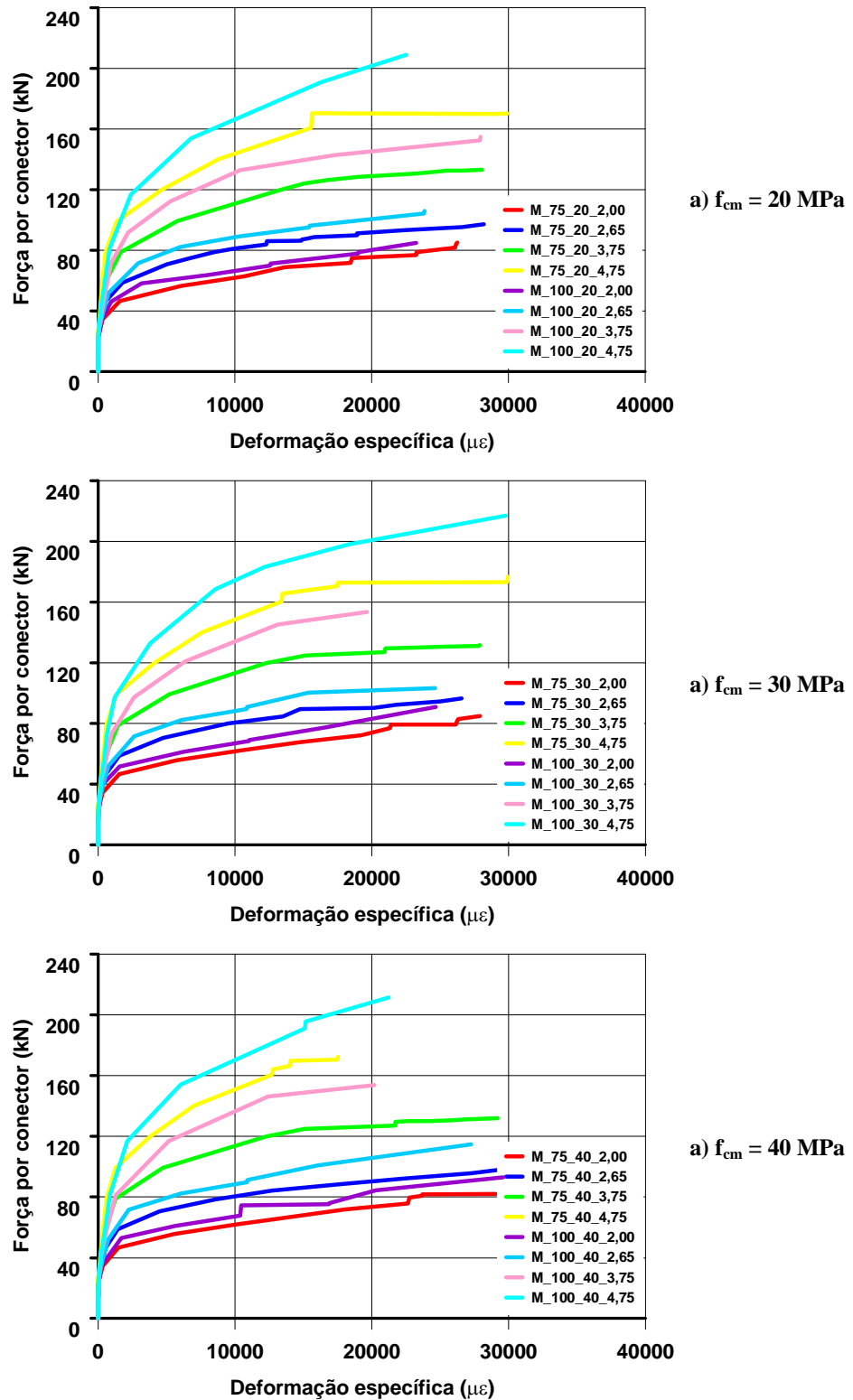


Figura 0.9 – Influência da altura na deformação específica do conector.

### 1.15.4 Tensões no conector e na laje de concreto

Nas Figura 0.10 e 4.11 são mostradas a distribuição de tensões ao longo do conector para os modelos M\_75\_20\_2,65, M\_75\_20\_4,75, M\_100\_20\_2,65 e M\_100\_20\_4,75. Esse gráfico foi obtido realizando a média da tensão nos quatro nós, de forma similar ao cálculo da deformação específica no item anterior, porém o cálculo foi realizado ao longo da altura do conector.

A Figura 0.10 ilustra a configuração geral observada da distribuição de tensões para os conectores de menor espessura (2,65 mm) com altura de 75 mm e 100 mm. No modelo M\_75\_20\_2,65, observa-se o surgimento de tensões de compressão próximas à metade da altura do conector. Essas tensões surgem devido à restrição ao deslocamento do conector imposta pela laje quando da realização da compatibilidade dos graus de liberdade do elemento de casca com o elemento sólido. À medida que se aumenta o deslizamento na interface, há uma tendência de giro do conector como corpo rígido em torno da sua base, sendo o giro impedido pela aderência perfeita imposta entre o conector e a laje que se encontra abaixo dele. Dessa forma, há uma inversão da curvatura no conector que faz surgirem essas tensões de compressão. Esse comportamento também foi observado no capítulo 3 durante a validação do modelo numérico.

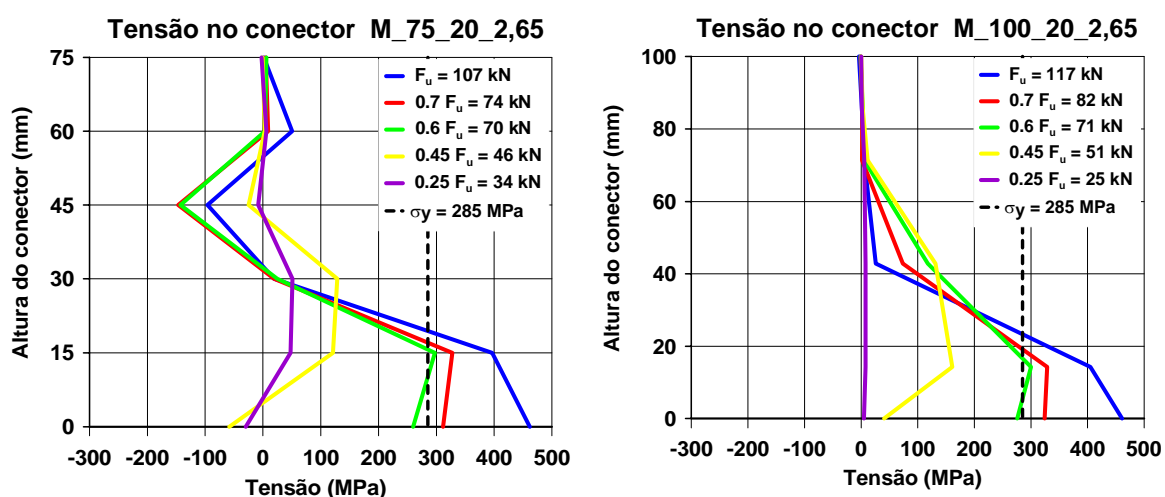


Figura 0.10 – Comparação da distribuição de tensões em conectores com 2,65 mm de espessura.

Analisando as tensões ao longo da altura do conector no modelo M\_100\_20\_2,65 (Figura 0.10) é possível constatar que as tensões se distribuíram mais ao longo da altura do conector que o observado no modelo M\_75\_20\_2,65. Também é possível notar a ausência de tensões de compressão ao longo do conector. Isso mostra que a rigidez do conector de 100 mm de altura e 2,65 mm de espessura não é suficiente para fazê-lo girar como corpo rígido em torno da base do conector. Nessa ligação, a máxima tensão de tração no conector também ocorreu junto à ligação do conector com o perfil metálico.

Com o aumento da espessura do conector para 4,75 mm, ocorreram mudanças significativas na distribuição da tensão ao longo do conector, principalmente para os modelos com 100 mm de altura (Figura 4.11). É possível observar o surgimento de tensões de compressão ao longo do conector para os dois casos, ou seja, o aumento da rigidez do conector de 100 mm foi suficiente para fazê-lo girar como corpo rígido em torno da sua base. Para esta ligação, a máxima tensão de tração no conector também foi atingida próxima à solda, que também superou a tensão de escoamento do aço do conector.

