



UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS  
ESCOLA DE ENGENHARIA CIVIL  
MESTRADO EM ENGENHARIA CIVIL

**PUNÇÃO EM LAJES COGUMELO -  
ESTUDO DA RETANGULARIDADE DOS PILARES**

**Valéria Conceição Mouro**  
**Orientador: Prof. Ph.D. Ronaldo Barros Gomes**  
**Co-Orientador: Prof. Ph.D. Gilson Natal Guimarães**

**Goiânia**  
**- 2006 -**

*VALÉRIA CONCEIÇÃO MOURO*

**PUNÇÃO EM LAJES COGUMELO -  
ESTUDO DA RETANGULARIDADE DOS PILARES**

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado em Engenharia Civil da Universidade Federal de Goiás, para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

**Área de Concentração:** Estruturas e Materiais

**Orientador:** Prof. Ph.D. Ronaldo Barros Gomes

**Co-Orientador:** Prof. Ph.D. Gilson N. Guimarães

**Goiânia**  
**- 2006 -**

**Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)**  
**(GPT/BC/UFG)**

**Mouro, Valéria Conceição**

**M931p** **Punção em lajes cogumelo : estudo da retangularidade dos pilares / Valéria Conceição Mouro. – 2007.**  
**xix, 137 f. : il.**

**Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Goiás, Escola de Engenharia Civil, 2007.**

**Orientador: Prof. Ph.D. Ronaldo Barros Gomes. Co-orientador: Prof. Ph.D. Gilson N. Guimarães.**

**Bibliografia: f. 103-107.**

**Inclui listas de figuras, tabelas e símbolos.**

**Inclui anexos.**

**1. Lajes cogumelo – Punção 2. Lajes de concreto armado - Resistência 3. Lajes cogumelo – Resistência I. Gomes, Ronaldo Barros II. Guimarães, Gilson N. III. Universidade Federal de Goiás. *Escola de Engenharia Civil* IV. Título.**

**CDU: 624.073.135:624.012.45**

**PUNÇÃO EM LAJES-COGUMELO -  
ESTUDO DA RETANGULARIDADE DOS PILARES**

***VALÉRIA CONCEIÇÃO MOURO***

**Dissertação defendida e aprovada em 31 de agosto de 2006, pela Banca Examinadora  
constituída pelos professores:**

---

Prof. Ronaldo Barros Gomes, Ph.D. (UFG)  
(ORIENTADOR)

---

Prof. Gilson Natal Guimarães, Ph.D. (UFG)  
(CO-ORIENTADOR)

---

Prof. Edgar Bacarji, D.Sc.(UFG)  
(EXAMINADOR INTERNO)

---

Prof<sup>a</sup>. Liana de Lucca Jardim Borges, D.Sc. (UEG)  
(EXAMINADORA EXTERNA)

---

Prof. Guilherme Sales S. A. Melo, Ph.D. (UnB)  
(EXAMINADOR EXTERNO)

*A minha família, amigos e a Deus.*

## **AGRADECIMENTOS**

O meu sincero agradecimento ao professor Ronaldo Barros Gomes pela sua sabedoria em orientar, incentivar, pela sua preocupação, paciência, apoio e amizade.

Ao professor Gilson Natal Guimarães pelos esclarecimentos, interesse e preciosa orientação.

Aos professores e funcionários do Curso de Mestrado em Engenharia Civil da UFG, pelo acolhimento, incentivo e compreensão.

Aos colegas do curso de mestrado, em especial ao Mohamad, Robson e Rúbia, pela amizade, incentivo, companheirismo e colaboração na realização dos ensaios.

Aos colegas Liana, Ana Lúcia, Luciana, Raphael, Magnus, Paulo Alexandre, Carlos Eduardo, Gabriel, Murilo, Ana Paula, Fernanda, Paulo Henrique, Luciano, Taís e Alessandra pela atenção e pelo carinho.

Às minhas amigas Cléo, Cíntia e Karine e suas respectivas famílias, pelo acolhimento na cidade de Goiânia, pela amizade e incentivo.

Às empresas Realmix – Concreto e Argamassa, pela doação do concreto; Companhia Siderúrgica Belgo-Mineira, pela doação do aço; Impercia – Produtos Químicos e Impermeabilizantes para Construções, pela doação de materiais; Perfinasa – Perfilados e Ferros Nossa Senhora Aparecida Ltda, pela grande colaboração prestada ao curso de mestrado, e ao Geólogo, Carlos de Oliveira Campos, pelas suas contribuições técnicas e disposição em ajudar e, a todos os funcionários da Carlos Campos Consultoria Limitada pela realização de ensaios de caracterização dos materiais.

À Capes, ao Procad – Programa Nacional de Cooperação Acadêmica pelo apoio financeiro, e CNPq, pelo suporte financeiro.

Aos meus pais, Domingos e Fátima, meu irmão Wagner, minha cunhada Sibebe e meu sobrinho Gustavo pelo incentivo, amor e compreensão diante das dificuldades.

Ao grande mestre Jesus, pela união de sabedoria, amor e consolo nas dificuldades.

# SUMÁRIO

**LISTA DE FIGURAS**

**LISTA DE TABELAS**

**LISTA DE SÍMBOLOS**

**RESUMO**

**ABSTRACT**

## **Capítulo 1**

<b>1. INTRODUÇÃO</b>	<b>1</b>
1.1. GENERALIDADES .....	1
1.2. OBJETIVO E JUSTIFICATIVA .....	1
1.3. ESTRUTURA DO TRABALHO .....	2

## **Capítulo 2**

<b>2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b>	<b>4</b>
2.1. INTRODUÇÃO .....	4
2.2. PUNÇÃO EM LAJES COGUMELO .....	4
2.3. PESQUISAS REALIZADAS SOBRE LAJES COM PILARES RETANGULARES .....	8
2.3.1. FORSSEL E HOLMBERG (1946) .....	8
2.3.2. HAWKINS, FALLSEN E HINOJOSA (1971) .....	10
2.3.3. VANDERBILT (1972) .....	13
2.3.4. REGAN E REZAI-JORABI (1988) .....	14
2.3.5. TENG, KUANG E CHEONG (1999) .....	17
2.3.6. AL-YOUSIF E REGAN (2003) .....	19
2.3.7. SILVA (2003) .....	21
2.3.8. OLIVEIRA (2003) .....	24
2.3.9. BORGES (2004) .....	28
2.4. CÓDIGOS E NORMAS DE PROJETO .....	31
2.4.1. ACI 318 (2002) .....	31

2.4.2. CEB-FIP MC90 (1991) .....	33
2.4.3. EUROCODE 2 (2001) .....	35
2.4.4. NBR-6118 (2003) .....	36
2.5. ANÁLISE DAS NORMAS E MÉTODOS APRESENTADOS .....	37

## **Capítulo 3**

<b>3. PROGRAMA EXPERIMENTAL</b> .....	<b>44</b>
3.1. CONSIDERAÇÕES GERAIS .....	44
3.2. CARACTERÍSTICAS DOS MODELOS ENSAIADOS .....	45
3.3. SISTEMA DE ENSAIO .....	46
3.4. DETALHAMENTO DA ARMADURA DE FLEXÃO .....	50
3.5. MATERIAIS .....	51
3.5.1. CONCRETO .....	51
3.5.2. AÇO .....	52
3.6. INSTRUMENTAÇÃO .....	53
3.6.1. DESLOCAMENTOS VERTICAIS .....	53
3.6.2. DEFORMAÇÕES ESPECÍFICAS .....	55
3.7. PREPARAÇÃO DOS ENSAIOS .....	58
3.8. REALIZAÇÃO DOS ENSAIOS .....	59

## **Capítulo 4**

<b>4. APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS</b> .....	<b>60</b>
4.1. CONSIDERAÇÕES GERAIS .....	60
4.2. MATERIAIS .....	60
4.2.1. CONCRETO .....	60
4.2.2. AÇO .....	62
4.3. DESLOCAMENTOS VERTICAIS .....	63
4.4. DEFORMAÇÃO NA ARMADURA DE FLEXÃO .....	67
4.5. DEFORMAÇÃO NO CONCRETO .....	71
4.6. FISSURAS .....	74
4.7. CARGA E MODO DE RUPTURA .....	79

## Capítulo 5

### 5. ANÁLISE DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS COM OS ESTIMADOS PELAS NORMAS E POR PESQUISADORES

5.1. INTRODUÇÃO .....	83
5.2. RESISTÊNCIA AO PUNÇONAMENTO .....	83
5.2.1. ACI 318 (2002) .....	83
5.2.2. CEB-FIP MC90 (1991) .....	84
5.2.3. EUROCODE 2 (2001) .....	84
5.2.4. NBR-6118 (2003) .....	85
5.2.5. COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS COM OS ESTIMADOS PELAS NORMAS .....	86
5.2.6. COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS COM OS ESTIMADOS POR PESQUISADORES .....	87
5.2.7. LAJES DA PRESENTE PESQUISA E DA LITERATURA .....	89
5.3. PROPOSTA DE CONSIDERAÇÃO DA RELAÇÃO $c_{máx}/c_{mín}$ NAS EXPRESSÕES DE CÁLCULO DAS NORMAS DO ACI-318 (2002), CEB-FIP MC90 (1991), EUROCODE 2 (2001) E NBR-6118 (2003) .....	93
5.3.1. PARÂMETRO $\mu$ .....	93
5.3.2. COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS ESTIMADOS PELOS CÓDIGOS DE PROJETO E LITERATURA COM OS ESTIMADOS PELAS PROPOSTAS .....	95

## Capítulo 6

### 6. CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

6.1. CONCLUSÕES .....	101
6.2. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS .....	102

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	103
ANEXO A .....	108
ANEXO B .....	109
ANEXO C .....	114
ANEXO D .....	120
ANEXO E .....	126
ANEXO F .....	128
ANEXO G .....	131

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1	– Modo de ruptura por punção de uma laje-cogumelo sem armadura de cisalhamento - (CEB-FIP MC 90 (1991)) .....	5
Figura 2.2	– Tipos de armadura de cisalhamento .....	6
Figura 2.3	– Tipos de superfícies de ruptura, REGAN (1985) .....	7
Figura 2.4	– Tipos de superfícies de ruptura, GOMES (1991) .....	7
Figura 2.5	– Detalhe das lajes 10, 11 e 12 de FORSSEL E HOLMBERG (1946) – (mm) .....	9
Figura 2.6	– Detalhes das lajes e sistema de ensaio de HAWKINS et al. (1971) – (mm) .....	11
Figura 2.7	– Laje de VANDERBILT (1972) e instrumentação dos pilares – (mm) .....	14
Figura 2.8	– Lajes ensaiadas por REGAN e REZAI-JORABI (1988) – (mm) ..	14
Figura 2.9	– Modelos utilizados por REGAN e REZAI-JORABI (1988) .....	16
Figura 2.10	– Detalhes das lajes ensaiadas por TENG et al. (1999) – (mm) .....	17
Figura 2.11	– Perímetro de controle proposto por TENG et al. (1999) .....	19
Figura 2.12	– Lajes ensaiadas por AL-YOUSIF e REGAN (2003) – (mm).....	20
Figura 2.13	– Lajes testadas por SILVA (2003) – (mm) .....	22
Figura 2.14	– Armadura de flexão das lajes testadas por SILVA (2003) – (mm)	23
Figura 2.15	– Fotografia do sistema de ensaio adotado por SILVA (2003) .....	23
Figura 2.16	– Disposição do carregamento das lajes de OLIVEIRA (2003) – (mm) .....	24
Figura 2.17	– Tipos de lajes de OLIVEIRA (2003) .....	27
Figura 2.18	– Sistema de ensaio utilizado por BORGES (2004) – (mm) .....	28
Figura 2.19	– Características geométricas das lajes da série I – (mm) .....	29
Figura 2.20	– Perímetro de controle situado a 0,5d do pilar, de acordo com o ACI/02 .....	31
Figura 2.21	– Perímetro de controle a 2d do pilar, de acordo com o CEB-FIP MC 90 (1991) .....	33
Figura 2.22	– Perímetro de controle a 2d do pilar de acordo com o EC2/01 .....	35
Figura 2.23	– Perímetro de controle a 2d do pilar de acordo com a NBR/03 .....	36

