



UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS (UFG)
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA (IME)
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM
MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL (PROFMAT)



FABRINY APARECIDA SOUZA MESQUITA

A Teoria de Van Hiele no Ensino de Matemática: Uma Proposta de Sequência Didática para o Ensino Médio.

GOIÂNIA

2026



UFG

UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA

TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO (TECA) PARA DISPONIBILIZAR VERSÕES ELETRÔNICAS DE TESES

E DISSERTAÇÕES NA BIBLIOTECA DIGITAL DA UFG

Na qualidade de titular dos direitos de autor, autorizo a Universidade Federal de Goiás (UFG) a disponibilizar, gratuitamente, por meio da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD/UFG), regulamentada pela Resolução CEPEC nº 832/2007, sem ressarcimento dos direitos autorais, de acordo com a [Lei 9.610/98](#), o documento conforme permissões assinaladas abaixo, para fins de leitura, impressão e/ou download, a título de divulgação da produção científica brasileira, a partir desta data.

O conteúdo das Teses e Dissertações disponibilizado na BDTD/UFG é de responsabilidade exclusiva do autor. Ao encaminhar o produto final, o autor(a) e o(a) orientador(a) firmam o compromisso de que o trabalho não contém nenhuma violação de quaisquer direitos autorais ou outro direito de terceiros.

1. Identificação do material bibliográfico

[X] Dissertação [] Tese [] Outro*: _____

*No caso de mestrado/doutorado profissional, indique o formato do Trabalho de Conclusão de Curso, permitido no documento de área, correspondente ao programa de pós-graduação, orientado pela legislação vigente da CAPES.

Exemplos: Estudo de caso ou Revisão sistemática ou outros formatos.

2. Nome completo do autor

Fabriny Aparecida Souza Mesquita

3. Título do trabalho

A Teoria de Van Hiele no Ensino de Matemática: Uma Proposta de Sequência Didática para o Ensino Médio

4. Informações de acesso ao documento (este campo deve ser preenchido pelo orientador)

Concorda com a liberação total do documento [X] SIM [] NÃO¹

[1] Neste caso o documento será embargado por até um ano a partir da data de defesa. Após esse período, a possível disponibilização ocorrerá apenas mediante:

a) consulta ao(à) autor(a) e ao(à) orientador(a);

b) novo Termo de Ciência e de Autorização (TECA) assinado e inserido no arquivo da tese ou dissertação. O documento não será disponibilizado durante o período de embargo.

Casos de embargo:

- Solicitação de registro de patente;
- Submissão de artigo em revista científica;
- Publicação como capítulo de livro;
- Publicação da dissertação/tese em livro.

Obs. Este termo deverá ser assinado no SEI pelo orientador e pelo autor.



Documento assinado eletronicamente por **Marcelo Lopes Ferro, Vice-Diretor**, em 31/08/2026, às 14:58, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Fabriny Aparecida Souza Mesquita, Discente**, em 31/08/2026, às 15:08, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.ufg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **6423395** e o código CRC **E6FA74F5**.

FABRINY APARECIDA SOUZA MESQUITA

A Teoria de Van Hiele no Ensino de Matemática: Uma Proposta de Sequência Didática para o Ensino Médio.

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, do Instituto de Matemática e Estatística(IME), da Universidade Federal de Goiás(UFG), como requisito para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Linha de pesquisa: Matemática na Educação Básica e suas Tecnologias.

Área de concentração: Matemática na Educação Básica.

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Lopes Ferro

Mesquita, Fabriny Aparecida Souza

A Teoria de Van Hiele no Ensino de Matemática: [Dissertação]: Uma Proposta de Sequência Didática para o Ensino Médio / Fabriny Aparecida Souza Mesquita. - 2026.

CXXXVII, 137 f.:

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Lopes Ferro

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Goiás, Instituto de Matemática e Estatística (IME), PROFMAT - Programa de Pós-graduação em Matemática em Rede Nacional - Sociedade Brasileira de Matemática (RG), Goiânia, 2026.

Apêndice.

Bibliografia.

Inclui: lista de figuras, lista de tabelas.

1. Ensino de Geometria. 2. Teoria de Van Hiele. 3. Pensamento Geométrico. 4. Sequência Didática. 5. Ensino Médio.

I. Ferro, Marcelo Lopes , orient. II. Título.

CDU 51

ATA DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO

Ata nº 14 da sessão de Defesa de Dissertação de **Fabriny Aparecida Souza Mesquita**, que confere o título de Mestra em Matemática, na área de concentração em Matemática do Ensino Básico.

Aos trinta e um dia do mês de agosto de dois mil e vinte seis, a partir das 16h, por meio de videoconferencia (meet.google.com/hng-pnob-xrb), realizou-se a sessão pública de Defesa de Dissertação intitulada “**A Teoria de Van Hiele no Ensino de Matemática: Uma Proposta de Sequência Didática para o Ensino Médio**”. Os trabalhos foram instalados pelo Orientador, Professor Doutor Marcelo Lopes Ferro (IME/UFG) com a participação dos demais membros da Banca Examinadora a Professora Doutora Ivonildes Ribeiro Martins Dias (IME/UFG), membro titular interno e o Professor Doutor Marcelo Bezerra Barboza (IME/UFG), membro titular externo. Durante a arguição os membros da banca **não fizeram** sugestão de alteração do título do trabalho. A Banca Examinadora reuniu-se em sessão secreta a fim de concluir o julgamento da Dissertação, tendo sido a candidata **aprovada** pelos seus membros. Proclamados os resultados pelo Professor Doutor Marcelo Lopes Ferro, Presidente da Banca Examinadora, foram encerrados os trabalhos e, para constar, lavrou-se a presente ata que é assinada pelos Membros da Banca Examinadora, aos trinta e um dia do mês de agosto de dois mil e vinte seis.

TÍTULO SUGERIDO PELA BANCA



Documento assinado eletronicamente por **Marcelo Bezerra Barboza, Professor(a) do Magistério Superior**, em 31/08/2026, às 17:23, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Ivonildes Ribeiro Martins Dias, Coordenadora**, em 31/08/2026, às 17:23, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Marcelo Lopes Ferro, Vice-Diretor**, em 31/08/2026, às 17:24, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.ufg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **6423282** e o código CRC **CB114CF9**.

Dedico este trabalho aos meus pais, que nunca mediram esforços para me apoiar e incentivar em cada etapa da minha caminhada. Em especial, ao meu pai, que hoje vive na saudade, mas cuja presença, ensinamentos e amor permanecem vivos em meu coração e continuam a iluminar meu caminho. Esta conquista também é sua.

Agradecimentos

Concluir esta dissertação representa a realização de um importante objetivo em minha trajetória pessoal e profissional. Esse caminho foi marcado por desafios, aprendizados e muitas conquistas, que só foram possíveis graças ao apoio e à contribuição de pessoas que estiveram ao meu lado durante essa caminhada.

Em primeiro lugar, agradeço a Deus, por me conceder força, sabedoria e perseverança para enfrentar cada etapa desta jornada, renovando minha esperança nos momentos mais desafiadores.

À minha mãe, expresso minha mais profunda gratidão por seu amor incondicional, por cada incentivo, pelo apoio constante e por nunca deixar que eu desistisse dos meus sonhos. Sua dedicação, sua força e seus ensinamentos foram fundamentais para que eu chegasse até aqui. Esta conquista também é sua.

Ao meu pai, minha eterna gratidão. Embora hoje ele não esteja mais presente fisicamente, seu exemplo de honestidade, trabalho e perseverança continua vivo em minha memória e em meu coração. Tenho a certeza de que muito do que conquistei é resultado dos valores que me ensinou ao longo da vida. Sinto sua ausência, mas levo comigo o orgulho de ser sua filha e a esperança de que, de alguma forma, ele compartilhe este momento comigo.

À minha família, agradeço pelo carinho, pela compreensão diante das minhas ausências e por sempre acreditarem na importância dos meus estudos e da minha profissão.

Ao meu orientador, Dr. Marcelo Lopes Ferro, agradeço pela confiança, pelas orientações, pela disponibilidade e pelas valiosas contribuições durante o desenvolvimento desta pesquisa. Seus ensinamentos foram essenciais para minha formação acadêmica e para a realização deste trabalho.

Ao professor Dr. Marcelo Almeida de Souza, Coordenador do Programa de Mestrado Profissional em Rede Nacional (PROFMAT) da Universidade Federal de Goiás (UFG), expresso minha sincera gratidão pelo apoio, pela atenção e pela disponibilidade ao longo do curso de mestrado. Sua dedicação ao programa e o auxílio prestado sempre que necessário foram fundamentais para tornar essa trajetória mais tranquila e enriquecedora. Agradeço, ainda, pelo compromisso com a formação dos

mestrandos e pela contribuição para o fortalecimento do ensino e da pesquisa em Matemática.

Aos professores do Programa de Pós-Graduação, agradeço pelos conhecimentos compartilhados, pelas reflexões proporcionadas e pelo compromisso com a formação de seus estudantes.

Por fim, agradeço a todos que contribuíram, direta ou indiretamente, para a concretização deste trabalho. Espero que esta pesquisa e o produto educacional desenvolvido possam colaborar com o ensino de Geometria, oferecendo aos professores de Matemática uma proposta que incentive o desenvolvimento do pensamento geométrico e contribua para a aprendizagem dos estudantes.

A possibilidade de realizar um sonho é o que torna a vida interessante.

Paulo Coelho,
Escritor e letrista brasileiro.

Resumo

Mesquita, Fabriny Aparecida Souza. **A Teoria de Van Hiele no Ensino de Matemática: Uma Proposta de Sequência Didática para o Ensino Médio..** Goiânia, 2026. 137p. Dissertação de Mestrado. Instituto de Matemática e Estatística, Universidade Federal de Goiás.

Esta dissertação visa criar uma sequência didática para ensinar triângulos à 1ª série do Ensino Médio, com base na Teoria de Van Hiele (TVH). A escolha da TVH se justifica por sua contribuição significativa para o ensino de Geometria, tendo em vista que o pensamento geométrico se desenvolve gradualmente, respeitando os diferentes níveis de compreensão dos estudantes. Embora a Geometria seja um conteúdo essencial para a formação matemática, seu ensino ainda enfrenta desafios na Educação Básica, sendo frequentemente desenvolvida de forma pouco articulada ou deixada em segundo plano. Nesse contexto, a pesquisa foi orientada pelo seguinte problema: de que forma podemos elaborar uma sequência didática para o ensino de triângulos na 1ª série do Ensino Médio com base nos níveis da Teoria de Van Hiele, de modo a favorecer o desenvolvimento do pensamento geométrico dos estudantes? Inicialmente, realizou-se um estudo sobre o ensino de Geometria na Educação Básica para compreender os principais desafios apontados pela literatura e sua importância para a aprendizagem matemática. Em seguida, foram discutidos os fundamentos da Teoria de Van Hiele, incluindo sua origem, níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico e fases de aprendizagem. Posteriormente, foi desenvolvida uma revisão de estudos no Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), considerando produções de programas de mestrado profissional publicadas entre 2020 e 2026. A busca foi realizada por meio dos descritores “Teoria de Van Hiele”, “Geometria” e “Matemática”, resultando inicialmente em 61 trabalhos. Após a definição dos critérios de seleção, foram analisadas seis dissertações, permitindo identificar tendências, contribuições e possibilidades de utilização da teoria no ensino de Geometria. A pesquisa caracteriza-se como qualitativa, de natureza interventiva, e resultou na elaboração de uma sequência didática organizada com base nos níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico e

nas fases de aprendizagem propostas pela TVH. As atividades foram planejadas de forma progressiva, contemplando situações de exploração, investigação, manipulação e argumentação, de modo a favorecer a construção dos conceitos relacionados aos triângulos. Como produto educacional, a pesquisa disponibiliza uma sequência didática que poderá servir de apoio a professores de Matemática interessados em desenvolver práticas pedagógicas voltadas ao fortalecimento do pensamento geométrico no Ensino Médio.

Palavras-chave

Ensino de Geometria; Teoria de Van Hiele; Pensamento Geométrico; Sequência Didática; Ensino Médio.

Abstract

Mesquita, Fabriny Aparecida Souza. **The Van Hiele Theory in Mathematics Teaching: A Proposal for a Didactic Sequence for High School**. Goiânia, 2026. 137p. MSc. Dissertation. Instituto de Matemática e Estatística, Universidade Federal de Goiás.

This dissertation aims to create a didactic sequence for teaching triangles to the 1st grade of high school, based on the Van Hiele Theory (VHT). The choice of VHT is justified by its significant contribution to the teaching of Geometry, considering that geometric thinking develops gradually, respecting students' different levels of understanding. Although Geometry is essential content for mathematical education, its teaching still faces challenges in Basic Education, often being developed in an uncoordinated manner or sidelined. In this context, the research was guided by the following problem: how can we develop a didactic sequence for teaching triangles in the 1st grade of high school based on the levels of the Van Hiele Theory, in order to foster the development of students' geometric thinking? Initially, a study on the teaching of Geometry in Basic Education was carried out to understand the main challenges highlighted by the literature and its importance for mathematical learning. Next, the foundations of the Van Hiele Theory were discussed, including its origin, levels of geometric thinking development, and phases of learning. Subsequently, a review of studies was conducted in the Catalog of Theses and Dissertations of the Coordination for the Improvement of Higher Education Personnel (CAPES), considering works from professional master's programs published between 2020 and 2026. The search was performed using the descriptors "Van Hiele Theory", "Geometry", and "Mathematics", initially resulting in 61 works. After defining the selection criteria, six dissertations were analyzed, allowing the identification of trends, contributions, and possibilities for using the theory in Geometry teaching. The research is characterized as qualitative, of an interventional nature, and resulted in the development of a didactic sequence organized based on the levels of geometric thinking development and the learning phases proposed by the VHT. The activities were planned progressively, encompassing situations of exploration, investigation, manipulation, and argumentation, in order to favor the construction of concepts related to

triangles. As an educational product, the research provides a didactic sequence that can serve as support for Mathematics teachers interested in developing pedagogical practices aimed at strengthening geometric thinking in High School.

Keywords

Geometry Teaching; Van Hiele Theory; Geometric Thinking; Didactic Sequence; High School.

Sumário

Lista de Figuras	16
Lista de Tabelas	17
Introdução	18
1 O Ensino de Geometria na Educação Básica	23
2 A Teoria de Van Hiele	30
2.1 Fases de Aprendizagem da Teoria de Van Hiele	34
3 Revisão de Estudos	37
4 Aspectos Metodológicos	44
4.1 Abordagem e caracterização da pesquisa	44
4.2 Procedimentos de construção da sequência didática	45
5 Proposta de Sequência Didática para o Ensino de Triângulos no Ensino Médio	48
5.1 Apresentação da proposta	48
5.2 Atividade Diagnóstica	50
5.3 Desenvolvimento da sequência didática	55
5.4 Avaliação da aprendizagem	70
Considerações Finais	79
Referências	81
A Produto Educacional	85

Lista de Figuras

5.1	Simulação do preenchimento da atividade proposta, com dados e respostas fictícios	57
5.2	Triângulos e ângulos para recorte	59
5.3	Estrutura com triângulos e estrutura com quadrados/retângulos – imagens ilustrativas geradas por IA	61
5.4	Ponte com triângulos e ponte com quadrados/retângulos – imagens ilustrativas geradas por IA	61
5.5	Exemplo de produção final esperada dos estudantes gerada por IA	63
5.6	Cartas do jogo Tribunal da Geometria: Prove ou Refute	66
5.7	Cartas do jogo Conselho dos Axiomas: Os Triângulos Podem Mentir?	68

Lista de Tabelas

2.1	Os níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele	33
2.2	Principais características e descrição do modelo de Van Hiele	34
3.1	Resultados da pesquisa realizada no Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes)	38
4.1	Habilidade escolhida para construção da sequência didática	47

Introdução

A geometria é um dos principais ramos da Matemática, pois promove o desenvolvimento do raciocínio lógico, a percepção espacial e a análise e solução de diferentes problemas. Os Parâmetros Curriculares Nacionais, afirmam que a Geometria constitui um dos principais campos da Matemática, desempenhando papel fundamental na construção e no desenvolvimento do pensamento matemático (Brasil, 1997). Além de favorecer a compreensão de conceitos matemáticos, seus conhecimentos estão presentes em diferentes situações do cotidiano, em áreas como arquitetura, engenharia, artes, tecnologia e ciências. Assim, o ensino da Geometria contribui de forma significativa para a formação dos estudantes durante a Educação Básica.

Na verdade, para justificar a necessidade de ter a Geometria na escola, bastaria o argumento de que sem estudar Geometria as pessoas não desenvolvem o pensar geométrico ou o raciocínio visual e, sem essa habilidade, elas dificilmente conseguirão resolver as situações de vida que forem geometrizadas; também não poderão se utilizar da Geometria como fator altamente facilitador para a compreensão e resolução de questões de outras áreas de conhecimento humano. Sem conhecer Geometria a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das ideias fica reduzida e a visão da Matemática torna-se distorcida. (Lorenzato, 1995, p. 5).

De acordo com Nasser e Sant'Anna (1997), o ensino de Geometria tem sido objeto de reflexões e propostas de mudança, pois muitos estudantes apresentam dificuldades na aprendizagem dos conceitos geométricos e baixo desempenho nessa área. Em muitos casos, esse conteúdo é trabalhado de forma fragmentada, priorizando a memorização de fórmulas e procedimentos em detrimento da compreensão dos conceitos e de suas relações. Como consequência, muitos estudantes apresentam dificuldades para reconhecer propriedades das figuras geométricas, estabelecer conexões entre conceitos e desenvolver um raciocínio geométrico consistente.

As dificuldades relacionadas ao estudo da Geometria vão além da aplicação de fórmulas. Muitos estudantes apresentam limitações para visualizar figuras bidimensionais e tridimensionais, interpretar representações gráficas, resolver situações-problema e compreender os conceitos e a linguagem matemática próprios dessa área.

Arcanjo Filho e Tavares (2011, p.2) afirmam que a Geometria é uma das áreas “que mais sofre rejeição quanto ao ensino por parte dos professores e quanto à aprendizagem por parte dos alunos, de modo que em muitas escolas os conteúdos referentes ao estudo de Geometria sequer são ministrados em sala de aula”.

[...] a Geometria entre a álgebra e a aritmética tem ficado em segundo plano [...]. De acordo com Pavanello apud Baldissera (2007) e Barbosa (2003), umas das possíveis causas do abandono da Geometria é a possibilidade dos professores de Matemática adiarem o conteúdo para o fim do ano letivo, correndo o risco de muitas vezes não ensiná-lo, devido ao acúmulo de conteúdos atrasados, ou até mesmo por insegurança (Beu, 2015, p.18).

Essas dificuldades evidenciam, por exemplo, a necessidade de propostas pedagógicas que considerem a forma como os estudantes constroem o conhecimento geométrico. Lanhoso (2020) ressalta que deve se conhecer as dificuldades dos estudantes e compreender em que fase do processo de aprendizagem e Van de Walle (2009), afirma que os estudantes de uma mesma turma não aprendem da mesma maneira nem no mesmo ritmo. Desse modo, essa diversidade de níveis de compreensão influencia diretamente o processo de ensino e aprendizagem da Geometria.

Em consonância com essa visão, a Teoria de Van Hiele (TVH) apresenta-se como um importante referencial para o ensino de Geometria, ao considerar que a aprendizagem ocorre por meio de diferentes níveis de compreensão, acompanhados de fases de aprendizagem que orientam a construção do conhecimento geométrico. Com base nessa teoria, o professor pode planejar atividades compatíveis com o nível de compreensão dos estudantes, contribuindo para uma aprendizagem mais significativa e para o desenvolvimento do pensamento geométrico. Nessa perspectiva, a Base Nacional Comum Curricular orienta que o ensino de conceitos geométricos seja desenvolvido de forma progressiva, favorecendo a compreensão dos conceitos, o raciocínio geométrico e a aplicação dos conhecimentos em diferentes situações, em vez de se restringir à memorização de definições e fórmulas (Brasil, 2018).

Segundo De Villiers (2010), a TVH foi desenvolvida por Dina van Hiele-Geldof e Pierre van Hiele a partir de suas pesquisas de doutorado, realizadas na Universidade de Utrecht, na Holanda, em 1957. Orientados pelo matemático Hans Freudenthal, Dina van Hiele-Geldof e Pierre van Hiele realizaram um estudo com estudantes de 12 e 13 anos voltado ao ensino de Geometria por meio da exploração de figuras geométricas. Com o falecimento de Dina logo após a conclusão de sua tese, Pierre deu continuidade aos estudos, aperfeiçoando e difundindo a teoria.

Nasser e Sant’Anna (1997) destacam que a Teoria de Van Hiele oferece uma contribuição significativa para o ensino de Geometria. Por ter sido construída

a partir de experiências em sala de aula, essa teoria reúne fundamentos cognitivos e pedagógicos que auxiliam o professor no planejamento de estratégias de ensino voltadas ao desenvolvimento do pensamento geométrico.

No Brasil, as primeiras publicações sobre a teoria tiveram como destaque o trabalho do professor Nilson José Machado, apresentado no livro *Matemática e Língua Materna*, publicado pela Editora Cortez em 1990. Posteriormente, em 1992, o Projeto Fundão, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, publicou a apostila *Proposta de Geometria segundo a Teoria de Van Hiele*, contribuindo para a divulgação e aplicação desse modelo no ensino de Geometria (Kaleff et al., 1994).

Santos (2015, p.34-35) afirma que

O modelo de desenvolvimento geométrico e as fases de aprendizagem desenvolvidas pelos Van Hiele propõem um meio de identificar o nível de maturidade geométrica dos alunos e indicam caminhos para ajudá-los a avançar de um nível para outro. Ressalta-se que, mais do que a maturidade, é o ensino o fator que contribui significativamente para esse modelo. A teoria de Van Hiele propõe que o desenvolvimento do pensamento em Geometria seja dividido em níveis. A composição desses níveis se deu por influência da Teoria Piagetiana, identificando quatro fatores atuantes no processo de desenvolvimento cognitivo: maturação, experiência com o mundo físico, experiências sociais e equilíbrio. Na teoria de Van Hiele, contudo, atenção maior é dada ao processo de ensino-aprendizagem, sendo este um meio através do qual o estudante atinge certo nível de desenvolvimento (apud Alves; Sampaio, 2010).

Desse modo, a TVH é um modelo subdividido em cinco níveis, sequenciais e hierárquicos que descrevem o desenvolvimento da compreensão dos estudantes em geometria (Braga; Dorneles, 2011). Cada nível corresponde a uma forma específica de compreender os conceitos geométricos. Essa compreensão influencia a maneira como os estudantes identificam, classificam, definem e justificam as propriedades das figuras.

É evidente que o alcance de um nível é resultado de um processo de aprendizagem. (...) De qualquer modo, seria um deplorável erro supor que um nível é alcançado como resultado de uma maturação biológica que o professor ajuda a influenciar (Hiele, 1986, p. 65).

Os níveis descritos pela teoria são: Visualização, Análise, Dedução informal, Dedução formal e Rigor. Os níveis são organizados de forma sequencial, o que significa que a progressão entre eles ocorre gradualmente, sendo necessário consolidar as aprendizagens de um nível antes de avançar para o seguinte.

Além dos níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico, Van Hiele propôs cinco fases de aprendizagem que orientam o planejamento das atividades de ensino: informação, orientação dirigida, explicação, orientação livre e integração.

Essas fases organizam o processo de aprendizagem de forma gradual, permitindo que os estudantes construam os conhecimentos necessários para avançar em cada nível de raciocínio. As fases de aprendizagem não estão vinculadas a um nível específico. Em cada nível do modelo, o processo inicia-se pela fase de informação e segue, de forma sequencial, pelas demais fases. Ao concluir esse percurso, espera-se que os estudantes tenham desenvolvido os conhecimentos e as habilidades necessárias para avançar ao nível seguinte do pensamento geométrico (Santos; Mazzini, 2021, p.7).

Ao longo da minha trajetória como docente na Educação Básica e no Ensino Superior, pude observar que muitos estudantes apresentam dificuldades na aprendizagem da Geometria. Essas dificuldades são recorrentes em diferentes níveis de ensino e refletem diretamente no desempenho dos alunos, especialmente na compreensão de conceitos e na resolução de problemas geométricos.

Essas vivências despertaram o interesse em investigar formas de contribuir para o ensino dessa área da Matemática. Ao ingressar no curso de mestrado, esse interesse foi fortalecido pelas discussões teóricas e pelos estudos desenvolvidos durante a formação, permitindo compreender com maior profundidade os desafios relacionados ao ensino de Geometria e as possibilidades oferecidas pela Teoria de Van Hiele.

Desse modo, o problema de pesquisa que orienta esta dissertação surgiu da articulação entre a experiência profissional construída ao longo da prática docente e os conhecimentos adquiridos durante o mestrado, os quais motivaram a elaboração de uma sequência didática voltada ao ensino dos triângulos para estudantes da 1ª série do Ensino Médio.

Considerando esse cenário, esta pesquisa tem como foco a elaboração de uma sequência didática voltada ao ensino de triângulos para alunos da 1ª série do Ensino Médio, fundamentada na Teoria de Van Hiele. A escolha desse conteúdo decorre de sua importância para a compreensão de diversos conceitos da Geometria e de suas aplicações em diferentes contextos matemáticos.

Diante desse contexto, a pesquisa busca responder à seguinte questão: quais elementos da Teoria de Van Hiele devem orientar a elaboração de uma sequência didática para o ensino de triângulos na 1ª série do Ensino Médio, de modo a favorecer o desenvolvimento do pensamento geométrico dos estudantes?

Para responder a essa questão, estabeleceu-se como objetivo geral elaborar uma sequência didática fundamentada na Teoria de Van Hiele para o ensino de triângulos na 1ª série do Ensino Médio, considerando os níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico e as fases de aprendizagem propostas por esse modelo teórico.

A pesquisa caracteriza-se como qualitativa, de natureza exploratória, e tem

como produto educacional uma sequência didática destinada a subsidiar a prática de professores de Matemática no Ensino Médio. Sua elaboração foi fundamentada em pesquisa bibliográfica sobre o ensino de Geometria, na Teoria de Van Hiele e em uma revisão de dissertações de mestrado profissional publicadas entre 2020 e 2026, com o objetivo de identificar contribuições recentes para o ensino de Geometria.

Esta dissertação está organizada em cinco capítulos. O primeiro apresenta discussões sobre o ensino de Geometria na Educação Básica e sua importância para a formação dos estudantes. O segundo aborda os fundamentos da Teoria de Van Hiele, destacando seus níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico e suas fases de aprendizagem. O terceiro reúne uma revisão de estudos relacionados à utilização dessa teoria no ensino de Geometria. O quarto descreve os aspectos metodológicos da pesquisa e os procedimentos adotados para a elaboração do produto educacional. Por fim, o quinto capítulo apresenta a sequência didática desenvolvida, seguida das considerações finais, nas quais são retomados os objetivos da pesquisa e suas principais contribuições para o ensino de Matemática.

O Ensino de Geometria na Educação Básica

Este capítulo foi elaborado a partir de reflexões e estudos voltados ao Ensino de Geometria na Educação Básica. Para sua elaboração, foram consideradas diferentes pesquisas e discussões teóricas que abordam a importância desse conteúdo no processo de aprendizagem de matemática. Ao longo do capítulo, busca-se compreender como a Geometria tem sido trabalhada no contexto escolar, destacando seus desafios, possibilidades e contribuições para o desenvolvimento do pensamento matemático.

O ensino de Matemática deve ir além da simples resolução de exercícios, buscando mostrar ao aluno que esse conhecimento está presente em diversas situações do dia a dia e é fundamental para o desenvolvimento humano. Nesse interim, “os Parâmetros Curriculares Nacionais sinalizam a importância de se trabalhar com a Matemática, em sala de aula, sob dois aspectos: 1) as aplicações no cotidiano; 2) as aplicações e avanços na própria ciência Matemática” (Teixeira Filho, 2002, p. 17).

Nesse contexto, a Geometria assume um papel importante, pois permite ao estudante perceber a Matemática de forma mais concreta e visual. Ao trabalhar com formas, medidas e organização do espaço, o aluno consegue relacionar o conteúdo com situações reais, como a construção de objetos e a compreensão do ambiente em que vive. Além disso, contribui para o desenvolvimento do raciocínio lógico e da percepção espacial, fortalecendo a aprendizagem matemática como um todo. Dessa forma, ao integrar a Matemática com a Geometria, o ensino se torna mais significativo, favorecendo tanto a compreensão dos conteúdos quanto a aplicação do conhecimento em diferentes contextos.

Rabaiolli, Strohschoen e Giongo (2013) afirmam que a geometria possibilita a compreensão da realidade de forma crítica, relacionando o conteúdo com situações concretas, partindo do abstrato para o concreto. Assim, o estudante passa a entender o mundo de uma outra perspectiva, favorecendo a percepção espacial e a visualização.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) ressaltam a importância dos conhecimentos geométricos, uma vez que “[...] o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma

organizada, o mundo em que vive.” (Brasil, 1998, p.51). A geometria contribui então, para que o aluno desenvolva habilidades importantes, como a percepção espacial, a interpretação de formas e a capacidade de estabelecer relações entre diferentes elementos. Além disso, esse tipo de pensamento favorece a organização das ideias e auxilia na resolução de situações do cotidiano, permitindo que o estudante compreenda melhor o espaço ao seu redor e atue de forma mais consciente em diferentes contextos.

A geometria pode ser o caminho para desenvolvermos habilidades e competências necessárias para a resolução de problemas do nosso cotidiano, visto que o seu entendimento nos proporciona o desenvolvimento da capacidade de olhar, comparar, medir, adivinhar, generalizar e abstrair (Bulos, 2011, p.5).

Percebe-se também a conexão desse componente curricular com outros conteúdos matemáticos. O estudo de Rabaiolli, Strohschoen e Giongo (2013) afirma que a geometria apresenta uma grande conexão com a álgebra e a aritmética, por ser um conteúdo em que o estudante pode visualizar e manipular objetos, o que facilita a aprendizagem, pois o aluno consegue construir o conteúdo com maior ênfase. Além disso, ao trabalhar com representações visuais, o aluno consegue estabelecer relações com maior clareza, o que contribui para a construção do conhecimento de forma mais significativa.

A Geometria é a mais eficiente conexão didático-pedagógica que a Matemática possui: ela se interliga com a Aritmética e com a Álgebra porque os objetos e relações dela correspondem aos das outras; assim sendo, conceito, propriedades e questões aritméticas ou algébricas podem ser classificados pela Geometria, que realiza uma verdadeira tradução para o aprendiz (Lorenzato, 1995, p.6).

A Geometria não deve ser vista de forma isolada, mas como parte de um conjunto de ideias que se articulam dentro da própria Matemática, fortalecendo o entendimento dos conteúdos. Ela “favorece a percepção espacial e a visualização, sendo conhecimento relevante para as diferentes áreas, permitindo que o aluno desenvolva sua percepção, sua linguagem e raciocínio geométrico de forma a construir conceitos” (Rogenski; Pedroso, 2013, p.2).