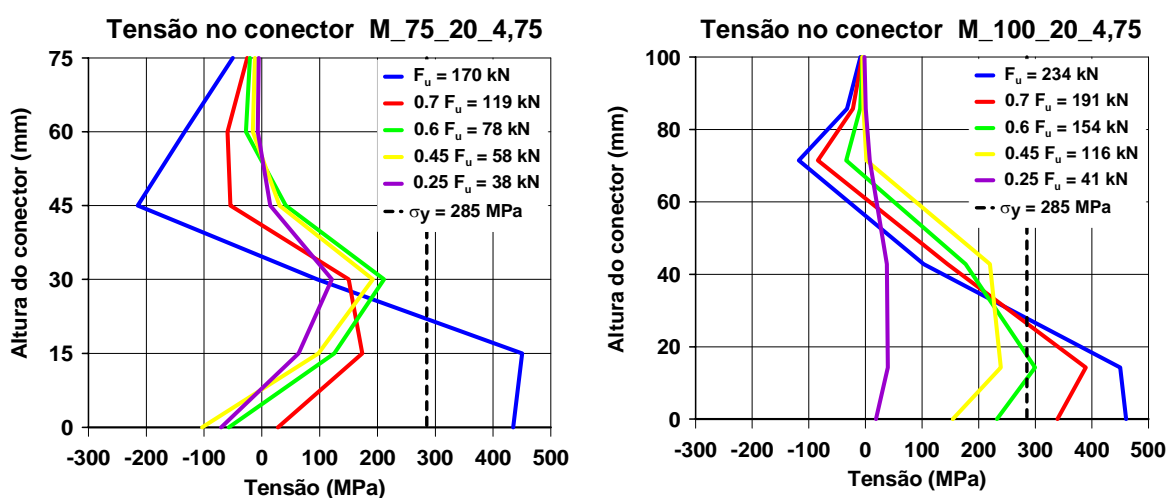


Figura 0.11 – Comparação da distribuição de tensões em conectores com 4,75 mm de espessura.

A forma da distribuição de tensões no conector ajuda a explicar a influência da altura do conector. Nos conectores de 75 mm de altura, de forma geral, houve a inversão das tensões no conector e essas foram se anular próximas à extremidade do conector. Por outro lado, nos conectores de 100 mm de altura, de forma geral, não houve inversão das tensões e

essas se anularam antes de se atingir a extremidade do conector. Isso significa que o conector deve ter uma altura suficiente para transferir ao concreto as tensões de tração que surgem no mesmo devido à flexão junto à solda. Se a sua altura for reduzida, isso acarretará uma redução da rigidez e, conseqüentemente, da resistência da ligação. Numa primeira análise, recomendam-se conectores com altura de 100 mm e espessura inferior a 4,75 mm. Para esta espessura, as tensões de compressão atingiram a extremidade do conector, porém não se observou redução da ligação por este fato, talvez porque as tensões ainda sejam de menor intensidade que as observadas nos conectores de 75 mm de altura.

As Figura 0.12 e 4.13 ilustram as tensões de compressão sob o conector ao longo da altura da laje de concreto. Essas figuras são bastante representativas, pois através delas é possível constatar que nos conectores com 75 mm de altura existe uma maior concentração de tensões de compressão na laje sob o conector, para um mesmo nível de carregamento, quando comparado ao conector com 100 mm de altura. Essa concentração de tensões é acompanhada de uma maior deformação da laje que, juntamente com o movimento de corpo rígido do conector, resulta em uma maior curvatura na base para um mesmo nível de carregamento, ocasionando uma ruptura prematura da ligação. Essa informação ajuda a entender o porquê dos modelos com 100 mm de altura apresentarem uma maior resistência da ligação, para laje com mesma resistência do concreto e conectores com mesma espessura.

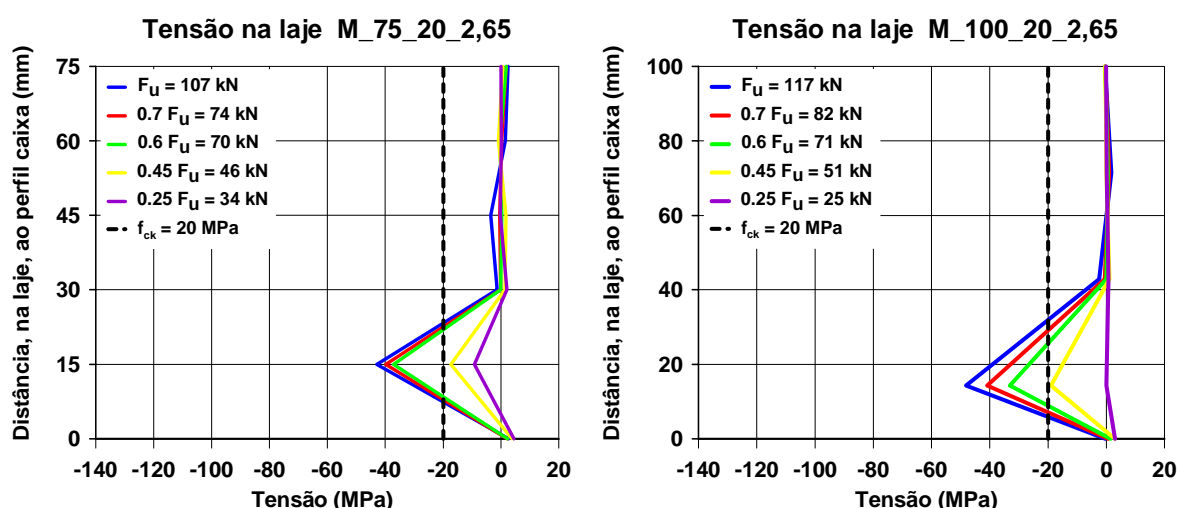


Figura 0.12 – Comparação da distribuição de tensões na laje para conectores com 2,65 mm de espessura.

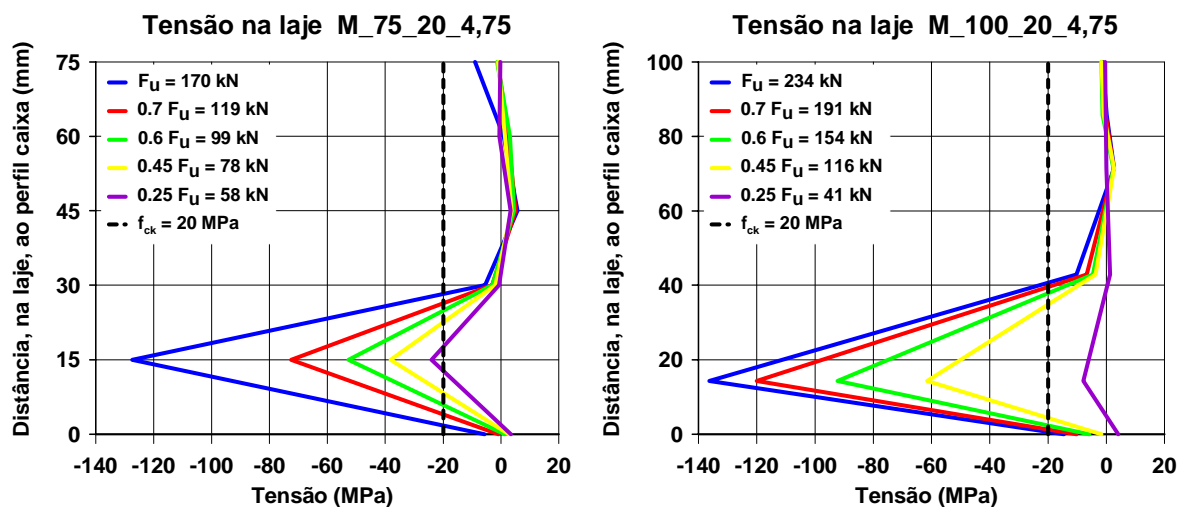


Figura 0.13 – Comparação da distribuição de tensões na laje para conectores com 4,75 mm de espessura.

### 1.15.5 Ábaco de dimensionamento de conectores tipo U formado a frio

A partir da análise paramétrica foi possível a confecção de um ábaco para o dimensionamento de conectores tipo U formado a frio, conforme Figura 0.14. Esse ábaco foi obtido através da determinação da curva de tendência entre os vários pontos que relacionam a espessura do conector, no eixo das abscissas, e a resistência última da ligação no eixo das ordenadas. Analisando esse ábaco, contata-se que para conectores com menores espessuras a altura do conector pouco influenciou no valor na resistência última da ligação, passando a ser representativo para conectores mais espessos. Vale ressaltar que esse ábaco foi obtido considerando uma força de aderência de 24 kN. Caso a força de aderência estimada seja diferente desse valor, basta somar ou diminuir a diferença entre as forças de aderência para se obter a resistência da ligação.