Figura 2.24	– Estimativas das normas de projeto e de pesquisadores para as lajes de FORSSEL E HOLMBERG (1946) .....	40
Figura 2.25	– Estimativas das normas de projeto e de pesquisadores para as lajes de HAWKINS et al. (1971) .....	40
Figura 2.26	– Estimativas das normas de projeto e de pesquisadores para as lajes de TENG et al. (1999) .....	41
Figura 2.27	– Estimativas das normas de projeto e de pesquisadores para as lajes de AL-YOUSIF E REGAN (2003) .....	41
Figura 2.28	– Estimativas das normas de projeto e de pesquisadores para as lajes de SILVA (2003) .....	42
Figura 2.29	– Estimativas das normas de projeto e de pesquisadores para as lajes de OLIVEIRA (2003) .....	42
Figura 2.30	– Estimativas das normas de projeto e de pesquisadores para as lajes de BORGES (2004) .....	43
Figura 3.1	– Modelo hipotético caracterizando a região estudada .....	44
Figura 3.2	– Características geométricas das lajes - (mm) .....	45
Figura 3.3	– Fotografia do atuador hidráulico, célula de carga e chapa Metálica no sistema de ensaio .....	47
Figura 3.4	– Esquema das placas e fotografia para aplicação de carga .....	47
Figura 3.5	– Vigas metálicas e tirante – sistema de reação - (mm) .....	48
Figura 3.6	– Sistema de ensaio e fotografia da laje – vista superior – (mm) .....	48
Figura 3.7	– Sistema de ensaio e fotografia da laje – vista lateral – (mm) .....	49
Figura 3.8	– Detalhes do processo de posicionamento das lajes .....	50
Figura 3.9	– Armadura de flexão das lajes - (mm) .....	51
Figura 3.10	– Fotografia do ensaio à tração axial do aço .....	53
Figura 3.11	– Posicionamento dos relógios comparadores nas lajes - (mm) .....	54
Figura 3.12	– Fotografia dos relógios comparadores .....	54
Figura 3.13	– Posicionamento e numeração dos extensômetros - (mm) .....	56
Figura 3.14	– Fotografia dos extensômetros na armadura .....	56
Figura 3.15	– Posicionamento dos extensômetros no concreto – (mm) .....	57

Figura 3.16	– Fotografia dos extensômetros no concreto da laje L6 .....	57
Figura 3.17	– Fotografia da laje marcada com as placas e chapas afixadas .....	58
Figura 3.18	– Fotografia da célula de carga .....	59
Figura 4.1	– Gráfico da resistência à compressão com o tempo .....	61
Figura 4.2	– Deslocamentos verticais da laje L1 .....	64
Figura 4.3	– Deslocamentos verticais da laje L2 .....	65
Figura 4.4	– Deslocamentos verticais da laje L3 .....	65
Figura 4.5	– Deslocamentos verticais da laje L4 .....	65
Figura 4.6	– Deslocamentos verticais da laje L5 .....	66
Figura 4.7	– Deslocamentos verticais da laje L6 .....	66
Figura 4.8	– Deslocamentos verticais da laje L7 .....	66
Figura 4.9	– Deslocamentos verticais da laje L8 .....	67
Figura 4.10	– Deslocamentos verticais centrais .....	67
Figura 4.11	– Deformações da armadura de flexão da laje L1 .....	68
Figura 4.12	– Deformações da armadura de flexão da laje L2 .....	69
Figura 4.13	– Deformações da armadura de flexão da laje L3 .....	69
Figura 4.14	– Deformações da armadura de flexão da laje L4 .....	69
Figura 4.15	– Deformações da armadura de flexão da laje L5 .....	70
Figura 4.16	– Deformações da armadura de flexão da laje L6 .....	70
Figura 4.17	– Deformações da armadura de flexão da laje L7 .....	70
Figura 4.18	– Deformações da armadura de flexão da laje L8 .....	71
Figura 4.19	– Deformações do concreto da laje L1 .....	71
Figura 4.20	– Deformações do concreto da laje L2 .....	72
Figura 4.21	– Deformações do concreto da laje L3 .....	72
Figura 4.22	– Deformações do concreto da laje L4 .....	72
Figura 4.23	– Deformações do concreto da laje L5 .....	73
Figura 4.24	– Deformações do concreto da laje L6 .....	73
Figura 4.25	– Deformações do concreto da laje L7 .....	73
Figura 4.26	– Deformações do concreto da laje L8 .....	74
Figura 4.27	– Fissuração da laje L1 .....	75

Figura 4.28	– Fissuração da laje L2 .....	76
Figura 4.29	– Fissuração da laje L3 .....	76
Figura 4.30	– Fissuração da laje L4 .....	77
Figura 4.31	– Fissuração da laje L5 .....	77
Figura 4.32	– Fissuração da laje L6 .....	78
Figura 4.33	– Fissuração da laje L7 .....	78
Figura 4.34	– Fissuração da laje L8 .....	79
Figura 4.35	– Fotografia das lajes L1 e L7 ensaiadas após a ruptura – vista inferior .....	81
Figura 4.36	– Influência da variação dos lados do pilar na carga de ruptura .....	82
Figura 5.1	– Gráfico da relação entre as cargas de ruptura e as cargas estimadas .....	86
Figura 5.2	– Estimativas das normas de projeto (EC2/01, NBR/03 e CEB/91) e de pesquisadores (OLIVEIRA/03 e BORGES/04) para as lajes da presente pesquisa .....	88
Figura 5.3	– Estimativas das normas de projeto (ACI/02) e de pesquisadores (HAWKINS <i>et al.</i> /71 e BORGES/04) para as lajes da presente pesquisa .....	88

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1	– Características das lajes 10, 11 e 12 de FORSSEL E HOLMBERG (1946) .....	10
Tabela 2.2	– Características das lajes ensaiadas por HAWKINS et al. (1971) ....	12
Tabela 2.3	– Resultados experimentais obtidos por HAWKINS et al. (1971) .....	12
Tabela 2.4	– Lajes rompidas por punção por REGAN E REZAI-JORABI (1988) .....	15
Tabela 2.5	– Características das lajes ensaiadas por TENG et al. (1999) .....	18
Tabela 2.6	– Características das lajes ensaiadas por AL-YOUSIF E REGAN (2003) .....	20
Tabela 2.7	– Características e cargas de ruptura das lajes ensaiadas por SILVA (2003) .....	24
Tabela 2.8	– Características e cargas de ruptura das lajes de OLIVEIRA (2003)	26
Tabela 2.9	– Fatores de flexão propostos por OLIVEIRA (2003) .....	27
Tabela 2.10	– Características e cargas de ruptura das lajes .....	29
Tabela 2.11	– Estimativas das normas e de pesquisadores para as lajes da literatura .....	38
Tabela 3.1	– Características geométricas das lajes ensaiadas .....	46
Tabela 3.2	– Composição por m <sup>3</sup> de concreto.....	52
Tabela 4.1	– Propriedades mecânicas do concreto .....	62
Tabela 4.2	– Propriedades mecânicas dos aços .....	63
Tabela 4.3	– Deslocamentos centrais máximos registrados .....	64
Tabela 4.4	– Deformações máximas registradas .....	68
Tabela 4.5	– Cargas de fissuração visual das lajes .....	75
Tabela 4.6	– Cargas de ruptura das lajes .....	80
Tabela 4.7	– Influência da variação dos lados do pilar .....	81

Tabela 5.1	– Comparação entre a carga de ruptura e a estimada pelo ACI -318 (2002) .....	83
Tabela 5.2	– Comparação entre a carga de ruptura e a estimada pelo CEB- FIP MC90 (1991) .....	84
Tabela 5.3	– Comparação entre a carga de ruptura e a estimada pelo EC2 (2001) .....	85
Tabela 5.4	– Comparação entre a carga de ruptura e a estimada pela NBR-6118 (2003) .....	85
Tabela 5.5	– Resumo da relação $V_{exp}/V_{cal}$ das lajes ensaiadas (normas e códigos) .....	86
Tabela 5.6	– Resumo da relação $V_{exp}/V_{cal}$ das lajes ensaiadas na presente pesquisa .....	87
Tabela 5.7	– Comparação dos resultados experimentais com os estimados .....	89
Tabela 5.8	– Método dos mínimos quadrados .....	94
Tabela 5.9	– Valores obtidos das expressões do método dos mínimos quadrados	94
Tabela 5.10	– Valores do parâmetro $\mu$ para as normas e códigos de projeto .....	95
Tabela 5.11	– Comparação das estimativas das normas com as respectivas propostas para diversas lajes .....	96
Tabela 5.12	– Comparação das estimativas do CEB/91, Oliveira (2003), Borges (2004) e estimativas da proposta para o CEB/91 .....	97
Tabela 5.13	– Comparação das estimativas do ACI/02, Borges (2004) e estimativas da proposta atual para o ACI/02 .....	99

## LISTA DE SÍMBOLOS

$a$	-	vão de cisalhamento
$b$	-	largura da laje, perímetro do pilar
$b_0$	-	perímetro de controle
$c_{min}$	-	menor dimensão da seção transversal do pilar
$c_{máx}$	-	maior dimensão da seção transversal do pilar
$d$	-	altura útil da laje
$d_x$	-	altura útil da laje medida na direção x
$d_y$	-	altura útil da laje medida na direção y
$f'_c$	-	resistência à compressão do concreto
$f_c$	-	resistência à compressão do concreto
$f_{cj}$	-	resistência à compressão do concreto aos $j$ dias
$f_{ck}$	-	resistência característica à compressão concreto medida em corpos de prova cilíndricos
$f_{ckj}$	-	resistência característica à compressão concreto medida em corpos de prova cilíndricos aos $j$ dias
$f_u$	-	resistência última do aço da armadura de flexão
$f_{ys}$	-	resistência ao escoamento do aço da armadura de flexão
$h$	-	altura total da laje
$k$	-	coeficiente de efeito de tamanho
$l$	-	comprimento da laje
$r$	-	um quarto do perímetro do pilar
$s$	-	espaçamento da armadura principal de flexão
$s_0$	-	distância radial entre a face do pilar e o primeiro elemento da armadura de cisalhamento
$s_r$	-	distância radial entre elementos da armadura de cisalhamento
$u, u_1$	-	perímetro de controle
$u_0$	-	perímetro do pilar
$v$	-	tensão de cisalhamento atuante
$v_c, v_{R1}$	-	resistência ao cisalhamento oferecida pelo concreto
$v_{máx}$	-	resistência máxima ao cisalhamento na face do pilar
$v_n$	-	resistência nominal ao cisalhamento
$v_s$	-	resistência ao cisalhamento oferecida pela armadura de cisalhamento
$v_{R2}$	-	resistência ao cisalhamento de cálculo máxima
$v_{R3}$	-	resistência ao cisalhamento oferecida pelo concreto e armadura de cisalhamento
$v_{Rd,c}$	-	resistência ao cisalhamento de projeto fornecida pelo concreto
$A_v, A_{sv}, A_{se}$	-	área da armadura de cisalhamento dentro do perímetro de controle
$A_{sw}$	-	área da armadura de cisalhamento em uma camada ao redor do pilar
$A_s$	-	área da armadura de flexão
$K$	-	coeficiente de normalização da altura útil
$V$	-	força nominal atuante
$V_c$	-	força nominal resistente oferecida pelo concreto