Mais do que compreender os conteúdos, o domínio dos conceitos geométricos contribui para a organização do pensamento e para o desenvolvimento do raciocínio. Ao lidar com formas, relações e propriedades, o estudante passa a estruturar melhor suas ideias, o que favorece a construção de argumentos mais claros e coerentes. Além disso, esse processo auxilia na tomada de decisões e na resolução de problemas, tornando o pensamento mais lógico e articulado ao longo da aprendizagem. Dobarro e Brito (2010) destacam que o estudante que compreende os conceitos geométricos

desenvolve a capacidade de estabelecer relações entre ideias, o que contribui para a organização do pensamento e para o avanço do raciocínio dedutivo.

De acordo com Beu (2014, p.21):

A Geometria faz com que os alunos percebam a tridimensionalidade dos objetos que o cercam, tanto de formas geométricas regulares como irregulares, o conteúdo em si estimula a imaginação, o raciocínio, a criatividade. É de suma importância desde seus fatos históricos até sua aplicabilidade em construções, agricultura (formação de canteiros, dimensionamento de plantas), hidráulica (sistema de irrigação), pecuária (formação de piquetes), resolução de problemas, tudo envolvendo cálculos e medidas.

Dessa forma, a aprendizagem da geometria contribui também para a melhora da utilização de termos matemáticos, aperfeiçoamento na linguagem e termos geométricos, “os procedimentos aprendidos, entre eles as destrezas em geometria, como desenhar, planificar, usar nomes corretos, visualizar transformações em figuras, generalizar os conceitos para outros tópicos da Matemática e para situações do dia a dia (Dobarro; Brito, 2010, p. 35).

No trabalho de Arcanjo Filho e Tavares (2011), “O Ensino de Geometria numa Perspectiva Interdisciplinar como Iniciativa para uma Abordagem Transdisciplinar”, é destacado a importância do ensino da geometria. Dentre eles, ressalta-se sua contribuição para outras disciplinas e se “justifica pelo fato dela auxiliar conteúdos de outras disciplinas, como por exemplo, leitura de mapas e interpretação de gráficos e tabelas” (p.3). Os autores também recorrem a Lorenzato (1995, p. 6), que enfatiza o papel da Geometria como suporte para diferentes áreas do conhecimento, evidenciando sua presença em situações que envolvem medidas, representações e organização do espaço:

A Geometria é um excelente apoio às outras disciplinas: como interpretar um mapa, sem o auxílio da Geometria? E um gráfico estatístico? Como compreender conceitos de medida sem ideias geométricas? A história das civilizações está repleta de exemplos ilustrando o papel fundamental da Geometria (que é carregada de imagens) teve na conquista de conhecimentos artísticos, científicos e, em especial, matemáticos.

Nesse sentido, percebe-se que a Geometria vai além do campo matemático, contribuindo de forma significativa para a aprendizagem em outras áreas e para a compreensão de diferentes fenômenos. Sua presença em diversas situações do cotidiano e em diferentes campos do saber reforça sua relevância no contexto escolar. Assim, trabalhar a Geometria de forma articulada com outras disciplinas possibilita ao aluno estabelecer conexões, tornando o aprendizado mais significativo e contribuindo para uma formação mais ampla e integrada.

Teixeira Filho (2002, p.25) também discorre que trabalhar com atividades geométricas favorecem:

a) desenvolvimento da noção de espaço. Percepção espacial diz respeito à habilidade de orientar-se no espaço, coordenar diferentes ângulos de observação e de objetos no espaço. Essas habilidades contribuem para o melhor desempenho do indivíduo em suas ocupações cotidianas. [...] b) o desenvolvimento da habilidade de observação do espaço tridimensional e da elaboração de meios de se comunicar a respeito desse espaço. Isso é importante num mundo onde as fontes de informação utilizam predominantemente a imagem (cinema, televisão, cartazes, ...). [...] c) o desenvolvimento de uma atitude positiva em relação ao estudo da Matemática. A escrita dos números envolve a noção de posição. Para efetuar medições, devemos comparar figuras. [...] d) a integração com outras áreas. Informações relativas a várias áreas do conhecimento são dadas por medidas que utilizam gráficos, tabelas, desenho em escala, mapas. [...].

O autor destaca que as atividades geométricas contribuem de forma significativa para o desenvolvimento de diferentes habilidades nos estudantes. Entre elas, está a noção de espaço, que envolve a capacidade de se orientar, perceber posições e compreender diferentes pontos de vista. Essas habilidades são importantes não apenas no contexto escolar, mas também em situações do cotidiano. O autor também aponta que a Geometria favorece a observação e a compreensão do espaço tridimensional, além de auxiliar na comunicação de ideias relacionadas a esse espaço, especialmente em um contexto em que as informações são frequentemente apresentadas por meio de imagens. Outro aspecto relevante é a contribuição para uma postura mais positiva em relação à Matemática, já que o contato com atividades geométricas pode tornar o aprendizado mais significativo e acessível.

No entanto, mesmo diante de tantos benefícios, o ensino de Geometria ainda enfrenta diversos desafios no contexto escolar. Segundo Lorenzato (1995), existem várias razões que ajudam a explicar as dificuldades no ensino de Geometria. Uma delas está relacionada à formação de alguns professores, que nem sempre tiveram uma boa base nesse conteúdo e, por isso, acabam deixando de trabalhá-lo com mais segurança em sala de aula. Outro fator importante para o autor é a forma como a Geometria aparece nos livros didáticos, geralmente colocada no final, o que faz com que muitas vezes não haja tempo suficiente para abordá-la.

Bittar (2000, p.50) argumenta que “[...] fatores citados por professores para esta situação ressaltamos: falta de controle sobre a atividade realizada pelos alunos, ausência de validação das conjecturas dos alunos, falta de motivação, conceitos sem sentidos, construções “estáticas”, etc.” Esses aspectos mostram que, muitas vezes, o ensino de Geometria acaba se limitando à reprodução de procedimentos, sem que

os alunos tenham a oportunidade de explorar, questionar e construir seus próprios entendimentos. Com isso, os conteúdos podem perder significado, dificultando o envolvimento dos estudantes e o desenvolvimento do raciocínio geométrico.

Para Cruz (2022, p.110) “as dificuldades na aprendizagem da Geometria se dão pela falta de conhecimento dos alunos por não terem tido contato em séries anteriores”. Isso acontece porque, muitas vezes, os conteúdos geométricos não recebem a mesma atenção no currículo e acabam sendo deixados em segundo plano, enquanto outros conteúdos, como Álgebra e Estatística, são priorizados. Como consequência, os estudantes chegam às séries mais avançadas sem uma base sólida, o que dificulta a compreensão de conceitos mais complexos.

Além disso, essa lacuna pode gerar insegurança e desinteresse, tornando o aprendizado ainda mais desafiador. Lindquist (1994) chama atenção para esse problema ao afirmar que muitas dificuldades em conteúdos como o cálculo estão relacionadas a uma formação geométrica frágil. Isso pode ser percebido em diferentes aspectos, como na dificuldade de visualizar figuras, compreender conceitos básicos ou aplicar propriedades.

Gómez-Granel (1997, p.274) aborda essa questão. Para ele se o aluno se prender apenas a procedimentos intuitivos e não internalizar os conceitos, ele passa de um procedimento ao outro, automaticamente, dando um “um ‘salto mortal’ entre o conceitual e o simbólico”. No entanto, na prática isso não acontece. O discente passa a manipular símbolos e conceitos sem compreender o significado. Desse modo, quando esses conhecimentos não são bem construídos, o estudante encontra obstáculos para avançar em outros conteúdos. Por isso, é importante fortalecer o ensino de Geometria desde os primeiros anos, garantindo que os alunos desenvolvam uma base mais sólida, o que contribui não apenas para esse conteúdo, mas para a aprendizagem matemática como um todo.

Além disso, a maneira como esse conteúdo é apresentado também pode dificultar a aprendizagem, já que, em muitos casos, ele se resume a definições, propriedades e fórmulas, sem uma abordagem mais próxima da realidade do aluno. Com isso, a Geometria pode acabar sendo vista como algo distante e difícil, quando, na verdade, poderia ser explorada de forma mais dinâmica e significativa.

Em síntese, as dificuldades dos alunos em aprender Geometria podem estar ligadas a diferentes fatores, como os já mencionados, mas também ao nível de desenvolvimento do pensamento geométrico. Nem todos os estudantes estão no mesmo estágio de compreensão, e isso precisa ser considerado no processo de ensino. Nesse sentido, é fundamental que o professor busque identificar em que nível de pensamento cada aluno se encontra, para então propor atividades que façam sentido e que possibilitem avanços de forma gradual. Um planejamento organizado, com

atividades em sequência, pode favorecer essa evolução, permitindo que o estudante construa o conhecimento passo a passo.

Diante desse cenário, a Teoria de Van Hiele (TVH) se apresenta como uma importante alternativa, pois parte do princípio de que os alunos pensam a Geometria de maneiras diferentes, mas todos têm potencial para desenvolver esse pensamento ao longo do tempo (Van de Walle, 2009). Por ter sua origem em situações de sala de aula e estar voltada para o desenvolvimento progressivo do pensamento geométrico, a TVH oferece contribuições relevantes para o ensino. Ao considerar tanto os aspectos cognitivos quanto as práticas pedagógicas, essa teoria se mostra uma ferramenta útil para ajudar a superar dificuldades e promover uma aprendizagem mais significativa em Geometria (Nasser; Sant'Anna, 1997).

Observa-se, assim, que o ensino da geometria deve ser cumprido no planejamento escolar e ao mesmo tempo em que este conteúdo deve ser abordado, há a necessidade de não ser só mais uma mera repetição de conceitos e teoremas lineares, sequenciais e planos, como apontam a maioria dos livros didáticos não proporcionando ao aluno uma dimensão mais abrangente e profunda que possibilite estabelecer relações teórico-práticas. É fundamental que se busque uma cuidadosa análise acerca de alternativas metodológicas com diversos recursos que auxiliarão no processo de ensino e de aprendizagem. (Rabaiolli, Strohschoen e Giongo, 2013, p.3).

Portanto, torna-se fundamental valorizar o ensino de Geometria desde os anos iniciais, garantindo que os alunos tenham oportunidades de explorar, compreender e construir conhecimentos de forma gradual. Dessa maneira, é possível favorecer um aprendizado mais consistente e contribuir para o desenvolvimento do raciocínio matemático ao longo da Educação Básica.

Destaca-se também a integração com outras áreas do conhecimento, uma vez que muitos conteúdos envolvem representações como gráficos, tabelas, mapas e desenhos em escala. Dessa forma, a Geometria se apresenta como um elemento fundamental no processo de ensino e aprendizagem, contribuindo não apenas para o desenvolvimento cognitivo, mas também para a formação de habilidades úteis em diferentes contextos. Torna-se necessário então, repensar as práticas de ensino, buscando estratégias que favoreçam uma aprendizagem mais significativa, aproximando o conteúdo da realidade dos alunos e tornando-o mais acessível e interessante.

A escolha da Geometria se justifica por sua contribuição para a compreensão, descrição e relação com o espaço em que vivemos. Por meio dela, o aluno consegue interpretar melhor o ambiente ao seu redor, reconhecendo padrões, formas e proporções presentes no cotidiano. Assim, a Geometria não apenas favorece a aprendizagem matemática, mas também auxilia na formação de um olhar mais crítico e atento sobre a realidade.

Diante disso, fica claro que o ensino de Geometria é essencial para os alunos, de modo que é preciso encontrar estratégias que facilitem o processo ensino-aprendizagem desse ramo do conhecimento matemático, a fim de que os educandos possam apropriar-se cada vez mais do saber geométrico.

A Teoria de Van Hiele

A Teoria de Van Hiele (TVH) se originou na Universidade de Utrecht, na Holanda, no ano de 1957. Motivados pelas dificuldades de aprendizagem em geometria, um casal de professores do curso secundário, investigou a situação (Jaime; Gutierrez, 1990). Foi nas atividades da tese de doutorado em Matemática e Ciências Naturais, sob orientação do educador Hans Freudenthal, os pesquisadores Dina Van Hiele-Geoldof e Pierre Van Hiele, detectaram lacunas nos conhecimentos geométricos dos estudantes.

Na tentativa de melhorar esse desempenho em geometria, houve a necessidade de intervenções específicas de modo hierárquico para promover o desenvolvimento de pensamento geométrico dos alunos. Segundo Santos (2015), o resultado da pesquisa foi publicado após a conclusão do doutorado e Pierre quem esclareceu e aperfeiçoou a tese, pois Dina faleceu após a finalização da pesquisa.

O modelo idealizado pelos Van Hiele baseia-se na ideia de que o pensamento geométrico é sequencial e hierárquico, levando em conta as especificidades do processo de aprendizagem. Desse modo, deve-se iniciar com conceitos básicos, sendo a compreensão das figuras geométricas, por exemplo, até o entendimento de provas e demonstrações. A TVH é composta de “cinco níveis de compreensão, denominados visualização ou reconhecimento, análise, dedução informal, dedução formal e rigor os quais descrevem as características dos processos de pensamento” (Costa Júnior; Silva, 2014, p.3).

Diversos autores discutem acerca da utilização dessa teoria para o ensino de geometria, Kaleff (1994), por exemplo, afirma que o insucesso do aprendizado geométrico ocorre porque os problemas trazidos para os alunos exigem uma linguagem apropriada ou a utilização de conceitos e propriedades que estão além do nível de pensamento que eles possuem. Dessa forma, quando as tarefas estão acima da capacidade de compreensão do estudante, o processo de aprendizagem tende a se tornar mais difícil.

E ainda, Alves e Sampaio (2010) discorre que a atenção maior é dada ao processo de ensino-aprendizagem, que é o meio pelo qual ele atingirá o nível

de desenvolvimento. Nesse sentido, torna-se fundamental que o professor organize as atividades de maneira progressiva, considerando as etapas de compreensão dos estudantes, de modo a favorecer a construção gradual dos conceitos geométricos.

Os Van Hiele atribuíram a principal razão da falha do currículo de geometria tradicional ao fato de que o currículo era apresentado em um nível mais alto do que o dos alunos, ou seja, eles não conseguiam entender o professor e o professor não conseguia entender o porquê eles não conseguiam entender! (Villiers, 2010, p.2).

Nesse contexto, a TVH mostra que a aprendizagem da geometria acontece de forma gradual, passando por diferentes níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico. Cada nível representa uma maneira específica de compreender as figuras, suas propriedades e relações. Quando o ensino é realizado sem considerar esses níveis, muitos alunos encontram dificuldades para acompanhar as explicações e compreender os conceitos apresentados. Dessa forma, torna-se importante que o professor organize o ensino de geometria de maneira que respeite o nível de compreensão dos estudantes, propondo atividades que contribuam para o desenvolvimento progressivo do pensamento geométrico.

Essa progressão só ocorre por meio da compreensão e vivência de atividades adequadas e o aluno só atinge o nível superior, após passar pelos níveis anteriores, preenchendo as lacunas de aprendizagem. De acordo com a TVH, o desenvolvimento do pensamento geométrico ocorre por meio de cinco níveis. Inicialmente, esses níveis foram organizados de 0 a 4. No entanto, após discussões e críticas, especialmente por parte de pesquisadores americanos, o modelo foi reorganizado. Em 1986, Pierre Van Hiele apresentou uma nova forma de numeração, passando a considerar os níveis de 1 a 5, com descrições mais gerais e voltadas ao comportamento dos estudantes (Oliveira, 2012).

No primeiro nível, denominado de Reconhecimento ou Visualização, Cordeiro (2019) afirma que os estudantes raciocinam basicamente por meio de considerações visuais. [...]. Segundo Ferreira (2013), o aluno reconhece, nesse nível, as figuras como entes globais, ou seja, sem considerar seus atributos tampouco lhe atribui propriedades. No segundo Nível, denominado de Análise, Campos (2020) afirma que os alunos começam a perceber conceitos geométricos através das propriedades das figuras. [...] Ademais, Ferreira (2013), o aluno inicia suas experimentações utilizando as características das figuras geométricas. Contudo, um aluno neste nível ainda está impossibilitado de realizar inter-relações com outras figuras semelhantes ou entender definições. No terceiro nível, denominado de Dedução Informal, os alunos são capazes de acompanhar e apreciar um argumento dedutivo informal sobre formas e suas propriedades (ASSAD, 2017). Nesse cenário, Silva (2021) diz que o aluno reconhece classes de figuras, entende a inclusão

e interseção de classes e consegue classificar figuras seguindo uma hierarquia [...] esse aluno consegue perceber que um cubo é um prisma porque é dotado de todas as propriedades do prisma. No quarto nível, denominado de Dedução Formal, Santos (2014) acredita que, ao atingir este nível, o aluno é capaz de realizar demonstrações que envolvem conceitos formais, além de visualizar outras possibilidades de realizá-las. [...] No quinto e último nível, denominado de Rigor, os estudantes entendem a estrutura de vários sistemas dedutivos com muito rigor. Comparam sistemas baseados em diferentes axiomas e estudam várias geometrias na ausência de modelos concretos. São capazes de se aprofundarem na análise de propriedades de um sistema dedutivo, tais como consistência, independência e completude dos axiomas [...] (Cordeiro, 2019, p. 23-24).

É interessante salientar que de acordo com a TVH um aluno não pode passar do nível mais básico para o nível mais avançado sem passar pelos três níveis entre eles (Santos et al., 2023). Cada etapa representa uma forma diferente de compreender os conceitos geométricos e possui características próprias. Nesse sentido, percebe-se que existe uma organização hierárquica entre os níveis, em que cada um desempenha um papel fundamental no processo de aprendizagem. Assim, respeitar essa sequência é essencial para que o aluno desenvolva seu raciocínio de maneira consistente, construindo conhecimentos de forma progressiva e significativa.

Nasser e Sant'Anna (2010) construíram um quadro para facilitar a organização dos níveis junto a exemplos:

Tabela 2.1: Os níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele

Níveis	Características	Exemplo
1º Nível Visualização	Reconhecimento, comparação e nomenclatura das figuras geométricas por sua aparência global.	Classificação de recortes de quadriláteros em grupos de quadrados, retângulos, paralelogramos, losangos e trapézios.
2º Nível Análise	Análise das figuras em termos de seus componentes, reconhecimento de suas propriedades e uso dessas propriedades para resolver problemas.	Descrição de um quadrado através de propriedades: 4 lados iguais, 4 ângulos retos, lados opostos iguais e paralelos.
3º Nível Dedução informal	Percepção da necessidade de uma definição precisa, e de que uma propriedade pode decorrer de outra. Argumentação lógica informal e ordenação de classes de figuras geométricas.	Descrição de um quadrado através de suas propriedades mínimas: 4 lados iguais, 4 ângulos retos. Reconhecimento de que o quadrado é também um retângulo.
4º Nível Dedução formal	Domínio do processo dedutivo e das demonstrações. Reconhecimento de condições necessárias e suficientes.	Demonstração de propriedades dos triângulos e quadriláteros usando a congruência de triângulos.
5º Nível Rigor	Capacidade de compreender demonstrações formais; estabelecimento de teoremas em diversos sistemas e comparação deles.	Estabelecimento e demonstração de teoremas em uma geometria finita.

Fonte: Nasser e Sant'Anna (2010, p. 7).

Nos níveis mais elevados, o estudante já é capaz de compreender demonstrações e acompanhar argumentos dedutivos próprios da matemática formal. Dessa forma, a TVH contribui para a compreensão de como os alunos constroem o conhecimento geométrico e evidencia a importância de práticas pedagógicas que favoreçam a evolução gradual desse pensamento.

Dessa forma, a TVH se destaca por apresentar características que favorecem a aprendizagem da geometria. Esse modelo contribui para compreender como ocorre o desenvolvimento do pensamento geométrico dos estudantes e como o ensino pode ser organizado para facilitar esse processo. Nasser e Sant'Anna (2010, p. 79) apresenta, em seus estudos, algumas das principais características que fundamentam essa teoria.

Tabela 2.2: Principais características e descrição do modelo de Van Hiele

Característica	Descrição
Hierárquica	Os níveis obedecem a uma hierarquia, isto é, para atingir certo nível é necessário passar antes por todos os níveis inferiores. Por exemplo, o aluno só consegue perceber a inclusão de classes de quadriláteros (nível de abstração) se distinguir as propriedades de cada uma dessas classes (nível de análise).
Linguística	Cada nível tem uma linguagem, conjunto de símbolos e sistemas de relações próprios. Por exemplo, não adianta falar em propriedade com os alunos que ainda estão no nível de reconhecimento, pois eles não conhecem ainda esse significado da palavra.
Conhecimentos intrínsecos	Em cada nível, o aluno tem conhecimentos que estão intrínsecos e eles não conseguem explicar. No nível seguinte é que esses conhecimentos serão explicados. Por exemplo, o aluno no nível de reconhecimento é capaz de reconhecer um quadrado, sem conseguir explicar por que aquela figura é um quadrado. Só quando atingir o nível de análise é que será capaz de explicar, através da exploração dos componentes do quadrado e de suas propriedades.
Nivelamento	Não há entendimento entre duas pessoas que raciocinam em níveis diferentes, ou se a instrução é dada num nível mais avançado que o atingido pelo aluno. Por exemplo: não adianta o professor pedir a um aluno que está raciocinando no nível de análise para fazer deduções, pois neste nível ele ainda não domina o processo dedutivo.
Avanço	O progresso entre os níveis depende da instrução oferecida, isto é, o aluno só progride para o nível seguinte depois de passar por atividades específicas, que o preparem para esse avanço.

Fonte: Nasser e Sant'Anna (2010, p. 79).

É importante destacar que, segundo Nasser e Sant'Anna (2010), essas características não precisam ocorrer de forma linear, podendo acontecer em diferentes ordens e, em alguns casos, até simultaneamente. No entanto, característica final só deve ser trabalhada depois que as anteriores forem desenvolvidas, pois elas são fundamentais para a construção das estruturas de aprendizagem necessárias. Além disso, um mesmo aluno pode apresentar níveis diferentes de pensamento geométrico dependendo da atividade realizada, situando-se em um nível em determinada situação e em outro ao realizar uma tarefa diferente.

2.1 Fases de Aprendizagem da Teoria de Van Hiele

As fases propostas pelo casal Van Hiele têm como objetivo orientar o trabalho pedagógico do professor, auxiliando os alunos a avançarem gradualmente em seus níveis de raciocínio geométrico (Santos, 2015). Cada fase representa um momento do processo de aprendizagem em que determinadas estratégias de ensino

podem favorecer a compreensão dos conceitos. Dessa forma, ao planejar suas aulas considerando essas etapas, o professor cria condições para que os estudantes desenvolvam o pensamento geométrico de maneira progressiva, passando de formas mais simples de compreensão para níveis mais elaborados de análise e argumentação.

Segundo Alves e Sampaio (2010, p.3):

No modelo de van Hiele, quando o ensino é desenvolvido de acordo com as fases de aprendizagem, há o favorecimento para a aquisição de um nível de pensamento num dado assunto da geometria. Nasser (1991), apud Purificação (1999), ressalta que as fases delineadas no modelo de van Hiele podem ocorrer de forma simultânea e em diversas ordens. Porém, a última fase só deve ser utilizada após o desenvolvimento das anteriores, imprescindíveis para fornecer as estruturas de aprendizagem. Um importante fato, considerado por vários autores, é a relação existente entre a epistemologia genética de Jean Piaget e o modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico de van Hiele.

A partir das leituras realizadas, é possível perceber certa aproximação entre o modelo proposto por Piaget e a Teoria de Van Hiele. Essa semelhança se deve, principalmente, ao fato de ambas considerarem que o conhecimento se desenvolve em etapas. Na TVH a preocupação maior é com o processo de ensino e com a aprendizagem, enquanto a teoria de Piaget se refere ao desenvolvimento. “O próprio van Hiele diferencia as duas teorias, ressaltando que a psicologia de Piaget era de desenvolvimento e não de aprendizagem, mas admite ter recebido algumas influências após leituras de alguns textos piagetianos” (Alves; Sampaio, 2010, p.4). Dessa forma, embora apresentem pontos em comum, as duas teorias possuem objetivos distintos. A TVH se mostra mais aplicável ao ensino de Geometria, pois oferece orientações que auxiliam o professor a compreender como os alunos pensam e como podem avançar em seu raciocínio, respeitando as etapas desse processo.

De acordo com Santos (2015, p.37-38) as fases de aprendizagem são:

1. Interrogação informada Professor e aluno conversam e desenvolvem atividades sobre os objetos de estudo do respectivo nível. Aqui se introduz o vocabulário específico do nível, são feitas observações e várias perguntas. É uma fase preparatória para estudos posteriores.
2. Orientação dirigida Atividades são desenvolvidas para explorarem as características de um nível e isso deve ser feito com o uso de material selecionado e preparado pelo professor.
3. Explicação Agora, o papel do professor é de somente orientar o aluno no uso de uma linguagem precisa e adequada. Baseando-se em experiências anteriores, os alunos revelam seus pensamentos e modificam seus pontos de vista sobre as estruturas trabalhadas e observadas.
4. Orientação livre Diante de tarefas mais complexas, os alunos procuram soluções próprias que podem ser concluídas de maneiras diferentes. Assim, eles ganham experiência ao descobrir

sua própria maneira de resolver tarefas. 5. Integração Nesta fase, o aluno relê e resume o que foi aprendido, com o objetivo de formar uma visão geral da nova rede de objetos e relações. Assim, o aluno alcança um novo nível de pensamento .

Assim, para a progressão de níveis é necessário a passagem do estudante por essas cinco fases de aprendizado, onde ele só completa o nível após atingir os níveis anteriores (Lopes; Nasser, 1997). As leituras realizadas apontam, de forma bastante consensual, que o aluno não consegue atingir níveis mais elevados sem antes dominar conceitos básicos. Isso ocorre porque, nos níveis superiores, são exigidas habilidades mais complexas, como argumentar, justificar ideias, estabelecer relações e, em alguns casos, elaborar demonstrações.

Nesse sentido, fica evidente a importância de garantir uma base sólida, para que o estudante possa avançar com segurança, desenvolvendo seu raciocínio de maneira gradual e consistente ao longo do processo de aprendizagem.

Diante do que foi apresentado, percebe-se que as fases da TVH têm um papel essencial na organização do ensino de Geometria, pois orientam o professor sobre como conduzir o processo de aprendizagem de forma mais adequada. Ao considerar essas etapas, torna-se possível respeitar o ritmo dos alunos e favorecer a construção do conhecimento de maneira mais clara e significativa. Assim, compreender essas fases não é apenas um aspecto teórico, mas uma ferramenta importante para a prática pedagógica, contribuindo para que os estudantes avancem gradualmente e desenvolvam um raciocínio geométrico mais consistente.

Revisão de Estudos

Este capítulo tem como objetivo apresentar um levantamento das pesquisas que abordam a Teoria de Van Hiele, especialmente no que se refere ao desenvolvimento do pensamento geométrico. A intenção é mapear as principais discussões acadêmicas recentes e observar como esse modelo teórico tem sido aplicado na sala de aula. Esse panorama permite localizar lacunas e pontos de convergência na literatura, servindo de base para fundamentar as reflexões que serão propostas ao longo deste trabalho.

Para isso, foi realizada uma busca no Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes). Como critérios de busca, foram utilizados os descritores “Teoria de Van Hiele”, “geometria” e “matemática”, resultando inicialmente em 61 trabalhos. A partir desse conjunto, foi feito um recorte considerando apenas produções publicadas entre os anos de 2020 e 2026, além da seleção de estudos vinculados a programas de mestrado profissional. Com isso, chegou-se a um total de 06 trabalhos, que passaram a compor este capítulo.

Em um primeiro momento, foram examinados os títulos dos trabalhos encontrados, com o objetivo de identificar aqueles que apresentavam maior proximidade com a temática proposta. Em seguida, realizou-se a leitura dos resumos, buscando verificar se os objetivos, as abordagens e os resultados estavam alinhados com a investigação sobre o uso da Teoria de Van Hiele no ensino de Geometria.

A escolha dessas pesquisas levou em conta a relação com o tema da dissertação, bem como a disponibilidade dos textos completos para consulta. A definição desse período também buscou garantir que as discussões analisadas fossem mais atuais.

O Quadro 3 apresenta uma síntese dos estudos selecionados a partir desses critérios. Nele, são organizadas informações como o título do trabalho, o(s) autor(es), o ano de publicação e o tipo de produção. Outros aspectos relevantes, como metodologia, principais resultados e conclusões, são discutidos ao longo do capítulo, permitindo uma compreensão mais ampla das contribuições desses estudos para a área.

Tabela 3.1: Resultados da pesquisa realizada no Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes)

Autor	Título	Ano	Tipo de produção
Sebastião Junior Monteiro Costa	Estudo dos Sólidos Geométricos na Contextualização Amazônica: A Etnomatemática da Cestaria do Matapi e a Teoria De Van Hiele	2021	Dissertação
Eber Oliveira Silva	Geometria Espacial na EJA: Uma Proposta de ensino à luz do Modelo van Hiele com auxílio do Software de Geometria Dinâmica GeoGebra	2021	Dissertação
Samuel Magalhães de Freitas	Desafios na Introdução à Geometria e às Construções Geométricas na Educação Básica	2021	Dissertação
Marcia Cristina Tognete Rocha	Letramento Geométrico: Conhecimentos Geométricos necessários para Professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental	2021	Dissertação
Barbara Ribeiro Silva Armando	Ensino de conceitos geométricos por meio do desenho geométrico	2023	Dissertação
Emanoellen Reus Alves dos Santos	Construção geométrica com aplicação didática no Ensino Médio	2023	Dissertação

Fonte: Autora, 2026.

Para a apresentação dos estudos organizados no quadro, buscou-se destacar alguns aspectos considerados importantes para a análise. Entre eles, estão as informações de identificação de cada trabalho, a questão de pesquisa e/ou seus objetivos, as atividades desenvolvidas, bem como os sujeitos envolvidos e o contexto em que a pesquisa foi realizada. Também foram considerados o tipo de pesquisa, a metodologia utilizada e os instrumentos empregados na produção e análise dos dados. Por fim, foram evidenciados os principais resultados alcançados em cada estudo, com o intuito de compreender melhor suas contribuições para o ensino de Geometria e para o desenvolvimento do pensamento geométrico à luz da TVH.

A primeira pesquisa analisada foi desenvolvida por Costa (2021) e teve como objetivo compreender como os conceitos de geometria espacial podem ser construídos a partir de elementos do cotidiano dos alunos. Para isso, o autor utilizou a confecção do matapi, um instrumento tradicional da cultura ribeirinha, como ponto de partida para o ensino de Geometria com estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental da Escola Irmã Stella Maria, localizada na região do rio Furo Grande, nas ilhas de Abaetetuba (PA). A proposta foi fundamentada na Teoria de Van Hiele, buscando articular os níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico com práticas contextualizadas.

A pesquisa combinou estudo bibliográfico com a realização de uma atividade pedagógica em sala de aula. A proposta consistiu em analisar de que forma a construção do matapi poderia despertar o interesse dos alunos, ao mesmo tempo em que favorecia a compreensão de conceitos geométricos. Também foram consideradas as particularidades dos estudantes e seus diferentes níveis de desenvolvimento, conforme a Teoria de Van Hiele. A coleta de dados foi realizada por meio de um questionário inicial, utilizado para identificar os conhecimentos prévios dos alunos sobre o tema.