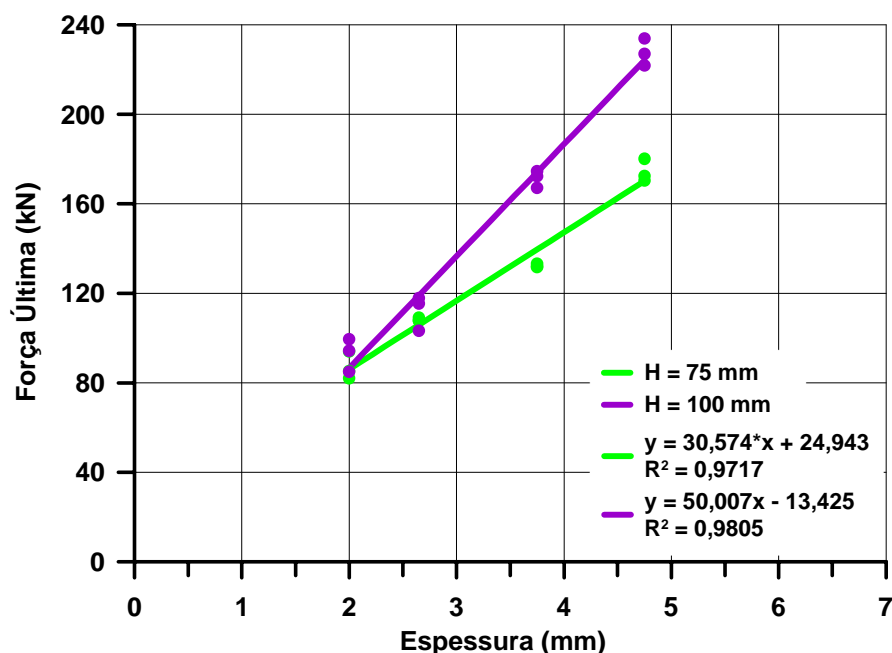


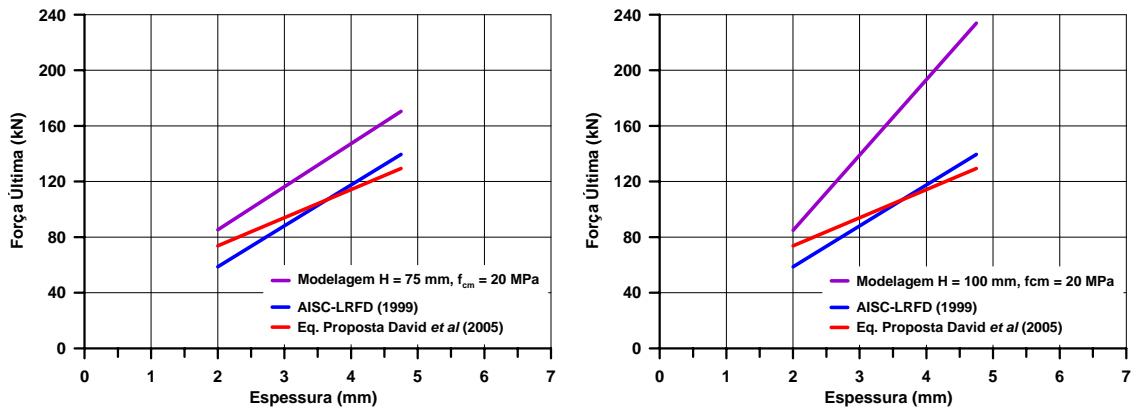
Figura 0.14 – Ábaco para a determinação da espessura do conector em perfil U formado a frio.

A Figura 0.15 apresenta uma comparação gráfica entre os valores fornecidos pelo ábaco da Figura 4.14 com os valores obtidos a partir da equação do AISC-LRFD (1999) e da equação proposta em David *et al.* (2005). Os gráficos foram agrupados em função da altura do conector (75 mm e 100 mm) e da resistência média a compressão do concreto (20 MPa, 30 MPa e 40 MPa). Para valores de  $f_{cm} = 20\text{MPa}$ , a força última obtida da modelagem foi superior independente da altura do conector. Para  $f_{cm} = 30\text{MPa}$  e conectores com 75 mm de altura houve uma maior aproximação entre os valores numéricos e os obtidos pelas equações, destacando-se uma maior aproximação com a equação proposta em David *et al.* (2005). Nos conectores com 100 mm de altura, os valores numéricos, de modo geral, foram superiores aos apresentados pelas equações. Já para  $f_{cm} = 40\text{MPa}$  as equações apresentaram valores superiores aos da modelagem nos conectores com 75 mm de altura. Porém, para os conectores com 100 mm de altura, apesar de apresentarem valores ligeiramente superiores aos da modelagem, houve uma boa aproximação dos valores teóricos com os obtidos na modelagem. Tal comportamento se explica pela maior contribuição do concreto nesses conectores, confirmando a importância da altura na resistência última do conector.

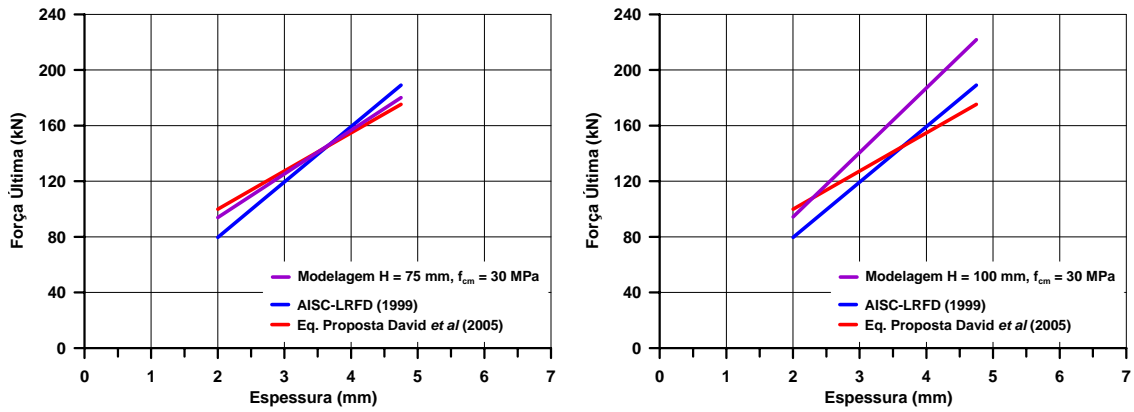
A partir dessa análise gráfica, fica nítido que a expressão do AISC-LRFD (1999) e a expressão proposta em David *et al.* (2005) consideram uma contribuição do concreto muito maior que a obtida na modelagem. Além disso, confirma a necessidade de se incorporar nessas expressões a influência da altura do conector, pois observou-se uma maior contribuição do concreto, em termos de força última, nos conectores de 100 mm de altura.

De modo geral, as expressões apresentaram valores mais próximos aos obtidos numericamente em conectores com altura de 75 mm, sendo a expressão proposta pelo AISC-LRFD (1999) a que apresentou melhor resultado, com valores 3% em média menores que os obtidos na modelagem computacional.

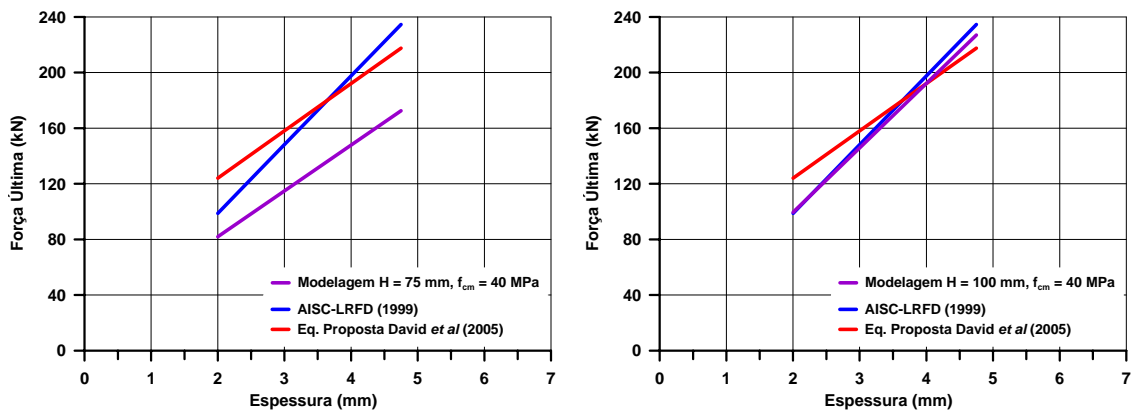
Da análise paramétrica também foi determinado um ábaco para a determinação da rigidez secante da ligação em função da espessura obtida na Figura 0.14. Pela Figura 0.16 nota-se que os conectores com altura de 100 mm apresentam rigidez secante inferior a dos conectores com 75 mm de altura para espessuras superiores a 2,85 mm. A grande utilidade desse ábaco reside na estimativa inicial da rigidez secante da ligação, a qual pode ser usada no projeto de vigas mistas para se estimar o deslizamento na interface viga-laje e assim obter-se uma estimativa mais precisa das flechas em serviço das vigas mistas. Isso é particularmente importante nas situações de vigas mistas com interação parcial.



a)  $f_{cm} = 20$  MPa



b)  $f_{cm} = 30$  MPa



c)  $f_{cm} = 40$  MPa

Figura 0.15 – Comparação da força última entre os valores numéricos e os valores teóricos.