$V_{exp}$	-	carga de ruptura experimental
$V_f$	-	carga de fissuração visual
$V_{fl}$	-	carga de ruptura por flexão
$V_n$	-	força nominal resistente
$V_{pp}$	-	carga de pós-puncionamento
$V_{ref}$	-	força nominal resistente de referência para lajes com pilares quadrados de lado igual $2d$
$V_{Rd,c}$	-	força nominal resistente de projeto oferecida pelo concreto
$V_{sd}$	-	força nominal resistente
$\alpha$	-	ângulo entre a armadura de cisalhamento e o plano médio da laje
$\alpha_s$	-	coeficiente relacionado ao posicionamento do pilar em relação à laje
$\beta$	-	coeficiente relacionado à excentricidade da carga do pilar
$\beta_c$	-	relação entre maior e menor dimensão da seção transversal do pilar
$\varepsilon_t$	-	deformação tangencial
$\varepsilon_r$	-	deformação radial
$\varepsilon_x$	-	deformação radial na direção x
$\varepsilon_y$	-	deformação radial na direção y
$\gamma_c$	-	coeficiente de redução da resistência do concreto
$\rho$	-	taxa geométrica de armadura de flexão
$\rho_x$	-	taxa geométrica da armadura de flexão medida na direção x
$\rho_y$	-	taxa geométrica da armadura de flexão medida na direção y
$\tau_{r1}$	-	tensão de cisalhamento resistente fornecida pelo concreto
$\tau_{r2}$	-	tensão de cisalhamento resistente no perímetro do pilar
$\tau_{r3}$	-	tensão de cisalhamento resistente fornecida pelo concreto e armadura de cisalhamento
$\tau_s$	-	tensão de cisalhamento atuante uniformemente distribuída
$\tau_{wd}$	-	tensão tangencial de cálculo atuante uniformemente distribuída
$\tau_{wu}$	-	tensão tangencial última

## RESUMO

São analisadas experimentalmente 8 (oito) lajes cogumelo de concreto armado quadradas com 1800 mm de lado e 130 mm de espessura, submetidas a carregamento central, com o objetivo de investigar a influência do índice de retangularidade do pilar, sendo que a relação entre as dimensões da seção transversal do pilar ( $c_{\text{máx}}/c_{\text{mín}}$ ) variou entre 1 e 4, com perímetro mantido constante e igual a 1000 mm.

São apresentados e analisados os resultados das cargas últimas, modos de ruptura, deslocamentos verticais, fissuração e deformações do aço e concreto. São apresentadas comparações dos resultados experimentais com códigos, normas de projeto e resultados da literatura.

Os resultados indicam que à medida que aumenta o índice de retangularidade, a resistência à punção diminui, para lajes que possuem pilares com o perímetro constante. Sugerindo que o combate à punção pode ser mais efetivo em regiões próximas das extremidades dos pilares, onde há maior concentração de forças cortantes.

É apresentada uma proposta de inclusão do parâmetro  $c_{\text{máx}}/c_{\text{mín}}$  nas expressões de cálculo da resistência à punção do ACI (2002), CEB-FIP (1991), EC2 (2001) e NBR-6118 (2003).

**Palavras-Chave:** Concreto armado. Laje cogumelo. Puncionamento. Pilar retangular.

## ABSTRACT

Eight reinforced concrete square flat slabs of reinforced concrete were tested. Slabs were 130mm thick with an 1800 mm side and were submitted to central loading, and the objective was to investigate the influence of column rectangularity coefficient. Column cross section dimensions ( $c_{\max}/c_{\min}$ ) varied between 1 and 4, with a constant perimeter equal to 1000mm.

Results presented and analysed include ultimate loads and failure types, modes of rupture, vertical displacements, cracking and deformations of steel and concrete. Comparisons with codes, norms and results of literature results are also presented.

The results indicate that as the rectangularity coefficient increases, punching shear resistance decreases for constant perimeter column flat slabs. Suggesting that punching shear has to be considered specially in regions close to column extremity, where there is a larger concentration of shear forces.

A proposal for an inclusion of the rectangularity parameter ( $c_{\max}/c_{\min}$ ) in expressions for calculation punching shear resistance of ACI (2002), CEB-FIP (1991), EC2 (2001) and NBR-6118 (2003) codes is presented.

**Keywords:** Reinforced concrete. Flat slab. Punching. Rectangular column.

# Capítulo 1

---

## 1 INTRODUÇÃO

### 1.1 GENERALIDADES

Segundo a NBR-6118 (2003), lajes-cogumelo são lajes apoiadas diretamente em pilares com capitéis, enquanto lajes lisas são apoiadas nos pilares sem capitéis. Estas placas estão sujeitas à ruptura por punção na ligação laje-pilar, que ocorre frágil e repentinamente. Punção é o estado limite último determinado por cisalhamento no entorno de forças concentradas. É decorrente da grande concentração de tensões na região da ligação laje-pilar, a qual está submetida tanto ao esforço cortante como ao momento fletor negativo máximo.

Existem alguns estudos sobre o uso de capitéis, armadura de cisalhamento, pilares alongados, concretos de alta resistência, protensão e fibras visando aumentar a resistência à punção em lajes cogumelo de concreto armado, entre eles, DILGER e GHALI (1981), SANTOS (2005) e CARVALHO (2005).

A literatura apresenta diversos trabalhos que estudam o comportamento da ligação de lajes cogumelo com pilares de seção transversal quadrada, sendo a pesquisa com pilares retangulares em menor número, como os trabalhos de HAWKINS *et al.* (1971), REGAN e REZAI-JORABI (1988), TENG *et al.* (1999), AL-YOUSIF e REGAN (2003), SILVA (2003), OLIVEIRA (2003) e BORGES (2004), apesar da sua utilização prática ser mais freqüente. O presente trabalho aborda o estudo da influência da retangularidade da seção transversal dos pilares, com a variação das dimensões dos lados do pilar, e perímetro constante, na resistência à punção das lajes cogumelo de concreto armado.

### 1.2 OBJETIVO E JUSTIFICATIVA

Os principais objetivos deste estudo são:

- Investigar o comportamento último e em serviço à punção de lajes cogumelo de concreto armado submetidas ao carregamento central,

com índices de retangularidade variando entre 1 e 4, e o perímetro dos pilares igual a 1000 mm;

- Analisar as normas e códigos de projeto visando melhorar a expressão de cálculo da resistência à punção de lajes cogumelos considerando pilares retangulares;
- Propor a inclusão do parâmetro  $\mu$ , que leva em consideração a influência da relação entre a maior e a menor dimensão do pilar ( $c_{máx}/c_{mín}$ ), nas expressões de cálculo do ACI-318 (2002), CEB-FIP MC90 (1991), EUROCODE 2 (2001), NBR-6118 (2003).

As pesquisas realizadas sobre as ligações de lajes com pilares retangulares ainda não resultaram em um modelo de dimensionamento à punção capaz de satisfazer a todos os questionamentos em relação a essas ligações. Encontram-se poucos ensaios, envolvendo lajes cogumelo com pilares retangulares, na literatura.

### 1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO

Este trabalho é constituído por seis capítulos. No capítulo 2 será apresentada uma revisão bibliográfica, contendo pesquisas sobre o comportamento de lajes cogumelo apoiadas em pilares retangulares e as prescrições de algumas normas de projeto.

O capítulo 3 descreve o programa experimental e a metodologia utilizada nos ensaios. As características dos modelos ensaiados, as variáveis estudadas e os materiais empregados também são apresentados neste capítulo.

Os resultados obtidos experimentalmente são apresentados no capítulo 4, são mostradas as deformações na armadura de flexão e no concreto, os deslocamentos verticais, a identificação e propagação das fissuras, os modos e as cargas de ruptura.

No capítulo 5 são apresentadas as comparações dos resultados experimentais com os fornecidos pelas normas de projeto do ACI 318 (2002), CEB-FIP MC90 (1991), EUROCODE 2 (2001), NBR-6118 (2003) e métodos de cálculo propostos por HAWKINS *et al.* (1971), OLIVEIRA (2003) e BORGES (2004). Neste capítulo, também é apresentada uma proposta para a consideração da relação  $c_{máx}/c_{mín}$ , sendo  $c_{máx}$  a maior dimensão do pilar e,  $c_{mín}$  a menor dimensão do pilar, nas expressões das normas e códigos de projetos.

As conclusões da pesquisa e as sugestões para trabalhos futuros serão apresentadas no capítulo 6.

Os Anexos A, B, C e D apresentam os resultados dos ensaios realizados em corpos de prova cilíndricos de concreto, os deslocamentos verticais, as deformações na armadura de flexão e as deformações no concreto, respectivamente. Os Anexos E e F apresentam o cálculo da carga de ruptura por flexão ( $V_f$ ) das lajes utilizando o método das linhas de ruptura, e o exemplo de aplicação das expressões normativas. O arquivo fotográfico é apresentado no anexo G.

## Capítulo 2

---

### 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

#### 2.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo são apresentados os conceitos relativos à punção em lajes cogumelo. São mencionadas pesquisas desenvolvidas que analisaram o comportamento de lajes cogumelo de concreto armado submetidas ao puncionamento, com pilares de seção retangular. São abordados, alguns códigos de projeto que tratam da resistência à punção em lajes cogumelo, como o ACI 318 (2002), CEB-FIP MC90 (1991), EUROCODE 2 (2001) e NBR-6118 (2003).

#### 2.2 PUNÇÃO EM LAJES COGUMELO

As lajes cogumelo possuem como vantagens em relação às estruturas de lajes apoiadas em vigas, a redução do pé direito requerido por pavimento, maior simplicidade e economia em formas, possibilidade de melhor ventilação e iluminação, redução de custos e maior facilidade na disposição e inspeccionamento da armadura e na concretagem.