Os resultados de Costa (2021) indicaram que a atividade possibilitou aos estudantes uma nova forma de perceber a Geometria, especialmente a geometria espacial. Ao relacionarem o conteúdo escolar com um elemento presente em sua realidade, os alunos passaram a compreender que a Matemática vai além de fórmulas e cálculos, podendo estar presente em práticas culturais do seu dia a dia. Dessa forma, o trabalho contribuiu para aproximar os saberes escolares dos saberes tradicionais, valorizando a cultura local no processo de aprendizagem.

Observou-se ainda que a utilização do matapi como recurso didático tornou as aulas mais participativas e significativas, despertando maior interesse dos alunos. A partir de uma perspectiva da etnomatemática, foi possível perceber que a integração entre contexto cultural e ensino favorece o envolvimento dos estudantes e amplia as possibilidades de aprendizagem.

No que diz respeito à intervenção realizada, verificou-se que a articulação entre a Teoria de Van Hiele e o uso de um elemento cultural local contribuiu para que os alunos assumissem um papel mais ativo no processo de aprendizagem. Assim, o objetivo do estudo de Costa (2021), aplicar o modelo teórico de Van Hiele no ensino de Geometria, a partir de um contexto ribeirinho, foi alcançado, evidenciando a importância de metodologias que valorizem a contextualização e tornem o ensino mais próximo da realidade dos estudantes.

O trabalho de Silva (2021), intitulado “Geometria Espacial na EJA: uma proposta de ensino à luz do Modelo Van Hiele com auxílio do software de geometria dinâmica GeoGebra”, teve como objetivo analisar os desafios e as possibilidades do ensino de geometria espacial na Educação de Jovens e Adultos (EJA). Para isso, o estudo se apoiou em documentos oficiais da Educação Básica, nas concepções que orientam a EJA, nas teorias sobre o desenvolvimento do pensamento geométrico e nos recursos metodológicos voltados para esse ensino. Ressalta-se que o autor não explicita, de forma detalhada, a metodologia utilizada na pesquisa.

O trabalho destaca a importância de o professor considerar as particularidades dos estudantes da EJA, como seus interesses, expectativas, experiências de vida, ritmos de aprendizagem e níveis de desenvolvimento do pensamento geomé-

trico. Nesse sentido, defende-se a necessidade de práticas pedagógicas mais sensíveis a esse público, que favoreçam uma aprendizagem mais significativa e adequada à sua realidade.

Para sustentar essa discussão, Silva (2021) dialoga com documentos oficiais e com autores como D'Ambrosio (2012), Fonseca (2005), Freire (1996), Gadotti e Romão (2000), Kaleff et al. (1994), Lorenzato (1995) e Nunes, Carraher e Schliemann (2011), entre outros. A partir dessas referências, busca-se compreender melhor as especificidades da EJA e refletir sobre caminhos possíveis para qualificar o ensino de Geometria.

Assim, o trabalho aponta para a necessidade de repensar práticas pedagógicas, de modo a garantir que o ensino de Geometria ocorra de forma mais efetiva, contribuindo para uma aprendizagem significativa. Dessa forma, reforça-se o papel do professor e da escola em assegurar uma educação de qualidade aos estudantes jovens e adultos, conforme previsto na legislação educacional vigente.

O estudo de Freitas (2021), com o título “Desafios na Introdução à Geometria e às Construções Geométricas na Educação Básica” teve como objetivo compreender as dificuldades presentes no ensino inicial de Geometria e das construções geométricas no Ensino Fundamental.

A pesquisa fundamenta-se na Teoria de Van Hiele, que aborda os diferentes níveis de compreensão geométrica dos estudantes, e defende o uso de práticas pedagógicas que valorizem atividades concretas e manipulativas, favorecendo uma aprendizagem mais significativa. Além disso, o estudo apresenta uma breve discussão sobre o desenvolvimento histórico da Geometria e analisa como as construções geométricas aparecem em documentos curriculares e em livros didáticos do estado de São Paulo.

Do ponto de vista metodológico, a pesquisa segue uma abordagem qualitativa. No que se refere à organização das atividades de ensino, o autor adotou a Engenharia Didática, conforme proposta por Artigue (1996). Segundo Freitas (2021), essa metodologia é estruturada em quatro etapas principais: análises preliminares, concepção e análise a priori, experimentação e, por fim, análise a posteriori e validação, etapas que dialogam com a lógica de progressão presente na Teoria de Van Hiele.

A aplicação das atividades e a coleta de dados ocorreram entre os meses de fevereiro e agosto de 2020, envolvendo duas turmas do 8º ano do Ensino Fundamental II, com 25 estudantes. As atividades propostas abordaram conceitos como retas paralelas, perpendiculares e bissetrizes, sendo desenvolvidas em contexto de ensino remoto, em razão da pandemia. Como principal instrumento, foi utilizada uma sequência didática que articulava construções geométricas com o uso de tecnologias

digitais e materiais manipuláveis.

Para identificar o nível de pensamento geométrico dos alunos, foi aplicado um teste baseado no modelo de Van Hiele, elaborado pelo Projeto Fundão (Nasser; Sant'Anna, 1997) e adaptado pelo pesquisador para facilitar a compreensão e melhorar a apresentação visual. Esse instrumento continha 15 questões organizadas em duas partes. Posteriormente, foi aplicado um segundo teste, com cinco questões, disponibilizado por meio da plataforma Google Formulários durante dois dias. Nessa etapa, houve participação de 30 estudantes, embora alguns não tenham concluído todas as respostas.

Em relação aos resultados, mesmo diante das dificuldades impostas pelo ensino remoto, observou-se que as atividades práticas contribuíram para maior envolvimento dos alunos e para a compreensão dos conceitos trabalhados. Freitas (2021) destaca que houve avanços no entendimento das figuras geométricas e de suas propriedades. O uso de tecnologias e de materiais manipuláveis mostrou-se especialmente importante nesse contexto, tornando as aulas mais dinâmicas e favorecendo a aprendizagem.

Assim, o estudo evidencia que propostas baseadas em atividades práticas podem contribuir de forma significativa para o ensino de Geometria, promovendo maior participação dos alunos e uma compreensão mais consistente dos conteúdos, mesmo em situações desafiadoras como o ensino remoto.

O estudo de Rocha (2021) teve como ponto de partida a seguinte questão: quais contribuições podem ser oferecidas, em encontros formativos, para professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental no que se refere ao ensino de Geometria? A partir disso, o objetivo geral foi identificar o nível de conhecimento geométrico desses professores em um contexto de formação continuada, além de discutir e propor práticas de letramento geométrico que pudessem contribuir tanto para sua formação quanto para sua atuação profissional.

A pesquisa de Rocha (2021) foi desenvolvida por meio de uma abordagem de pesquisa-ação, envolvendo um grupo de professores de escolas da rede municipal de ensino do interior do estado de São Paulo. A coleta de dados ocorreu em diferentes etapas: inicialmente, foi aplicado um questionário (Q1) com o objetivo de levantar o perfil de conhecimento geométrico dos participantes; em seguida, foram realizados encontros formativos que abordaram conteúdos de Geometria elementar, por meio de leituras, discussões, rodas de conversa e atividades com materiais manipuláveis; por fim, foi aplicado um segundo questionário (Q2), a fim de verificar possíveis avanços após a formação (Rocha, 2021).

Todo o processo formativo e a análise dos dados foram orientados por diferentes referenciais teóricos, entre eles a Teoria de Van Hiele, no que diz respeito

ao desenvolvimento do pensamento geométrico; os estudos sobre letramento, com base em Soares e Kleiman; e as discussões sobre alfabetização matemática e ensino de Geometria, fundamentadas em Lorenzato.

Os resultados de Rocha (2021) indicaram que, no início da formação, o conhecimento geométrico da maioria dos professores se aproximava daquele apresentado por alunos dos anos iniciais. No entanto, após a participação nos encontros formativos, foi possível observar avanços significativos na compreensão dos conceitos geométricos.

Diante disso, o estudo evidencia a existência de lacunas na formação conceitual em Geometria e reforça a importância de espaços de formação continuada que possibilitem a reflexão e o aprofundamento desses conhecimentos. Assim, iniciativas como a desenvolvida por Rocha (2021) mostram-se fundamentais e devem ser valorizadas como parte das condições necessárias para o exercício da docência.

Já a pesquisa de Armando (2023) propôs avaliar de que maneira o Desenho Geométrico se consolida como uma potencialidade pedagógica no rol de eletivas do Novo Ensino Médio. A análise centrou-se em entender se essa inclusão, fomentada pela reforma de 2022, de fato supre as expectativas de interdisciplinaridade e de aprofundamento técnico exigidas pelo novo modelo de ensino.

O trabalho articulou aspectos históricos ao uso de ferramentas computacionais, utilizando a Teoria de Van Hiele (TVH) para mapear o desenvolvimento do pensamento geométrico de estudantes ingressantes, cujo perfil inicial revelou lacunas em sua formação prévia (Armando, 2023). Metodologicamente, a intervenção consistiu na implementação de oficinas de curta duração com um grupo de controle, constituídos por estudantes de uma escola pública da cidade de Araxá, onde a produção de materiais e a integração entre teoria e prática serviram de base para a análise da efetividade do processo.

Os resultados e os testes aplicados de Armando (2023) demonstraram que ações pedagógicas planejadas não apenas elevam os níveis cognitivos dos discentes, como também oferecem um modelo metodológico viável para ser incorporado à dinâmica de trabalho de outros docentes da área.

Por fim, o último trabalho analisado teve como objetivo “apresentar uma alternativa pedagógica no ensino da Geometria Plana, visando entender as fases do desenvolvimento do pensamento geométrico e trazer o estudante para o centro do processo de aprendizagem” (Santos, 2023, p.8). A autora apresenta uma proposta de um minicurso utilizando o Geogebra para auxiliar o ensino de Geometria.

De acordo com Santos (2023), o ensino dos axiomas deve anteceder o uso de ferramentas tecnológicas. Essa ordem garante que os estudantes tenham a base teórica necessária para realizar e compreender as construções geométricas no

software. Portanto, o trabalho limita-se a apresentar uma descrição das atividades propostas, tendo a característica de um material orientador para o professor.

Nesse sentido, não há um aprofundamento em relação à aplicação prática dessas atividades em sala de aula, mas sim a intenção de oferecer sugestões que possam ser adaptadas conforme a realidade de cada contexto escolar. Dessa forma, cabe ao docente analisar, ajustar e utilizar essas propostas de acordo com as necessidades e características de seus alunos, tornando o processo de ensino mais significativo (Santos, 2023).

Por meio dos trabalhos analisados, é possível perceber que o ensino de Geometria na Educação Básica ainda enfrenta desafios importantes, especialmente no que diz respeito à passagem de um entendimento mais abstrato para uma aprendizagem concreta. De modo geral, os estudos analisados evidenciam a necessidade de propostas pedagógicas que valorizem atividades práticas, investigativas e desafiadoras, permitindo que os alunos explorem as propriedades geométricas de maneira mais ativa e próxima de sua realidade.

Nesse contexto, observa-se que a Teoria de Van Hiele aparece com frequência como um referencial importante para orientar o ensino de Geometria, destacando a relevância de considerar os diferentes níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico dos estudantes. As pesquisas também indicam que o uso de atividades manipulativas, aliado ao apoio de recursos tecnológicos, pode contribuir significativamente para superar dificuldades de aprendizagem, favorecendo maior envolvimento dos alunos e o desenvolvimento do raciocínio geométrico.

A partir das dissertações analisadas, pode-se inferir que a Teoria de Van Hiele é uma aliada para enfrentar os desafios presentes no ensino de Geometria. Sua aplicação em práticas pedagógicas que envolvem experimentação, construção e uso de tecnologias possibilita uma progressão mais gradual entre os níveis de compreensão, tornando o aprendizado mais significativo. Dessa forma, a teoria demonstra grande potencial para contribuir com o desenvolvimento do pensamento lógico dos alunos, auxiliando-os na construção e na compreensão das propriedades geométricas.

Aspectos Metodológicos

Este capítulo tem como objetivo apresentar e discutir a metodologia adotada neste trabalho, que se fundamenta em uma abordagem de natureza qualitativa. A escolha por esse tipo de pesquisa se justifica pela intenção de compreender, de forma mais aprofundada, os processos de ensino e aprendizagem envolvidos no desenvolvimento do pensamento geométrico dos estudantes. Além disso, este estudo propõe a elaboração e aplicação de uma proposta didática voltada para o ensino de geometria, com o intuito de contribuir para a melhoria da aprendizagem matemática. A proposta visa estimular a participação ativa dos estudantes, promovendo reflexões, investigações e construções que favoreçam o desenvolvimento do pensamento geométrico de maneira significativa e contextualizada.

4.1 Abordagem e caracterização da pesquisa

O presente trabalho foi elaborado a partir de uma pesquisa qualitativa de natureza exploratória, que segundo Minayo (2007, p. 21), a pesquisa qualitativa “se caracteriza por um conjunto de processos interpretativos, nos quais o investigador faz inferências e atribui significados aos dados coletados”. Para Gil (2002), esse tipo de estudo tem como finalidade tornar as ideias mais claras, sendo desenvolvido de modo a ampliar a compreensão do problema investigado. Para isso, busca-se construir uma visão geral sobre o fenômeno, utilizando estratégias como levantamento bibliográfico, realização de entrevistas e análise de exemplos que contribuam para uma melhor compreensão da temática.

Ainda de acordo com Gil (2002), a pesquisa exploratória é adotada quando o pesquisador trabalha com temas ainda pouco investigados, o que dificulta a elaboração de hipóteses mais definidas. Nesse contexto, ela costuma se desenvolver, principalmente, por meio de pesquisas bibliográficas e estudos de caso, que auxiliam na compreensão inicial do objeto de estudo.

Minayo (2010) afirma que os estudos qualitativos respondem a questões particulares e singulares, logo, o nível de realidade obser-

vado não pode ser quantificado, pois se trabalha com um universo de múltiplos significados, crenças, valores, atitudes etc. Assim, o rigor de uma investigação se mede muito mais pela amplitude e pertinência das interpretações, análises e teorias, ainda que estas não sejam definitivas e os resultados não sejam passíveis de generalizações absolutas. (Winques, 2022, p.105)

Bogdan e Biklen (1994, p. 49) destacam que “as técnicas qualitativas conseguem demonstrar, recorrendo a pré e pós-testes, que as mudanças se verificam. As estratégias qualitativas patentearam o modo como as expectativas se traduzem nas atividades e procedimentos e interações diárias”. Sendo assim, espera-se que a sequência didática, em consonância com a TVH provoque mudanças no pensamento geométrico dos estudantes.

No que se refere aos procedimentos metodológicos, de início, foi feita uma pesquisa bibliográfica acerca do ensino de geometria na educação básica e a teoria de Van Hiele. Segundo Boccato (2006), a pesquisa bibliográfica consiste no levantamento e na análise crítica de materiais já publicados sobre o tema investigado, com o objetivo de ampliar e atualizar o conhecimento, além de oferecer subsídios que contribuam para o desenvolvimento da pesquisa.

A análise bibliográfica é

[...] elaborada a partir de material já publicado, constituído principalmente de: livros, revistas, publicações em periódicos e artigos científicos, jornais, boletins, monografias, dissertações, teses, material cartográfico, internet, com o objetivo de colocar o pesquisador em contato direto com todo material já escrito sobre o assunto da pesquisa. Na pesquisa bibliográfica, é importante que o pesquisador verifique a veracidade dos dados obtidos, observando as possíveis incoerências ou contradições que as obras possam apresentar (Prodanov; Freitas, 2013, p. 54).

Desse modo, o estudo realizado para aprimoramento da escrita foi realizado por meio de leituras de livros e análises de teses, dissertações e artigos disponibilizados nas bases de dados, como: portal de periódicos da CAPES, Google Acadêmico, SciELO e Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações. Esses ambientes forneceram subsídios importantes para o aprofundamento teórico, permitindo o refinamento da pesquisa e a atualização das discussões relacionadas à TVH.

4.2 Procedimentos de construção da sequência didática

Uma sequência didática constitui uma abordagem pedagógica relevante no campo da Educação, por se caracterizar como um conjunto organizado de

atividades planejadas de forma intencional, articuladas entre si e desenvolvidas de maneira progressiva (Cardoso, 2014). Seu principal objetivo, ainda segundo a autora, é oferecer ao professor uma estrutura metodológica que favoreça o ensino dos conteúdos de forma mais eficiente, organizando o processo de aprendizagem em etapas claras e bem definidas.

A criação de uma sequência didática envolve uma cuidadosa consideração dos objetivos de ensino que o professor deseja alcançar, bem como a escolha de estratégias e recursos adequados para cada fase do processo educacional. Essas sequências podem se estender ao longo de dias, semanas ou até mesmo durante todo o ano letivo, proporcionando uma estrutura flexível que se adapta às necessidades específicas dos alunos e ao ritmo de aprendizagem. Além disso, as sequências didáticas também incorporam atividades de avaliação, permitindo que os professores monitorem o progresso dos estudantes e ajustem suas abordagens conforme necessário para garantir uma aprendizagem efetiva e significativa [...]. (Cardoso, 2014, p.11-12).

Nessa mesma perspectiva, Zabala (1998) afirma que é necessária uma organização prévia das práticas pedagógicas, com o uso de recursos didáticos e estratégias de ensino, com o intuito de favorecer a aprendizagem dos estudantes. Logo, a sequência didática construída nessa pesquisa foi organizada para atender as características de um produto educacional, contemplando objetivos claros, de maneira progressiva e significativa, alinhada a TVH.

O Produto Educacional (PE) se caracteriza como uma exigência nos programas de mestrado da área de Ensino da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), cujo objetivo é criar ferramentas pedagógicas inovadoras e acessíveis para contribuir com a prática docente. “A função de um PE desenvolvido em determinado contexto sócio-histórico é servir de produto interlocutivo à professores e professoras que se encontram nos mais diferentes contextos do nosso país” (Rizatti et al., 2020, p. 2). Os produtos confeccionados devem ser disponibilizados gratuitamente na página dos produtos educacionais da CAPES.

O produto educacional elaborado nesse trabalho, envolveu então a criação de uma sequência didática partindo dos pressupostos já mencionados e tendo como base os níveis de pensamento geométrico da TVH. Para a escolha do objeto de conhecimento, analisou-se as habilidades da 1ª série do Ensino Médio, descritas na Matriz de Recomposição de Matemática do Estado do Tocantins (documento normativo que descreve as habilidades a serem trabalhadas no ano de 2026) e escolheu-se a habilidade (EM13MAT308) com foco nas relações métricas no triângulo retângulo, conforme o quadro abaixo.

Tabela 4.1: Habilidade escolhida para construção da sequência didática

Habilidade	Descritor	Objetos de Conhecimento
(EM13MAT308) Aplicar as relações métricas, incluindo as leis do seno e do cosseno ou as noções de congruência e semelhança, para resolver e elaborar problemas que envolvem triângulos, em variados contextos.	D2 – Reconhecer aplicações das relações métricas do triângulo retângulo em um problema que envolva figuras planas ou espaciais	Estudo das relações métricas no triângulo retângulo envolvendo a aplicação do Teorema de Pitágoras, além das razões trigonométricas (seno, cosseno e tangente). Aplicação dessas relações para resolver problemas envolvendo distâncias e medidas em situações geométricas.

Fonte: Tocantins (2025, p. 34).

Desse modo, a sequência didática elaborada neste trabalho foi pensada para favorecer uma compreensão mais aprofundada das relações métricas no triângulo retângulo, ao mesmo tempo em que busca promover o avanço dos estudantes entre os níveis da Teoria de Van Hiele. Inicialmente, foi proposta uma atividade diagnóstica, com o objetivo de identificar o nível de pensamento geométrico em que os alunos se encontram. A partir desse levantamento, as atividades foram organizadas de acordo com as etapas do modelo de Van Hiele, visando criar condições para que os estudantes avancem gradualmente em sua compreensão.

Para favorecer esse processo de progressão, foram utilizados diferentes recursos didáticos, como materiais manipuláveis, jogos e atividades investigativas, buscando tornar a aprendizagem mais dinâmica, significativa e próxima da realidade dos alunos. A proposta valoriza a participação ativa dos estudantes, incentivando a exploração, a reflexão e a construção do conhecimento ao longo das aulas.

Nesse contexto, a Base Nacional Comum Curricular destaca a importância do uso de múltiplos recursos pedagógicos e do desenvolvimento de habilidades espaciais e geométricas no Ensino Médio. Essas competências também são contempladas no currículo do estado do Tocantins, reforçando a relevância da proposta apresentada. As atividades que compõem a sequência didática serão detalhadas no capítulo seguinte.

Proposta de Sequência Didática para o Ensino de Triângulos no Ensino Médio

Este capítulo tem como objetivo apresentar e detalhar a proposta de sequência didática elaborada para a 1ª série do Ensino Médio, com foco no ensino dos triângulos. A proposta foi estruturada com base nos pressupostos da Teoria de Van Hiele, buscando favorecer a progressão dos estudantes entre os diferentes níveis de compreensão geométrica.

Ao longo da sequência, as atividades foram organizadas de forma intencional e gradual, considerando o ponto de partida dos alunos e propondo situações que estimulem a investigação, a reflexão e a construção do conhecimento. A intenção é proporcionar uma aprendizagem com mais significado, na qual os estudantes possam compreender os conceitos não apenas de forma mecânica, mas relacionando-os a diferentes contextos e aplicações. Dessa forma, espera-se que a proposta contribua para o desenvolvimento do pensamento geométrico dos alunos, tornando o processo de aprendizagem mais dinâmico, participativo e relevante para sua formação.

5.1 Apresentação da proposta

Conteúdo: Triângulos

Público-alvo: 1ª Série do Ensino Médio

Duração (quantidade de aulas): 13 h/a

Habilidade relacionada: (EM13MAT308) Aplicar as relações métricas, incluindo as leis do seno e do cosseno ou as noções de congruência e semelhança, para resolver e elaborar problemas que envolvem triângulos, em variados contextos.

Objetivo geral: Desenvolver o pensamento geométrico dos estudantes acerca dos triângulos, respeitando os níveis de compreensão da TVH, promovendo a evolução gradual do raciocínio geométrico.

Objetivos específicos:

- Desenvolver a compreensão dos estudantes sobre triângulos, promovendo a construção de conceitos de forma significativa e contextualizada.
- Favorecer a progressão dos alunos entre os níveis da TVH, por meio de atividades organizadas de forma gradual e intencional.
- Estimular a participação ativa dos estudantes no processo de aprendizagem, utilizando diferentes recursos didáticos, como materiais manipuláveis e atividades investigativas, para fortalecer o raciocínio geométrico.

A escolha dos triângulos como tema desta sequência didática fundamenta-se na relevância desse conteúdo para o ensino de Geometria e para a formação do pensamento matemático dos estudantes. De acordo com a Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2018), o ensino de Geometria deve favorecer o desenvolvimento do raciocínio geométrico, da visualização espacial e da capacidade de resolver problemas em diferentes contextos. Nesse sentido, o estudo dos triângulos constitui uma etapa importante, pois seus conceitos e propriedades servem de base para a compreensão de diversos conteúdos abordados ao longo da Educação Básica e do Ensino Médio.

Os triângulos ocupam posição central na Geometria por estarem relacionados ao estudo da congruência, da semelhança, das relações métricas, da trigonometria e de demonstrações geométricas. Além disso, aparecem em diferentes áreas do conhecimento, como arquitetura, engenharia, física e tecnologia, evidenciando sua importância tanto no contexto escolar quanto em situações do cotidiano (Van de Walle, 2009).

Apesar dessa relevância, pesquisas na área da Educação Matemática indicam que muitos estudantes apresentam dificuldades para reconhecer as propriedades dos triângulos, classificá-los, estabelecer relações entre seus elementos e compreender argumentos geométricos. Segundo Lorenzato (1995), essas dificuldades estão relacionadas, entre outros fatores, ao pouco espaço destinado à Geometria nas aulas de Matemática e ao predomínio de práticas de ensino baseadas na memorização de definições e procedimentos. Nasser e Sant’Anna (1997) também destacam que a aprendizagem da Geometria se torna mais significativa quando os estudantes são estimulados a observar, comparar, explorar e construir conceitos, em vez de apenas reproduzir fórmulas.

Considerando esse cenário, a TVH foi escolhida como fundamento desta sequência didática por compreender que o desenvolvimento do pensamento geométrico ocorre de maneira progressiva, respeitando diferentes níveis de compreensão. Conforme Van Hiele, os estudantes avançam gradativamente em sua capacidade de identificar, analisar, relacionar e justificar propriedades geométricas, desde que participem de atividades planejadas de acordo com seu estágio de desenvolvimento (De Villiers, 2010). Essa perspectiva também é discutida por Nasser e Sant’Anna

(1997), ao afirmarem que a teoria oferece subsídios para a organização de práticas pedagógicas que articulam os aspectos cognitivos dos estudantes às estratégias de ensino.

Dessa forma, a sequência didática foi elaborada com base nos níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico e nas fases de aprendizagem propostas pela TVH. As atividades foram organizadas de maneira progressiva, priorizando a exploração, a investigação, a argumentação e a construção dos conceitos relacionados aos triângulos. Espera-se que esse material possa auxiliar professores de Matemática no planejamento de aulas que favoreçam uma aprendizagem mais significativa e contribuam para o desenvolvimento do pensamento geométrico dos estudantes.

Para favorecer o desenvolvimento do pensamento geométrico, a sequência utiliza diferentes recursos e estratégias de ensino, entre eles materiais manipuláveis, construções geométricas, resolução de problemas e atividades investigativas. A escolha desses recursos busca tornar os estudantes mais participativos durante as aulas, permitindo que explorem, observem, comparem e construam os conceitos geométricos de forma gradual.

Essa proposta está de acordo com a Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2018), que orienta o trabalho com diferentes metodologias e incentiva o desenvolvimento do raciocínio geométrico, da percepção espacial e da capacidade de resolver problemas.

5.2 Atividade Diagnóstica

A sequência didática proposta tem início com a aplicação de uma atividade diagnóstica, cujo objetivo é identificar o nível de desenvolvimento do pensamento geométrico dos estudantes. A partir dos resultados obtidos, as atividades são organizadas com base na TVH, buscando favorecer o avanço gradual dos alunos entre os diferentes níveis de compreensão geométrica por meio de situações que estimulem a observação, a investigação, a análise e a resolução de problemas.

Para identificar o nível de pensamento geométrico dos estudantes, optou-se pela utilização do teste diagnóstico fundamentado na TVH, elaborado pela equipe do Projeto Fundão (Nasser; Sant'Anna, 1997). O instrumento é composto por quinze questões distribuídas em três blocos. Conforme Rodrigues (2015), cada bloco corresponde a um dos três primeiros níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico propostos pela teoria: Visualização, Análise e Dedução Informal.

A aplicação desse instrumento permite ao professor reconhecer o nível de raciocínio geométrico em que cada estudante se encontra, oferecendo informações importantes para o planejamento das atividades da sequência didática. Dessa forma,

torna-se possível propor intervenções pedagógicas mais adequadas às necessidades de aprendizagem dos estudantes, respeitando seu ritmo de desenvolvimento e favorecendo a construção progressiva dos conceitos geométricos.

De acordo com Rodrigues (2015), o instrumento diagnóstico é composto por quinze questões distribuídas em três blocos, cada um destinado a avaliar um dos três primeiros níveis do pensamento geométrico propostos pela TVH. O primeiro bloco reúne cinco questões voltadas ao Nível 1– Visualização. Nessa etapa, espera-se que os estudantes sejam capazes de reconhecer, identificar e nomear figuras geométricas considerando suas características visuais, sem, necessariamente, compreender suas propriedades. As atividades desse bloco têm como finalidade verificar a capacidade dos alunos de distinguir e classificar figuras a partir de sua aparência (Rodrigues, 2015).

Ainda segundo a autora, o segundo bloco, composto pelas questões de 6 a 10, corresponde ao Nível 2– Análise. Nesse nível, os estudantes passam a observar as propriedades das figuras geométricas, identificando características como lados, ângulos e outras relações que permitem diferenciá-las e classificá-las. Além disso, espera-se que consigam utilizar essas propriedades na resolução de situações problema envolvendo conceitos geométricos (Rodrigues, 2015).

Por fim, o terceiro bloco contempla o Nível 3– Dedução Informal. Nessa etapa, Rodrigues (2015) afirma que os estudantes começam a estabelecer relações entre as propriedades das figuras, compreendem a importância de definições mais precisas e desenvolvem argumentos baseados em raciocínio lógico. Também são capazes de perceber relações entre diferentes classes de figuras geométricas, reconhecendo, por exemplo, que determinadas figuras pertencem simultaneamente a mais de uma classificação em razão de suas propriedades.

AULA 1 — Qual o nível do estudante?

Carga horária: 1 h/a

Objetivo da aula: Diagnosticar o nível de desenvolvimento do pensamento geométrico dos estudantes, identificando sua capacidade de reconhecer e classificar figuras geométricas planas, especialmente triângulos e quadrados, a partir de suas características visuais, semelhanças e diferenças.

Desenvolvimento da aula: O professor iniciará a aula com uma breve conversa sobre figuras geométricas do cotidiano. Em seguida, os estudantes realizarão individualmente a atividade diagnóstica de identificação de triângulos e quadrados. As respostas serão utilizadas para identificar o nível de pensamento geométrico dos alunos, segundo a Teoria de Van Hiele.

Escola:

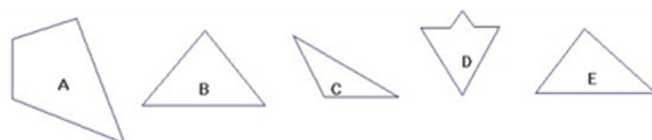
Professor:

Estudante:

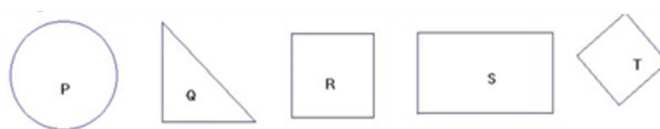
Série:

ATIVIDADE DIAGNÓSTICA

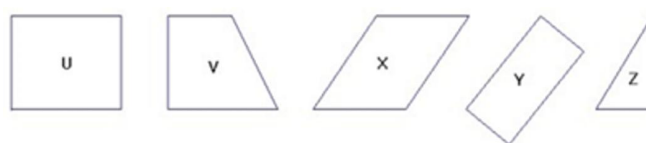
1. Assinale o(s) triângulo(s):



2. Assinale o(s) quadrado(s):



3. Assinale o(s) retângulo(s):



4. Assinale o(s) paralelogramo(s):

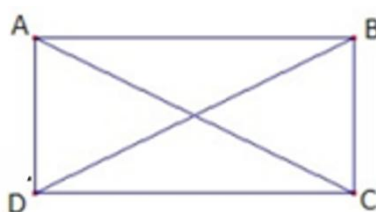


5. Assinale os pares de retas paralelas:



Nível 1: () sim () não

6. No retângulo ABCD, as linhas AC e BD são chamadas de diagonais. Assinale a(s) afirmativa(s) verdadeira(s) para todos os retângulos:



- a) Têm 4 ângulos retos.
- b) Têm lados opostos paralelos.
- c) Têm diagonais de mesmo comprimento.
- d) Têm os 4 lados iguais.
- e) Todas são verdadeiras.