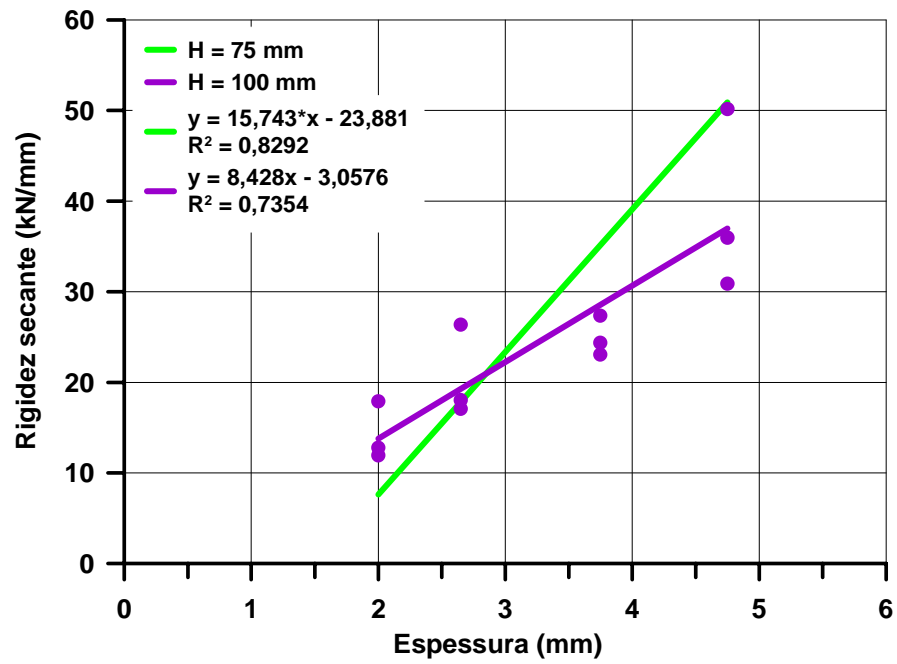


Figura 0.16 – Ábaco para a determinação da rigidez secante da ligação.

### **1.16 Considerações finais**

Nesse trabalho, o enfoque primordial foi a busca do melhor entendimento e a adequada avaliação do comportamento mecânico da ligação com conectores de cisalhamento em perfil U formado a frio. Para tanto, foi realizada uma revisão bibliográfica que buscou reunir assuntos importantes relativos ao tema em questão, tais como, perfil formado a frio, ensaios de cisalhamento direto e vigas mistas, além de assuntos relacionados a modelagens numéricas, baseadas no método dos elementos finito, de ensaios de cisalhamento direto.

Para alcançar o objetivo deste trabalho foi empregada uma metodologia baseada em investigação através de modelagem computacional. Os resultados obtidos da modelagem foram confrontados com dados obtidos de ensaios experimentais para validação do modelo numérico tridimensional, de forma a garantir que o mesmo fosse capaz de reproduzir adequadamente o comportamento dos conectores de cisalhamento em perfil formado a frio.

Apesar das limitações do programa ANSYS® 6.1 na representação do comportamento mecânico do concreto, e das considerações adotadas na interface entre a laje de concreto e o conector de cisalhamento, os resultados obtidos mostraram-se bastante plausíveis.

### **1.17 Conclusões**

As principais conclusões deste trabalho são:

- O modelo numérico, apesar das limitações do programa ANSYS® 6.1 para a representação do comportamento mecânico do concreto, conseguiu representar de forma satisfatória o comportamento da ligação com conector em perfil U formado a frio;

- O refinamento da malha de elementos finitos utilizada na representação do conector teve influência sobre a rigidez da ligação nos modelos numéricos. Isto está relacionado ao tamanho dos elementos de casca localizados junto ao perfil metálico e que foram desvinculados da laje de concreto. Quanto menor o tamanho do elemento finito, maior a rigidez da ligação;
- Como verificado experimentalmente, a variável que mais influenciou a resistência da ligação foi a espessura do conector de cisalhamento. O aumento da espessura de 2,00 mm para 2,65 mm, aumento de 32,5%, proporcionou um aumento médio de 23% na resistência da ligação. O aumento da espessura de 2,00 mm para 3,75 mm, aumento de 87,5%, proporcionou um aumento médio de 68% na resistência da ligação. O aumento da espessura de 2,00 mm para 4,75 mm, aumento de 137,5%, proporcionou um aumento médio de 123% na resistência da ligação. Isso deixa claro a existência de uma relação praticamente linear entre a espessura do conector e a resistência da ligação;
- A altura do conector também influenciou a resistência da ligação. Conforme observado dos modelos numéricos, as tensões de tração no conector se distribuíram mais ao longo da altura no conector de 100 mm, proporcionando um melhor aproveitamento destes. Além disso, as deformações na região da solda dos conectores de 100 mm foram inferiores às observadas nos conectores de 75 mm para um mesmo nível de carregamento. Dessa forma, o aumento da altura do conector de 75 mm para 100 mm proporcionou um aumento médio de 19% na resistência da ligação;
- A influência do aumento da altura do conector na resistência da ligação é mais significativa nos conectores com maior espessura, isto é, 3,75 mm e 4,75 mm;
- A resistência da ligação obtida das modelagens foi comparada com os valores obtidos por expressões normativas para conector U laminado e com a expressão proposta em David *et al.* (2005) para conector U em perfil formado a frio. Verificou-se que a expressão da NBR 8800ABNT, 1986 é conservadora, sendo seus valores, aproximadamente, 34% menores que os valores numéricos para o conector de 75 mm de altura e 56% menores para os conectores de 100 mm de altura. A expressão do

AISC-LFRD (1999) apresentou valores próximos aos obtidos numericamente na ligação com conectores de 75 mm de altura, sendo em média apenas 3 % menores. Já na ligação com conectores de 100 mm de altura, os valores foram menores em aproximadamente 21%. Os valores obtidos pela expressão proposta em David *et al.* (2005) foram, em média, 3% superiores aos valores obtidos numericamente na ligação com conectores de 75 mm e em relação aos conectores de 100 mm os valores foram em média 14 % menores;

- A expressão proposta em David *et al.* (2005) foi a que apresentou valores mais próximos aos obtidos numericamente, fornecendo, em média, valores 6% maiores, independente da altura do conector;
- O aumento da resistência do concreto da laje, assim como verificado nos ensaios de David (2003), pouco influenciou a resistência da ligação, porém o aumento da resistência do concreto proporcionou, de modo geral, um aumento da rigidez da ligação em todos os modelos. Todas as expressões normativas apresentam uma contribuição do concreto na resistência da ligação maior que a obtido na modelagem.
- Pelos ábacos de força última *versus* espessura do conector, pôde-se contatar que nos conectores de menor espessura a altura do conector tem pouca influência no valor da resistência última da ligação, passando a ser representativo nos conectores mais espessos.
- Não foi possível obter uma correlação entre a força de aderência aço-concreto e a resistência média à compressão do concreto devido à grande dispersão dos resultados para o final do trecho linear dos gráficos de força versus deslizamento obtidos dos ensaios realizados em David *et al.* (2005). Porém, nota-se que essa força é significativa em relação à força última resistida pela ligação, com valores que variaram de 22 kN a 59 kN.
- Os conectores com 75 mm de altura e menor espessura, isto é, 2,00 mm e 2,65 mm, que correspondem a uma relação  $H/e$  de 37,5 e 28,3 respectivamente, apresentaram um comportamento dúctil. Dessa forma, conclui-se que os conectores com 75 mm de altura e relação  $H/e$  superior a 26 terão um comportamento dúctil antes da ruptura;

- Os conectores com 100 mm de altura, de modo geral, apresentaram comportamento dúctil, com grandes deformações e deslizamento superior a 6,0 mm;
- O aumento da relação  $H/e$  implica em uma diminuição da rigidez secante da ligação, porém essa diminuição é mais sensível nos conectores de 75 mm de altura;
- Para valores de  $H/e$  menores que 20, praticamente não há influência da altura do conector na rigidez secante da ligação. Isto mostra que para conectores mais rígidos, a altura do conector não tem muita influência na rigidez da ligação, uma vez que esse conector deverá trabalhar predominantemente ao cisalhamento;
- Os conectores com altura de 100 mm tiveram a rigidez secante mais influenciada pelo aumento da resistência a compressão do concreto que os modelos com 75 mm de altura;
- A partir do ábaco de rigidez secante *versus* espessura, nota-se que os conectores de 75 mm, apesar de apresentarem uma menor resistência da ligação, quando comparado aos de 100 mm, mostraram-se mais rígidos que os conectores com altura de 100 mm para espessuras acima de 2,85 mm.
- Das análises desenvolvidas, conclui-se pela necessidade de se levar em consideração nas expressões para o cálculo da força última a altura do conector, pois se observou uma maior contribuição do concreto na força última em conectores de 100 mm de altura. De outra forma, pode-se limitar a altura mínima dos conectores de cisalhamento em perfil formado a frio a 100 mm, pois a partir desse valor observa-se uma melhor distribuição de tensões ao longo do conector, além do que ele é menos sensível à variação de sua esbeltez ( $H/e$ ). Também se deve tomar cuidado com o emprego das expressões normativas desenvolvidas para conectores em U laminado nas ligações com perfil formado a frio e concreto de resistência superior a 30 MPa, pois os resultados indicam que essas expressões superestimam a resistência da ligação nesses casos.