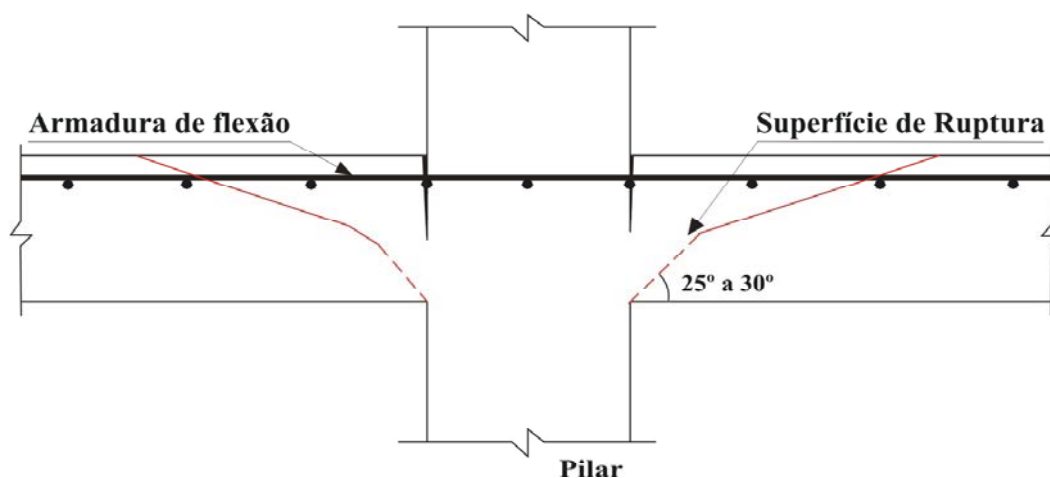
São observadas algumas desvantagens como a possibilidade de uma ruptura por punção na região da ligação laje-pilar, a ocorrência de flechas maiores que as encontradas em lajes de mesmo vão apoiadas sobre vigas, a ocorrência de colapso progressivo devido à propagação de uma ruptura ocorrida originalmente em pequena parte da estrutura, sendo o dano resultante desproporcionalmente maior que o original, levando ao colapso de toda a estrutura, e a redução da estabilidade global da estrutura com relação às cargas horizontais.

A ruptura por punção que ocorre em um elemento estrutural plano é devido à aplicação de uma força concentrada em uma determinada área deste elemento, gerando esforço cortante nesta região.

São empregados basicamente dois modelos experimentais para avaliar a resistência última à punção em lajes cogumelo. O mais apropriado para a análise global é representado por painéis de laje apoiados sobre pilares múltiplos, em escala reduzida. O

mais adequado para análise localizada de punção simula ligações isoladas entre pilar e laje, sendo realizado em maior escala.

Segundo REGAN e BRAESTRUP (1985), a superfície de ruptura por punção de uma laje cogumelo sem armadura de cisalhamento tem uma inclinação entre  $25^\circ$  e  $30^\circ$  com o plano da laje, conforme apresenta a Figura 2.1. Esta recomendação foi adotada pelo CEB-FIP MC90 (1991).



**Figura 2.1 - Modo de ruptura por punção de uma laje cogumelo sem armadura de cisalhamento - (CEB-FIP MC 90 (1991))**

Para elevar a resistência da ligação laje-pilar: aumenta-se a espessura da laje, a resistência do concreto, adiciona-se fibras de aço ao concreto e utiliza-se armadura de cisalhamento no combate à punção.

Segundo MACGREGOR (1988), o uso do elemento estrutural tipo *drop panel*, aumenta a resistência com o acréscimo da espessura da laje apenas na região próxima ao pilar, minimizando o volume de concreto no meio do vão. O fato de não proporcionar tetos planos levou ao menor uso deste tipo de elemento. HOLANDA (2002) verifica que o aumento da resistência do concreto pode não ser suficiente para elevar a resistência da ligação laje-pilar, não oferecendo a ductilidade desejada.

Segundo SWAMY e ALI (1982), o uso de fibras melhora o desempenho das lajes cogumelo aumentando a carga última, melhorando a ductilidade, propiciando rupturas mais dúcteis. As fibras atuam após o aparecimento da primeira fissura, controlando sua propagação e diminuindo sua abertura. Vários tipos de armadura de cisalhamento têm sido

utilizados, conforme mostra a Figura 2.2, tais como: *shearheads*, barras dobradas, estribos retos e inclinados e *studs*.

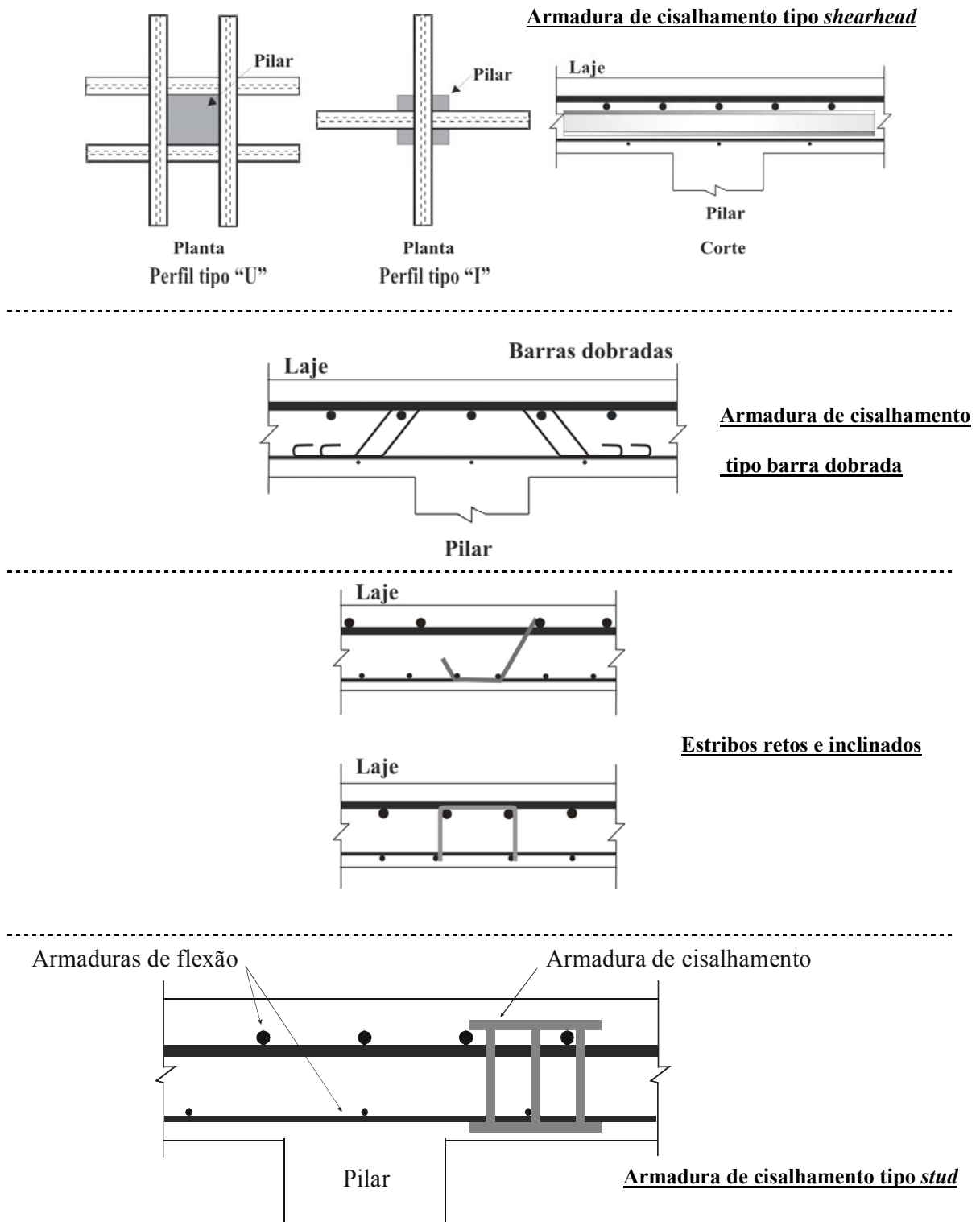
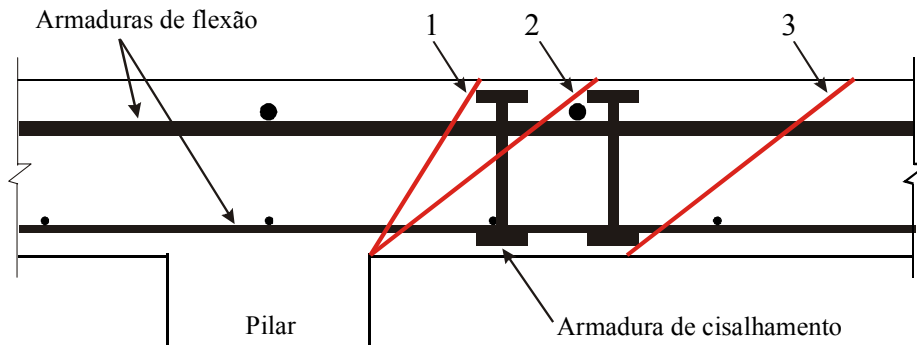


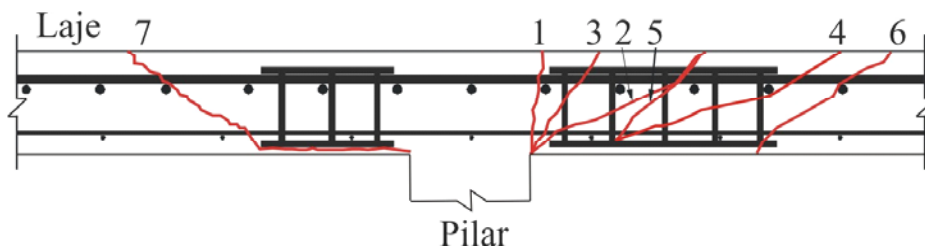
Figura 2.2 – Tipos de armadura de cisalhamento

REGAN (1985) observou três tipos de superfícies de ruptura em lajes cogumelo com armadura de cisalhamento, conforme apresenta a Figura 2.3. Entretanto, GOMES (1991) observou outras possíveis superfícies de ruptura, casos 2, 4 e 6, apresentados na Figura 2.4.



1. Superfície de ruptura adjacente ao pilar, antes da 1ª camada da armadura de cisalhamento;
2. Superfície de ruptura interna à armadura de cisalhamento;
3. Superfície de ruptura externa à armadura de cisalhamento.

**Figura 2.3 – Tipos de superfícies de ruptura, REGAN (1985)**



1. Superfície de ruptura formada entre o pilar e a camada mais interna da armadura de cisalhamento;
2. Superfície desenvolvida a partir da face do pilar cruzando a armadura de cisalhamento com a mesma inclinação da superfície de uma laje sem armadura de cisalhamento;
3. Superfície semelhante ao caso 2, porém com maior inclinação;
4. Superfície formada com certo afastamento da face do pilar e cruzando a região armada com a mesma inclinação de uma laje sem armadura de cisalhamento;
5. Superfície similar ao caso 4, porém mais inclinada;
6. Superfície de ruptura desenvolvida externamente à armadura de cisalhamento afastada da face do pilar;
7. Superfície passando sob os elementos da armadura de cisalhamento e se desenvolvendo externamente à armadura de cisalhamento.

**Figura 2.4 – Tipos de superfícies de ruptura, GOMES (1991)**

GOMES (1991) propôs um método empírico para avaliação das cargas de ruptura de lajes cogumelo submetidas à punção. Este modelo assume duas superfícies de ruptura: superfície de ruptura adjacente ao pilar e, superfície de ruptura externa à região de cisalhamento. CARVALHO (2000) desenvolveu um programa computacional baseado neste modelo, para determinar a resistência à punção em lajes cogumelo de concreto armado.