7. Dê 3 propriedades dos quadrados:



- 1.
- 2.
- 3.

8. Todo triângulo isósceles têm dois lados iguais. Assinale a afirmativa verdadeira sobre os ângulos do triângulo isósceles:



- a) Pelo menos um dos ângulos mede 60° .
- b) Um dos ângulos mede 90° .
- c) Dois ângulos têm a mesma medida.
- d) Todos os três ângulos têm a mesma medida.
- e) Nenhuma das afirmativas é verdadeira.

9. Dê 3 propriedades dos paralelogramos:



- 1.
- 2.
- 3.

10. Dê um exemplo de um quadrilátero cujas diagonais não têm o mesmo comprimento. Desenhe esse quadrilátero.

Nível 2: () sim () não

11. Assinale a(s) figura(s) que pode(m) ser considerada(s) retângulos:



12. Os quatro ângulos A, B, C e D de um quadrilátero ABCD são todos iguais.

- a) Pode-se afirmar que ABCD é um quadrado?
- b) Por quê?
- c) Que tipo de quadrilátero é ABCD?

13. Pode-se afirmar que todo retângulo é também um paralelogramo? Por quê?

14. Considere as afirmativas:

I) A figura X é um retângulo.

II) A figura X é um triângulo.

Assinale a afirmativa verdadeira:

- a) Se I é verdadeira, então II é verdadeira.
- b) Se I é falsa, então II é verdadeira.
- c) I e II não podem ser ambas verdadeiras.
- d) I e II não podem ser ambas falsas.
- e) Se II é falsa, então I é verdadeira.

15. Assinale a afirmativa que relaciona corretamente as propriedades dos retângulos e dos quadrados:

- a) Qualquer propriedade dos quadrados é também válida para os retângulos.
- b) Uma propriedade dos quadrados nunca é propriedade dos retângulos.
- c) Qualquer propriedade dos retângulos é também válida para os quadrados.
- d) Nenhuma das afirmativas anteriores.

Nível 3: () sim () não

5.3 Desenvolvimento da sequência didática

Aula 1: Onde os triângulos aparecem? (Nível 1 – Visualização)

Carga horária: 1 h/a

Objetivo da aula: Identificar triângulos em diferentes posições, tamanhos e contextos do cotidiano.

Desenvolvimento da aula: Inicialmente, os alunos observarão imagens contendo placas, telhados, estruturas metálicas, objetos e figuras geométricas variadas. O professor conduzirá uma discussão sobre o que caracteriza visualmente um triângulo, explorando semelhanças e diferenças entre as figuras apresentadas.

ONDE OS TRIÂNGULOS APARECEM?

1. Observe os espaços da escola, ruas, objetos da sala ou construções da cidade e registre no espaço abaixo quatro exemplos em que aparecem formas triangulares.

Aula 2: Construindo triângulos com materiais manipuláveis (Nível 2 – Análise)

Carga horária: 2 h/a

Objetivo da aula: Analisar as características dos triângulos por meio da construção de modelos geométricos, identificando propriedades relacionadas aos lados e aos ângulos.

Desenvolvimento da aula: Inicialmente, a turma será dividida em grupos. Cada grupo receberá jujubas e palitos de dente para montar diferentes tipos de triângulos. As jujubas serão usadas para representar os vértices e os palitos representarão os lados das figuras.

Os alunos deverão construir:

- um triângulo com três lados iguais;
- um triângulo com dois lados iguais;
- um triângulo com todos os lados diferentes.

Depois da montagem, os estudantes irão observar os triângulos construídos, comparando suas características e anotando o que perceberam de semelhante e diferente entre eles.

Com o auxílio de régua e transferidor, os grupos irão medir os lados e os ângulos das figuras para classificá-las:

- quanto aos lados: equilátero, isósceles e escaleno;
- quanto aos ângulos: acutângulo, retângulo e obtusângulo.

Durante toda a atividade, o professor irá acompanhar os grupos, fazendo perguntas e incentivando os alunos a explicarem como chegaram às suas respostas e classificações.

Escola:

Professor:

Estudante: **Série:**

CONSTRUINDO TRIÂNGULOS

1. Construa três triângulos seguindo as instruções abaixo com jujubas e palitos de dente e registre seus dados na tabela abaixo.

Triângulo	Quantidade de lados iguais	Classificação quanto aos lados	Tipo de ângulo encon- trado
1			
2			
3			

Agora, responda as alternativas abaixo:

- a) O que muda quando alteramos o tamanho dos lados do triângulo?
- b) Qual triângulo foi mais fácil de construir? Por quê?
- c) Existe relação entre os lados e os ângulos dos triângulos? Explique com suas palavras.

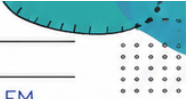
Figura 5.1: Simulação do preenchimento da atividade proposta, com dados e respostas fictícios



Escola: Colégio Militar do Estado do Tocantins – Adjúlio Balthazar

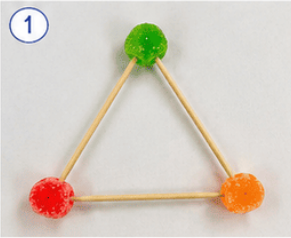
Professor: Fabriny Mesquita

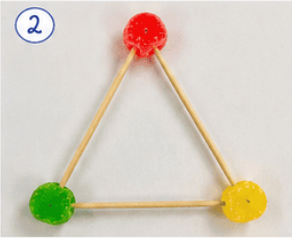
Estudante: João Pedro Alves Série: 1º EM

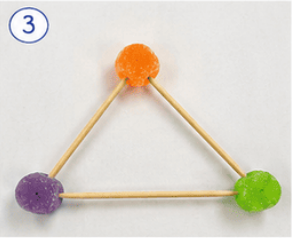


CONSTRUINDO TRIÂNGULOS

1. Construa três triângulos seguindo as instruções abaixo com jujubas e palitos de dente e registre seus dados na tabela abaixo.







Triângulo	Quantidade de lados iguais	Classificação quanto aos lados	Tipo de ângulo encontrado
1	3	Equilátero	Acutângulo
2	2	Isósceles	Acutângulo
3	0	Escaleno	Obtusângulo

Agora, responda as alternativas abaixo:

a) O que muda quando alteramos o tamanho dos lados do triângulo?

Mudam os ângulos e o tipo de triângulo. Se os lados são iguais, os ângulos também são iguais. Se os lados são diferentes, os ângulos ficam diferentes.

b) Qual triângulo foi mais fácil de construir? Por quê?

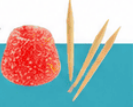
O triângulo equilátero, porque os três lados são iguais e fica mais fácil encaixar os palitos e as jujubas para formar.

c) Existe relação entre os lados e os ângulos dos triângulos? Explique com suas palavras.

Sim. Quando os lados são iguais, os ângulos são iguais. Quando os lados são diferentes, os ângulos também são diferentes.



Matemática se constrói com ideias e criatividade!



Fonte: ChatGPT (2026).

Aula 3: Descobrendo relações entre os triângulos (Nível 3 – Dedução Informal)

Carga horária: 2 h/a

Objetivo da aula: Relacionar as propriedades dos triângulos, formulando conclusões e justificando suas observações a partir de investigações geométricas.

Desenvolvimento da aula: No início da aula, o professor realizará uma retomada das classificações dos triângulos, explorando suas características quanto aos

lados (equilátero, isósceles e escaleno) e quanto aos ângulos (acutângulo, retângulo e obtusângulo), buscando relembrar conhecimentos prévios e preparar os estudantes para as investigações propostas na atividade. Deixaremos a seguir cartões para serem impressos de acordo com cada uma dessas duas classificações.

Em seguida, a turma será dividida em duplas. Cada dupla deverá receber diferentes modelos de triângulos e recortar os triângulos e identificar seus lados e ângulos, classificando-os quanto aos lados e quanto aos ângulos.

Prosseguindo, vão recortar os três ângulos internos de cada triângulo e tentar juntá-los lado a lado. A proposta é que observem qual figura é formada ao unir os ângulos. Depois da investigação, os grupos deverão discutir e responder às perguntas da atividade, registrando suas conclusões e justificativas.

Na segunda etapa, os estudantes irão analisar medidas dos lados para verificar quando é possível ou não formar um triângulo, explorando a relação entre as medidas dos lados.

Durante a atividade, o professor atuará como mediador, incentivando os alunos a explicarem seus raciocínios e a relacionarem as classificações estudadas.

Escola:

Professor:

Estudante: **Série:**

DESVENDANDO A CONSTRUÇÃO DE TRIÂNGULOS

1. Recorte os três ângulos internos de cada triângulo (figura a seguir) e una os ângulos lado a lado, colando-os no espaço abaixo.

Figura 5.2: Triângulos e ângulos para recorte

FIGURAS PARA RECORTE

Recorte os três triângulos e os ângulos de cada triângulo.
Depois, una os ângulos lado a lado, verificando se formam um ângulo raso (180°).

TRIÂNGULO 1

60°

60°

60°

TRIÂNGULO 2

50°

65°

65°

TRIÂNGULO 3

80°

40°

60°

RECORTE AQUI

ÂNGULOS PARA RECORTE

60°

60°

60°

ÂNGULOS DO TRIÂNGULO 1

50°

65°

65°

ÂNGULOS DO TRIÂNGULO 2

80°

40°

60°

ÂNGULOS DO TRIÂNGULO 3

Dica: a soma dos três ângulos de cada triângulo é sempre 180°.

Fonte: ChatGPT (2026).

a) O que você observou?

b) Qual parece ser a soma dos ângulos internos de um triângulo?

2. Com o auxílio de réguas e transferidores, construa triângulos e verifique se é possível formar um triângulo com as seguintes medidas de cada cartão e responda

ao que se pede:

Cartão	Medida dos lados
Triângulo 1	3 cm, 4 cm e 5 cm
Triângulo 2	2 cm, 3 cm e 7 cm
Triângulo 3	5 cm, 5 cm e 8 cm

- a) Para quais desses cartões é possível formar um triângulo? Por quê?
b) O que acontece quando a soma de dois lados é menor que o terceiro lado?

3. Explique com suas palavras o que você aprendeu sobre os triângulos nesta atividade.

Atividade extra: Construindo uma ponte resistente: o desafio dos triângulos

Objetivo da aula: Desenvolver o raciocínio lógico e dedutivo dos estudantes por meio da análise e justificativa das propriedades dos triângulos em situações práticas.

Desenvolvimento da aula: Os estudantes serão divididos em duplas e cada dupla deverá montar duas pequenas estruturas, semelhantes a pontes:

- uma utilizando triângulos;
- outra utilizando quadrados ou retângulos.

Após a construção, os grupos irão testar a resistência das estruturas colocando pequenos objetos sobre elas. Durante os testes, os estudantes deverão observar:

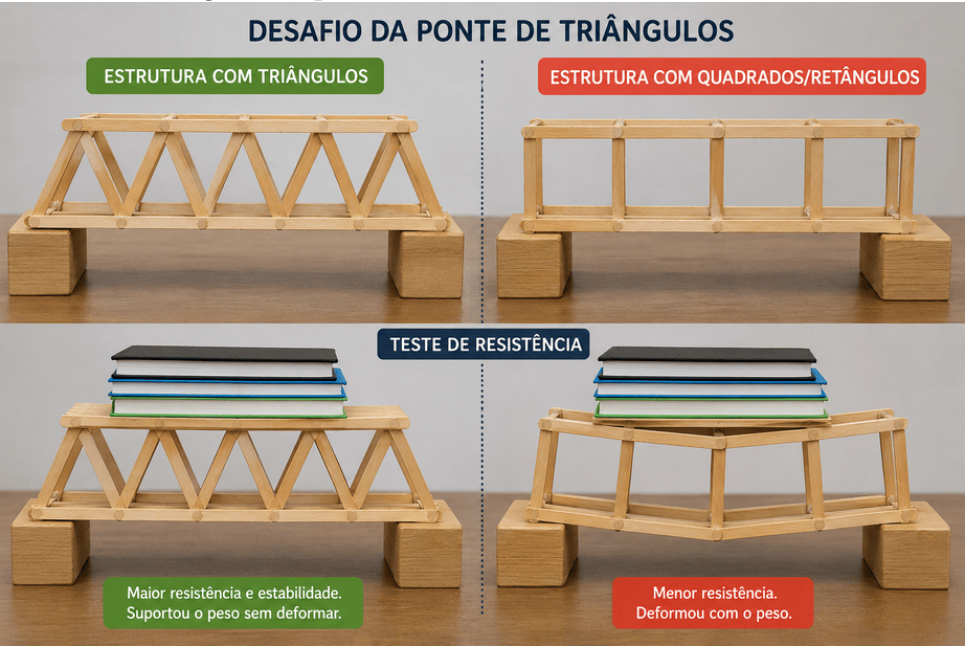
- qual estrutura apresentou maior estabilidade;
- qual deformou com mais facilidade;
- como os triângulos influenciam na resistência da construção.

Depois das observações, os alunos irão responder às questões propostas utilizando justificativas geométricas e argumentos matemáticos. O professor atuará mediando as discussões e incentivando os estudantes a explicarem seus raciocínios utilizando propriedades dos triângulos.

Vídeos de apoio sugeridos pela autora para a construção das pontes:

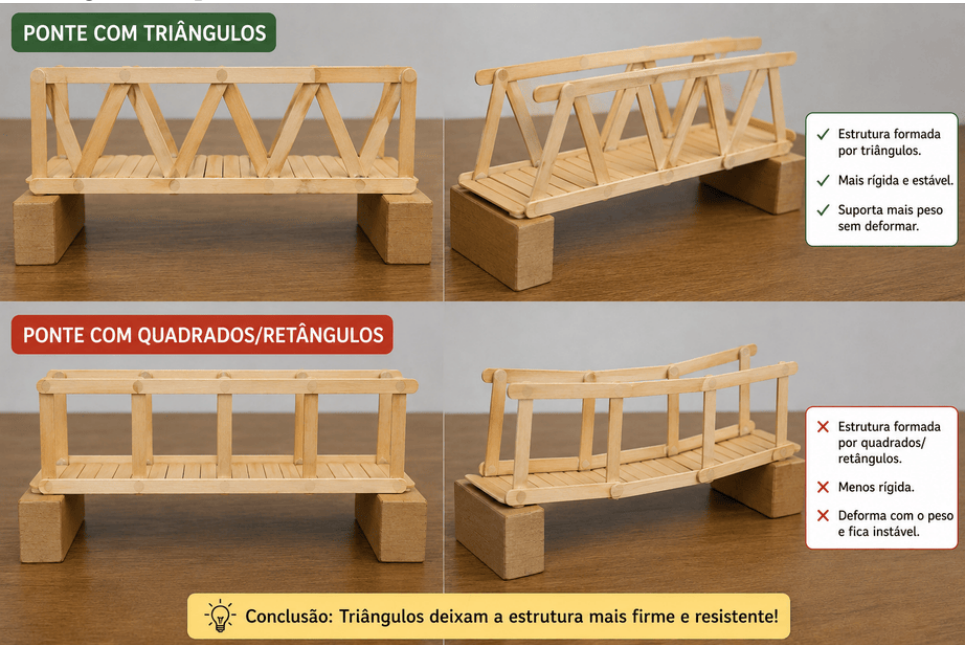
<https://www.youtube.com/> (buscar por "construção de pontes com palitos de picolé")

Figura 5.3: Estrutura com triângulos e estrutura com quadrados/retângulos – imagens ilustrativas geradas por IA



Fonte: ChatGPT (2026).

Figura 5.4: Ponte com triângulos e ponte com quadrados/retângulos – imagens ilustrativas geradas por IA



Fonte: ChatGPT (2026).

Escola:

Professor:

Estudante:

Série:

ATIVIDADE ESCRITA

1. Qual estrutura apresentou maior resistência?
2. O que aconteceu com a estrutura formada apenas por quadrados ou retângulos?
3. Por que você acredita que os triângulos tornam a estrutura mais estável?
4. Explique por que o formato triangular é muito utilizado em pontes, torres e telhados.
5. Desenhe uma estrutura do cotidiano em que os triângulos ajudam na sustentação. Identifique onde aparecem os triângulos.

Atividade Complementar: Construindo modelos físicos

Objetivo da aula: Analisar e justificar matematicamente a estabilidade das estruturas geométricas, comparando triângulos, quadrados e outras figuras planas por meio da construção de modelos físicos.

Desenvolvimento da aula: A aula começará com uma conversa sobre onde encontramos triângulos no dia a dia. O professor mostrará imagens de pontes, telhados, torres e outras construções para que os alunos observem a presença dessa figura geométrica. Depois, a turma será dividida em grupos. Cada grupo receberá palitos de picolé e fita adesiva para construir três estruturas: uma formada apenas por triângulos, outra formada apenas por quadrados e uma terceira formada por quadrados com diagonais, formando triângulos internos.

Após a construção, os grupos realizarão testes colocando livros ou outros objetos sobre as estruturas para verificar qual delas suporta mais peso. Durante os testes, os alunos deverão observar se houve deformação e registrar os resultados.

Em seguida, os grupos irão comparar os resultados obtidos e discutir por que algumas estruturas foram mais resistentes do que outras. O professor fará perguntas para ajudar os estudantes a relacionarem a resistência das estruturas com as propriedades dos triângulos.

Por fim, cada grupo produzirá um painel com fotos das construções, os resultados dos testes, desenhos das figuras geométricas utilizadas e uma conclusão

sobre a importância dos triângulos nas construções. Os grupos apresentarão seus trabalhos para a turma, compartilhando suas observações e conclusões. Ao final, será feita uma discussão coletiva sobre o papel dos triângulos na estabilidade e segurança de pontes, telhados e outras estruturas.

Materiais necessários:

- Palitos de picolé;
- Cola quente ou fita adesiva;
- Barbante;
- Régua;
- Livros ou pequenos pesos.

Figura 5.5: Exemplo de produção final esperada dos estudantes gerada por IA



Fonte: ChatGPT (2026).

Escola:
Professor:
Estudante: Série:

CONSTRUINDO MODELOS FÍSICOS

1. Os grupos deverão construir três estruturas com aproximadamente o mesmo tamanho:

Estrutura A: Utilizando apenas triângulos.

Estrutura B: Utilizando apenas quadrados.

Estrutura C: Utilizando quadrados reforçados por diagonais, formando triângulos internos.

Após a construção, os estudantes deverão realizar testes aplicando pesos gradativamente sobre cada estrutura.

2. Registro dos resultados:

Estrutura	Quantidade de peso suportado	Houve deformação?
A		
B		
C		

3. Agora, responda:

- Qual estrutura apresentou maior resistência?
- Qual estrutura deformou primeiro?
- O que mudou quando os quadrados receberam diagonais?
- A diagonal criou qual figura geométrica dentro do quadrado?
- Por que essa alteração aumentou a resistência da estrutura?

4. Com base nas respostas dadas na questão anterior, elabore uma explicação matemática para responder a pergunta abaixo, mas lembre-se: a resposta deverá ser justificada utilizando propriedades dos triângulos estudadas ao longo da sequência didática. “A resistência observada está relacionada ao material utilizado ou às propriedades geométricas das figuras?”

5. Cada grupo deverá produzir um painel contendo:

- fotografia das estruturas;
- resultados dos testes;
- conclusão matemática;
- desenho das figuras geométricas envolvidas;

- justificativa para o uso de triângulos em pontes e construções reais.

Aula 4: Tribunal da Geometria: Prove ou Refute (Nível 4 – Dedução Formal)

Carga horária: 3 h/a

Objetivo da aula: Desenvolver o pensamento geométrico formal dos estudantes, possibilitando a construção e a compreensão de demonstrações matemáticas por meio da utilização de definições, propriedades, postulados e teoremas, estabelecendo relações lógicas entre hipóteses e conclusões.

Desenvolvimento da aula: A aula será desenvolvida por meio de uma abordagem investigativa, colaborativa e baseada em desafios, utilizando o jogo Tribunal da Geometria: Prove ou Refute como recurso para favorecer a construção do pensamento dedutivo formal.

Inicialmente, o professor realizará uma breve retomada dos conceitos geométricos necessários para a atividade, destacando a diferença entre observar uma regularidade, justificar informalmente uma afirmação e demonstrá-la matematicamente. Serão retomadas definições, propriedades e teoremas relacionados aos triângulos, que servirão como fundamentos para as demonstrações.

Em seguida, os estudantes serão organizados em pequenos grupos. Cada grupo receberá cartas contendo afirmações ou proposições geométricas que deverão ser analisadas. Os estudantes deverão identificar a hipótese e a conclusão de cada proposição e decidir se a afirmação é verdadeira ou falsa. Nas situações verdadeiras, o desafio será construir uma demonstração formal, selecionando e organizando definições, propriedades e teoremas de maneira lógica, de modo que a conclusão decorra necessariamente da hipótese. Nas situações falsas, os estudantes deverão apresentar um contraexemplo, demonstrando que a hipótese não é suficiente para garantir a conclusão.

Após a resolução dos desafios, cada grupo apresentará uma de suas demonstrações para a turma. As diferentes estratégias serão discutidas coletivamente, permitindo que os estudantes percebam a importância da organização lógica dos argumentos e da utilização adequada das proposições previamente estabelecidas.

Ao final, será realizada uma sistematização coletiva, destacando a estrutura:

Hipótese → Definições/Propriedades → Relações lógicas → Conclusão

Os estudantes realizarão, ainda, um registro individual de uma das demonstrações construídas durante o jogo, utilizando linguagem matemática e justificando cada etapa.

Figura 5.6: Cartas do jogo Tribunal da Geometria: Prove ou Refute

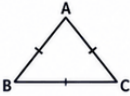
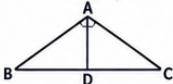


TRIBUNAL DA GEOMETRIA
PROVE OU REFUTE

CARTAS DO JOGO

Nível 4 – Dedução Formal

Argunte.
Demonstre.
Convença!

1 VERDADE OU DESAFIO? Todo triângulo equilátero é isósceles. Demonstre a afirmação utilizando definições e propriedades.	2 VERDADE OU DESAFIO? Todo triângulo isósceles é equilátero. A afirmação é verdadeira? Se for falsa, apresente um contraexemplo e justifique.	3 PROVE OU REFUTE Em um triângulo, se dois ângulos são congruentes, então os lados opostos a esses ângulos também são congruentes. Construa uma demonstração.	4 PROVE OU REFUTE Se um triângulo é retângulo, então ele é isósceles. A afirmação é verdadeira? Se for falsa, apresente um contraexemplo e justifique.
5 PROVE OU REFUTE Se dois triângulos são congruentes, então seus ângulos correspondentes são congruentes. Construa uma demonstração.	6 PROVE OU REFUTE Se dois triângulos possuem dois ângulos correspondentes congruentes, então eles são semelhantes. Demonstre a afirmação.	7 VERDADE OU DESAFIO? Se dois triângulos são semelhantes, então seus lados correspondentes são proporcionais. Construa uma demonstração.	8 PROVE OU REFUTE Se dois triângulos são semelhantes e possuem um lado correspondente de mesma medida, então são congruentes. A afirmação é verdadeira? Se for falsa, apresente um contraexemplo e justifique.
9 PROVE OU REFUTE Em todo triângulo isósceles, os ângulos da base são congruentes. Construa uma demonstração.	10 VERDADE OU DESAFIO? Se um triângulo possui um ângulo externo de 120°, então o ângulo interno adjacente mede 60°. Demonstre a afirmação.	11 PROVE OU REFUTE A soma dos ângulos internos de qualquer triângulo é 180°. Demonstre a afirmação.	12 VERDADE OU DESAFIO? Se um triângulo é retângulo, então a soma dos outros dois ângulos é 90°. Demonstre a afirmação.
13 PROBLEMA INVESTIGATIVO Considere o triângulo abaixo, com $AB = AC$.  Demonstre que os ângulos da base são congruentes.	14 PROBLEMA INVESTIGATIVO Considere o triângulo ABC retângulo em A e um ponto D na hipotenusa BC, conforme a figura.  Demonstre que os triângulos ABD e ACD são semelhantes.	15 DESAFIO EXTRA Em um triângulo, se a bissetriz de um ângulo também é mediana, então esse triângulo é isósceles. Demonstre a afirmação.	16 DESAFIO EXTRA Em um triângulo, se dois lados são congruentes, então as bissetrizes dos ângulos da base são congruentes. Demonstre a afirmação.

 Recorte as cartas nas linhas tracejadas.

Matemática: mais que cálculos, argumentos que constroem o conhecimento.

Fonte: elaborado pela autora (2026).

Aula 5: Conselho dos Axiomas: Os Triângulos Podem Mentir? (Nível 5 – Rigor)

Carga horária: 3 h/a

Objetivo da aula: Compreender o papel dos axiomas e postulados na construção do conhecimento geométrico, analisando as propriedades dos triângulos em diferentes sistemas geométricos e reconhecendo que a validade de uma proposição matemática está relacionada ao sistema axiomático no qual ela é estabelecida.

Desenvolvimento da aula: Inicialmente, o professor realizará uma breve retomada sobre definições, axiomas, postulados, conjecturas e teoremas, destacando que as proposições geométricas são estabelecidas dentro de um determinado sistema

axiomático. Em seguida, os estudantes serão organizados em pequenos grupos e receberão cartas contendo diferentes afirmações relacionadas aos triângulos e à Geometria.

Os grupos deverão analisar as afirmações e classificá-las como definição, axioma/postulado, teorema, conjectura ou proposição dependente do sistema geométrico, justificando suas escolhas. Durante essa etapa, o professor realizará questionamentos que estimulem os estudantes a refletirem sobre a origem e as condições de validade de cada afirmação.

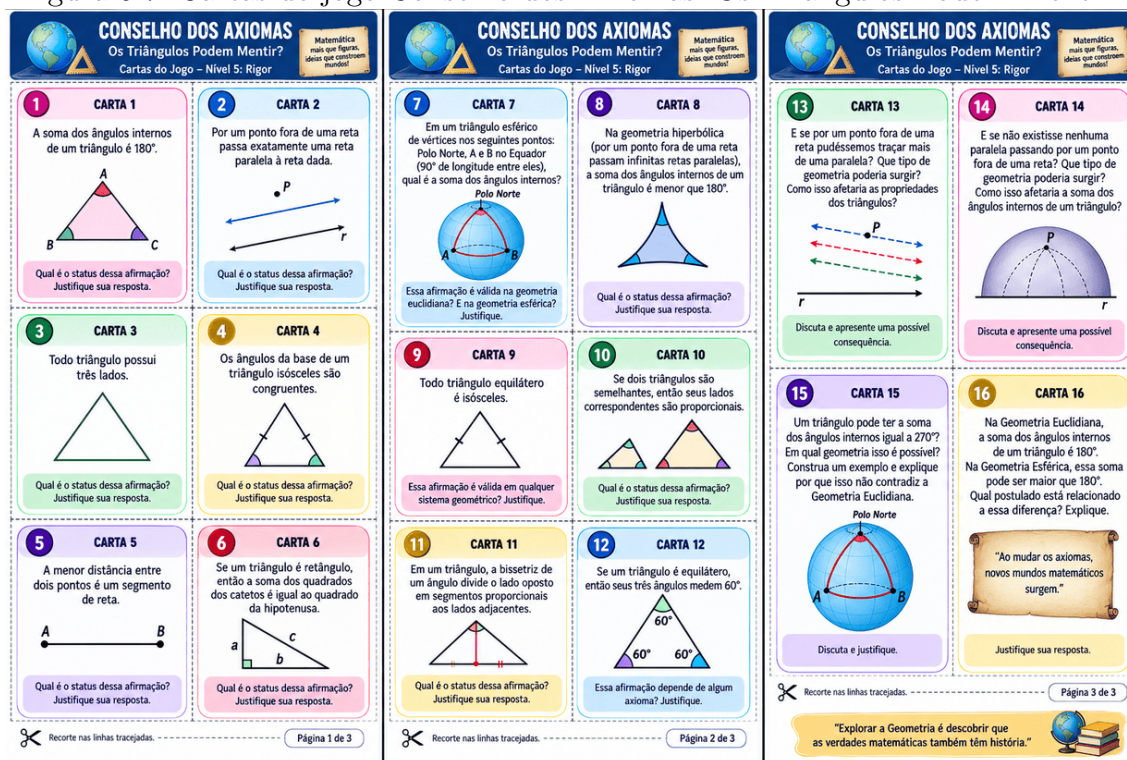
Na sequência, será apresentado aos estudantes um triângulo esférico, construído a partir de três pontos sobre uma esfera. Os alunos deverão investigar a medida de seus ângulos e comparar o resultado com a propriedade estudada na Geometria Euclidiana de que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180° . A partir do conflito provocado pela obtenção de uma soma superior a 180° , os grupos serão conduzidos a discutir por que a mesma propriedade não se mantém necessariamente em outro sistema geométrico.

Posteriormente, será realizado o “Tribunal dos 180° ”, no qual os grupos deverão defender diferentes posições: um grupo argumentará considerando a Geometria Euclidiana e outro analisará a validade da afirmação em uma geometria não euclidiana. Os estudantes deverão apresentar argumentos matemáticos e explicar quais pressupostos ou características do sistema geométrico sustentam suas conclusões.

Ao final, será realizada uma sistematização coletiva, destacando que diferentes sistemas axiomáticos podem produzir diferentes resultados e que uma proposição deve ser analisada considerando os pressupostos que fundamentam o sistema em que está sendo utilizada.

Como fechamento, cada estudante responderá individualmente à questão: “A soma dos ângulos internos de um triângulo é sempre 180° ? Explique sua resposta considerando o sistema geométrico utilizado.”

Figura 5.7: Cartas do jogo Conselho dos Axiomas: Os Triângulos Podem Mentir?



Fonte: elaborado pela autora (2026).

Missão: Investigar de onde vêm as verdades geométricas e perceber que uma proposição é analisada dentro de um sistema axiomático. Os grupos deverão provar, refutar ou explicar a dependência de uma afirmação em relação ao sistema utilizado.

Como jogar:

1. Forme grupos de 3 ou 4 estudantes e escolha um relator.
2. Embaralhe as cartas e coloque-as viradas para baixo.
3. A cada rodada, um grupo retira uma carta e lê o desafio.
4. O grupo deve identificar o que é hipótese, o que precisa ser demonstrado e quais definições, axiomas, postulados ou teoremas podem ser usados.
5. Para afirmações verdadeiras, construa uma demonstração. Para afirmações falsas, apresente um contraexemplo. Para afirmações dependentes do sistema, explique em qual sistema são válidas.
6. O grupo registra sua resposta na ficha de investigação e apresenta o argumento à turma.
7. A pontuação valoriza o rigor: resposta correta não basta; é necessário justificar.