### 1.18 Recomendações para trabalhos futuros

---

Mediante as idéias e conclusões observadas, seguem-se alguns tópicos de cunho sugestivo para possíveis extensões dessa pesquisa:

- Realizar modelagem com diferentes alturas para o conector, com a intenção de desenvolver uma expressão para o cálculo da força última de conectores em perfil U formado a frio que leve em consideração a altura ou a relação entre a sua altura e a espessura da laje;
- Realizar uma modelagem numérica de vigas mista, com a finalidade de avaliar melhor o efeito do grupo de conectores;
- Utilizar outros códigos de cálculo que melhor representem o comportamento do concreto, devido às dificuldades encontradas na obtenção da convergência para os modelos numéricos quando a não-linearidade era imposta pelo material da laje.

– Referências Bibliográficas

---

ALVES, C. M. *Reserva de resistência inelástica e vigas tipo caixa formados a frio*. Contribuição Técnica apresentada no “II Congresso Internacional da Construção Metálica – II CICOM” – novembro, 2002 – São Paulo, SP Brasil e na I Jornada Científica da Engenharia – setembro, 2003 – Goiânia, Go, Brasil.

AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTUION - AISC – Load and Resistance Factor Design (LRFD). Chicago, 1999.

AMERICAN IRON AND STEEL INSTITUTE – AISI – (2001 draft edition). *Commentary on the 2001 edition of the north American specification for the design of cold-formed steel structural members*. American Iron And Steel Institute.

ANSYS Release 6.1. U.S.A.:SAS IP. Inc., 2002, Windows 2000.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS - ABNT (1986). NBR 8800 - *Projeto e Execução de Estruturas de Aço de Edifícios (Método dos Estados Limites)*. Rio de Janeiro.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS - ABNT (2001). NBR 14762 – *Dimensionamento de estruturas de aço constituídas por perfil formados a frio*. Rio de Janeiro.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS - ABNT (2003). NBR 6118 - *Projeto e Execução de obras de concreto armado*. Rio de Janeiro.

BELTRÃO, A. J. D. N. *Comportamento estrutural de lajes-mistas com corrugações na alma de perfis de chapa dobrada*. 2003. 104 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Civil, Rio de Janeiro, 2003.

CARMO, L. C. *Ductilidade de vigas de concreto armado convencional e de alta resistência reforçadas com fibras metálicas: Análise via Método dos Elementos Finitos*. 2005. 188 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Escola de Engenharia Civil, Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2005.

CHEN, W. F., *Plasticity in reinforced concrete*. McGraw-Hill Book Company, 1982.

COMITÉ EURO-INTERNACIONAL DU BÉTON – CEB-FIP: - *Fédération Internationale de la Précontrainte “MODEL CODE”* (1990). *Final Draft, Bulletin d’Information, Lousanne, CEB, jully 1991*.

DAVID, D. L. *Vigas mistas com laje treliçada e perfil formado a frio: Análise do comportamento estrutural*. 2003, 218 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil). Escola de Engenharia Civil, Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2003.

DAVID, D. L., ARAÚJO, D. L., MALITE, M. *Vigas mistas constituídas por perfis de aço formado a frio e lajes de vigotas pré-moldadas*. Anais do 1º Encontro Nacional de Pesquisa-Projeto-Produção em concreto pré-moldado. São Carlos, 2005.

EUROCODE 4 - (2001 Draft No. 3 of prEN 1994-1-1). *Design of composite steel and concrete structures - Part 1.1: General rules and rules for buildings*. European Committee for Standardization. Bruxelles.

JAVARONI, E. C. *Design of cold-formed steel structural members using the direct strength method*. 1998, Departamento de Engenharia civil, Faculdade de Engenharia – Unesp.

LAM D., ELLIOTT K. S., NETHERCOT D. A. *Parametric study on composite steel beams with precast concrete hollow core floor slabs*. Journal of Constructional Steel Research. n. 54, p. 283-304, 2000.

LEONEL, E. D.; PAULA, F. A.; RIBEIRO, G. O. *Modelos para análise não-linear de estruturas de concreto armado pelo método dos elementos finitos*. Anais das Jornadas Sul-Americanas de Engenharia Estrutural, Brasília, 2002.

KALFAS, C.; PAVLIDIS, P.; GALOUSSIS, E. (1997). *Inelastic Behaviour of Shear Connection by a Method Based on FEM*. Journal of Construcional Steel Research. Vol 44. n.1/2, pp. 107-114.

KIRCHHOF, L. D. *Modelagem de vigas mistas aço-concreto com análise da resposta numérica*. Anais do XXIV Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering – CILAMCE, Ouro Preto, 2003.

QUEIROZ, G.; PIMENTA, R.; MATA, L. A. C.. *Elementos das estruturas mistas aço-concreto*. Belo Horizonte: Editora O Lutador, 2001, 336 p.

RANGEL PAES, J. L.; MIRAMBELL, E. *Una evaluación de los efectos de la interacción imperfecta em vigas mixtas*, 2003. a

RANGEL PAES, J. L.; MIRAMBELL, E. *Un modelo para la simulación del comportamiento estructural de vigas mixtas de “slim floor”*, 2003. b

VASCONCELLOS, A. L.. *Apostila: Cálculo completo de um edifício de aço com estruturas mistas* – CREA-GO, Goiânia, 2004, 131 p.

VERÍSSIMO, G. S., VALENTE, I., PAES, J. L. R., CRUZ, P. J. S., FAKURY, R. H. *Análise experimental de um conector de cisalhamento em chapa de aço endentada para estruturas*

*mistas de aço e concreto*. Anais da XXXII Jornadas Sulamericanas de Engenharia Estrutural. Campinas, 2006.

MALITE, M. *Análise do comportamento estrutural de vigas mistas aço-concreto constituídas por perfis de chapa dobrada*. 1993. 2 v. Tese (Doutorado em Engenharia). Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1993.

NARDIN, S.; SOUZA, A. S. C.; EL DEBS, A. L. C. H.; EL DEBS, M. K. *Estruturas mistas aço-concreto: Origem, desenvolvimento e perspectivas*. Anais do 47º Congresso Brasileiro do Concreto – IBRACON. Recife, 2005.

OEHLERS, D. J. *Splitting induced by shear connectors in composite beams*. *Journal of Structural Engineering*. V.115, p.341-362, 1989.

OEHLERS, D. J.; NGUYEN, N. T.; AHMED, M.; BRADFORD, M. A. (1997). *Partial Interaction in composite Steel and Concrete Beams with Full Shear Connection*. *Journal of Construcional Steel Research*. n. 2/3, vol.41.

OEHLERS, D. J.; PARK, S.M. *Shear connectors in composite beams with longitudinally cracked slabs*. *Journal of Structural Engineering*. V.118, p.2004-2022, 1992.

OEHLERS, D. J.; SVED, G. *Composite beams with limited-Slip-Capacity shear connectors*. *Journal of Structural Engineering*, June-1995.

OGUEJIOFOR E. C., HOSAIN M. U. *Numerical analysis of push-out specimens with perfobond rib connectors*. *Computers & Structures*. Vol. 62. n. 4, p. 617-624, 1997.

OLIVEIRA, I. A. F. *Estudo do comportamento e da resistência das vigas mistas aço-concreto constituídas por perfis formados a frio e lajes pré-fabricadas*. 2001. 92 f. Dissertação. (Mestrado em Engenharia da Estruturas) – Universidade Federal de Minas.