De acordo com MELO (1990), a resistência pós-puncionamento das ligações laje-pilar é fundamental para a não ocorrência de um colapso generalizado, sendo que após o puncionamento, que é a causa provável do início da ruptura, uma grande parcela de carga vai ser transmitida para os pilares vizinhos, com ocorrências de novas rupturas.

Foram desenvolvidas, na Universidade Federal de Goiás, pesquisas experimentais sobre lajes cogumelo de concreto armado, como SANTOS (2005) e MUSSE (2004), que investigaram a utilização de fibras de aço na resistência à punção. MUSSE (2004) e SILVA (2003) que investigaram também a utilização de armadura de cisalhamento.

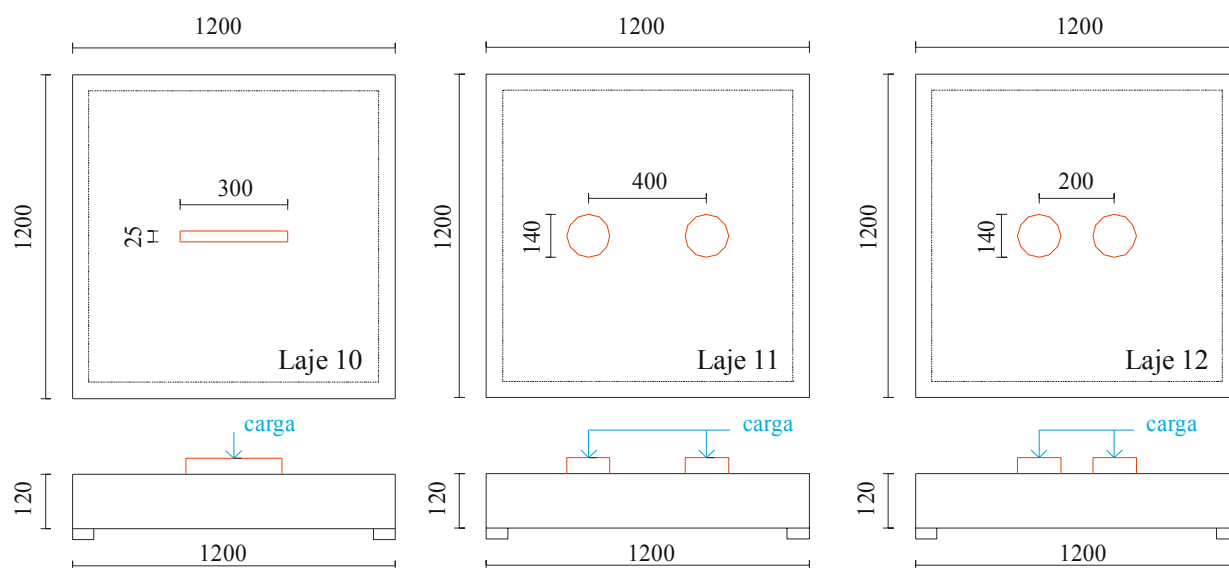
SILVA (2003) iniciou a linha de pesquisa sobre o estudo da retangularidade dos pilares e presença de furos. Parte da sua pesquisa, que trata sobre a retangularidade dos pilares, será detalhada posteriormente.

## **2.3 PESQUISAS REALIZADAS SOBRE LAJES COM PILARES RETANGULARES**

### **2.3.1 FORSSEL E HOLMBERG (1946)**

Os autores testaram 10 lajes cogumelo quadradas com dimensões de 1200 mm de lado, espessura de 117 mm a 127 mm, e resistência à compressão ( $f'_c$ ) de 18 MPa. Todas as lajes foram apoiadas nas quatro bordas, com carregamento vertical de cima para baixo.

Destas lajes, apenas duas tiveram o carregamento aplicado através de uma seção retangular com dimensão de 25x300mm, posicionada no centro da laje (lajes 10 e 13). A Figura 2.5 mostra a posição do carregamento das lajes 10, 11 e 12.



**Figura 2.5 – Detalhe das lajes 10, 11 e 12 de FORSELL E HOLMBERG (1946) - (mm)**

As lajes 11 e 12 utilizaram um par de seções circulares, com 140 mm de diâmetro separados de 400 mm e 200 mm, respectivamente, de centro a centro. As principais características e as cargas de ruptura das lajes 10, 11 e 12 são mostradas na Tabela 2.1.

FORSELL E HOLMBERG (1946) observaram que as lajes 10 e 11 tiveram superfícies de ruptura semelhantes, sendo que a carga de ruptura da laje 10 correspondeu a 67% da carga de ruptura da laje 11, que rompeu com a maior carga.

A laje 12 apresentou uma superfície de ruptura com uma configuração entre uma circular típica e a que caracterizou a laje 11. Observou-se também que, apesar das áreas carregadas das lajes 11 e 12 não representarem pilares retangulares, notou-se uma concentração de esforços cortantes nas extremidades das áreas carregadas, onde não ocorreram superfícies localizadas, e sim envolvendo as duas áreas carregadas.

A laje 13 foi apoiada apenas em duas bordas opostas, rompendo por flexão com carga de 176kN. As lajes de 1 a 7 foram testadas simulando o puncionamento simétrico e não simétrico, sendo o carregamento aplicado através de uma seção circular de 140mm de diâmetro.

**Tabela 2.1 – Características das lajes 10, 11 e 12 de FORSSEL E HOLMBERG (1946)**

Laje	$d$ (mm)	$c_{min}$ (mm)	$c_{max}$ (mm)	$\rho$ (%)	$f'_c$ (MPa)	$V_{exp}$ (kN)
10	104	25	300	0,68	18	186
11	112	140	400	0,63	18	279
12	108	140	200	0,65	18	265

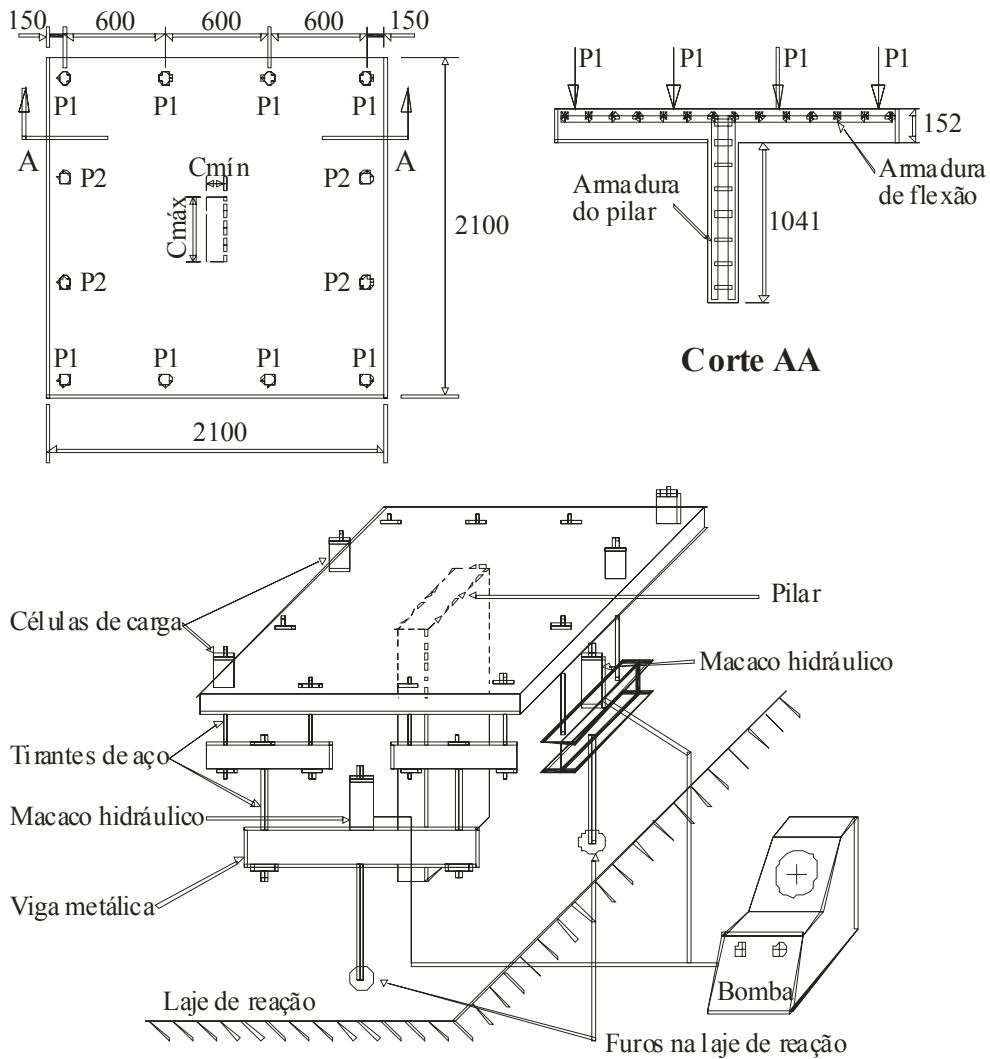
Onde:  $d$  é a altura efetiva da laje,  $c_{min}$  é a menor dimensão do pilar,  $c_{max}$  é a maior dimensão do pilar,  $\rho$  é a taxa de armadura,  $f'_c$  é a resistência à compressão do concreto e,  $V_{exp}$  é a carga de ruptura da laje.

### 2.3.2 HAWKINS, FALLSEN E HINOJOSA (1971)

HAWKINS et al. (1971) testaram 9 lajes quadradas com dimensões de 2100mm de lado e 152 mm de espessura, com o objetivo de verificar a influência do índice de retangularidade ( $c_{max}/c_{min}$ ) dos pilares no comportamento das lajes cogumelo. A laje e o pilar foram moldados simultaneamente, visando representar a região de momento negativo em torno de um pilar central de uma laje cogumelo com vãos de 4500 mm e sobrecarga de aproximadamente 4,9 kPa. A resistência à compressão do concreto ( $f'_c$ ) e a tensão de escoamento da armadura principal de flexão ficaram em torno de 30 MPa e 420 MPa, respectivamente.

O índice de retangularidade variou entre 1 e 4,3, o perímetro do pilar das lajes 1 a 8 foi de 1219mm e o da laje 9 foi de 914mm. A posição do carregamento e a taxa de armadura de flexão foram variáveis. A Figura 2.6 apresenta as principais características das lajes ensaiadas pelos autores, as duas formas de carregamento utilizado e o sistema de ensaio adotado.

A Tabela 2.2 apresenta as dimensões dos pilares e as características dos materiais utilizados na confecção das lajes. As lajes de 1 a 5 receberam apenas cargas concentradas P1 espaçadas de 600mm, paralelas às faces menores do pilar. As lajes 7, 8 e 9 receberam essas cargas P1 mais cargas concentradas paralelas às faces maiores do pilar, denominadas de P2, que corresponderam a 65% do valor de P1. A laje 6 recebeu as cargas concentradas P1 paralelas às faces maiores do pilar.



**Figura 2.6 – Detalhes das lajes e sistema de ensaio de HAWKINS et al. (1971) - (mm)**

A taxa de armadura das lajes 1 a 6 foi constante e igual a 1,12%. Na laje 5 foram adicionadas quatro barras de aço na camada superior externa da armadura de flexão, dentro de uma faixa central de 457mm, reduzindo o espaçamento nesta região. As taxas de armadura das lajes de 7 a 9 foram reduzidas em relação às anteriores.