Pontuação:

- 1 ponto – identifica corretamente o conceito envolvido.
- 2 pontos – apresenta justificativa matemática.
- 3 pontos – usa adequadamente uma definição, propriedade ou teorema.
- 4 pontos – constrói uma demonstração ou contraexemplo consistente.
- 5 pontos – explica como a conclusão depende do sistema axiomático.

CONSELHO DOS AXIOMAS: REGISTRO DA INVESTIGAÇÃO DO GRUPO

Grupo:

Data: ____/____/____

Integrantes:

Carta	Hipótese Ideia Inicial	Definição / Axioma / Teo- rema usado	Demonstração, contraexemplo ou argumento	Conclusão
1				
2				
3				
4				
5				

Escola:

Professor:

Estudante:

Série:

CONSELHO DOS AXIOMAS: REFLEXÃO INDIVIDUAL

1. Uma propriedade geométrica pode depender do sistema de axiomas? Explique.

2. O que você aprendeu ao comparar a Geometria Euclidiana com a Geometria Esférica?

3. Qual a diferença entre justificar uma afirmação e demonstrá-la formalmente?

5.4 Avaliação da aprendizagem

A avaliação da aprendizagem foi planejada para acompanhar o desenvolvimento do pensamento geométrico dos estudantes ao longo de toda a sequência didática. Nessa proposta, a avaliação tem caráter contínuo e formativo, permitindo ao professor observar como os estudantes constroem os conceitos, desenvolvem estratégias de resolução de problemas e avançam entre os diferentes níveis de pensamento geométrico descritos pela TVH. Assim, mais do que verificar a aprendizagem ao final das atividades, busca-se acompanhar todo o processo de construção do conhecimento.

Para auxiliar esse acompanhamento, foram elaboradas fichas de avaliação específicas para cada um dos níveis contemplados na sequência didática. Esses instrumentos têm como finalidade registrar as habilidades desenvolvidas pelos estudantes durante a realização das atividades, possibilitando ao professor identificar os conhecimentos já consolidados, as dificuldades ainda existentes e os aspectos que necessitam de maior atenção. Com base nesses registros, torna-se possível planejar intervenções pedagógicas mais adequadas, respeitando o ritmo de aprendizagem de cada estudante e favorecendo sua progressão ao nível seguinte do pensamento geométrico.

As fichas de avaliação também permitem acompanhar a evolução dos estudantes de forma organizada, oferecendo ao professor um instrumento de apoio para a tomada de decisões durante o desenvolvimento da sequência didática. Dessa maneira, a avaliação deixa de assumir apenas uma função classificatória e passa a contribuir para a melhoria do processo de ensino e aprendizagem, em consonância com os princípios da TVH.

Com o objetivo de identificar o nível de desenvolvimento do pensamento geométrico dos estudantes, foi elaborada uma ficha de registro para complementar a avaliação diagnóstica. Recomenda-se que essa avaliação seja realizada antes do início da sequência didática, deixando claro aos estudantes que ela não possui caráter classificatório, mas tem a finalidade de fornecer informações que auxiliem o professor no planejamento das atividades e no acompanhamento da aprendizagem da turma.

Após a aplicação, o professor deverá analisar as respostas de cada estudante, considerando o desempenho obtido nos três blocos de questões. Quando o estudante demonstrar domínio da maioria das habilidades avaliadas em determinado nível, por exemplo, alcançando aproximadamente 60% de acertos, poderá ser considerado que atingiu esse nível de desenvolvimento do pensamento geométrico.

Com base nesses resultados, recomenda-se registrar o nível mais elevado alcançado por cada estudante na ficha de acompanhamento. Essas informações servirão de apoio para o planejamento das etapas seguintes da sequência didática, possibilitando ao professor selecionar estratégias e atividades compatíveis com as necessidades de aprendizagem da turma.

A utilização dessa avaliação diagnóstica favorece um acompanhamento mais sistemático do processo de aprendizagem, pois permite identificar conhecimentos já consolidados, reconhecer possíveis dificuldades e monitorar a evolução dos estudantes ao longo da sequência didática. Além disso, fornece ao professor elementos para planejar intervenções pedagógicas mais adequadas, respeitando o ritmo de aprendizagem e o nível de desenvolvimento do pensamento geométrico de cada estudante.

Escola:

Professor:

Estudante: **Série:**

FICHA DE AVALIAÇÃO: ATIVIDADE DIAGNÓSTICA

Objetivo da avaliação: Verificar se o estudante reconhece visualmente figuras triangulares em diferentes contextos, independentemente da posição, tamanho ou aparência.

Nível	Descrição do Nível	Quantidade de Questões	Acertos (mínimo 3)	Atingiu o nível? (sim ou não)
Nível 1 – Visualização	Reconhece e identifica figuras pela forma, sem considerar propriedades.	5		
Nível 2 – Análise	Identifica propriedades das figuras (lados, ângulos, etc).	5		
Nível 3 – Dedução Informal	Relaciona propriedades, justifica respostas, faz comparações entre figuras.	5		

Resultado da avaliação

- () O estudante atingiu o Nível 1 da Teoria de Van Hiele.
- () O estudante atingiu o Nível 2 da Teoria de Van Hiele.
- () O estudante atingiu o Nível 3 da Teoria de Van Hiele.

A ficha descrita abaixo tem como objetivo auxiliar o professor no acompanhamento da aprendizagem dos estudantes durante as atividades relacionadas ao Nível 1 (Visualização). Nessa etapa, espera-se que os estudantes reconheçam, identifiquem e nomeiem os triângulos com base em suas características visuais, sem a necessidade de analisar formalmente suas propriedades. O registro das observações permitirá identificar as habilidades já desenvolvidas, bem como os aspectos que ainda precisam ser trabalhados, oferecendo subsídios para o planejamento das intervenções pedagógicas e para o acompanhamento da progressão dos estudantes ao nível seguinte do pensamento geométrico.

Escola:
Professor:
Estudante: **Série:**

FICHA DE AVALIAÇÃO: NÍVEL 1

Objetivo da avaliação: Verificar se o estudante reconhece visualmente figuras triangulares em diferentes contextos, independentemente da posição, tamanho ou aparência.

Aspectos observados	Atingiu	Em desenvolvimento	Não atingiu
Reconhece visualmente figuras triangulares			
Identifica triângulos em objetos do cotidiano			
Diferencia triângulos de outras figuras geométricas			
Reconhece triângulos em diferentes posições e tamanhos			
Utiliza linguagem geométrica básica ao descrever figuras			
Participa das discussões e observações propostas			

Resultado da avaliação

- () O estudante atingiu o Nível 1 da Teoria de Van Hiele.
- () O estudante apresenta avanços, mas ainda necessita de mediação.
- () O estudante ainda não demonstra as características esperadas para o nível.

Nesta etapa, a avaliação busca verificar se os estudantes conseguem ir além do simples reconhecimento visual dos triângulos, identificando suas propriedades e características. Espera-se que sejam capazes de observar elementos como lados, ângulos e classificações, estabelecendo diferenças e semelhanças entre as figuras. Os registros realizados nesta ficha permitem acompanhar a evolução dos estudantes e identificar quais conceitos já foram compreendidos e quais ainda necessitam de maior aprofundamento.

Escola:

Professor:

Estudante: **Série:**

FICHA DE AVALIAÇÃO: NÍVEL 2

Objetivo da avaliação: Espera-se que o estudante consiga reconhecer e analisar as propriedades dos triângulos, identificando suas características, realizando classificações e compreendendo as relações básicas entre lados e ângulos, sem a necessidade de demonstrações formais.

Critérios observados	Sim	Parcialmente	Não
Identifica propriedades dos triângulos			
Classifica os triângulos corretamente			
Reconhece diferenças entre lados e ângulos			
Utiliza linguagem geométrica básica			
Participa da construção e discussão em grupo			

Resultado da avaliação

- () O estudante atingiu o Nível 2 da Teoria de Van Hiele, identificando e analisando as propriedades dos triângulos.
- () O estudante apresenta avanços na análise e classificação dos triângulos, mas ainda necessita de mediação.

() O estudante ainda não demonstra as características esperadas para o Nível 2 da Teoria de Van Hiele.

No terceiro nível, o foco da avaliação está na capacidade dos estudantes de estabelecer relações entre as propriedades dos triângulos e utilizá-las para justificar suas conclusões. Durante as atividades, o professor deverá observar se os estudantes conseguem elaborar argumentos, reconhecer relações entre diferentes classificações de triângulos e explicar seus raciocínios de forma coerente. A ficha possibilita registrar esses avanços e identificar evidências da construção do pensamento geométrico.

Escola:

Professor:

Estudante: **Série:**

FICHA DE AVALIAÇÃO: NÍVEL 3

Objetivo da avaliação: Verificar se o estudante consegue relacionar propriedades dos triângulos, formular conclusões a partir das investigações realizadas e justificar suas respostas utilizando argumentos geométricos simples, desenvolvendo o raciocínio lógico sem a necessidade de demonstrações formais.

Critérios observados	Sim	Parcialmente	Não
Relaciona propriedades dos triângulos			
Formula conclusões a partir das investigações			
Justifica respostas utilizando argumentos geométricos			
Compreende relações entre lados e ângulos			

Resultado da avaliação

() O estudante atingiu o Nível 3 da Teoria de Van Hiele, estabelecendo relações e justificativas entre propriedades dos triângulos.

() O estudante apresenta avanços nas investigações geométricas, mas ainda necessita de mediação.

() O estudante ainda não demonstra as características esperadas para o Nível 3 da Teoria de Van Hiele.

Foi elaborada uma atividade complementar com o objetivo de relacionar o estudo das propriedades dos triângulos a situações que permitam aos estudantes observar como essas propriedades contribuem para a estabilidade de estruturas, como

pontes por exemplo. A avaliação busca verificar se os estudantes conseguem analisar e comparar diferentes estruturas, identificar características que influenciam sua estabilidade e justificar suas conclusões utilizando argumentos geométricos. Espera-se que, a partir da observação e da experiência realizada, os estudantes consigam estabelecer relações entre os conceitos geométricos estudados e sua aplicação em situações do cotidiano, desenvolvendo o raciocínio lógico e a capacidade de argumentar matematicamente.

Escola:

Professor:

Estudante: **Série:**

FICHA DE AVALIAÇÃO DA ATIVIDADE COMPLEMENTAR

Objetivo da avaliação: Verificar se o estudante é capaz de analisar, comparar e justificar matematicamente a estabilidade das estruturas construídas, utilizando argumentos geométricos relacionados às propriedades dos triângulos.

Critérios observados	Sim	Parcialmente	Não
Comparou os resultados obtidos nos testes de resistência			
Relacionou a estabilidade das estruturas às propriedades dos triângulos			
Utilizou argumentos matemáticos para justificar suas conclusões			
Utilizou linguagem geométrica adequada ao apresentar suas ideias			
Analisou criticamente os resultados observados durante a investigação			

Resultado da avaliação

- () O estudante demonstrou capacidade de analisar, comparar e justificar propriedades geométricas utilizando argumentos matemáticos consistentes.
- () O estudante apresenta avanços no raciocínio geométrico e na argumentação matemática, mas ainda necessita de mediação para aprofundar suas justificativas.

A avaliação deste nível concentra-se na organização do raciocínio dedutivo dos estudantes. Espera-se que consigam utilizar definições, propriedades e teoremas para justificar procedimentos e construir demonstrações de maneira lógica. A ficha

foi elaborada para registrar essas evidências de aprendizagem, permitindo ao professor verificar o domínio dos conceitos e orientar novas situações de aprendizagem quando necessário.

Escola:
Professor:
Estudante: **Série:**

FICHA DE AVALIAÇÃO: NÍVEL 4

Objetivo da avaliação: Avaliar a capacidade do estudante de utilizar definições, propriedades e teoremas para estabelecer relações lógicas entre hipóteses e conclusões, construindo demonstrações matemáticas e utilizando contraexemplos para analisar a validade de proposições geométricas.

Critérios observados	Sim	Parcialmente	Não
Identifica hipótese e conclusão de uma proposição			
Utiliza definições, propriedades e teoremas adequadamente			
Organiza argumentos em uma sequência lógica			
Constrói demonstrações matemáticas			
Utiliza contraexemplos para refutar afirmações			

Resultado da avaliação

- () O estudante demonstrou capacidade de identificar hipóteses e conclusões, relacionar propriedades geométricas e construir demonstrações utilizando argumentos matemáticos consistentes.
- () O estudante apresenta avanços no raciocínio dedutivo e na argumentação matemática, mas ainda necessita de maior desenvolvimento na organização lógica das demonstrações e na utilização de definições, propriedades e teoremas.
- () O estudante ainda apresenta dificuldades em estabelecer relações lógicas entre propriedades geométricas e em construir demonstrações formais, necessitando de mediação e novas situações de aprendizagem.
- () O estudante ainda não demonstra as características esperadas para o Nível 4 da Teoria de Van Hiele.

O quinto nível corresponde a um estágio mais avançado do pensamento geométrico, caracterizado por um elevado grau de abstração. Nessa fase, a avaliação

procura identificar se o estudante é capaz de compreender diferentes sistemas geométricos, analisar demonstrações sob distintas perspectivas e estabelecer relações entre estruturas matemáticas. Embora esse nível não seja esperado para a maioria dos estudantes da Educação Básica, a ficha foi incluída como um instrumento complementar para acompanhar aqueles que apresentarem um desenvolvimento mais avançado ao longo da sequência didática.

Escola:

Professor:

Estudante: **Série:**

FICHA DE AVALIAÇÃO: NÍVEL 5

Objetivo da avaliação: Verificar se o estudante possui a capacidade de compreender o papel dos axiomas e postulados, analisar a validade de proposições em diferentes sistemas geométricos e construir argumentos matemáticos fundamentados.

Crítérios observados	Sim	Parcialmente	Não
Compreende o papel dos axiomas e postulados			
Compreende que as proposições dependem do sistema geométrico			
Analisa e compara diferentes sistemas geométricos			
Utiliza argumentos matemáticos para justificar suas conclusões			
Reconhece as consequências da alteração de axiomas/postulados			

Foi elaborada uma atividade complementar com o objetivo de retomar e reforçar o estudo das propriedades dos triângulos, dando aos estudantes a oportunidade de revisar os conceitos trabalhados e perceber as relações existentes entre eles. A avaliação busca verificar se os estudantes conseguem relacionar essas propriedades, chegar a conclusões a partir das situações investigadas e explicar suas respostas utilizando argumentos geométricos simples. Nesse momento, não se espera que apresentem demonstrações formais, mas que sejam capazes de organizar suas ideias, estabelecer relações e justificar seus raciocínios de maneira coerente. A ficha também permite acompanhar os avanços dos estudantes na compreensão das relações geométricas e perceber indícios do desenvolvimento do raciocínio dedutivo informal ao longo da sequência didática.

Escola:
 Professor:
 Estudante: Série:

FICHA DE AVALIAÇÃO DA ATIVIDADE EXTRA

Objetivo da avaliação: Verificar se o estudante consegue relacionar propriedades dos triângulos, formular conclusões a partir das investigações realizadas e justificar suas respostas utilizando argumentos geométricos simples, desenvolvendo o raciocínio lógico sem a necessidade de demonstrações formais.

Critérios observados	Sim	Parcialmente	Não
Utiliza argumentos geométricos para justificar respostas			
Relaciona propriedades dos triângulos com situações práticas			
Desenvolve raciocínio lógico e dedutivo			
Explica conclusões utilizando linguagem matemática			

Resultado da avaliação

- () O estudante utiliza argumentos e justificativas geométricas nas investigações propostas.
- () O estudante apresenta avanços no raciocínio dedutivo, mas ainda necessita de mediação.

Ao concluir a elaboração desta sequência didática, entende-se que o material produzido pode representar uma alternativa de apoio ao trabalho do professor no ensino de Geometria. A organização das atividades e das fichas de avaliação foi orientada pelos pressupostos da Teoria de Van Hiele, buscando respeitar o desenvolvimento gradual do pensamento geométrico e oferecer subsídios para o planejamento das aulas. Assim, espera-se que esta proposta possa servir como referência para professores interessados em desenvolver o conteúdo de triângulos de forma mais estruturada, favorecendo práticas que valorizem a compreensão dos conceitos, a participação dos estudantes e a construção do conhecimento geométrico ao longo do processo de aprendizagem.

Considerações Finais

Esta pesquisa teve como objetivo elaborar uma sequência didática para o ensino de triângulos na 1^a série do Ensino Médio, fundamentada na Teoria de Van Hiele. A escolha desse tema partiu da compreensão de que a Geometria desempenha um papel importante na formação matemática dos estudantes e, ao mesmo tempo, ainda apresenta desafios relacionados à aprendizagem de seus conceitos e propriedades.

Ao longo do estudo, foi possível observar que diversas pesquisas apontam dificuldades dos estudantes na compreensão dos conteúdos geométricos, especialmente quando o ensino ocorre de forma excessivamente baseada na memorização de definições e procedimentos. Nesse contexto, a TVH se destaca por oferecer subsídios para a organização do ensino, ao considerar que o desenvolvimento do pensamento geométrico acontece de maneira gradual e por meio de diferentes níveis de compreensão.

A revisão dos estudos permitiu identificar que a TVH tem sido utilizada em diferentes propostas voltadas ao ensino de Geometria, apresentando potencial para auxiliar professores na elaboração de atividades que considerem as características e necessidades dos estudantes. Além disso, os trabalhos analisados reforçam a importância de metodologias que valorizem a participação ativa dos alunos, a investigação, a resolução de problemas e a utilização de recursos didáticos diversificados.

Com base nessas reflexões, foi elaborada uma sequência didática organizada a partir dos níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico e das fases de aprendizagem propostas pela TVH. O material contempla atividades voltadas ao estudo dos triângulos, acompanhadas de instrumentos de avaliação que podem auxiliar o professor no acompanhamento da aprendizagem e na identificação da progressão dos estudantes ao longo do processo.

Embora a proposta não tenha sido aplicada no contexto desta pesquisa, acredita-se que o produto educacional desenvolvido possa contribuir para o planejamento de práticas pedagógicas voltadas ao ensino de Geometria. A sequência didática foi concebida como um material de apoio ao professor, oferecendo possibilidades de trabalho que buscam favorecer a compreensão dos conceitos geométricos

e estimular o desenvolvimento do pensamento geométrico dos estudantes.

Por fim, espera-se que esta pesquisa possa contribuir para as discussões sobre o ensino de Geometria e incentivar novas investigações relacionadas à utilização da TVH na Educação Básica. Como possibilidade para estudos futuros, sugere-se a aplicação e avaliação da sequência didática em diferentes contextos escolares, de modo a analisar suas potencialidades, desafios e contribuições para o processo de ensino e aprendizagem da Geometria.

Referências

ALVES, George de Souza; SAMPAIO, Fábio Ferrentini. **O modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele e possíveis contribuições da geometria dinâmica**. Rio de Janeiro: Núcleo de Computação Eletrônica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2002. 10 p. (Relatório Técnico, n. 20/02).

ARCANJO FILHO, Miguel; TAVARES, Agamenon Henrique de Carvalho. O ensino de geometria numa perspectiva interdisciplinar como iniciativa para uma abordagem transdisciplinar. **Revista Brasileira da Educação Profissional e Tecnológica**, Natal, v. 1, n. 4, p. 2–11, 2011. DOI: 10.15628/rbept.2011.3178.

BEU, Jaqueline. **O ensino da geometria e a educação básica: realidade e dificuldades**. 2015. 55 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, Câmpus Caraguatatuba, Caraguatatuba, 2015.

BITTAR, Marilena. O uso de softwares educacionais no contexto da aprendizagem virtual. In: CAPISANI, Dulcimira (org.). **Educação e arte no mundo digital**. Campo Grande: Editora UFMS, 2000. p. 73–96.

BOCCATO, V. R. C. Metodologia da pesquisa bibliográfica na área odontológica e o artigo científico como forma de comunicação. **Rev. Odontol. Univ. Cidade São Paulo**, São Paulo, v. 18, n. 3, p. 265–274, 2006. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/rdbci/article/view/1896>. Acesso em: 18 abr. 2026.

BRAGA, Elisabete Rambo; DORNELES, Beatriz Vargas. Análise do desenvolvimento do pensamento geométrico no ensino fundamental. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 13, n. 2, p. 273–289, 2011.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF, 2018.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental**. Brasília, DF: MEC/SEF, 1998. 148 p. Disponível em: <https://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>. Acesso em: 11 jul. 2026.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília, DF: MEC/SE, 1997.

BULOS, Adriana Mascarenhas Mattos. O ensino da geometria nos anos iniciais do Ensino Fundamental. In: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

(CIAEM), 13., 2011, Recife, PE. **Anais da XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática**. Recife: CIAEM/IACME, 2011. p. 1–13. Disponível em: <https://xiii.ciaem-redumate.org>. Acesso em: 11 jul. 2026.

COSTA JÚNIOR, José Roberto; SILVA, João Batista Rodrigues da. A geometria pela ótica da teoria de Van Hiele: uma análise do nível de desenvolvimento do pensamento geométrico de alunos de um curso de Licenciatura em Matemática. In: ENCONTRO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DA PARAÍBA, 6., 2014, Campina Grande. **Anais do VI Encontro de Educação Matemática da Paraíba: Desenvolvendo o Pensamento Matemático em Diversos Espaços Educativos**. Campina Grande: Universidade Estadual da Paraíba, 2014. p. 1–12. Acesso em: 11 jul. 2026.

CRUZ, Débora de Sousa. A importância da geometria no processo ensino-aprendizagem. **Revista Brasileira de Ensino e Aprendizagem**, [S. l.], v. 4, p. 108–116, 2022. ISSN 2764-1368. Disponível em: <https://rebena.emnuvens.com.br/revista/article/view/47>. Acesso em: 11 jul. 2026.

DE VILLIERS, Michael. Algumas reflexões sobre a Teoria de Van Hiele. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 12, n. 3, p. 400–431, 2010.

DOBARRO, Viviane Rodrigues; BRITO, Márcia Regina Ferreira de. Um estudo sobre a habilidade matemática na solução de problemas de geometria. **REnCiMa – Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, São Paulo, v. 1, n. 1, p. 34–46, 2010. Disponível em: <https://revistapos.cruzeirosul.edu.br/index.php/rencima/article/view/9>. Acesso em: 11 jul. 2026.

GÓMEZ-GRANELL, Carmen. A aquisição da linguagem matemática: símbolo e significado. In: TEBEROSKY, Ana; TOLCHINSKY, Liliana (org.). **Além da alfabetização: a aprendizagem fonológica, ortográfica, textual e matemática**. 4. ed. São Paulo: Ática, 1997. p. 257–282.

HIELE, P. M. van. **Structure and insight: a theory of mathematics education**. Nova York: Academic Press, 1986.

JAIME, Adela; GUTIÉRREZ, Ángel. Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la geometría: el modelo de Van Hiele. In: LLINARES, Salvador; SÁNCHEZ, María Victoria (org.). **Teoría y práctica en educación matemática**. Sevilla: Ediciones Alfar, 1990. p. 295–384.

KALEFF, Ana Maria; HENRIQUES, Almir de Souza; REI, Duke Monteiro; BOLEMA, Luiz Guilherme Figueiredo. Desenvolvimento do pensamento geométrico – O modelo de Van Hiele. **Bolema**, Rio Claro – SP, v. 9, n. 10, 1994.

LANHOSO, Lionel Batista. **Análise dos níveis do pensamento geométrico dos estudantes ingressantes em um curso de licenciatura em matemática na perspectiva de Van Hiele**. 2020. 156 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Programa de Mestrado Profissional em Matemática, Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2020.

LORENZATO, Sérgio. Porque não ensinar Geometria? **A Educação Matemática em Revista**. Blumenau: SBEM, Ano III, n. 4, 1995.

MOREIRA, Marco Antonio; ROSA, Paulo Ricardo da Silva. **Pesquisa em ensino: métodos**

qualitativos e quantitativos. 2. ed. rev. Porto Alegre: Instituto de Física da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2016.

NASSER, L.; SANT'ANNA, N. P. **Geometria segundo a teoria de Van Hiele**. Rio de Janeiro, RJ: UFRJ, 1997.

PEREIRA, Alana Nunes. **Conhecimentos matemáticos para o ensino de geometria na Educação Básica**. 2020. 233 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2020.

PRODANOV, C. C.; FREITAS, E. C. **Metodologia do trabalho científico: métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico**. Novo Hamburgo, RS: Feevale, 2013.

RABAIOLLI, Leonice Ludwig; STROHSCHOEN, Andreia Aparecida Guimarães; GIONGO, Ieda Maria. **O ensino de geometria nos anos iniciais da Educação Básica**. Lajeado: Universidade do Vale do Taquari – Univates, 2013. Acesso em: 11 jul. 2026.

ROGENSKI, Maria Lucia Cordeiro; PEDROSO, Sandra Mara Dias. **O ensino da geometria na educação básica: realidade e possibilidades**. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná, Programa de Desenvolvimento Educacional (PDE), 2008.

SANTOS, Daniel Matias; SILVA, Márcio José; SILVA, Luciana Araújo da; FERREIRA, Samara Almeida; ALMEIDA, Millede dos Santos de; ABREU, Ozeias Ribeiro de; CRUZ, Jackson Euler Viana; MORAES, Estefane Ferreira; ALMEIDA, Lília de Souza; CARVALHO, Priscila Pamela Trindade. Revisão de estudos sobre a Teoria de Van Hiele. **RECIMA21 – Revista Científica Multidisciplinar**, [S. l.], v. 4, n. 7, e473593, 2023. DOI: 10.47820/recima21.v4i7.3593.

SANTOS, Fernando Tranquilino Marques dos; SANTOS, Marcelo Câmara dos. Os níveis de pensamento geométrico de Van Hiele: um estudo com alunos dos anos finais do ensino fundamental. **Educação Matemática em Foco**, Campina Grande, v. 7, n. 2, p. 1–20, 2018.

SANTOS, Juliana Maria Souza Rangel dos. **A teoria de Van Hiele no estudo de áreas de polígonos e poliedros**. 2015. 109 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Centro de Ciência e Tecnologia, Laboratório de Ciências Matemáticas, Campos dos Goytacazes, 2015.

SANTOS, Maria Eugênia K. Lopes dos; MAZZINI, Tatiana F. dos S. Teoria de Van Hiele: os níveis de pensamento geométricos de alunos concluintes do Ensino Fundamental. **Revista de Casos e Consultoria**, v. 12, n. 1, e27013, 2011.

SILVA, Débora Maria Ribeiro Vanderlei da; PEREIRA, Francielle Goulart; MIKUSKA, Marcia Inês Schabarum; PRADO, Maria Elisabette Brisola Brito; SIDERICOUDÉS, Odete. O ensino de geometria na educação básica por meio das tecnologias digitais: uma revisão de literatura. **Research, Society and Development**, Vargem Grande Paulista, v. 14, n. 5, e4814548775, 2025. DOI: 10.33448/rsd-v14i5.48775.

SILVA, Eber Oliveira. **Geometria espacial na EJA: uma proposta de ensino à luz do modelo Van Hiele com auxílio do software de geometria dinâmica GeoGebra**. 2021. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) – Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2021.

SILVA, Quezia de Oliveira Vargas da. O ensino de geometria espacial no Ensino Médio: uma abordagem com o uso do GeoGebra. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO

MATEMÁTICA, 12., 2016, São Paulo. **Anais do XII Encontro Nacional de Educação Matemática**: Educação Matemática na Contemporaneidade: desafios e possibilidades. São Paulo: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2016. p. 1–8. ISSN 2178-034X. Acesso em: 11 jul. 2026.

SOUZA, Maria José de Araújo (org.). **Sequências didáticas no ensino da Matemática**. Fortaleza: Universidade Federal do Ceará, 2013.

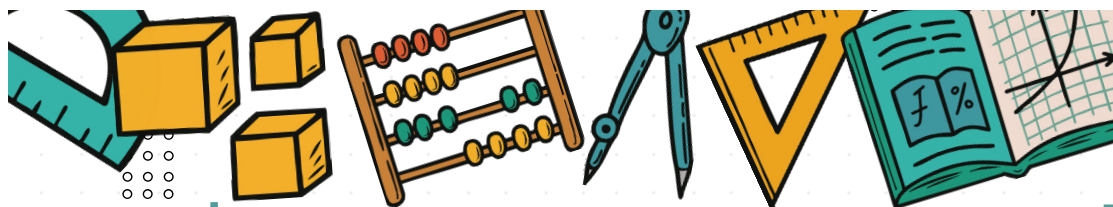
TOCANTINS. Superintendência de Educação Básica. **Matriz de Recomposição das Aprendizagens**. Palmas, 2025.

VAN DE WALLE, John A. **Matemática no ensino fundamental**: formação de professores e aplicação em sala de aula. Tradução de Paulo Henrique Colonese. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

ZANETTE, Rodrigo. Trabalhando com a geometria. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11., 2013, Curitiba. **Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática**. Curitiba: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2013. p. 1–10. ISSN 2178-034X. Acesso em: 11 jul. 2026.

Produto Educacional

O produto educacional desenvolvido nesta pesquisa: a sequência didática completa, com todas as fichas, atividades e instrumentos de avaliação apresentados no Capítulo 5 está reproduzido, na íntegra e em seu layout original, nas páginas a seguir.



UFG

IME

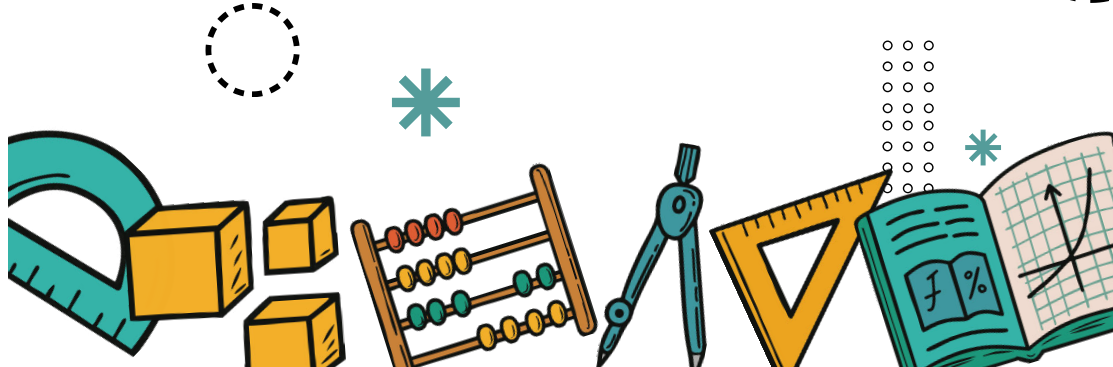
INSTITUTO DE
MATEMÁTICA E
ESTATÍSTICA

PROFMAT

UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS (UFG)
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA (IME)
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA
EM REDE NACIONAL (PROFMAT)

SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE TRIÂNGULOS SOB A PERSPECTIVA DA TEORIA DE VAN HIELE

Fabriny Aparecida Souza Mesquita
Marcelo Lopes Ferro



Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UFG.

Mesquita, Fabriny Aparecida Souza

Sequência Didática para o Ensino de Triângulos sob a perspectiva da Teoria de Van Hiele [Sequência Didática] / Fabriny Aparecida Souza Mesquita. - 2026.