---

PEREIRA JUNIOR, C. J. *Edifícios de pequeno porte contraventados com perfis de chapa fina de aço*. 2004. 141p. Dissertação. (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE.

PROENÇA, S. P. B. *Notas sobre análise não-linear de estruturas: Parte I: Teoria da plasticidade e técnicas numéricas*. São Carlos, março de 1989. 136p. Notas de aula.

PROENÇA, S. P. B. *Sobre modelos matemáticos de comportamento não linear do concreto: Análise Crítica e Contribuições*. 1988. São Carlos. 315 f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil). Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1988.

TRISTÃO, G. A. *Comportamento de conectores de cisalhamento em vigas mistas aço-concreto com análise da resposta numérica*. São Carlos. 2002. 125p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

VAZQUEZ, E. G. *Análise teórica e experimental da instabilidade torcional de perfis formados a frio sob compressão centrada*. Rio de Janeiro. 2002. 173p. Tese (Doutorado) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE.

YU W. W. *Cold-Formed Steel Design*. 2 ed. New York: John Wiley & Sons, Inc. 1991. 631 p

## APÊNDICE A

---

### A.1 Introdução

Neste apêndice é apresentado um resumo das superfícies de plastificação e de ruptura empregadas na modelagem de estruturas de concreto armado deste trabalho. Maiores detalhes dessas superfícies podem ser encontrados nos trabalhos de Proença (1988) e Chen (1982), ANSYS® Release 6.1 (2000).

A superfície inicial de plastificação, correspondendo ao material em seu estado elástico, é dada pela equação (A.1).

$$f = f(T) \leq 0 \quad (\text{A.1})$$

Da forma como está escrita a equação (A.1), valores nulos da função significam que a estrutura atinge a superfície de plastificação, enquanto valores negativos significam que a estrutura ainda se encontra na regime elástico.

A superfície de plastificação definida no espaço das tensões principais normalmente é escrita em função dos invariantes  $I_1$ ,  $J_2$  e  $J_3$ , conforme as equações (A.2), (A.3) e (A.4).

$$I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \quad (\text{A.2})$$

$$J_2 = \frac{1}{6} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] \quad (\text{A.3})$$

$$J_3 = (\sigma_1 - \sigma_2)(\sigma_2 - \sigma_3)(\sigma_3 - \sigma_1) \quad (\text{A.4})$$

Sendo:

$I_1$  = primeiro invariante do tensor de tensões;

$J_2$  e  $J_3$  = invariantes do tensor desviatório de tensões;

$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  = tensões principais.

## A.2 Modelo Concrete disponibilizado pelo ANSYS

Segundo a documentação do ANSYS versão 6.1, modelo *concrete* se baseia na equação a seguir.

$$\frac{F}{f_c} - S \geq 0 \quad (\text{A.5})$$

Na equação A.5,  $F$  é uma função que transforma as tensões principais ( $\sigma_1, \sigma_2$  e  $\sigma_3$ ) em uma tensão equivalente,  $f_c$  é a resistência à compressão uniaxial do concreto e  $S$  representa a superfície de falha, definida pelas tensões principais e outros cinco parâmetros ( $f_t, f_c, f_{cb}, f_1$  e  $f_2$ ).

Os três últimos parâmetros ( $f_{cb}, f_1$  e  $f_2$ ), entretanto, podem ser obtidos de acordo com as seguintes relações:

$$f_{cb} = 1,2 \cdot f_c \quad (\text{A.6})$$

$$f_1 = 1,45 \cdot f_c \quad (\text{A.7})$$

$$f_2 = 1,725 \cdot f_c \quad (\text{A.8})$$

Vale salientar que tais valores são válidos apenas para estados de tensão com  $|\sigma_h| \leq \sqrt{3} \cdot f_c$ , sendo  $\sigma_h = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3$ , tensão hidrostática.

A falha do concreto é caracterizada em quatro domínios, sendo a função  $F$  e a superfície de falha  $S$ , definidas em cada um destes domínios de forma independente. Tais domínios dependem das tensões principais (com  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ ) e se referem aos seguintes regimes:

- 1)  $0 \geq \sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$  (compressão – compressão – compressão);
- 2)  $\sigma_1 \geq 0 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$  (tração – compressão – compressão);
- 3)  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq 0 \geq \sigma_3$  (tração – tração – compressão);

4)  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3 \geq 0$  (tração – tração – tração).

Nestes domínios, caso a equação A.5 não seja satisfeita, o concreto permanecerá íntegro. Caso contrário o material fissura se uma das tensões principais for de tração (domínios 2, 3 e 4), ou ainda, rompe por esmagamento se as três tensões principais forem de compressão (domínio 1).

**DOMÍNIO 1 (compressão – compressão – compressão,  $0 \geq \sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ )**

Neste domínio a tensão equivalente F assume o valor da tensão de cisalhamento média ( $\tau_m$ ), de acordo com a equação A.9.

$$F = F_1 = \frac{1}{\sqrt{15}} \left[ (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right]^{1/2} \quad (A.9)$$

A superfície de falha S, ilustrada na Figura A.1, é definida pelo modelo de cinco parâmetros de Willan-Warnke e pode ser descrita em função dos parâmetros  $\rho_t$  e  $\rho_c$ , de acordo com a equação A.10.

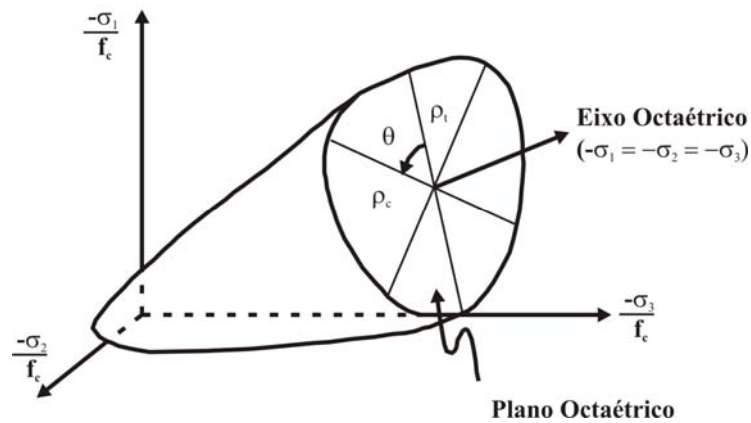


Figura A.1 – Superfície definida pelo modelo de cinco parâmetros de Willan-Warnke, (Adaptada da documentação do ANSYS® Release 6.1, 2000).

$$S = S_1 = \frac{2\rho_c(\rho_c^2 - \rho_t^2)\cos\theta + \rho_c(2\rho_t - \rho_c)[4(\rho_c^2 - \rho_t^2)\cos^2\theta + 5\rho_t^2 - 4\rho_t\rho_c]^{1/2}}{4(\rho_c^2 - \rho_t^2)\cos^2\theta + (\rho_c - 2\rho_t)^2} \quad (\text{A.10})$$

Na equação A.10:

$$\rho_t = a_0 + a_1\xi + a_2\xi^2 \quad (\text{meridiano de tração, } \theta = 0^\circ) \quad (\text{A.11})$$

$$\rho_c = b_0 + b_1\xi + b_2\xi^2 \quad (\text{meridiano de compressão, } \theta = 60^\circ) \quad (\text{A.12})$$

$$\cos\theta = \frac{2\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3}{\sqrt{2[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]^{1/2}}} \quad (\text{A.13})$$

$$\xi = \frac{\sigma_h}{f_c} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{f_c} \quad (\text{A.14})$$

Como nota-se pela Figura A.2, a seção transversal ao eixo octaédrico é constituída por partes de uma curva elíptica em cada setor de  $120^\circ$ , sendo que em cada setor se configura uma simetria em  $60^\circ$ .

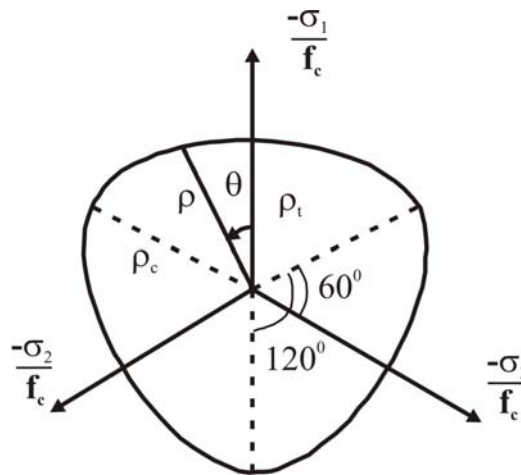


Figura A.2 – Seção vista no plano de Nadai, relativa ao modelo de Willan-Warnke.