A laje 6 apresentou o mesmo modo de ruptura da laje 1, romperam por flexão, sendo que a laje 1 foi apoiada em um pilar quadrado. As demais lajes romperam por punção em torno da ligação laje-pilar. Observa-se que a laje 7, que recebeu o carregamento P1 e P2, rompeu de maneira similar às lajes 3 e 5, com uma carga inferior. A resistência à punção e o cone de ruptura reduziram com o aumento do índice de retangularidade. As cargas e os modos de ruptura das lajes ensaiadas são apresentados na Tabela 2.3.

**Tabela 2.2 – Características das lajes ensaiadas por HAWKINS et al. (1971)**

Laje	Pilar			Concreto	Armadura de flexão principal				
	$c_{\min}$ (mm)	$c_{\max}$ (mm)	$c_{\max}/c_{\min}$	$f'_c$ (MPa)	$A_s$ (mm <sup>2</sup> )	$f_{ys}$ (MPa)	$\rho$ (%)	$d$ (mm)	$s$ (mm)
1	305	305	1	32	2800	419	1,12	117	152
2	203	406	2	27	2800	419	1,12	117	152
3	152	457	3	31	2800	419	1,12	117	152
4	114	495	4,3	32	2800	419	1,12	117	152
5	152	457	3	28	3600	419	-	117	65 e 152
6	152	457	3	25	2800	419	1,12	117	152
7	152	457	3	27	2141	419	0,87	117	197
8	114	495	4,3	27	2064	422	0,81	121	133
9	152	305	2	30	1948	422	0,77	121	140

$c_{\min}$  é a menor dimensão do pilar,  $c_{\max}$  a maior dimensão do pilar,  $f'_c$  a resistência à compressão do concreto,  $f_{ys}$  a tensão de escoamento da armadura principal de flexão e,  $\rho$  a taxa de armadura.

**Tabela 2.3 – Resultados experimentais obtidos por HAWKINS et al. (1971)**

Laje	$c_{\max}/c_{\min}$	Carga aplicada	$V_{exp}$ (kN)	Modo de ruptura
1	1	P1	391	Flexão
2	2	P1	358	Punção
3	3	P1	340	Punção
4	4,3	P1	337	Punção
5	3	P1	362	Punção
6*	3	P1	342	Flexão
7	3	P1 e P2	326	Punção
8	4,3	P1 e P2	321	Punção
9	2	P1 e P2	322	Punção

\* O carregamento P1 foi aplicado paralelamente aos maiores lados do pilar.

Os resultados experimentais foram comparados com as expressões propostas por MOE (1961) e pelo ACI-ASCE Committe 326 (1962) e, assim, HAWKINS et al. propuseram uma expressão para calcular a resistência à punção com índice de retangularidade superior a 2,0, de acordo com a equação 2.1. Observa-se que esta equação

não considera a influência da armadura de flexão na determinação da resistência ao puncionamento.

$$\frac{V_u}{b_0 d \sqrt{f'_c}} = \left( 0,21 + 0,25 \frac{s}{l} \right) \leq 0,335 \quad \text{Eq. 2.1}$$

Onde:

$b_0$  é o valor do perímetro do pilar, em mm;

$d$  é a altura efetiva, em mm;

$s$  é a menor dimensão da seção transversal do pilar, em mm;

$l$  é a maior dimensão da seção transversal do pilar, em mm;

$f'_c$  é a resistência à compressão do concreto, em MPa.

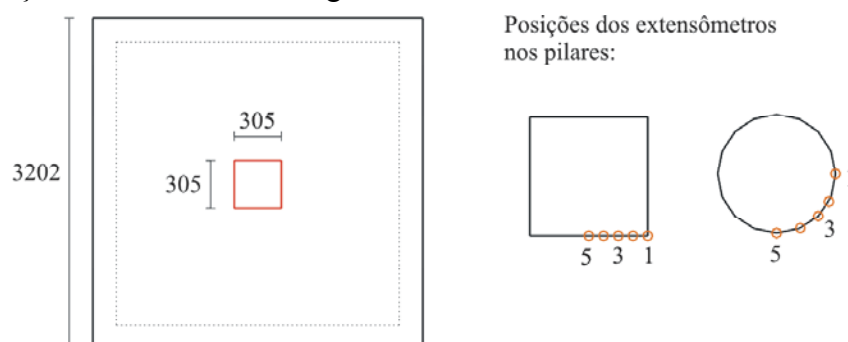
### 2.3.3 VANDERBILT (1972)

VANDERBILT (1972) ensaiou lajes cogumelo com presença de pilares quadrados e circulares. O esquema de ensaio consistiu na laje apoiada em um pilar central, utilizando vigas periféricas nas bordas, com a finalidade de impedir os esforços de torção provenientes das cargas aplicadas nas lajes.

As lajes foram posicionadas em um pórtico de reação. O carregamento aplicado na laje foi distribuído através de “air bags”. Neste trabalho, somente as reações nos pilares foram fornecidas, não se obtendo as cargas efetivas de ruptura.

Os pilares foram instrumentados com extensômetros elétricos de resistência (EER) em regiões imediatamente abaixo da superfície inferior das lajes, na posição vertical. Os resultados indicaram maiores concentrações de tensões em regiões próximas dos cantos, nos pilares quadrados, similares àquelas observadas por MOE (1961) e HAWKINS et al. (1971).

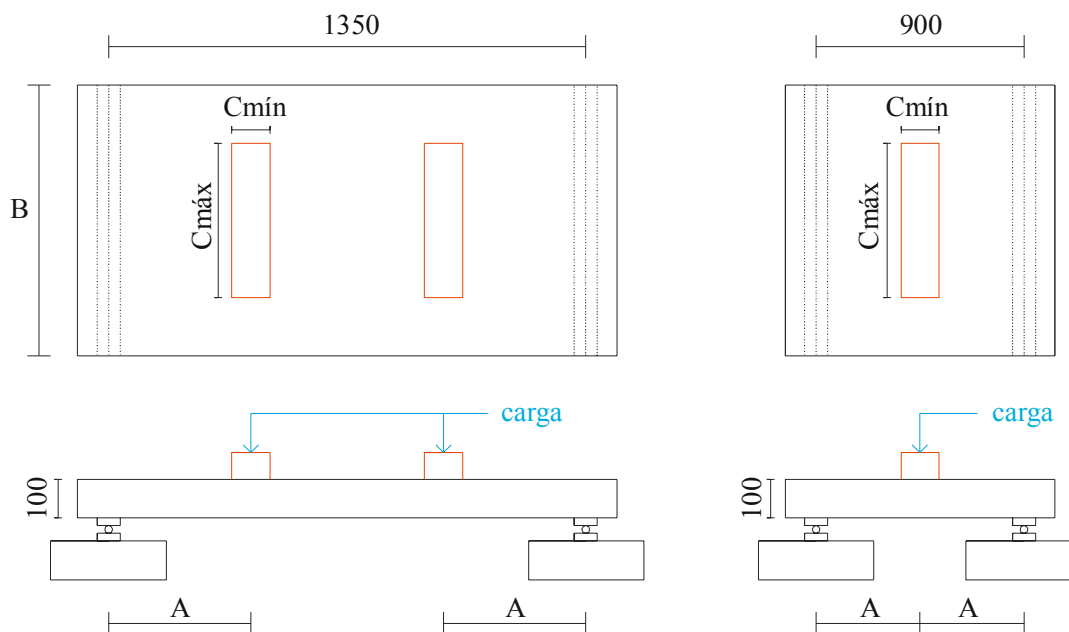
As tensões em torno dos pilares circulares foram praticamente uniformes. Alguns detalhes das lajes de VANDERBILT (1972) e o posicionamento dos extensômetros dos pilares de reação são mostrados na Figura 2.7.



**Figura 2.7 – Laje de VANDERBILT (1972) e instrumentação dos pilares – (mm)**

### 2.3.4 REGAN E REZAI-JORABI (1988)

REGAN E REZAI-JORABI (1988) testaram 23 lajes cogumelo de concreto armado de 100 mm de espessura, sujeitas a carregamentos centrais e simétricos, aplicados através de placas metálicas, como mostrado na Figura 2.8.



**Figura 2.8 – Lajes ensaiadas por REGAN e REZAI-JORABI (1988) – (mm)**

As dimensões das placas de carregamento ( $c_{máx}$  e  $c_{mín}$ ), a largura das lajes (B) e o comprimento dos vãos de cisalhamento (A) foram as principais variáveis das lajes

testadas. Após a ruptura inicial em um vão de cisalhamento, seis lajes foram retestadas movendo-se um dos apoios internamente, ficando o vão reduzido e sujeito a carga central.

Todas as lajes romperam por cisalhamento, apenas quatro lajes com carregamento central e duas lajes com carregamento simétrico romperam por punção, as demais lajes romperam como viga chata. A Tabela 2.4 apresenta os resultados obtidos das lajes que obtiveram ruptura por punção.

**Tabela 2.4 – Lajes rompidas por punção por REGAN E REZAI-JORABI (1988)**

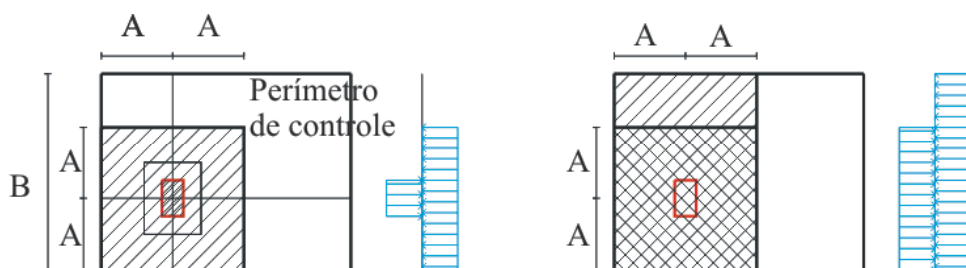
Laje	A (mm)	B (mm)	$c_{min}$ (mm)	$c_{máx}$ (mm)	$\rho$ (%)	$f'_c$ (MPa)	$V_{exp}$ (kN)
21	450	1200	100	70*	1,64	38,2	118
25	550	1200	100	150	1,64	30,3	106
14R	450	800	100	75*	1,54	31,0	77
15R	450	800	100	150	1,54	30,8	86
19R	450	1000	100	150	1,51	29,0	85
20R	450	1000	100	300	1,51	30,8	132

Sendo:  $c_{min}$  a menor dimensão do pilar,  $c_{máx}$  a maior dimensão do pilar,  $\rho$  a taxa de armadura,  $f'_c$  a resistência à compressão do concreto e  $V_{exp}$  a carga de ruptura da laje.

\*  $c_{máx}$  corresponde à menor dimensão do pilar.

O método proposto pelos autores consistiu em calcular lajes armadas unidirecionalmente e sujeitas a cargas concentradas. Este método propôs calcular a resistência ao cisalhamento utilizando o perímetro de controle recomendado pela BS 8110 (1985) em dois estágios: a força concentrada é resistida por uma pressão uniforme ascendente atuando em uma zona de distribuição definida e, num segundo estágio, a pressão é tratada como carregamento descendente, transmitido aos apoios.

O somatório dos esforços cortantes dos dois estágios resulta na tensão aplicada, que é comparada com a resistência estimada de acordo com a BS 8110 (1985), tanto para punção quanto para viga chata. A Figura 2.9 mostra alguns modelos utilizados por REGAN E REZAI-JORABI (1988).