LII, 50 f.:

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Lopes Ferro

Produto Educacional (Stricto Sensu) - Universidade Federal de Goiás, Instituto de Matemática e Estatística (IME), PROFMAT - Programa de Pós-graduação em Matemática em Rede Nacional - Sociedade Brasileira de Matemática (RG), Goiânia, 2026.

1. Teoria de Van Hiele. 2. Sequência Didática. 3. Triângulos. 4. Ensino Médio.

I. Ferro, Marcelo Lopes, orient. II. Título.

CDU 51



Apresentação.....	4
A Teoria de Van Hiele.....	6
Sequência Didática.....	10
Atividade Diagnóstica.....	12
Ficha de Avaliação Diagnóstica.....	16
Aula 1: Onde os triângulos aparecem?.....	17
Ficha de Avaliação do Nível 1.....	18
Aula 2: Construindo triângulos com materiais manipuláveis.....	19
Ficha de Avaliação do Nível 2.....	22
Aula 3: Descobrimos relações entre os triângulos.....	23
Ficha de Avaliação do Nível 3.....	27
Atividade extra.....	28
Ficha de Avaliação da Atividade Extra	31
Atividade Complementar	32
Ficha de Avaliação da Atividade Complementar.....	36
Aula 4: Tribunal da Geometria: Prove ou Refute	38
Ficha de Avaliação do Nível 4.....	41
Aula 5: Conselho dos Axiomas: Os Triângulos Podem Mentir?.....	43
Ficha de Avaliação do Nível 5.....	49
Referências Bibliográficas.....	51





APRESENTAÇÃO

A Geometria está presente em diversas situações do cotidiano e desempenha um papel importante no desenvolvimento do raciocínio lógico, da percepção espacial e da capacidade de resolver problemas. Apesar de sua relevância, muitos estudantes chegam ao Ensino Médio apresentando dificuldades na compreensão de conceitos geométricos básicos, especialmente aqueles relacionados aos triângulos e às suas propriedades.

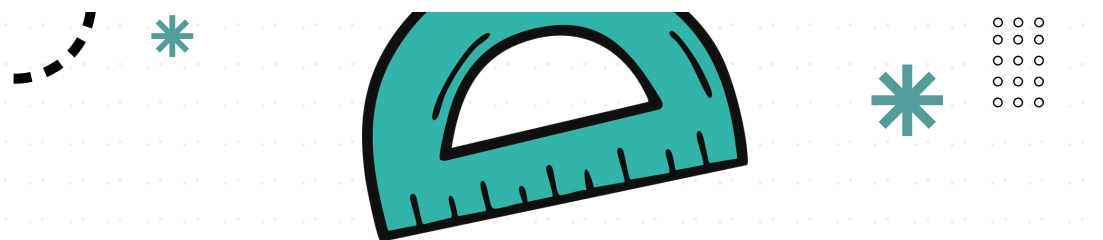
Essas dificuldades podem comprometer a aprendizagem de conteúdos mais complexos e limitar a construção de conhecimentos matemáticos mais elaborados. Diante dessa realidade, torna-se necessário buscar estratégias de ensino que possibilitem uma aprendizagem mais significativa e favoreçam a participação ativa dos estudantes durante as aulas.

Nesse contexto, a utilização de atividades investigativas, materiais manipuláveis e situações que estimulem a argumentação matemática pode contribuir para a construção gradual dos conceitos geométricos.

Foi a partir dessa perspectiva que este produto educacional foi desenvolvido. O material reúne uma sequência didática voltada ao estudo dos triângulos, contemplando conceitos como classificação, propriedades, relações geométricas e aplicações em situações práticas. As atividades foram planejadas para incentivar a observação, a análise, a investigação e a justificativa matemática, valorizando o protagonismo dos estudantes no processo de aprendizagem.

A organização da sequência didática tem como base a Teoria de Van Hiele, desenvolvida por Pierre van Hiele e Dina van Hiele-Geldof. Segundo essa teoria, a compreensão dos conceitos geométricos ocorre de forma progressiva, passando por diferentes níveis de pensamento (Costa Júnior; Silva, 2014).





Os autores propõem cinco níveis de desenvolvimento: Visualização, Análise, Dedução Informal, Dedução Formal e Rigor. Cada um deles representa uma maneira distinta de compreender e interpretar os conceitos geométricos, exigindo experiências de aprendizagem adequadas para que o estudante avance em sua compreensão (Nasser e Sant'Anna, 2010).

Com base nesses pressupostos, a sequência didática apresentada neste material foi estruturada de modo que as atividades acompanhem a progressão dos níveis de pensamento geométrico descritos pela teoria. Inicialmente, é proposta uma atividade diagnóstica para identificar o nível de compreensão dos estudantes desenvolvido pela equipe do Projeto Fundação (Nasser; Sant'Anna, 1997) que permite identificar em que estágio (apenas até o nível 3) os estudantes se encontram em relação ao raciocínio geométrico. Em seguida, são desenvolvidas atividades específicas para favorecer o avanço gradual entre os níveis, respeitando o processo de construção do conhecimento geométrico.

Este produto educacional é resultado da pesquisa intitulada "A Teoria de Van Hiele no Ensino de Matemática: Uma Proposta de Sequência Didática para o Ensino Médio", desenvolvida no âmbito do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) da Universidade Federal de Goiás (UFG), sob orientação do Prof. Dr. Marcelo Lopes Ferro.

A pesquisa teve como objetivo **elaborar uma proposta de ensino que contribuísse para o desenvolvimento do pensamento geométrico dos estudantes por meio da aplicação de uma sequência didática fundamentada na Teoria de Van Hiele.**

Espera-se que este material possa servir como um recurso de apoio para professores de Matemática, oferecendo possibilidades de trabalho que tornem o ensino da Geometria mais dinâmico, investigativo e significativo, contribuindo para o desenvolvimento do raciocínio geométrico dos estudantes e para a melhoria dos processos de ensino e aprendizagem.





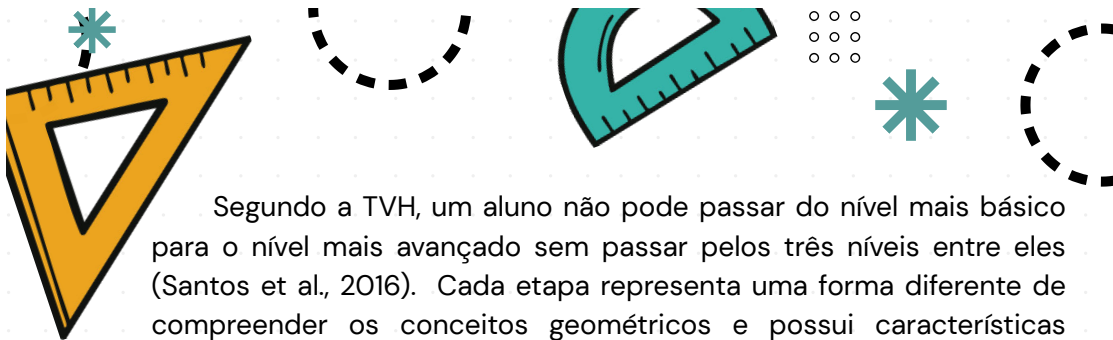
A TEORIA DE VAN HIELE

A Teoria de Van Hiele foi desenvolvida na década de 1950 pelos pesquisadores holandeses Pierre van Hiele e Dina van Hiele-Geldof, a partir de estudos realizados com estudantes que apresentavam dificuldades na aprendizagem da Geometria. Durante suas investigações, os autores observaram que muitos alunos não conseguiam compreender determinados conceitos geométricos porque ainda não haviam desenvolvido formas de raciocínio adequadas para esse tipo de conhecimento (Jaime; Gutierrez, 1990). Essas observações levaram os pesquisadores a propor um modelo que explicasse como ocorre a evolução do pensamento geométrico ao longo do processo de aprendizagem.

A teoria parte do princípio de que a compreensão da Geometria acontece de maneira gradual e organizada. Kaleff *et al.* (1994), por exemplo, afirma que o insucesso do aprendizado geométrico ocorre porque os problemas trazidos para os alunos exigem uma linguagem apropriada ou a utilização de conceitos e propriedades que estão além do nível de pensamento que eles possuem. Com base nessa perspectiva, Van Hiele propôs uma sequência de níveis que descrevem diferentes formas de pensar e compreender os conceitos geométricos.

Segundo essa teoria, o desenvolvimento do pensamento geométrico ocorre por meio de cinco níveis: Visualização, Análise, Dedução Informal, Dedução Formal e Rigor (Costa Júnior; Silva, 2014). À medida que novas experiências são proporcionadas e os conhecimentos são consolidados, torna-se possível avançar para níveis mais complexos de compreensão e argumentação geométrica. Essa organização em níveis oferece ao professor um importante referencial para o planejamento das aulas, permitindo a elaboração de atividades compatíveis com o estágio de desenvolvimento dos estudantes e favorecendo a progressão gradual da aprendizagem geométrica.





Segundo a TVH, um aluno não pode passar do nível mais básico para o nível mais avançado sem passar pelos três níveis entre eles (Santos et al., 2016). Cada etapa representa uma forma diferente de compreender os conceitos geométricos e possui características próprias.

Nesse sentido, percebe-se que existe uma organização hierárquica entre os níveis, em que cada um desempenha um papel fundamental no processo de aprendizagem. Assim, respeitar essa sequência é essencial para que o aluno desenvolva seu raciocínio de maneira consistente, construindo conhecimentos de forma progressiva e significativa.

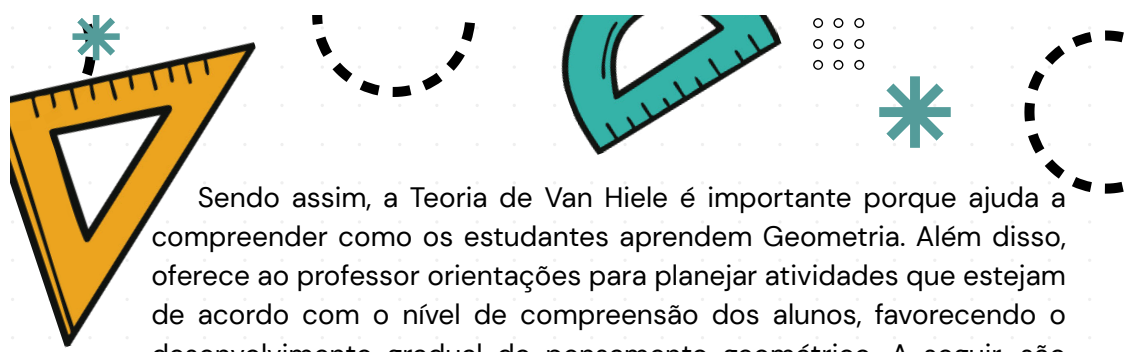
Nasser e Sant'Anna (2010) construíram um quadro para facilitar a organização dos níveis junto a exemplos:

Quadro 1 – Os níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele

NÍVEIS	CARACTERÍSTICAS	EXEMPLO
VISUALIZAÇÃO	Reconhecimento, comparação e nomenclatura das figuras geométricas por sua aparência global.	Classificação de recortes de quadriláteros em grupos de quadrados, retângulos, paralelogramos, losangos e trapézios.
ANÁLISE	Análise das figuras em termos de seus componentes, reconhecimento de suas propriedades e uso dessas propriedades para resolver problemas.	Descrição de um quadrado através de propriedades: 4 lados iguais, 4 ângulos retos, lados opostos iguais e paralelos.
DEDUÇÃO INFORMAL	Percepção da necessidade de uma definição precisa, e de que uma propriedade pode decorrer de outra. Argumentação lógica informal e ordenação de classes de figuras geométricas.	Descrição de um quadrado através de suas propriedades mínimas: 4 lados iguais, 4 ângulos retos. Reconhecimento de que o quadrado é também um retângulo.
DEDUÇÃO FORMAL	Domínio do processo dedutivo e das demonstrações. Reconhecimento de condições necessárias e suficientes.	Demonstração de propriedades dos triângulos e quadriláteros usando a congruência de triângulos.
RIGOR	Capacidade de compreender demonstrações formais; estabelecimento de teoremas em diversos sistemas e comparação deles.	Estabelecimento e demonstração de teoremas em uma geometria finita.

Fonte: Nasser e Sant' Anna (2010, p. 7).





Sendo assim, a Teoria de Van Hiele é importante porque ajuda a compreender como os estudantes aprendem Geometria. Além disso, oferece ao professor orientações para planejar atividades que estejam de acordo com o nível de compreensão dos alunos, favorecendo o desenvolvimento gradual do pensamento geométrico. A seguir, são apresentadas algumas características dessa teoria, destacadas por Nasser e Sant’Anna (2010):

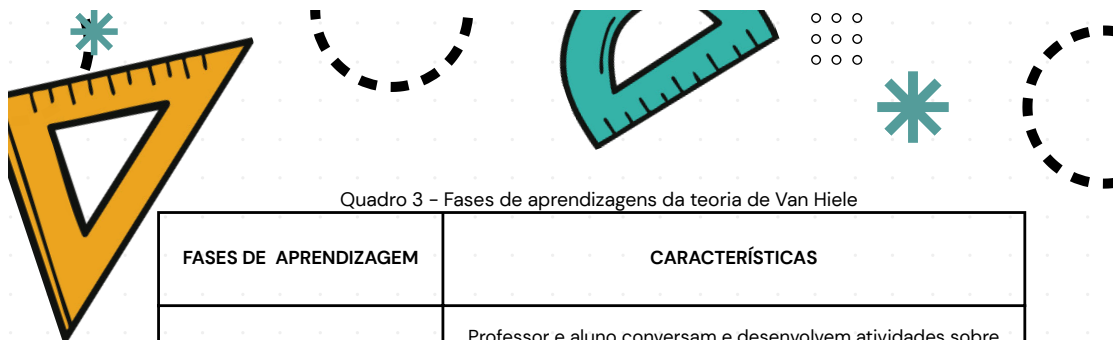
Quadro 2 –Características da Teoria de Van Hiele

CARACTERISTICA	DESCRIÇÃO
HIERÁRQUICA	Os níveis obedecem a uma hierarquia, isto é, para atingir certo nível é necessário passar antes por todos os níveis inferiores. Por exemplo, o aluno só consegue perceber a inclusão de classes de quadriláteros (nível de abstração) se distinguir as propriedades de cada uma dessas classes (nível de análise).
LINGUÍSTICA	Cada nível tem uma linguagem, conjunto de símbolos e sistemas de relações próprios. Por exemplo, não adianta falar em propriedade com os alunos que ainda estão no nível de reconhecimento, pois eles não conhecem ainda esse significado da palavra.
CONHECIMENTOS INTRÍNSECOS	Em cada nível, o aluno tem conhecimentos que estão intrínsecos e eles não conseguem explicar. No nível seguinte é que esses conhecimentos serão explicados. Por exemplo o aluno no nível de reconhecimento é capaz de reconhecer um quadrado, sem conseguir explicar porque aquela figura é um quadrado. Só quando atingir o nível de análise é que será capaz de explicar, através da exploração dos componentes do quadrado e de suas propriedades.
NIVELAMENTO	Não há entendimento entre duas pessoas que raciocinam em níveis diferentes, ou se a instrução é dada num nível mais avançado que o atingido pelo aluno. Por exemplo: Não adianta o professor pedir a um aluno que está relacionando no nível de análise para fazer deduções, pois neste nível ele não denomina ainda o processo dedutivo. Avanço O progresso entre os níveis depende da instrução oferecida, isto é, o aluno só progride para o nível seguinte depois de passar por atividades específicas, que o preparem para esse avanço.

Fonte: Nasser e Sant’ Anna (2010, p. 79).

O avanço dos estudantes entre os níveis de pensamento geométrico ocorre por meio de fases de aprendizagem. Segundo Santos (2015) essas fases orientam o desenvolvimento dos conhecimentos geométricos e auxiliam na construção gradual da compreensão dos conceitos. O quadro apresentado a seguir, adaptado de Alves e Sampaio (2010), resume essas fases e suas principais características.





Quadro 3 – Fases de aprendizagens da teoria de Van Hiele

FASES DE APRENDIZAGEM	CARACTERÍSTICAS
Interrogação informada	Professor e aluno conversam e desenvolvem atividades sobre os objetos de estudo do respectivo nível. Aqui se introduz o vocabulário específico do nível, são feitas observações e várias perguntas. É uma fase preparatória para estudos posteriores
Orientação dirigida	Atividades são desenvolvidas para explorarem as características de um nível e isso deve ser feito com o uso de material selecionado e preparado pelo professor
Explicação	Agora, o papel do professor é de somente orientar o aluno no uso de uma linguagem precisa e adequada. Baseando-se em experiências anteriores, os alunos revelam seus pensamentos e modificam seus pontos de vista sobre as estruturas trabalhadas e observadas
Orientação livre	Diante de tarefas mais complexas, os alunos procuram soluções próprias que podem ser concluídas de maneiras diferentes. Assim, eles ganham experiência ao descobrir sua própria maneira de resolver tarefas.
Integração	Nesta fase, o aluno relê e resume o que foi aprendido, com o objetivo de formar uma visão geral da nova rede de objetos e relações. Assim, o aluno alcança um novo nível de pensamento.

Fonte: Santos (2015, p.37-38).

Nesse processo, o professor assume um papel fundamental como mediador da aprendizagem, criando situações que estimulem a observação, a investigação, a argumentação e a construção do conhecimento geométrico. Dessa forma, a teoria oferece subsídios para a elaboração de atividades que contribuam para superar dificuldades de aprendizagem e promover uma compreensão mais significativa dos conceitos geométricos.

Com base nesses pressupostos, apresenta-se a seguir uma sequência didática voltada ao estudo dos triângulos, organizada a partir dos níveis de pensamento geométrico propostos por Van Hiele. As atividades foram planejadas para favorecer o desenvolvimento gradual dos estudantes, respeitando suas formas de compreender a Geometria e proporcionando oportunidades para a construção, análise e aplicação dos conceitos estudados.



SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Conteúdo: Triângulos

Público-alvo: 1ª Série do Ensino Médio

Objetivo geral: Desenvolver o pensamento geométrico dos estudantes acerca dos triângulos, respeitando os níveis de compreensão da Teoria de Van Hiele, promovendo a evolução gradual do raciocínio geométrico.

Habilidade relacionada: EM13MAT509 — Investigar propriedades de figuras geométricas planas e espaciais, utilizando ferramentas digitais ou não, formulando conjecturas e produzindo argumentos geométricos.

Prezado(a) professor(a), a **avaliação diagnóstica** foi elaborada com a finalidade de identificar o nível de desenvolvimento do pensamento geométrico dos estudantes, tendo como referência a Teoria de Van Hiele (TVH). As informações obtidas por meio dessa atividade poderão auxiliar no planejamento das aulas e na escolha de estratégias de ensino mais adequadas às necessidades da turma.

Teoria de Van Hiele defende que a aprendizagem da Geometria acontece de forma progressiva, por meio de diferentes níveis de compreensão. Dessa forma, antes de avançar para conceitos mais complexos, o estudante precisa consolidar os conhecimentos correspondentes ao nível em que se encontra. Para atender a esse propósito, a atividade foi organizada em três blocos de questões, cada um relacionado aos níveis iniciais da teoria: Nível 1 – Visualização, Nível 2 – Análise e Nível 3 – Dedução Informal. Esses níveis são os mais frequentemente observados entre estudantes da etapa escolar para a qual esta sequência didática foi planejada.

Recomenda-se que a avaliação seja aplicada antes do início da sequência didática, esclarecendo aos estudantes que seu objetivo não é atribuir notas, mas conhecer o nível de compreensão geométrica de cada um.





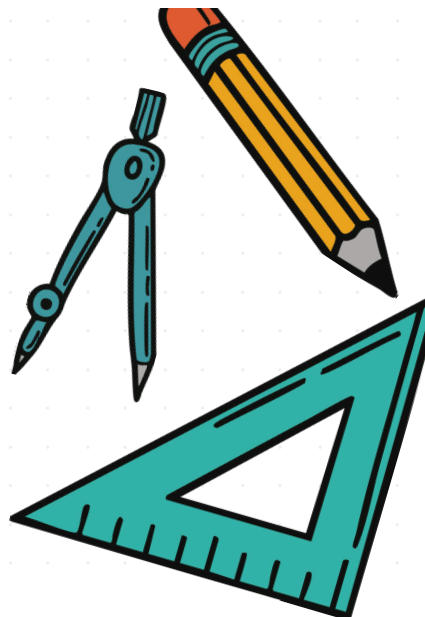
Essa informação permitirá ao professor acompanhar o desenvolvimento da turma e organizar intervenções pedagógicas mais adequadas durante o processo de ensino.

Após a aplicação, analise as respostas considerando o desempenho em cada bloco de questões. Quando o estudante demonstrar domínio da maior parte das habilidades avaliadas em determinado nível — por exemplo, acertando aproximadamente 60% ou mais das questões correspondentes — pode-se considerar que esse nível foi alcançado.

Em seguida, registre o nível mais elevado atingido por cada estudante, utilizando essas informações como apoio para o planejamento das atividades seguintes.

A utilização dessa avaliação diagnóstica contribui para um ensino mais significativo, pois permite identificar conhecimentos já consolidados, reconhecer dificuldades de aprendizagem e acompanhar a evolução dos estudantes ao longo da sequência didática. Além disso, fortalece o papel do professor como mediador da aprendizagem, possibilitando a proposição de atividades compatíveis com o desenvolvimento do pensamento geométrico de cada aluno.

Na página seguinte, encontra-se uma ficha de correção elaborada com base nos níveis da Teoria de Van Hiele. Esse material pode ser utilizado para registrar os resultados individuais dos estudantes e facilitar o acompanhamento de seu progresso. Também está disponível um arquivo editável no formato .doc, que poderá ser adaptado de acordo com as necessidades da turma.





AULA 1

Qual o nível do
estudante?

Atividade Diagnóstica

Carga horária: 1 h/a

Objetivo da aula: Diagnosticar o nível de desenvolvimento do pensamento geométrico dos estudantes, identificando sua capacidade de

reconhecer e classificar figuras geométricas planas, especialmente triângulos e quadrados, a partir de suas características visuais, semelhanças e diferenças.

Desenvolvimento da aula: O professor iniciará a aula com uma breve conversa sobre figuras geométricas do cotidiano. Em seguida, os estudantes realizarão individualmente a atividade diagnóstica de identificação de triângulos e quadrados. As respostas serão utilizadas para identificar o nível de pensamento geométrico dos alunos, segundo a Teoria de Van Hiele.

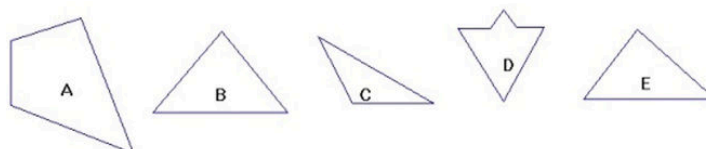
Escola: _____

Professor: _____

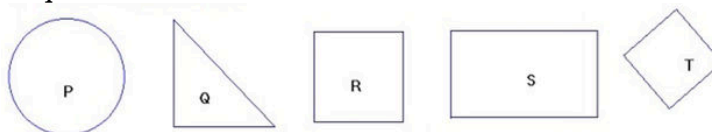
Estudante: _____ Série: _____

ATIVIDADE DIAGNÓSTICA

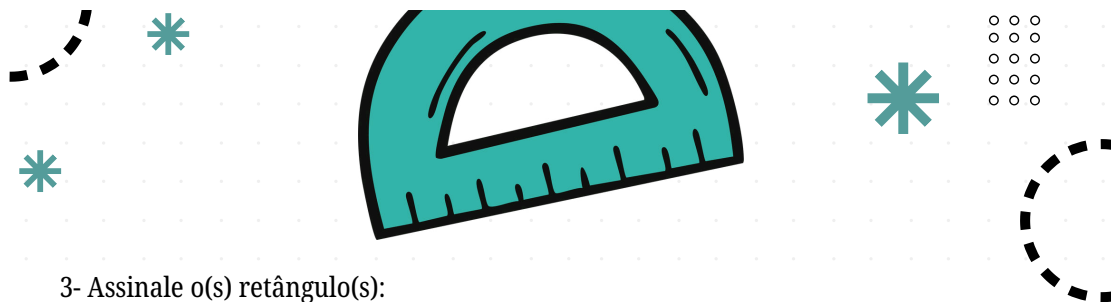
1. Assinale o(s) triângulo(s):



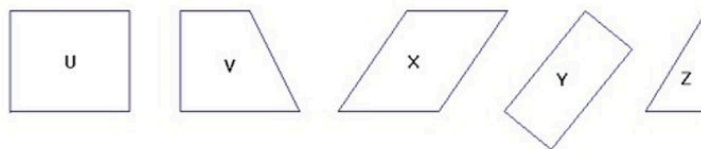
2- Assinale o(s) quadrado(s):



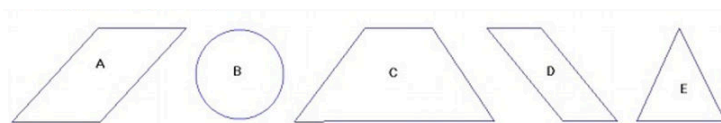
o o o
o o o
o o o
o o o



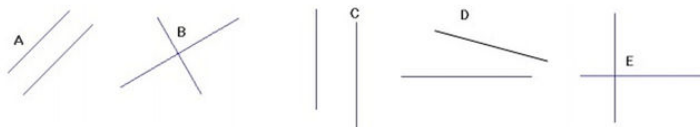
3- Assinale o(s) retângulo(s):



4- Assinale o(s) paralelogramo(s):



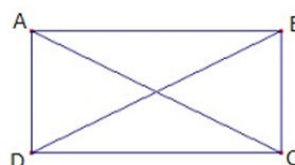
5- Assinale os pares de retas paralelas:

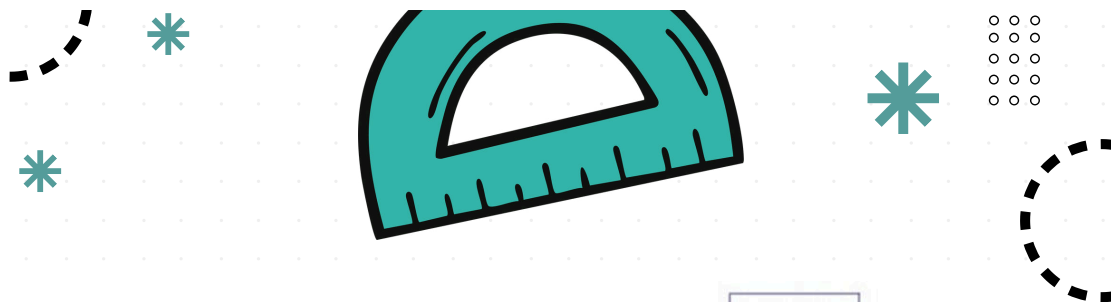


Nível 1: () sim () não

6- No retângulo ABCD, as linhas AC e BD são chamadas de diagonais. Assinale a(s) afirmativa(s) verdadeira(s) para todos os retângulos:

- a) Têm 4 ângulos retos.
- b) Têm lados opostos paralelos.
- c) Têm diagonais de mesmo comprimento.
- d) Têm os 4 lados iguais.
- e) Todas são verdadeiras.





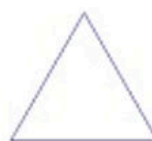
7- Dê 3 propriedades dos quadrados:

1. _____
2. _____
3. _____



8- Todo triângulo isósceles têm dois lados iguais. Assinale a afirmativa verdadeira sobre os ângulos do triângulo isósceles:

- a) Pelo menos um dos ângulos mede 60° .
- b) Um dos ângulos mede 90° .
- c) Dois ângulos têm a mesma medida.
- d) Todos os três ângulos têm a mesma medida.
- e) Nenhuma das afirmativas é verdadeira.



9- Dê 3 propriedades dos paralelogramos:

1. _____
2. _____
3. _____



10- Dê um exemplo de um quadrilátero que cujas diagonais não têm o mesmo comprimento. Desenhe esse quadrilátero.

Nível 2: () sim () não

11- Assinale a(s) figura(s) que pode(m) ser considerada(s) retângulos:





12- Os quatro ângulos A, B, C e D de um quadrilátero ABCD são todos iguais.

a) Pode-se afirmar que ABCD é um quadrado? _____

b) Por que? _____

c) Que tipo de quadrilátero é ABCD? _____

13- Pode-se afirmar que todo retângulo é também um paralelogramo? Por que?

14- Considere as afirmativas:

I) A figura X é um retângulo.

II) A figura X é um triângulo.

Assinale a afirmativa verdadeira:

a) Se I é verdadeira, então II é verdadeira.

b) Se I é falsa, então II é verdadeira.

c) I e II não podem ser ambas verdadeiras.

d) I e II não podem ser ambas falsas.

e) Se II é falsa, então I é verdadeira.

15- Assinale a afirmativa que relaciona corretamente as propriedades dos retângulos e dos quadrados:

a) Qualquer propriedade dos quadrados é também válida para os retângulos.

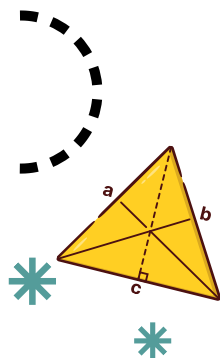
b) Uma propriedade dos quadrados nunca é propriedade dos retângulos.

d) Qualquer propriedade dos retângulos é também válida para os quadrados.

e) Nenhuma das afirmativas anteriores.

Nível 3: () sim () não





Observação!

Caro, professor. Preparamos uma ficha para você, conseguir avaliar seus alunos corretamente segundo a Teoria de Van Hiele! Responda com sim ou não as evidências observadas.

Estudante: _____ Série: _____

FICHA DE AVALIAÇÃO: ATIVIDADE DIAGNÓSTICA

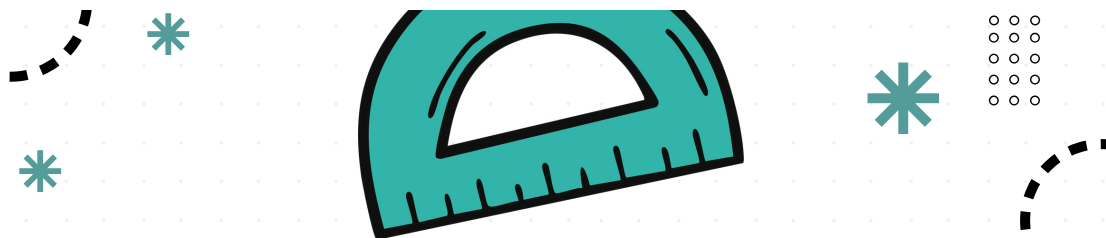
Objetivo da avaliação: Verificar se o estudante reconhece visualmente figuras triangulares em diferentes contextos, independentemente da posição, tamanho ou aparência.