Os meridianos de tração e compressão (equação A.11 e A.12) são definidos ajustando-se os coeficientes  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $b_0$ ,  $b_1$  e  $b_2$  de forma que  $f_t, f_c, f_{cb}, f_1$  e  $f_2$  pertençam à superfície de falha (Figura A.3).

Sendo assim, os coeficientes em questão são determinados por meio da resolução dos sistemas de equações a seguir:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{F_1}{f_c}(\sigma_1 = f_t, \sigma_2 = 0, \sigma_3 = 0) \\ \frac{F_1}{f_c}(\sigma_1 = 0, \sigma_2 = \sigma_3, \sigma_3 = -f_{cb}) \\ \frac{F_1}{f_c}(\sigma_1 = -\sigma_h^a, \sigma_2 = \sigma_3, \sigma_3 = -\sigma_h^a - f_1) \end{array} \right\} = \begin{bmatrix} 1 & \xi_t & \xi_t^2 \\ 1 & \xi_{cb} & \xi_{cb}^2 \\ 1 & \xi_1 & \xi_1^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{Bmatrix} \quad (\text{A.15})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{F_1}{f_c}(\sigma_1 = \sigma_2 = 0, \sigma_3 = -f_c) \\ \frac{F_1}{f_c}(\sigma_1 = \sigma_2 = -\sigma_h^a, \sigma_3 = -\sigma_h^a - f_2) \\ 0 \end{array} \right\} = \begin{bmatrix} 1 & \xi_c & \xi_c^2 \\ 1 & \xi_2 & \xi_2^2 \\ 1 & \xi_0 & \xi_0^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \end{Bmatrix} \quad (\text{A.16})$$

Partindo da equação A.14, têm-se nas equações dos sistemas A.15 e A.16:

$$\xi_c = -\frac{1}{3}; \quad \xi_t = -\frac{f_t}{3f_c}; \quad \xi_{cb} = -\frac{2f_{cb}}{3f_c}; \quad \xi_1 = -\frac{\sigma_h^a}{f_c} - \frac{2f_1}{3f_c}; \quad \xi_2 = -\frac{\sigma_h^a}{f_c} - \frac{f_2}{3f_c} \quad (\text{A.17})$$

Considerando ainda que os meridianos interceptam o eixo hidrostático em  $\xi_0$  (Figura A.3), têm-se que:

$$a_0 + a_1\xi_0 + a_2\xi_0^2 = 0 \quad (\text{A.18})$$

Com  $a_0$ ,  $a_1$  e  $a_2$  determinados pelo sistema A.15.

Como a superfície de falha deve se manter convexa a razão  $\rho_t/\rho_c$  limita-se a um valor inferior de 0,5 (no qual a seção transversal ao eixo octaédrico é triangular) e um valor superior de 1,25. É interessante mencionar que para  $\rho_t/\rho_c = 1$ , a seção transversal ao eixo octaédrico é circular.

Além disso, os coeficientes  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $b_0$ ,  $b_1$  e  $b_2$  devem satisfazer as seguintes condições:

$$a_0 > 0, a_1 \leq 0, a_2 \leq 0 \quad \text{e} \quad b_0 > 0, b_1 \leq 0, b_2 \leq 0 \quad (\text{A.19})$$

Dessa forma, a superfície de falha é fechada e considera ruptura do material para tensões hidrostática elevadas ( $\xi > \xi_2$ ), fato que não se verifica experimentalmente.

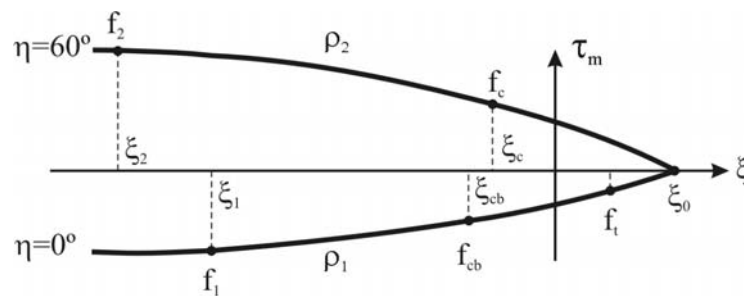


Figura A.3 – Meridianos da superfície de falha de Willan-Warnke, (ANSYS® Release 6.1, 2000).

**DOMÍNIO 2 (tração – compressão – compressão,  $\sigma_1 \geq 0 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ )**

Neste domínio a tensão equivalente  $F$  é calculada como no domínio 1, desconsiderando-se, porém, a tensão de tração  $\sigma_1$ , de acordo com a equação A.20.

$$F = F_2 = \frac{1}{\sqrt{15}} \left[ (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 \right]^{1/2} \quad (\text{A.20})$$

A superfície de falha  $S$  utilizada no domínio 1 é aqui minorada devido à existência de uma tensão de tração, de acordo com a equação.

$$S = S_2 = \left( 1 - \frac{\sigma_1}{f_t} \right) S_1 \quad (\text{A.21})$$

Os valores de  $\rho_t$  e  $\rho_c$ , presentes na expressão de  $S_1$ , assim como os valores dos coeficientes  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $b_0$ ,  $b_1$  e  $b_2$ , devem ser calculados como no domínio 1, porém, desconsiderando-se a tensão de tração  $\sigma_1$  na expressão de  $\xi$ .

$$\xi = \frac{\sigma_h}{f_c} = \frac{\sigma_2 + \sigma_3}{f_c} \quad (\text{A.22})$$

Se o critério de falha (equação A.5) é satisfeito, ocorrerá uma fissura no plano perpendicular à tensão principal de tração  $\sigma_1$ .

### **DOMÍNIO 3 (tração – tração – compressão, $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq 0 \geq \sigma_3$ )**

Neste domínio a verificação do critério é realizada para cada tensão principal de tração, separadamente. Sendo assim, a tensão equivalente F se torna a própria tensão principal analisada.

$$F = F_3 = \sigma_i; i = 1, 2 \quad (\text{A.23})$$

A superfície de falha e resume à resistência uniaxial de tração (adimensionalizada pela resistência uniaxial de compressão) majorada devido a existência de uma tensão de compressão  $\sigma_3$ .

$$S = S_3 = \frac{f_t}{f_c} \left( 1 + \frac{\sigma_3}{f_c} \right); i = 1, 2 \quad (\text{A.24})$$

Caso o critério de falha seja satisfeita para ambos os casos ( $i = 1, 2$ ), ocorrerão duas fissuras, uma perpendicular à tensão principal  $\sigma_1$  e a outra perpendicular à tensão principal  $\sigma_2$ . Caso o critério de falha seja satisfeito apenas para  $i = 1$ , ocorrerá apenas uma fissura, perpendicular a  $\sigma_1$ .

### **DOMÍNIO 4 (tração – tração – tração, $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3 \geq 0$ )**

Neste domínio, assim como no domínio 3, a verificação do critério é realizada para cada tensão principal de tração, separadamente, no caso as três. A tensão equivalente F é dada por:

$$F = F_4 = \sigma_i; i = 1, 2, 3 \quad (\text{A.25})$$

A superfície de falha é tomada com a própria resistência uniaxial de tração, adimensionalizada pela resistência uniaxial de compressão.

$$S = S_4 = \frac{f_t}{f_c}; i = 1,2,3 \tag{A.26}$$

Para cada caso analisado ( $i = 1,2,3$ ), caso o critério de falha seja satisfeito ocorrerá uma fissura segundo o plano perpendicular à tensão principal correspondente.

A Figura A.4 ilustra a superfície de falha para um estado de tensão aproximadamente biaxial.

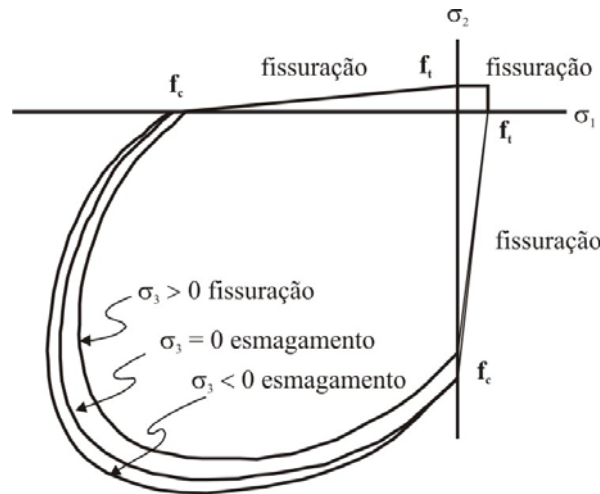


Figura A.4 – Superfície de falha para um estado de tensão aproximadamente biaxial (ANSYS® Release 6.1, 2000).