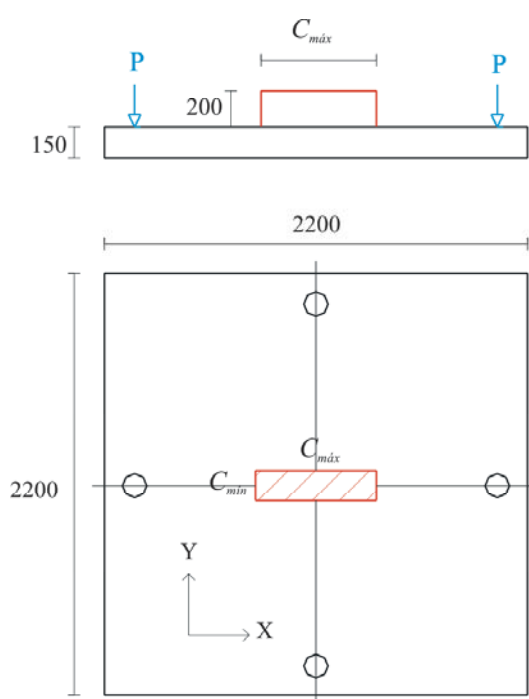
**Figura 2.9 – Modelos utilizados por REGAN e REZAI-JORABI (1988)**

### **2.3.5 TENG, KUANG E CHEONG (1999)**

Os autores testaram 5 lajes quadradas de 2200 mm de lado e 150 mm de espessura, com variação da relação entre os lados do pilar, permanecendo a menor

dimensão constante, e carregamento diferenciado nas direções x e y da laje. Os valores médios para a resistência à compressão do concreto e tensão de escoamento do aço foram 40 MPa e 460 MPa, respectivamente.

Foram adotados na pesquisa pilares com as seguintes dimensões: 200 mm x 200 mm, 200 mm x 600 mm e 200 mm x 1000 mm, e altura total de 200 mm. O índice de retangularidade foi de 1, 3 e 5. O sistema de ensaio consistiu na aplicação de cargas iguais em oito pontos através de vigas metálicas, de cima para baixo. A Figura 2.10 apresenta as características de uma das lajes ensaiadas, os quatro furos para a passagem dos tirantes principais das lajes de reação.



**Figura 2.10 – Detalhes das lajes ensaiadas por TENG et al. (1999) – (mm)**

Nas lajes das séries OC13- $\alpha$  e OC13- $\beta$ , as cargas não foram iguais em todas as bordas. Na série  $\alpha$ , o carregamento na direção y foi igual a 1,6 vezes o carregamento na direção x, e na série  $\beta$ , o carregamento na direção y foi 0,63 vezes o carregamento na direção x. A Tabela 2.5 mostra as principais características das lajes testadas por TENG et al. (1999).

Os autores observaram que todas as lajes romperam por punção. A primeira fissura formou-se na borda superior da laje sob a carga em torno de 15% da carga última. As fissuras radiais se propagaram em direção às bordas e surgiram também as fissuras

circunferenciais com o aumento da carga. Quando se aproximou da carga última, houve um aumento nos deslocamentos, obtendo-se assim uma ruptura abrupta. As lajes OC11, OC13 e OC15 romperam com cargas de 423 kN, 568 kN e 649 kN, respectivamente.

**Tabela 2.5 – Características das lajes ensaiadas por TENG et al. (1999)**

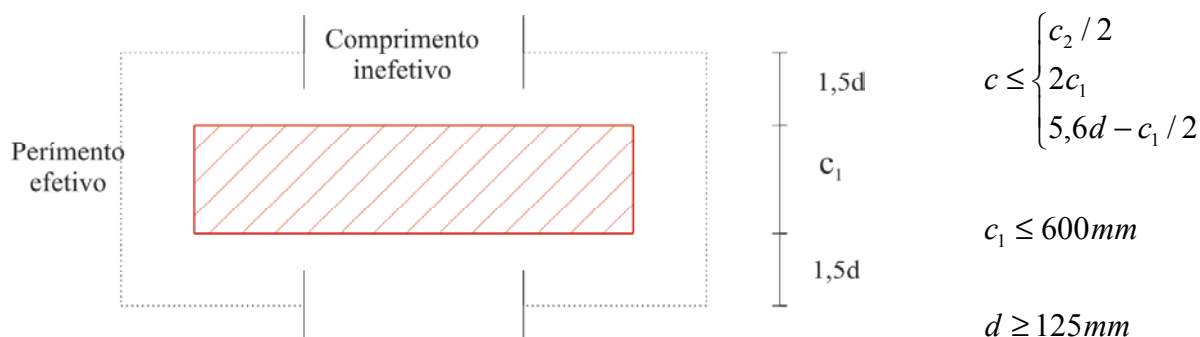
Laje	$c_{min}$ (mm)	$c_{máx}$ (mm)	$f'_c$ (MPa)	$d$ (mm)	$\rho$ (%)	$f_{ys}$ (MPa)	$V_{exp}$ (kN)
OC11	200	200	36,0	105	1,81	453	423
OC13	200	600	35,8	107	1,71	453	568
OC13 - ( $\alpha = 1,6$ )	200	600	33,0	110	1,67	470	508
OC13 - ( $\beta = 0,63$ )	200	600	39,7	111	1,65	470	455
OC15	200	1000	40,2	103	1,76	453	649

Sendo:  $c_{min}$  a menor dimensão do pilar,  $c_{máx}$  a maior dimensão do pilar,  $f'_c$  a resistência à compressão do concreto,  $d$  a altura efetiva da laje,  $\rho$  a taxa de armadura,  $f_{ys}$  a tensão de escoamento da armadura principal de flexão e  $V_{exp}$  a carga de ruptura da laje.

A variação do tipo de carregamento teve influência na resistência à punção. No caso da força aplicada paralela ao menor lado do pilar ter sido 1,6 vezes superior à aplicada no maior lado, houve uma diminuição em torno de 10% na resistência à punção em relação à outra posição. Nenhuma alteração na resistência foi observada quando se aplicou uma força de valor superior no lado maior do pilar.

Os autores apresentaram as recomendações das normas do ACI 318 (1995), BS 8110 (1985) e EUROCODE 2 (1992) para o cálculo de lajes sem armadura de cisalhamento. Todas essas normas tratam o efeito do índice de retangularidade, exceto a BS 8110 (1985). Os pesquisadores propuseram recomendações especiais para o cálculo de lajes cogumelo com pilares retangulares para a norma da BS8110 (1985).

Uma redução no perímetro de controle foi introduzida, de maneira similar à do EUROCODE 2 (1992), resultando em um perímetro maior que o da norma, conforme mostrado na Figura 2.11.



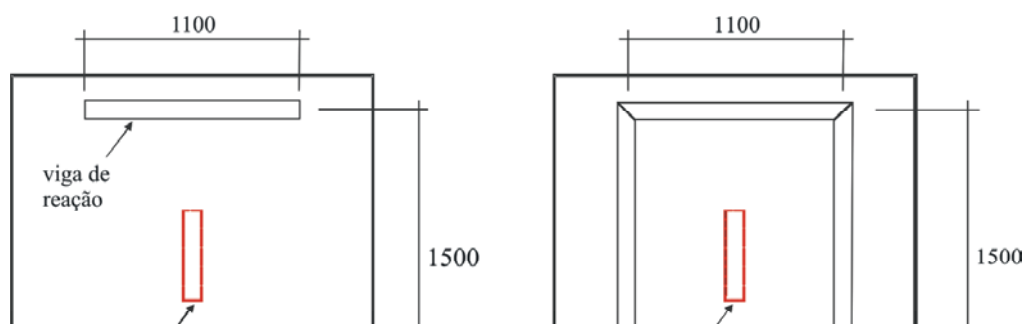
**Figura 2.11 – Perímetro de controle proposto por Teng et al. (1999)**

### **2.3.6 AL-YOUSIF E REGAN (2003)**

AL-YOUSIF E REGAN (2003) testaram 4 lajes quadradas de 2000 mm de lado e 100 mm de espessura, com índices de retangularidade iguais a 1 e 5. Foram moldados pequenos trechos de pilares previamente armados um dia após a concretagem, com altura de 150 mm, onde foi feita a aplicação de carga através de placas de aço. A reação ao carregamento foi realizada através de vigas apoiadas nas extremidades. A Figura 2.12 apresenta as dimensões dos pilares e as vigas de reação.

A tensão de escoamento do aço apresentada pela armadura de flexão foi de 472 MPa. As taxas de armadura de flexão e as alturas efetivas foram constantes e iguais a 0,98% e 80 mm, respectivamente. Aumentou-se a capacidade resistente à flexão das lajes, posicionando as barras mais afastadas das armaduras de flexão de acordo com o momento predominante em cada laje.

As maiores cargas de ruptura foram nas lajes apoiadas nas quatro bordas, e as menores cargas foram obtidas pelas lajes apoiadas em duas bordas opostas. A carga de ruptura mais baixa foi observada na laje 1, quando o carregamento foi aplicado paralelamente aos menores lados do pilar. As lajes 2 e 3, com diferentes condições de apoio, apresentaram cargas de ruptura muito próximas. A Tabela 2.6 apresenta as principais características destas lajes.



**Figura 2.12 – Lajes ensaiadas por AL-YOUSIF E REGAN (2003) – (mm)**

**Tabela 2.6 – Características das lajes ensaiadas por AL-YOUSIF E REGAN (2003)**

Laje	$c_{min}$ (mm)	$c_{max}$ (mm)	$f'_c$ (MPa)	Apoios	$V_{exp}$ (kN)
1	100	500	23,6	2 extremidades paralelas aos menores lados do pilar	103
2	100	500	23,2	4 extremidades	209
3	100	500	21,2	2 extremidades paralelas aos maiores lados do pilar	189
4	300	300	22,0	4 extremidades	242

Observação: Todas as lajes romperam por punção.

Sendo:  $c_{min}$  a menor dimensão do pilar,  $c_{max}$  a maior dimensão do pilar,  $f'_c$  a resistência à compressão do concreto e  $V_{exp}$  a carga de ruptura da laje.

Os autores apresentaram uma proposta visando melhorar o método de cálculo da BS 8110 (1985), reduzindo o perímetro de controle para um perímetro efetivo conforme mostra a equação 2.2.

$$u_{eff} = 2[\lambda_x(c_x + 3d) + \lambda_y(c_y + 3d)] \quad \text{Eq. 2.2}$$

Onde:

$$\lambda_x = \left(1,09 - 0,03 \frac{c_x}{d}\right) \leq 1, \text{ para lajes calculadas em uma ou duas direções;}$$

$$\lambda_y = \left(1,09 - 0,09 \frac{c_y}{d}\right) \leq 1, \text{ para lajes calculadas em uma direção;}$$

ou

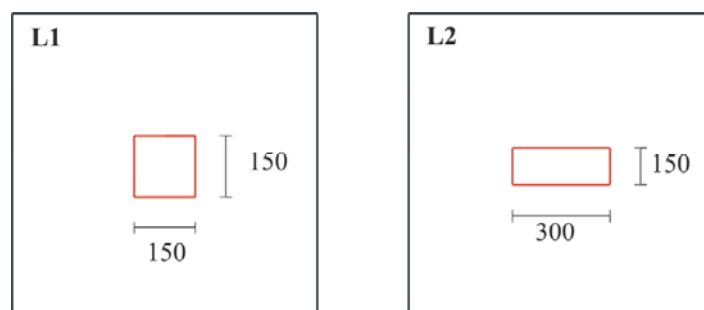
$$\lambda_y = \left(1,09 - 0,03 \frac{c_y}{d}\right) \leq 1, \text{ para lajes calculadas em duas direções.}$$

No caso da laje armada apenas em uma direção,  $c_y$  é a dimensão do pilar paralela ao vão da laje e  $c_x$  é a outra dimensão. Observa-se que em  $\lambda_x$  e  $\lambda_y$ , o menor valor de  $c_x$  e  $c_y$  é  $3d$ . Isto indica que os valores previstos pela BS 8110 (1985) são considerados satisfatórios para este tipo de laje, com  $c_{x,y}/d < 3$ .