Nível	Descrição do Nível	Quantidade de Questões	Acertos (mínimo 3)	Atingiu o nível? sim ou não?
Nível 1 - Visualização	Reconhece e identifica figuras pela forma, sem considerar propriedades.	5		
Nível 2 - Análise	Identifica propriedades das figuras (lados, ângulos, etc).	5		
Nível 3 - Dedução Informal	Relaciona propriedades, justifica respostas, faz comparações entre figuras.	5		

Resultado da avaliação

- () O estudante atingiu o Nível 1 da Teoria de Van Hiele.
 () O estudante atingiu o Nível 2 da Teoria de Van Hiele.
 () O estudante atingiu o Nível 3 da Teoria de Van Hiele.





AULA 1

Onde os triângulos aparecem?

Nível 1 - Visualização

Carga horária: 1 h/a

Objetivo da aula: Identificar triângulos em diferentes posições, tamanhos e contextos do cotidiano.

Desenvolvimento da aula: Inicialmente, os alunos observarão imagens contendo placas, telhados, estruturas metálicas, objetos e figuras geométricas variadas. O professor conduzirá uma discussão sobre o que caracteriza visualmente um triângulo, explorando semelhanças e diferenças entre as figuras apresentadas.

Escola: _____

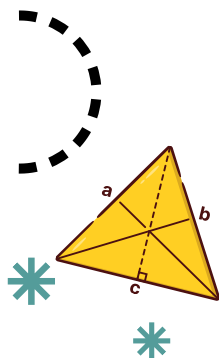
Professor: _____

Estudante: _____ Série: _____

ONDE OS TRIÂNGULOS APARECEM?

1. Observe os espaços da escola, ruas, objetos da sala ou construções da cidade e registre no espaço abaixo quatro exemplos em que aparecem formas triangulares.

o o o
o o o
o o o
o o o



Observação!

Caro, professor. Preparamos uma ficha para você, conseguir avaliar seus alunos corretamente segundo a Teoria de Van Hiele! Responda com sim ou não as evidências observadas.

Estudante: _____ Série: _____

FICHA DE AVALIAÇÃO: NÍVEL 1

Objetivo da avaliação: Verificar se o estudante reconhece visualmente figuras triangulares em diferentes contextos, independentemente da posição, tamanho ou aparência.

Aspectos observados	Atingiu	Em desenvolvimento	Não atingiu
Reconhece visualmente figuras triangulares			
Identifica triângulos em objetos do cotidiano			
Diferencia triângulos de outras figuras geométricas			
Reconhece triângulos em diferentes posições e tamanhos			
Utiliza linguagem geométrica básica ao descrever figuras			
Participa das discussões e observações propostas			

Resultado da avaliação

- () O estudante atingiu o Nível 1 da Teoria de Van Hiele.
 () O estudante apresenta avanços, mas ainda necessita de mediação.
 () O estudante ainda não demonstra as características esperadas para o nível.





Nível 2 - Análise

Carga horária: 2 h/a

Objetivo da aula: Analisar as características dos triângulos por meio da construção de modelos geométricos, identificando propriedades relacionadas aos lados e aos ângulos.

AULA 2

construindo
triângulos com
materiais
manipuláveis

Desenvolvimento da aula: Inicialmente, a turma será dividida em grupos. Cada grupo receberá jujubas e palitos de dente para montar diferentes tipos de triângulos. As jujubas serão usadas para representar os vértices e os palitos representarão os lados das figuras.

Os alunos deverão construir:

- um triângulo com três lados iguais;
- um triângulo com dois lados iguais;
- um triângulo com todos os lados diferentes.

Depois da montagem, os estudantes irão observar os triângulos construídos, comparando suas características e anotando o que perceberam de semelhante e diferente entre eles.

Com o auxílio de régua e transferidor, os grupos irão medir os lados e os ângulos das figuras para classificá-las:

- quanto aos lados: equilátero, isósceles e escaleno;
- quanto aos ângulos: acutângulo, retângulo e obtusângulo.

Durante toda a atividade, o professor irá acompanhar os grupos, fazendo perguntas e incentivando os alunos a explicarem como chegaram às suas respostas e classificações.





Escola: _____
Professor: _____
Estudante: _____ Série: _____

CONSTRUINDO TRIÂNGULOS

1. Construa três triângulos seguindo as instruções abaixo com jujubas e palitos de dente e registre seus dados na tabela abaixo.

Triângulo	Quantidade de lados iguais	Classificação quanto aos lados	Tipo de ângulo encontrado
1			
2			
3			

Agora, responda as alternativas abaixo:

- a) O que muda quando alteramos o tamanho dos lados do triângulo?
- b) Qual triângulo foi mais fácil de construir? Por quê?
- c) Existe relação entre os lados e os ângulos dos triângulos? Explique com suas palavras.





Figura 1 – Simulação do preenchimento da atividade proposta, com dados e respostas fictícios

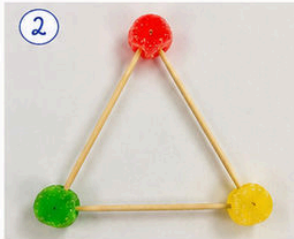
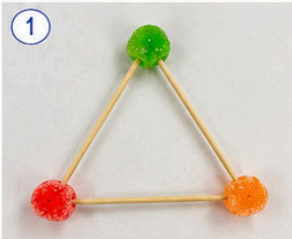
Escola: Colégio Militar do Estado do Tocantins – Adjúlio Balthazar

Professor: Fabrinny Mesquita

Estudante: João Pedro Alves Série: 1º EM

CONSTRUINDO TRIÂNGULOS

1. Construa três triângulos seguindo as instruções abaixo com jujubas e palitos de dente e registre seus dados na tabela abaixo.



Triângulo	Quantidade de lados iguais	Classificação quanto aos lados	Tipo de ângulo encontrado
1	3	Equilátero	Acutângulo
2	2	Isósceles	Acutângulo
3	0	Escaleno	Obtusângulo

Agora, responda as alternativas abaixo:

a) O que muda quando alteramos o tamanho dos lados do triângulo?

Mudam os ângulos e o tipo de triângulo. Se os lados são iguais, os ângulos também são iguais. Se os lados são diferentes, os ângulos ficam diferentes.

b) Qual triângulo foi mais fácil de construir? Por quê?

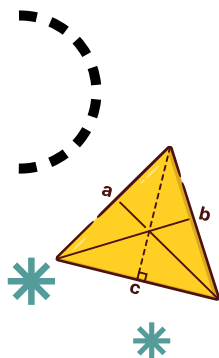
O triângulo equilátero, porque os três lados são iguais e fica mais fácil encaixar os palitos e as jujubas para formar.

c) Existe relação entre os lados e os ângulos dos triângulos? Explique com suas palavras.

Sim. Quando os lados são iguais, os ângulos são iguais. Quando os lados são diferentes, os ângulos também são diferentes.

Fonte: ChatGPT, 2026.





Observação!

Caro professor, preparamos uma ficha para você, conseguir avaliar seus alunos corretamente segundo a Teoria de Van Hiele! Responda com sim ou não as evidências observadas.

Estudante: _____ Série: _____

FICHA DE AVALIAÇÃO: NÍVEL 2

Objetivo da avaliação: Espera-se que o estudante consiga reconhecer e analisar as propriedades dos triângulos, identificando suas características, realizando classificações e compreendendo as relações básicas entre lados e ângulos, sem a necessidade de demonstrações formais.

Critérios observados	Sim	Parcialmente	Não
Identifica propriedades dos triângulos			
Classifica os triângulos corretamente			
Reconhece diferenças entre lados e ângulos			
Utiliza linguagem geométrica básica			
Participa da construção e discussão em grupo			

Resultado da avaliação

- () O estudante atingiu o Nível 2 da Teoria de Van Hiele, identificando e analisando as propriedades dos triângulos.
- () O estudante apresenta avanços na análise e classificação dos triângulos, mas ainda necessita de mediação.
- () O estudante ainda não demonstra as características esperadas para o Nível 2 da Teoria de Van Hiele.





AULA 3

Descobrimos
relações entre os
triângulos

Nível 3 - Dedução Informal

Carga horária: 2 h/a

Objetivo da aula: Relacionar as propriedades dos triângulos, formulando conclusões e justificando suas observações a partir de investigações geométricas.

Desenvolvimento da aula: No início da aula, o professor realizará uma retomada das classificações dos triângulos, explorando suas características quanto aos lados (equilátero, isósceles e escaleno) e quanto aos ângulos (acutângulo, retângulo e obtusângulo), buscando relembrar conhecimentos prévios e preparar os estudantes para as investigações propostas na atividade. Deixaremos a seguir, cartões para serem impressos de acordo com cada uma dessas duas classificações.

Em seguida, a turma será dividida em duplas. Cada dupla deverá receber diferentes modelos de triângulos e recortar os triângulos e identificar seus lados e ângulos, classificando-os quanto aos lados e quanto aos ângulos.

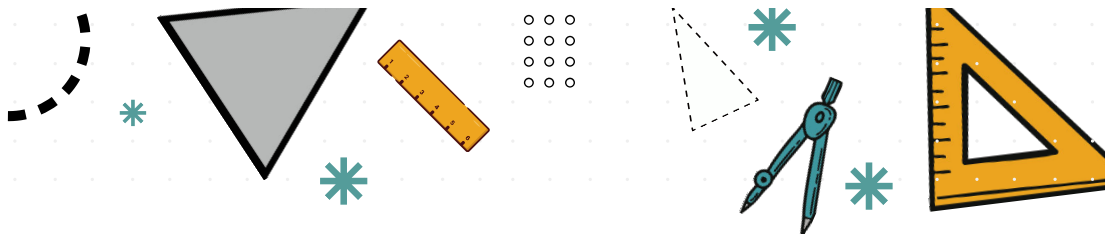
Prosseguindo, vão recortar os três ângulos internos de cada triângulo e tentar juntá-los lado a lado. A proposta é que observem qual figura é formada ao unir os ângulos.

Depois da investigação, os grupos deverão discutir e responder às perguntas da atividade, registrando suas conclusões e justificativas.

Na segunda etapa, os estudantes irão analisar medidas dos lados para verificar quando é possível ou não formar um triângulo, explorando a relação entre as medidas dos lados.

Durante a atividade, o professor atuará como mediador, incentivando os alunos a explicarem seus raciocínios e a relacionarem as classificações estudadas.





Escola: _____

Professor: _____

Estudante: _____ Série: _____

DESVENDANDO A CONSTRUÇÃO DE TRIÂNGULOS

1. Recorte os três ângulos internos de cada triângulo e una os ângulos lado a lado, colando-os no espaço abaixo.



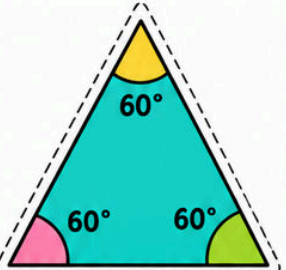


FIGURAS PARA RECORTE

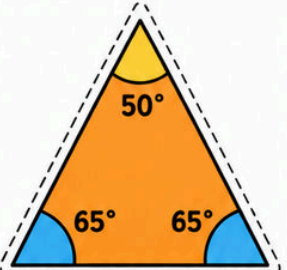


Recorte os três triângulos e os ângulos de cada triângulo.
Depois, una os ângulos lado a lado, verificando se formam um ângulo raso (180°).

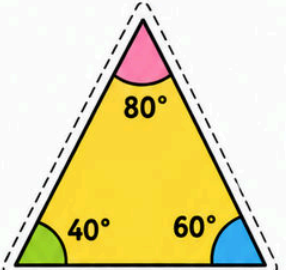
TRIÂNGULO 1



TRIÂNGULO 2



TRIÂNGULO 3



 RECORTE AQUI

ÂNGULOS PARA RECORTE



ÂNGULOS DO TRIÂNGULO 1



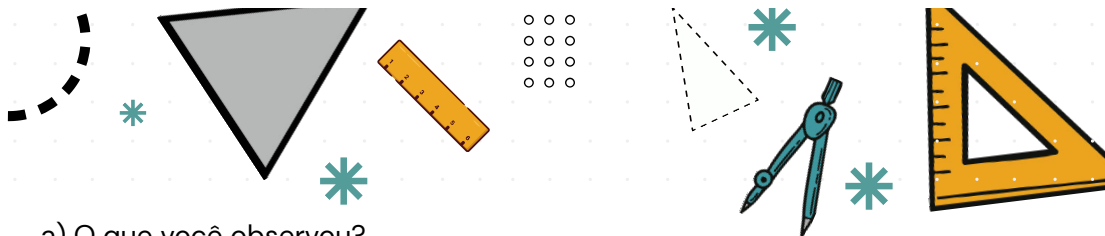
ÂNGULOS DO TRIÂNGULO 2



ÂNGULOS DO TRIÂNGULO 3

Dica: a soma dos três ângulos de cada triângulo é sempre 180° .





a) O que você observou?

b) Qual parece ser a soma dos ângulos internos de um triângulo?

2. Com o auxílio de réguas e transferidores, construa triângulos e verifique se é possível formar um triângulo com as seguintes medidas de cada cartão e responda ao que se pede:

TRIÂNGULO 1
Medida dos lados:
3 cm, 4 cm e 5 cm

TRIÂNGULO 2
Medida dos lados:
2 cm, 3 cm e 7 cm

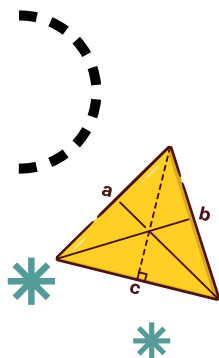
TRIÂNGULO 3
Medida dos lados:
5 cm, 5 cm e 8 cm

a) Para quais desses cartões é possível formar um triângulo? Por quê?

b) O que acontece quando a soma de dois lados é menor que o terceiro lado?

3. Explique com suas palavras o que você aprendeu sobre os triângulos nesta atividade.





Observação!

Caro professor, preparamos uma ficha para você, conseguir avaliar seus alunos corretamente segundo a Teoria de Van Hiele! Responda com sim ou não as evidências observadas.

Estudante: _____ Série: _____

FICHA DE AVALIAÇÃO: NÍVEL 3

Objetivo da avaliação: Verificar se o estudante consegue relacionar propriedades dos triângulos, formular conclusões a partir das investigações realizadas e justificar suas respostas utilizando argumentos geométricos simples, desenvolvendo o raciocínio lógico sem a necessidade de demonstrações formais.

Critérios observados	Sim	Parcialmente	Não
Relaciona propriedades dos triângulos			
Formula conclusões a partir das investigações			
Justifica respostas utilizando argumentos geométricos			
Compreende relações entre lados e ângulos			

Resultado da avaliação

- () O estudante atingiu o Nível 3 da Teoria de Van Hiele, estabelecendo relações e justificativas entre propriedades dos triângulos.
- () O estudante apresenta avanços nas investigações geométricas, mas ainda necessita de mediação.
- () O estudante ainda não demonstra as características esperadas para o Nível 3 da Teoria de Van Hiele.





Construindo uma ponte resistente: o desafio dos triângulos

Atividade Extra

Objetivo da aula: Desenvolver o raciocínio lógico e dedutivo dos estudantes por meio da análise e justificativa das propriedades dos triângulos em situações práticas.

Desenvolvimento da aula: Os estudantes serão divididos em duplas e cada dupla deverá montar duas pequenas estruturas, semelhantes a pontes:

- uma utilizando triângulos;
- outra utilizando quadrados ou retângulos.

Após a construção, os grupos irão testar a resistência das estruturas colocando pequenos objetos sobre elas. Durante os testes, os estudantes deverão observar:

- qual estrutura apresentou maior estabilidade;
- qual deformou com mais facilidade;
- como os triângulos influenciam na resistência da construção.

Depois das observações, os alunos irão responder às questões propostas utilizando justificativas geométricas e argumentos matemáticos.

O professor atuará mediando as discussões e incentivando os estudantes a explicarem seus raciocínios utilizando propriedades dos triângulos.

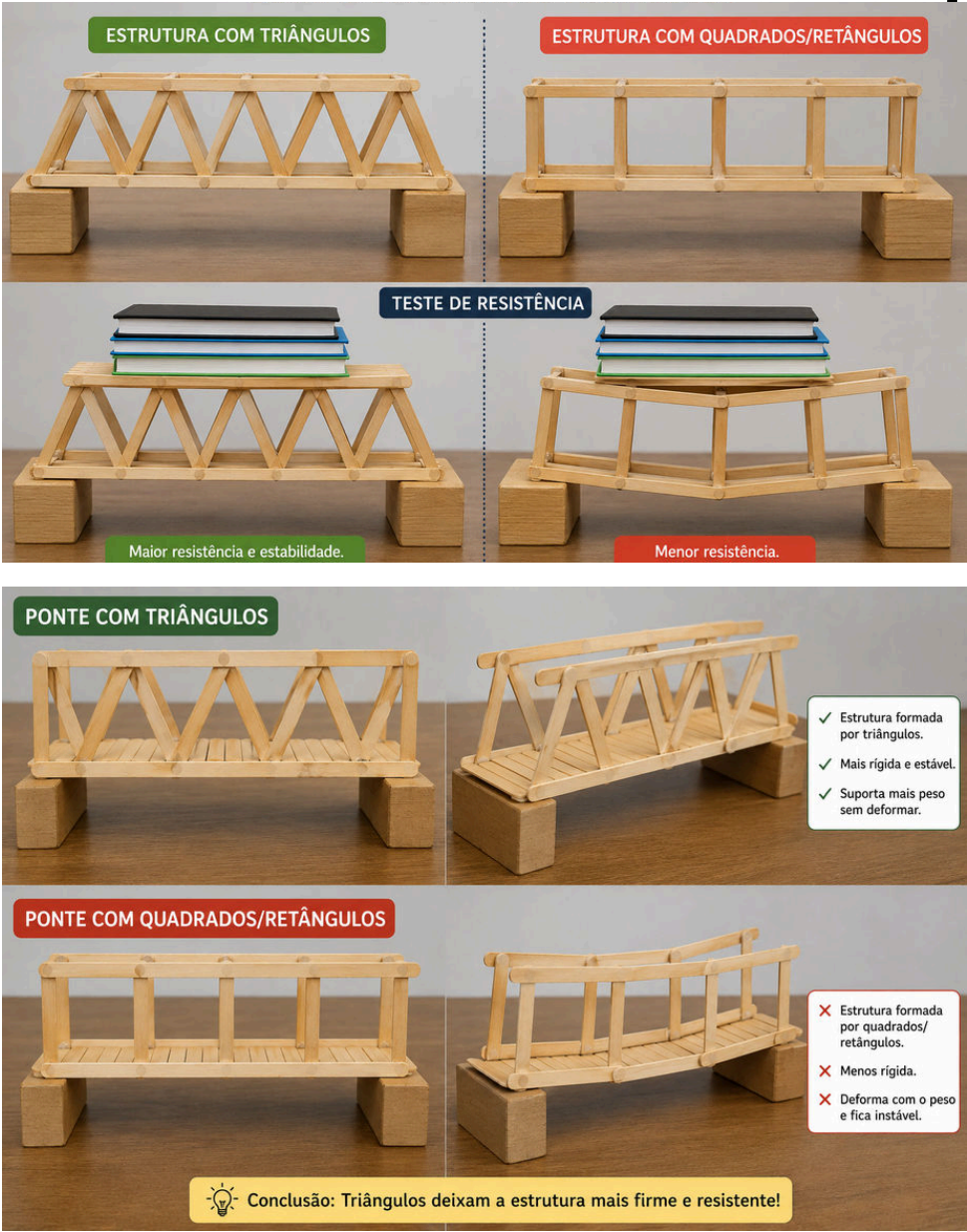


[Assista aqui um vídeo sobre a construção das pontes!](#)

[Aqui temos mais um exemplo da construção das pontes!](#)

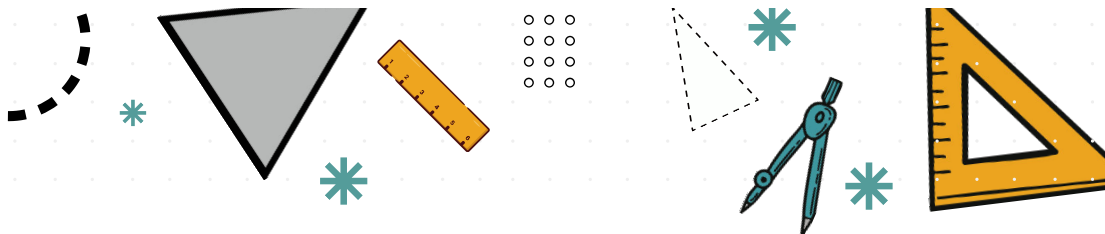


Figuras 2 e 3 – Imagens ilustrativas geradas por IA



Fonte: ChatGPT, 2026.





Escola: _____

Professor: _____

Estudante: _____ Série: _____

ATIVIDADE ESCRITA

1. Qual estrutura apresentou maior resistência?

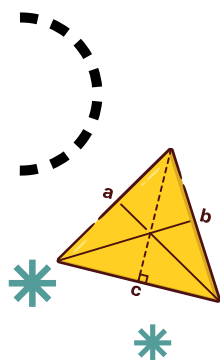
2. O que aconteceu com a estrutura formada apenas por quadrados ou retângulos? _____

3. Por que você acredita que os triângulos tornam a estrutura mais estável?

4. Explique por que o formato triangular é muito utilizado em pontes, torres e telhados.

5. Desenhe uma estrutura do cotidiano em que os triângulos ajudam na sustentação. Identifique onde aparecem os triângulos.





Observação!

Caro professor, preparamos uma ficha para
você, conseguir avaliar seus alunos
corretamente segundo a Teoria de Van Hiele!
Responda com sim ou não as evidências
observadas.

Estudante: _____ Série: _____

FICHA DE AVALIAÇÃO

Objetivo da avaliação: Verificar se o estudante consegue relacionar propriedades dos triângulos, formular conclusões a partir das investigações realizadas e justificar suas respostas utilizando argumentos geométricos simples, desenvolvendo o raciocínio lógico sem a necessidade de demonstrações formais.

Critérios observados	Sim	Parcialmente	Não
Utiliza argumentos geométricos para justificar respostas			
Relaciona propriedades dos triângulos com situações práticas			
Desenvolve raciocínio lógico e dedutivo			
Explica conclusões utilizando linguagem matemática			

Resultado da avaliação

- () O estudante atingiu o Nível 3 da Teoria de Van Hiele, utilizando argumentos e justificativas geométricas nas investigações propostas.
- () O estudante apresenta avanços no raciocínio dedutivo, mas ainda necessita de mediação.
- () O estudante ainda não demonstra as características esperadas para o Nível 3 da Teoria de Van Hiele.





Construindo modelos físicos

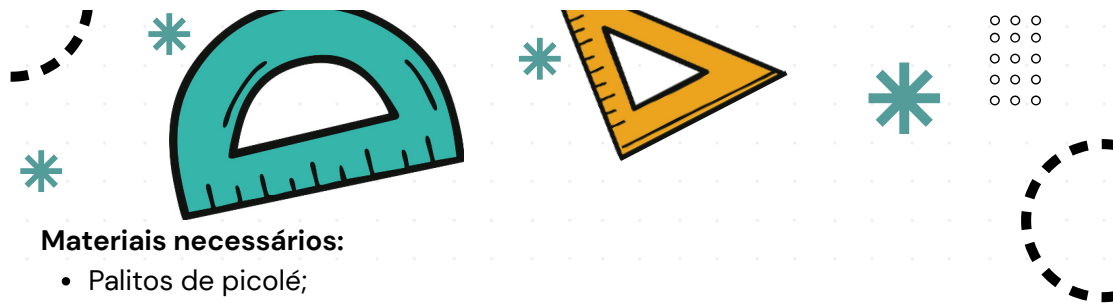
Atividade complementar

Objetivo da aula: Analisar e justificar matematicamente a estabilidade das estruturas geométricas, comparando triângulos, quadrados e outras figuras planas por meio da construção de modelos físicos.

Desenvolvimento da aula: A aula começará com uma conversa sobre onde encontramos triângulos no dia a dia. O professor mostrará imagens de pontes, telhados, torres e outras construções para que os alunos observem a presença dessa figura geométrica. Depois, a turma será dividida em grupos. Cada grupo receberá palitos de picolé e fita adesiva para construir três estruturas: uma formada apenas por triângulos, outra formada apenas por quadrados e uma terceira formada por quadrados com diagonais, formando triângulos internos. Após a construção, os grupos realizarão testes colocando livros ou outros objetos sobre as estruturas para verificar qual delas suporta mais peso. Durante os testes, os alunos deverão observar se houve deformação e registrar os resultados.

Em seguida, os grupos irão comparar os resultados obtidos e discutir por que algumas estruturas foram mais resistentes do que outras. O professor fará perguntas para ajudar os estudantes a relacionarem a resistência das estruturas com as propriedades dos triângulos.

Por fim, cada grupo produzirá um painel com fotos das construções, os resultados dos testes, desenhos das figuras geométricas utilizadas e uma conclusão sobre a importância dos triângulos nas construções. Os grupos apresentarão seus trabalhos para a turma, compartilhando suas observações e conclusões. Ao final, será feita uma discussão coletiva sobre o papel dos triângulos na estabilidade e segurança de pontes, telhados e outras estruturas.



Materiais necessários:

- Palitos de picolé;
- Cola quente ou fita adesiva;
- Barbante;
- Régua;
- Livros ou pequenos pesos.

Figura 4 – Exemplo de produção final esperada dos estudantes gerada por IA

DESAFIO DAS ESTRUTURAS

GRUPO: _____

1. FOTOGRAFIA DAS ESTRUTURAS





ESTRUTURA A
(TRIÂNGULOS)

ESTRUTURA B
(QUADRADOS)

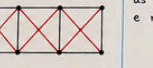
ESTRUTURA C
(QUADRADOS COM DIAGONAIS)

2. RESULTADOS DOS TESTES

ESTRUTURA	QUANTIDADE DE PESO SUPORTADO	HOVE DEFORMAÇÃO?
A (TRIÂNGULOS)	14 LIVROS	NÃO
B (QUADRADOS)	6 LIVROS	SIM
C (QUADRADOS COM DIAGONAIS)	12 LIVROS	NÃO

4. DESENHO DAS FIGURAS GEOMÉTRICAS ENVOLVIDAS





— PALITOS
— DIAGONAIS

5. JUSTIFICATIVA PARA O USO DE TRIÂNGULOS EM PONTES E CONSTRUÇÕES REAIS

Os triângulos são considerados as figuras mais estáveis porque não se deformam facilmente. Quando uma força é aplicada, os triângulos distribuem essa força pelos lados da estrutura, mantendo o formato inalterado.

Por isso, são amplamente utilizados em pontes, torres, telhados e várias construções, garantindo segurança e durabilidade.

A adição de diagonais em estruturas quadradas transforma os quadrados em triângulos, aumentando significativamente a resistência. Essa é a razão pela qual engenheiros utilizam triângulos em projetos que precisam suportar grandes cargas.

EXEMPLOS REAIS




PONTE
TELHADO

3. CONCLUSÃO MATEMÁTICA

A estrutura A, formada apenas por triângulos, foi a que apresentou maior resistência. A estrutura B, formada apenas por quadrados, deformou com menos peso. Já a estrutura C, mesmo sendo formada por quadrados, ganhou resistência quando recebeu diagonais, pois essas diagonais transformaram os quadrados em triângulos internos, tornando a estrutura mais rígida. Isso mostra que a rigidez está relacionada às propriedades geométricas das figuras, e não ao material utilizado.

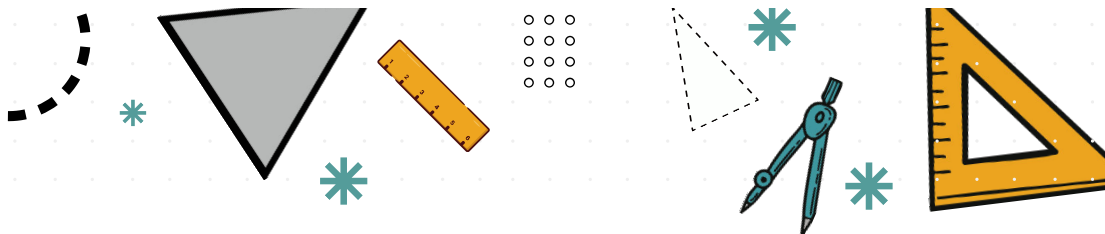
CONCLUSÃO FINAL: TRIÂNGULOS TORNAM AS ESTRUTURAS MAIS RÍGIDAS E RESISTENTES. POR ISSO, ESTÃO PRESENTES EM GRANDES CONSTRUÇÕES DO NOSSO DIA A DIA!

Fonte: ChatGPT, 2026.



Assista aqui um vídeo sobre a construção das estruturas!





Escola: _____

Professor: _____

Estudante: _____ Série: _____

CONSTRUINDO MODELOS FÍSICOS

1. Os grupos deverão construir três estruturas com aproximadamente o mesmo tamanho:

Estrutura A: Utilizando apenas triângulos.

Estrutura B: Utilizando apenas quadrados.

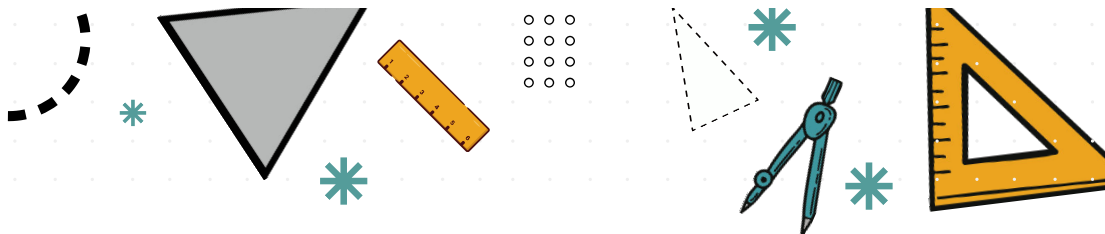
Estrutura C: Utilizando quadrados reforçados por diagonais, formando triângulos internos.

Após a construção, os estudantes deverão realizar testes aplicando pesos gradativamente sobre cada estrutura.

2. Registro dos resultados:

Estrutura	Quantidade de peso suportado	Houve deformação?
A		
B		
C		





3. Agora, responda:

- a) Qual estrutura apresentou maior resistência?
- b) Qual estrutura deformou primeiro?
- c) O que mudou quando os quadrados receberam diagonais?
- d) A diagonal criou qual figura geométrica dentro do quadrado?
- e) Por que essa alteração aumentou a resistência da estrutura?

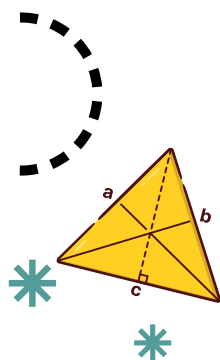
4. Com base nas respostas dadas na questão anterior, elabore uma explicação matemática para responder a pergunta abaixo, mas lembre-se a resposta deverá ser justificada utilizando propriedades dos triângulos estudadas ao longo da sequência didática.

"A resistência observada está relacionada ao material utilizado ou às propriedades geométricas das figuras?"