### A.3 Superfície de plastificação de Drucker-Prager

Durcker-Prager propôs uma superfície de plastificação em forma de um cone que pode ser ajustado de modo a estar inscrito ou circunscrito à pirâmide irregular da superfície de Mohr-Coulomb. A expressão de Drucker-Prager é apresentada como uma modificação da expressão de Von Mises, equação (A.27), acrescentada de uma parcela relativa ao primeiro invariante:

$$f(J_2) = \sqrt{J_2} - k = 0 \tag{A.27}$$

$$f(I_1, J_2) = \alpha I_1 + \sqrt{J_2} - k \tag{A.28}$$

Sendo  $\alpha$  e  $k$  constantes essencialmente positivas, relacionadas à coesão ( $c$ ) e ao ângulo de atrito do material ( $\phi$ ), e com valores particulares para cada caso de aproximação desejado.

Considerando agora as relações:

$$r = \sqrt{2J_2} \tag{A.29}$$

$$\xi = \frac{I_1}{\sqrt{3}} \tag{A.30}$$

a equação (A.28) passa a ser escrita da seguinte forma:

$$f(\xi, r) = \sqrt{6}\alpha\xi + r - \sqrt{2}k = 0 \tag{A.31}$$

A equação (A.3) representa um cone que tem os valores característicos representados na Figura A.5.

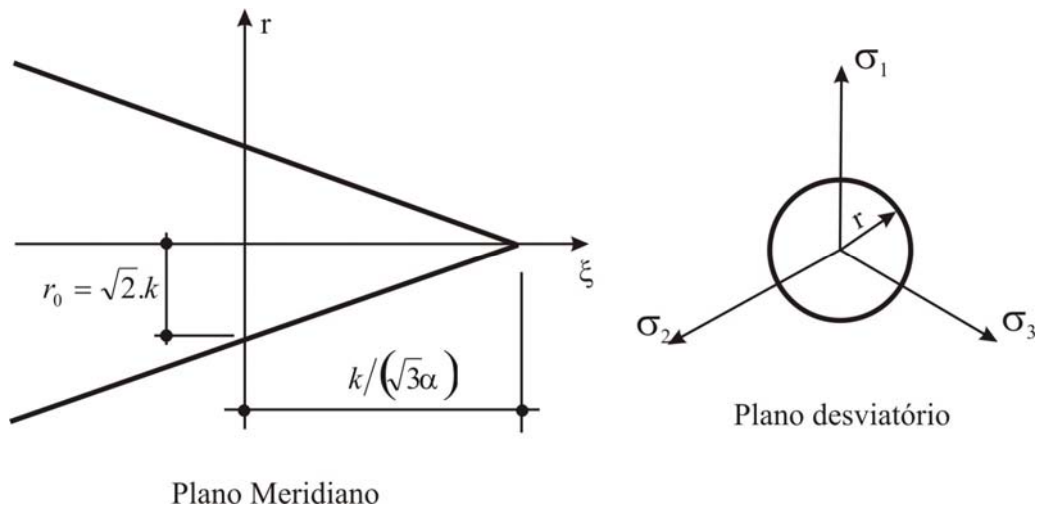


Figura A.5 – Representação da superfície de Drucker-Prager (Proença, 1988).

Para a obtenção dos valores de  $\alpha$  e  $k$  seja, por exemplo, a hipótese em que o cone circunscribe a pirâmide de Mohr-Coulomb. Nesta situação, o parâmetro  $r_0$  do cone deve igualar-se com  $r|_{\theta=60^\circ} = r_{c0}$  da pirâmide. Por outro lado, os pontos onde as superfícies cruzam o eixo hidrostático devem coincidir. Dessas condições resultam:

$$\sqrt{2}k = \frac{2\sqrt{6}c \cos(\phi)}{3 - \sin(\phi)} \rightarrow k = \frac{6c \cos(\phi)}{\sqrt{3}(3 - \sin(\phi))} \quad (\text{A.32})$$

$$\frac{k}{\sqrt{3}\alpha} = \sqrt{3}c \cot(\phi) \rightarrow \alpha = \frac{2 \sin(\phi)}{\sqrt{3}(3 - \sin(\phi))} \quad (\text{A.33})$$

Por outro lado, o cone inscrito à pirâmide é obtido fazendo-se coincidir  $r_0$  do cone com  $r_{i0}$  da pirâmide, além, do ponto onde as superfícies cruzam o eixo hidrostático. Nessas condições:

$$\sqrt{2}k = \frac{2\sqrt{6}c \cos(\phi)}{3 + \sin(\phi)} \rightarrow k = \frac{6c \cos(\phi)}{\sqrt{3}(3 + \sin(\phi))} \quad (\text{A.34})$$

$$\frac{k}{\sqrt{3}\alpha} = \sqrt{3}c \cot(\phi) \rightarrow \alpha = \frac{2 \sin(\phi)}{\sqrt{3}(3 + \sin(\phi))} \quad (\text{A.35})$$

Com o objetivo de comparar o grau de aproximação obtido pelo cone de Drucker-Prager com relação à pirâmide de Mohr-Coulomb é interessante analisar o plano  $\sigma_1 - \sigma_2$ .

Adotando as situações  $\phi=0^\circ$  e  $\phi=45^\circ$ , considerando o caso do cone circunscrito à pirâmide irregular, os parâmetros  $\alpha$  e  $k$  valem, respectivamente:

$$\phi = 0^\circ \quad \alpha = 0 \quad k = \frac{2}{\sqrt{3}}c \quad (\text{A.36})$$

$$\phi = 45^\circ \quad \alpha = 0,3561 \quad k = 1,0683c \quad (\text{A.37})$$

A Figura A.6 ilustra a comparação no plano  $\sigma_1 - \sigma_2$  entre os cones inscrito e circunscrito à pirâmide correspondente a  $\phi = 45^\circ$ . Os diagramas estão adimensionados em função de  $f_c$ , para  $\phi = 45^\circ$  obteve-se  $f_c = 4,8284c$ .

No caso do cone inscrito à pirâmide, as constantes  $k$  e  $\alpha$  valem, para  $\phi = 45^\circ$ , respectivamente:

$$k = 0,6607c$$

$$\alpha = 0,2202$$

É observada a pouca concordância entre o critério de Drucker-Prager e os resultados experimentais, portanto, a regularização proposta é apenas vantajosa sob o ponto de vista numérico (Proença, 1988).

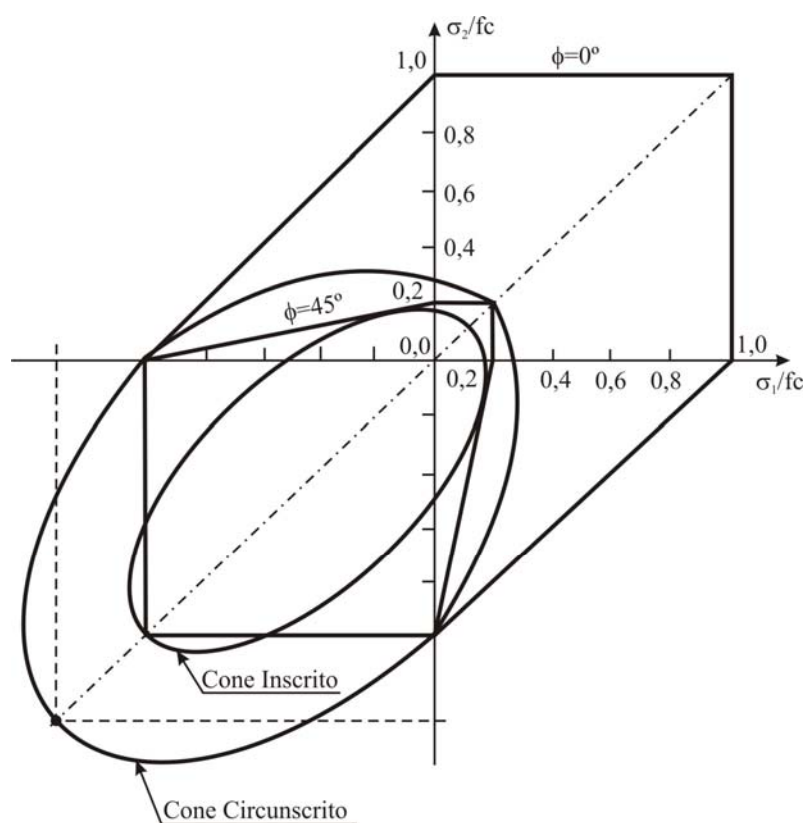


Figura A.6 – Comparação, no plano  $\sigma_1 - \sigma_2$ , entre os cones de Drucker-Prager inscritos e circunscritos à pirâmide de Mohr Coulomb (Proença, 1989).