5. Cada grupo deverá produzir um painel contendo:

- fotografia das estruturas;
- resultados dos testes;
- conclusão matemática;
- desenho das figuras geométricas envolvidas;
- justificativa para o uso de triângulos em pontes e construções reais.





Observação!

Caro professor, preparamos uma ficha para você, conseguir avaliar seus alunos corretamente segundo a Teoria de Van Hiele! Responda com sim ou não as evidências observadas.

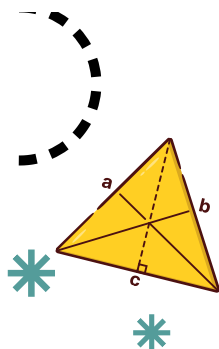
Estudante: _____ Série: _____

FICHA DE AVALIAÇÃO: CONSTRUINDO MODELOS FÍSICOS

Objetivo da avaliação: Verificar se o estudante é capaz de analisar, comparar e justificar matematicamente a estabilidade das estruturas construídas, utilizando argumentos geométricos relacionados às propriedades dos triângulos.

Critérios observados	Sim	Parcialmente	Não
Comparou os resultados obtidos nos testes de resistência			
Relacionou a estabilidade das estruturas às propriedades dos triângulos			
Utilizou argumentos matemáticos para justificar suas conclusões			
Utilizou linguagem geométrica adequada ao apresentar suas ideias			
Analisou criticamente os resultados observados durante a investigação			

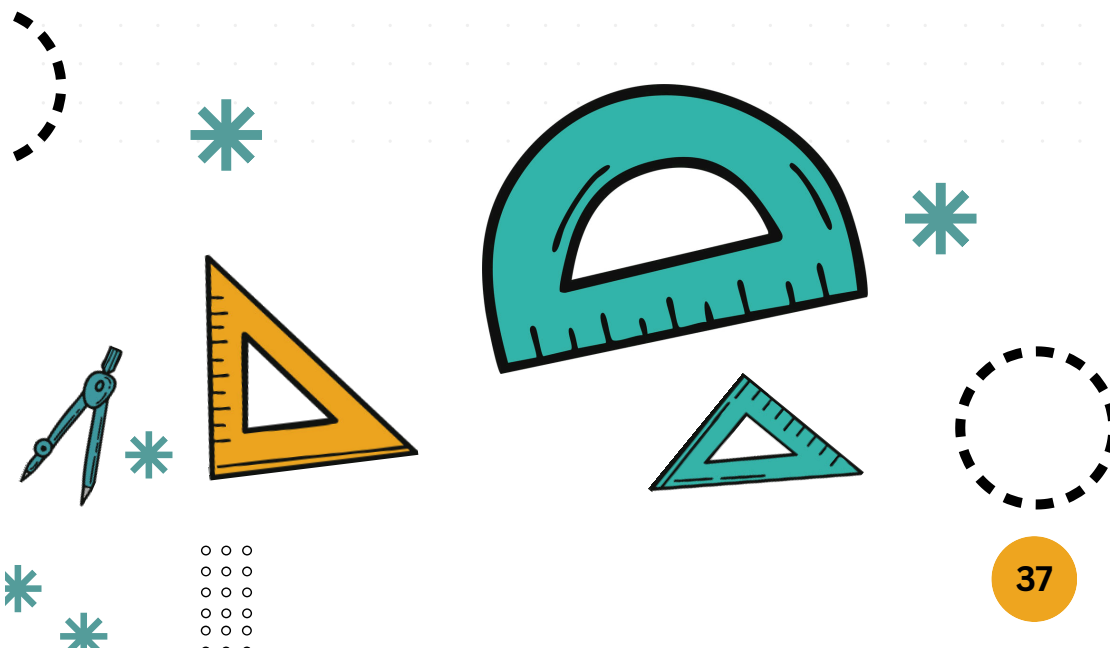




o o o
o o o
o o o
o o o
o o o

Resultado da avaliação

- () O estudante demonstrou capacidade de analisar, comparar e justificar propriedades geométricas utilizando argumentos matemáticos consistentes.
- () O estudante apresenta avanços no raciocínio geométrico e na argumentação matemática, mas ainda necessita de mediação para aprofundar suas justificativas.
- () O estudante ainda não demonstra as características esperadas para o Nível 4 da Teoria de Van Hiele.



o o o
o o o
o o o
o o o
- - -



AULA 4

Tribunal da Geometria: Prove ou Refute

Nível 4 - Dedução Formal

Carga horária: 3 h/a

Objetivo da aula: Desenvolver o pensamento geométrico formal dos estudantes, possibilitando

a construção e a compreensão de demonstrações matemáticas por meio da utilização de definições, propriedades, postulados e teoremas, estabelecendo relações lógicas entre hipóteses e conclusões.

Desenvolvimento da aula: A aula será desenvolvida por meio de uma abordagem investigativa, colaborativa e baseada em desafios, utilizando o jogo Tribunal da Geometria: Prove ou Refute como recurso para favorecer a construção do pensamento dedutivo formal.

Inicialmente, o professor realizará uma breve retomada dos conceitos geométricos necessários para a atividade, destacando a diferença entre observar uma regularidade, justificar informalmente uma afirmação e demonstrá-la matematicamente. Serão retomadas definições, propriedades e teoremas relacionados aos triângulos, que servirão como fundamentos para as demonstrações.

Em seguida, os estudantes serão organizados em pequenos grupos. Cada grupo receberá cartas contendo afirmações ou proposições geométricas que deverão ser analisadas. Os estudantes deverão identificar a hipótese e a conclusão de cada proposição e decidir se a afirmação é verdadeira ou falsa.

Nas situações verdadeiras, o desafio será construir uma demonstração formal, selecionando e organizando definições, propriedades e teoremas de maneira lógica, de modo que a conclusão decorra necessariamente da hipótese. Nas situações falsas, os estudantes deverão apresentar um contraexemplo, demonstrando que a hipótese não é suficiente para garantir a conclusão.



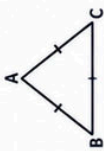
Após a resolução dos desafios, cada grupo apresentará uma de suas demonstrações para a turma. As diferentes estratégias serão discutidas coletivamente, permitindo que os estudantes percebam a importância da organização lógica dos argumentos e da utilização adequada das proposições previamente estabelecidas.

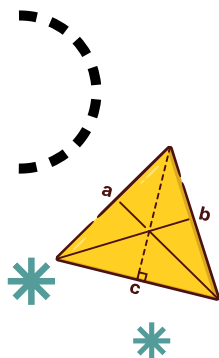
Ao final, será realizada uma sistematização coletiva, destacando a estrutura:

Hipótese → Definições/Propriedades → Relações lógicas → Conclusão

Os estudantes realizarão, ainda, um registro individual de uma das demonstrações construídas durante o jogo, utilizando linguagem matemática e justificando cada etapa.



1 VERDADE OU DESAFIO? Todo triângulo equilátero é isósceles. Demonstre a afirmação utilizando definições e propriedades.	2 VERDADE OU DESAFIO? Todo triângulo isósceles é equilátero. A afirmação é verdadeira? Se for falsa, apresente um contraexemplo e justifique.	3 PROVE OU REFUTE Em um triângulo, se dois ângulos são congruentes, então os lados opostos a esses ângulos também são congruentes. Construa uma demonstração.	4 PROVE OU REFUTE Se um triângulo é retângulo, então ele é isósceles. A afirmação é verdadeira? Se for falsa, apresente um contraexemplo e justifique.
5 PROVE OU REFUTE Se dois triângulos são congruentes, então seus ângulos correspondentes são congruentes. Construa uma demonstração.	6 PROVE OU REFUTE Se dois triângulos possuem dois ângulos correspondentes congruentes, então eles são semelhantes. Demonstre a afirmação.	7 VERDADE OU DESAFIO? Se dois triângulos são semelhantes, então seus lados correspondentes são proporcionais. Construa uma demonstração.	8 PROVE OU REFUTE Se dois triângulos são semelhantes e possuem um lado correspondente de mesma medida, então são congruentes. A afirmação é verdadeira? Se for falsa, apresente um contraexemplo e justifique.
9 PROVE OU REFUTE Em todo triângulo isósceles, os ângulos da base são congruentes. Construa uma demonstração.	10 VERDADE OU DESAFIO? Se um triângulo possui um ângulo externo de 120°, então o ângulo interno adjacente mede 60°. Demonstre a afirmação.	11 PROVE OU REFUTE A soma dos ângulos internos de qualquer triângulo é 180°. Demonstre a afirmação.	12 VERDADE OU DESAFIO? Se um triângulo é retângulo, então a soma dos outros dois ângulos é 90°. Demonstre a afirmação.
13 PROBLEMA INVESTIGATIVO Considere o triângulo abaixo, com $AB = AC$.  Demonstre que os ângulos da base são congruentes.	14 PROBLEMA INVESTIGATIVO Considere o triângulo ABC retângulo em A e um ponto D na hipotenusa BC, conforme a figura.  Demonstre que os triângulos ABD e ACD são semelhantes.	15 DESAFIO EXTRA Em um triângulo, se a bissetriz de um ângulo também é mediana, então esse triângulo é isósceles. Demonstre a afirmação.	16 DESAFIO EXTRA Em um triângulo, se dois lados são congruentes, então as bissetrizes dos ângulos da base são congruentes. Demonstre a afirmação.



Observação!

Caro professor, preparamos uma ficha para você, conseguir avaliar seus alunos corretamente segundo a Teoria de Van Hiele! Responda com sim ou não as evidências observadas.

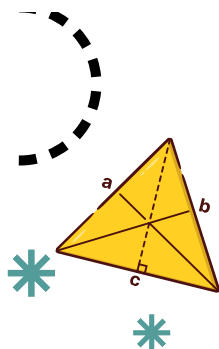
Estudante: _____ Série: _____

FICHA DE AVALIAÇÃO: NÍVEL 4

Objetivo da avaliação: Avaliar a capacidade do estudante de utilizar definições, propriedades e teoremas para estabelecer relações lógicas entre hipóteses e conclusões, construindo demonstrações matemáticas e utilizando contraexemplos para analisar a validade de proposições geométricas.

Critérios observados	Sim	Parcialmente	Não
Identifica hipótese e conclusão de uma proposição			
Utiliza definições, propriedades e teoremas adequadamente			
Organiza argumentos em uma sequência lógica			
Constrói demonstrações matemáticas			
Utiliza contraexemplos para refutar afirmações			





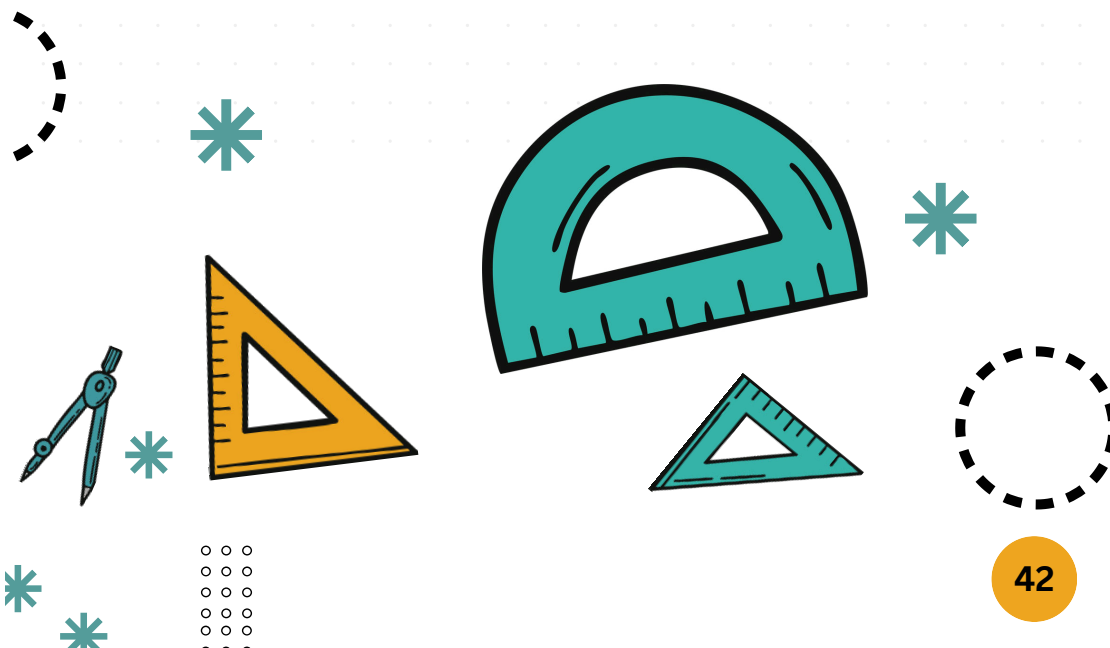
Resultado da avaliação

() O estudante demonstrou capacidade de identificar hipóteses e conclusões, relacionar propriedades geométricas e construir demonstrações utilizando argumentos matemáticos consistentes.

() O estudante apresenta avanços no raciocínio dedutivo e na argumentação matemática, mas ainda necessita de maior desenvolvimento na organização lógica das demonstrações e na utilização de definições, propriedades e teoremas.

() O estudante ainda apresenta dificuldades em estabelecer relações lógicas entre propriedades geométricas e em construir demonstrações formais, necessitando de mediação e novas situações de aprendizagem.

() O estudante ainda não demonstra as características esperadas para o Nível 4 da Teoria de Van Hiele.





AULA 5

Conselho dos Axiomas: Os Triângulos Podem Mentir?

Nível 5 - Rigor

Carga horária: 3 h/a

Objetivo da aula: Compreender o papel dos axiomas e postulados na construção do conhecimento geométrico, analisando as propriedades dos triângulos em diferentes sistemas geométricos e reconhecendo que a

validade de uma proposição matemática está relacionada ao sistema axiomático no qual ela é estabelecida.

Desenvolvimento da aula: Inicialmente, o professor realizará uma breve retomada sobre definições, axiomas, postulados, conjecturas e teoremas, destacando que as proposições geométricas são estabelecidas dentro de um determinado sistema axiomático. Em seguida, os estudantes serão organizados em pequenos grupos e receberão cartas contendo diferentes afirmações relacionadas aos triângulos e à Geometria.

Os grupos deverão analisar as afirmações e classificá-las como definição, axioma/postulado, teorema, conjectura ou proposição dependente do sistema geométrico, justificando suas escolhas. Durante essa etapa, o professor realizará questionamentos que estimulem os estudantes a refletirem sobre a origem e as condições de validade de cada afirmação.

Na sequência, será apresentado aos estudantes um triângulo esférico, construído a partir de três pontos sobre uma esfera. Os alunos deverão investigar a medida de seus ângulos e comparar o resultado com a propriedade estudada na Geometria Euclidiana de que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180° . A partir do conflito provocado pela obtenção de uma soma superior a 180° , os grupos serão conduzidos a discutir por que a mesma propriedade não se mantém necessariamente em outro sistema geométrico.

o o o
o o o
o o o
o o o

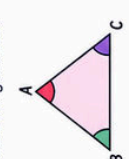
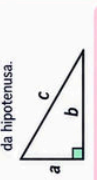
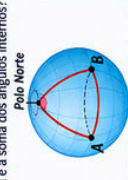
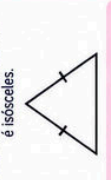
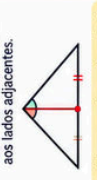
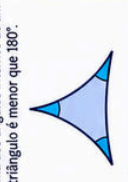
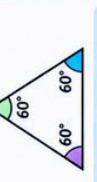
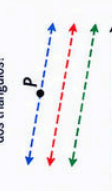
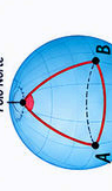


Posteriormente, será realizado o “Tribunal dos 180°”, no qual os grupos deverão defender diferentes posições: um grupo argumentará considerando a Geometria Euclidiana e outro analisará a validade da afirmação em uma geometria não euclidiana. Os estudantes deverão apresentar argumentos matemáticos e explicar quais pressupostos ou características do sistema geométrico sustentam suas conclusões.

Ao final, será realizada uma sistematização coletiva, destacando que diferentes sistemas axiomáticos podem produzir diferentes resultados e que uma proposição deve ser analisada considerando os pressupostos que fundamentam o sistema em que está sendo utilizada.

Como fechamento, cada estudante responderá individualmente à questão:

“A soma dos ângulos internos de um triângulo é sempre 180°? Explique sua resposta considerando o sistema geométrico utilizado.”

1 CARTA 1 A soma dos ângulos internos de um triângulo é 180°.  Qual é o status dessa afirmação? Justifique sua resposta.	3 CARTA 3 Todo triângulo possui três lados.  Qual é o status dessa afirmação? Justifique sua resposta.	5 CARTA 5 A menor distância entre dois pontos é um segmento de reta.  Qual é o status dessa afirmação? Justifique sua resposta.
2 CARTA 2 Por um ponto fora de uma reta passa exatamente uma reta paralela à reta dada.  Qual é o status dessa afirmação? Justifique sua resposta.	4 CARTA 4 Os ângulos da base de um triângulo isósceles são congruentes.  Qual é o status dessa afirmação? Justifique sua resposta.	6 CARTA 6 Se um triângulo é retângulo, então a soma dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa.  Qual é o status dessa afirmação? Justifique sua resposta.
7 CARTA 7 Em um triângulo esférico de vértices nos seguintes pontos: Polo Norte, A e B no Equador (90° de longitude entre eles), qual é a soma dos ângulos internos?  Essa afirmação é válida na geometria euclidiana? E na geometria esférica? Justifique.	9 CARTA 9 Todo triângulo equilátero é isósceles.  Essa afirmação é válida em qualquer sistema geométrico? Justifique.	11 CARTA 11 Em um triângulo, a bissetriz de um ângulo divide o lado oposto em segmentos proporcionais aos lados adjacentes.  Qual é o status dessa afirmação? Justifique sua resposta.
8 CARTA 8 Na geometria hiperbólica (por um ponto fora de uma reta passam infinitas retas paralelas), a soma dos ângulos internos de um triângulo é menor que 180°.  Qual é o status dessa afirmação? Justifique sua resposta.	10 CARTA 10 Se dois triângulos são semelhantes, então seus lados correspondentes são proporcionais.  Qual é o status dessa afirmação? Justifique sua resposta.	12 CARTA 12 Se um triângulo é equilátero, então seus três ângulos medem 60°.  Essa afirmação depende de algum axioma? Justifique.
13 CARTA 13 E se por um ponto fora de uma reta pudéssemos traçar mais de uma paralela? Que tipo de geometria poderia surgir? Como isso afetaria as propriedades dos triângulos?  Discuta e apresente uma possível consequência.	15 CARTA 15 Um triângulo pode ter a soma dos ângulos internos igual a 270°? Em qual geometria isso é possível? Construa um exemplo e explique por que isso não contradiz a Geometria Euclidiana.  Discuta e justifique.	16 CARTA 16 Na Geometria Euclidiana, a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180°. Na Geometria Esférica, essa soma pode ser maior que 180°. Qual postulado está relacionado a essa diferença? Explique. "Ao mudar os axiomas, novos mundos matemáticos surgem." Justifique sua resposta.
14 CARTA 14 E se não existisse nenhuma paralela passando por um ponto fora de uma reta? Que tipo de geometria poderia surgir? Como isso afetaria a soma dos ângulos internos de um triângulo?  Discuta e apresente uma possível consequência.	Recorte nas linhas tracejadas. Página 3 de 3 "Explorar a Geometria é descobrir que as verdades matemáticas também têm história."	





CONSELHO DOS AXIOMAS



Os Triângulos Podem Mentir?

Jogo Pedagógico • Nível 5 – Rigor

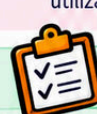
Explorar a Geometria é descobrir que novos mundos também surgem!



MISSÃO

Investigar de onde vêm as verdades geométricas e perceber que uma proposição é analisada dentro de um sistema axiomático. Os grupos deverão provar, refutar ou explicar a dependência de uma afirmação em relação ao sistema utilizado.





COMO JOGAR

- 1 Forme grupos de 3 ou 4 estudantes e escolha um relator.
- 2 Embaralhe as cartas e coloque-as viradas para baixo.
- 3 A cada rodada, um grupo retira uma carta e lê o desafio.
- 4 O grupo deve identificar o que é hipótese, o que precisa ser demonstrado e quais definições, axiomas, postulados ou teoremas podem ser usados.
- 5 Para afirmações verdadeiras, construa uma demonstração. Para afirmações falsas, apresente um contraexemplo. Para afirmações dependentes do sistema, explique em qual sistema são válidas.
- 6 O grupo registra sua resposta na ficha de investigação e apresenta o argumento à turma.
- 7 A pontuação valoriza o rigor: resposta correta não basta; é necessário justificar.



PONTUAÇÃO

- ★ 1 ponto – identifica corretamente o conceito envolvido.
- ★ 2 pontos – apresenta justificativa matemática.
- ★ 3 pontos – usa adequadamente uma definição, propriedade ou teorema.
- ★ 4 pontos – constrói uma demonstração ou contraexemplo consistente.
- ★ 5 pontos – explica como a conclusão depende do sistema axiomático.



CONSELHO DOS AXIOMAS

Registro da Investigação do Grupo



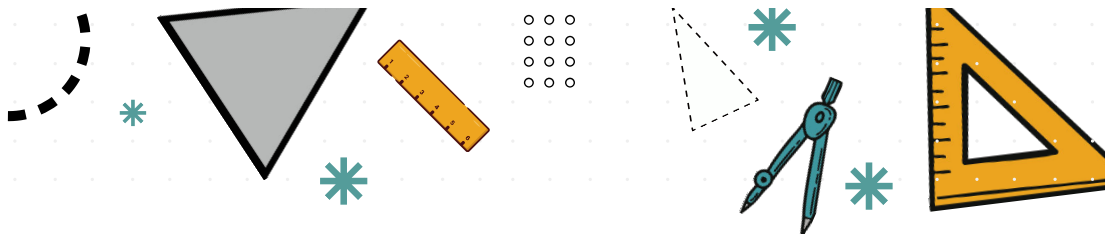
Grupo: _____

Data: ____/____/____

Integrantes: _____

Carta	Hipótese / Ideia Inicial	Definição / Axioma / Teorema usado	Demonstração, contraexemplo ou argumento	Conclusão
1				
2				
3				
4				
5				





Escola: _____

Professor: _____

Estudante: _____ Série: _____

CONSELHO DOS AXIOMAS: REFLEXÃO INDIVIDUAL

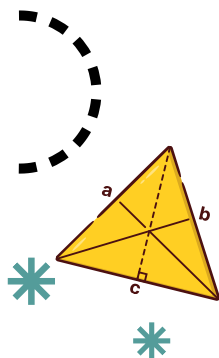
1.. Uma propriedade geométrica pode depender do sistema de axiomas?

Explique. _____

2. O que você aprendeu ao comparar a Geometria Euclidiana com a Geometria Esférica?

3. Qual a diferença entre justificar uma afirmação e demonstrá-la formalmente?





Observação!

Caro professor, preparamos uma ficha para você, conseguir avaliar seus alunos corretamente segundo a Teoria de Van Hiele! Responda com sim ou não as evidências observadas.

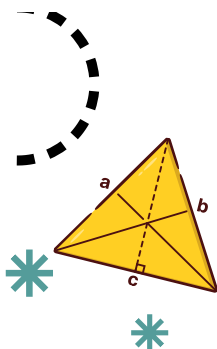
Estudante: _____ Série: _____

FICHA DE AVALIAÇÃO: NÍVEL 5

Objetivo da avaliação: Verificar se o estudante possui a capacidade de compreender o papel dos axiomas e postulados, analisar a validade de proposições em diferentes sistemas geométricos e construir argumentos matemáticos fundamentados.

Critérios observados	Sim	Parcialmente	Não
Compreende o papel dos axiomas e postulados			
Compreende que as proposições dependem do sistema geométrico			
Analisa e compara diferentes sistemas geométricos			
Utiliza argumentos matemáticos para justificar suas conclusões			
Reconhece as consequências da alteração de axiomas/postulados			





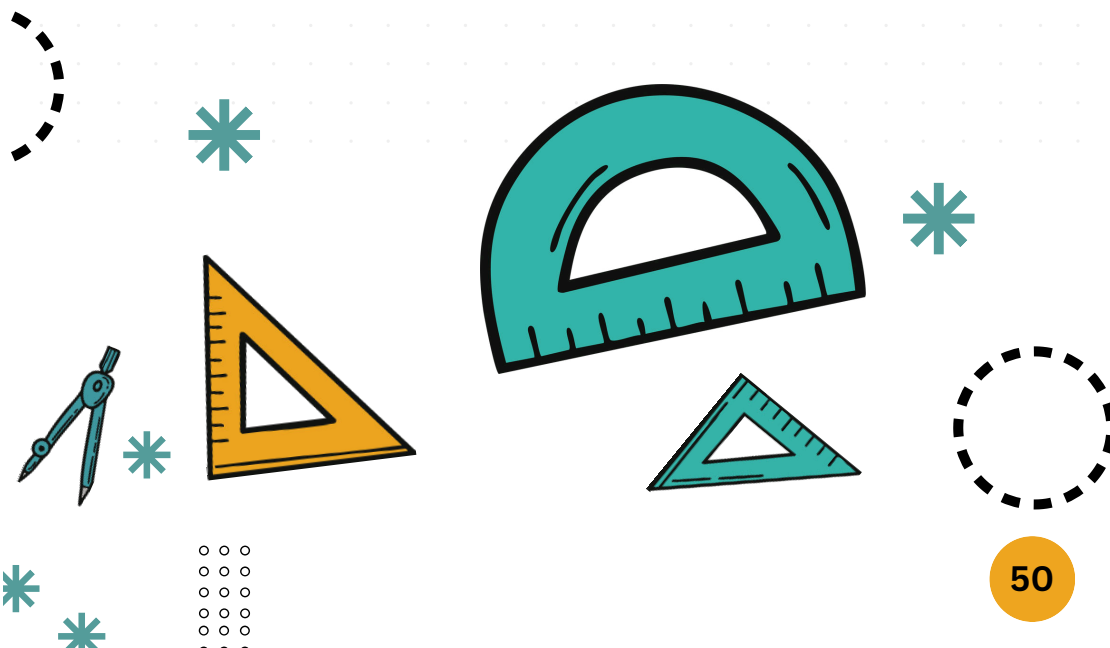
Resultado da avaliação

() O estudante atingiu o Nível 5 da Teoria de Van Hiele, demonstrando capacidade de analisar, comparar e justificar propriedades geométricas utilizando argumentos matemáticos consistentes.

() O estudante apresenta avanços no raciocínio geométrico e na argumentação matemática, mas ainda necessita de mediação para aprofundar suas justificativas.

() O estudante ainda não demonstra as características esperadas para o Nível 5 da Teoria de Van Hiele.

o o o
o o o
o o o
o o o
o o o



o o o
o o o
o o o
o o o
o o o

50



REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

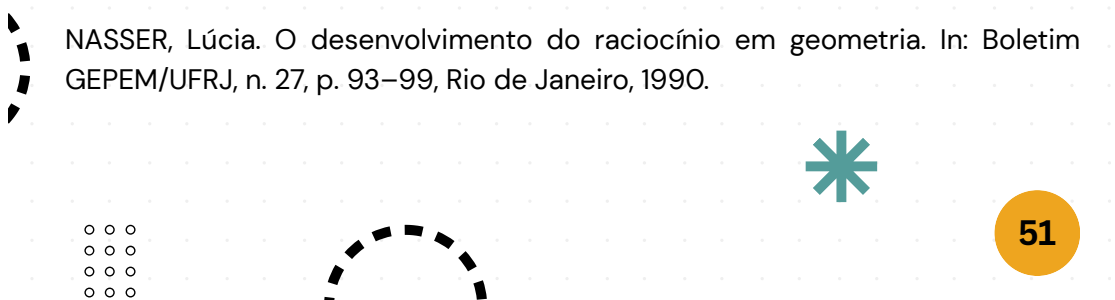
ALVES, Gilberto S.; SAMPAIO, Fernando F. O modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele e possíveis contribuições da geometria dinâmica. Rio de Janeiro: NCE, UFRJ, 2002. 10 p. (Relatório Técnico, 20 fev. 2002). Disponível em: <https://pantheon.ufrj.br/handle/11422/1959>. Acesso em: 11 mai. 2026.

COSTA JÚNIOR, José Roberto; SILVA, João Batista Rodrigues da. A geometria pela ótica da teoria de Van Hiele: uma análise do nível de desenvolvimento do pensamento geométrico de alunos de um curso de Licenciatura em Matemática. In: ENCONTRO PARAIBANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – EPBEM, 8, Desenvolvendo o pensamento matemático em diversos espaços educativos. Campina Grande: UEPB, 2014. GT 12 – Educação Matemática no Ensino Superior.

JAIME, Adrián; GUTIERREZ, Antonio. Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la geometría: el modelo de Van Hiele. In: LLINARES, S.; SÁNCHEZ, M. V. (Org.). Investigación en didáctica de la matemática. Alicante: Publicaciones de la Universidad de Alicante, 1990. p. 127–136.

KALEFF, Ana Maria; HENRIQUES, Almir de Souza; REI, Duke Monteiro; BOLEMA, Luiz Guilherme Figueiredo. Desenvolvimento do pensamento geométrico – O modelo de Van Hiele. Bolema, Rio Claro – SP, v. 9, n. 10, 1994.

NASSER, Lúcia. O desenvolvimento do raciocínio em geometria. In: Boletim GEPEM/UFRJ, n. 27, p. 93–99, Rio de Janeiro, 1990.





NASSER, Lúcia; SANT'ANNA, Nádia P. Geometria segundo a teoria de Van Hiele. Rio de Janeiro, RJ: UFRJ, 1997.

SANTOS, Juliana Maria Souza Rangel dos. A teoria de Van Hiele no estudo de áreas de polígonos e poliedros. 2015. 109 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) — Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Centro de Ciência e Tecnologia, Laboratório de Ciências Matemáticas, Campos dos Goytacazes, 2015.

SANTOS, Fernando Tranquilino Marques dos; SANTOS, Marcelo Câmara dos. Níveis do pensamento geométrico de Van Hiele com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental. In: ENCONTRO PERNAMBUCANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – EPBEM, 2016, Recife. Anais [...]. Recife: Editora Realize, 2016. Disponível em: https://editorarealize.com.br/editora/anais/epbem/2016/TRABALHO_EVO65_M D1_SA12_I D341_O5102016165043.pdf. Acesso em: 20 mai. 2026.

OPENAI. ChatGPT. Modelo de linguagem baseado em inteligência artificial. Disponível em: <https://chatgpt.com>. Acesso em: 4 jun. 2026.

Durante o processo de elaboração deste Produto Educacional, foram utilizadas ferramentas de Inteligência Artificial, em especial o ChatGPT, como recurso de apoio à criação e edição de imagens, organização e revisão dos materiais didáticos e aprimoramento da redação do produto. A ferramenta foi utilizada de forma complementar ao trabalho da autora, auxiliando na elaboração de propostas visuais, ajustes de elementos gráficos, revisão textual e organização das atividades, mantendo-se sob responsabilidade da autora a seleção, análise, adequação e validação de todo o conteúdo apresentado, bem como as decisões pedagógicas e metodológicas que fundamentam o Produto Educacional.