Este método é limitado para qualquer valor de dimensão do pilar maior que  $4,55d$ , ou seja,  $\lambda_{x,y}=0,954$ . Assim deve-se considerar o valor da parcela  $\lambda_y(c_y + 3d) = 5,14d$  para lajes calculadas em uma direção.

### 2.3.7 SILVA (2003)

SILVA (2003) testou 4 lajes cogumelo de concreto armado de 1800 mm de lado e 130 mm de espessura submetidas a carregamento central. Variou-se a relação entre os lados do pilar para as lajes L1, L2, L3 e L12, e para estas lajes, a seção transversal dos pilares foi de 150 mm x 150 mm, 150 mm x 300 mm, 150 mm e 450 mm e uma seção circular de 402 mm de diâmetro, respectivamente, conforme mostra a Figura 2.13.

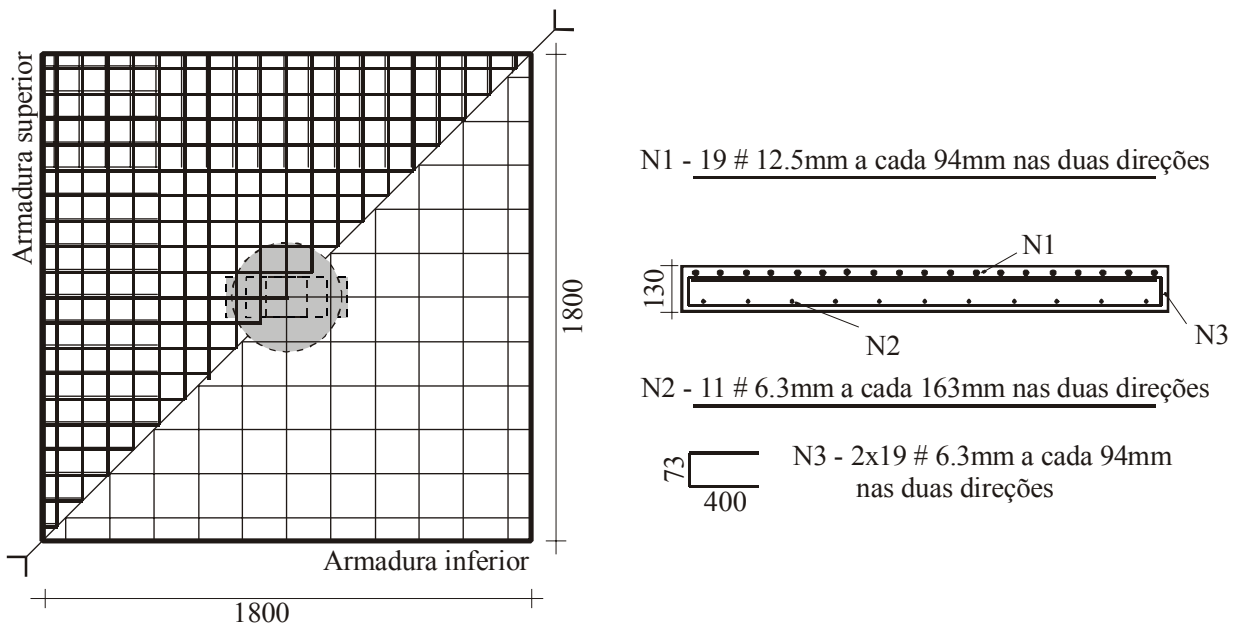


### **Figura 2.13 – Lajes testadas por SILVA (2003) – (mm)**

A altura útil das lajes foi de 90 mm e a resistência à compressão do concreto foi em torno de 40 MPa. A armadura principal de flexão foi composta por uma malha ortogonal de 19 barras de 12,5 mm na parte superior, nas duas direções. A armadura inferior foi composta por uma malha ortogonal de 11 barras de 6,3 mm em cada direção. Para uma melhor garantia na ancoragem da armadura negativa, foram acrescentados 19 ganchos em forma de “U” de 6,3 mm de diâmetro, em cada lado da laje. A Figura 2.14 apresenta os detalhes da armadura.

O carregamento foi aplicado de baixo para cima através de placas metálicas, utilizando um atuador hidráulico. A reação ao carregamento foi feita através de oito placas de apoio posicionadas dentro de uma circunferência de raio de 825 mm. Utilizaram-se 8 vigas metálicas atirantadas em uma laje de reação. A Figura 2.15 apresenta uma fotografia do sistema de ensaio adotado.

A Tabela 2.7 mostra as cargas de ruptura das lajes L1, L2, L3 e L12 que romperam por punção. Verificou-se que com o aumento do índice de retangularidade de 1 para 3 houve um acréscimo na carga de ruptura de aproximadamente 72%. As lajes L3 e L12 tiveram perímetros de controle aproximadamente iguais, situados a 2d da face do pilar, porém as cargas de ruptura se diferenciaram em 12%.



**Figura 2.14 – Armadura de flexão das lajes testadas por SILVA (2003) – (mm)**



**Figura 2.15 – Fotografia do sistema de ensaio adotado por SILVA (2003)**

**Tabela 2.7 – Características e cargas de ruptura das lajes ensaiadas por SILVA (2003)**

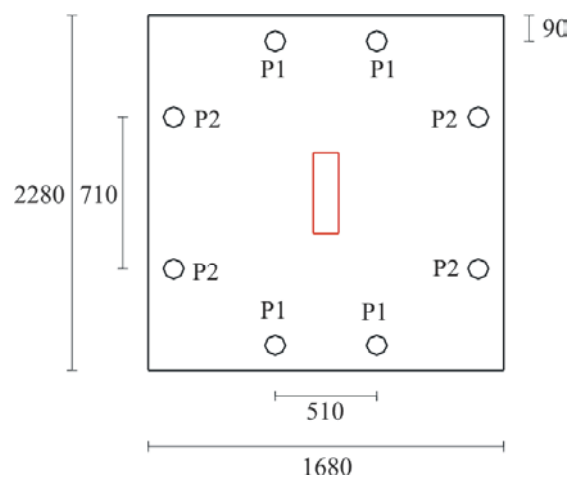
Laje	$c_{min}$ (mm)	$c_{max}$ (mm)	$f_c$ (MPa)	$\rho$ (%)	$V_{exp}$ (kN)
L1	150	150	39,6	1,45	273
L2	150	300	40,4	1,45	401
L3	150	450	40,8	1,45	469
L12	$\phi = 402$ mm		42,3	1,45	525

Sendo:  $c_{min}$  a menor dimensão do pilar,  $c_{max}$  a maior dimensão do pilar,  $f_c$  a resistência à compressão do concreto,  $\rho$  a taxa de armadura,  $V_{exp}$  a carga de ruptura da laje e  $\phi$  o diâmetro do pilar.

SILVA (2003) concluiu que com o aumento de uma das dimensões do pilar ocorreu um acréscimo na carga de ruptura e, à medida que aumentou o índice de retangularidade, o acréscimo na carga de ruptura sofreu uma menor variação.

### 2.3.8 OLIVEIRA (2003)

OLIVEIRA (2003) testou 15 lajes de concreto armado de alta resistência, com  $f_c$  em torno de 60 MPa, apoiadas em pilares com índice de retangularidade variando entre 1 e 5. O principal objetivo foi verificar a influência da relação entre os lados do pilar e o comportamento à flexão destas lajes. As lajes foram carregadas nas duas extremidades maiores, nas duas extremidades menores e nas quatro extremidades. A Figura 2.16 apresenta essa disposição de carregamento.



### Figura 2.16 – Disposição do carregamento das lajes de OLIVEIRA (2003) – (mm)

As cargas P1 e P2 foram aplicadas paralelamente ao menor e maior lado do pilar, respectivamente, e tiveram a mesma intensidade, possibilitando, sob o carregamento P1, a observação da variação da resistência ao puncionamento com a resistência à flexão, e a análise do comportamento das lajes com a variação da posição do carregamento, em relação às faces dos pilares.

As lajes testadas foram retangulares com dimensões 1680 mm x 2280 mm e 130 mm de espessura, moldadas com concreto de alta resistência variando entre 54 MPa e 67 MPa. A armadura principal de flexão constituiu de barras de aço de 12,5 mm de diâmetro dispostas ortogonalmente. A armadura inferior teve barras de 6,3 mm de diâmetro. A ancoragem de todas as barras da armadura principal consistiu de grampos em forma de “U” de 6,3 mm de diâmetro. A Tabela 2.8 mostra as principais características destas lajes e suas respectivas cargas de ruptura.

As lajes carregadas nas duas extremidades menores romperam por flexo-puncionamento, sendo que as outras romperam por punção. De acordo com os resultados, houve um acréscimo na carga de ruptura com o aumento do índice de retangularidade, atingindo um aumento de 23% para as lajes carregadas nas bordas menores, 32% para as lajes carregadas nas maiores bordas, e 40% para as lajes carregadas nas quatro bordas.

As lajes carregadas nas duas maiores bordas e nas quatro bordas apresentaram cargas de ruptura próximas. As lajes carregadas nas menores bordas apresentaram as menores cargas de ruptura, em relação às demais. OLIVEIRA (2003) atribui este fato à baixa capacidade resistente destas lajes à flexão.

O autor propõe fatores de flexão  $\lambda$  à equação do CEB-FIP (1991), considerando as principais condições que podem ocorrer, relacionando o comportamento à flexão das lajes com a orientação dos lados dos apoios. Foram determinados estes fatores considerando o fenômeno da polarização das forças cortantes, para puncionamento simétrico, lajes monolíticas sem armadura de cisalhamento e solicitadas em uma ou em duas direções, como mostra a equação 2.3.

$$V = \frac{0,18}{\lambda} \left( 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \right) \sqrt[3]{100 \rho f_c} u d$$

(kN)

Eq. 2.3

Onde:

 $d$  é a altura útil da laje; $f_c$  é a resistência à compressão do concreto; $\rho$  é a taxa geométrica da armadura de flexão; $u$  é o perímetro de controle recomendado pelo CEB-FIP MC90 (1991).**Tabela 2.8 – Características e cargas de ruptura das lajes de OLIVEIRA (2003)**

Laje	$c_{min}$ (mm)	$c_{max}$ (mm)	$f_c$ (MPa)	$d$ (mm)	$\rho$ (%)	Carga aplicada	$V_{exp}$ (kN)	Modo de ruptura
L1a	120	120	57	107	1,09	P1	234	flexo-puncionamento
L1b	120	120	59	108	1,08	P2	322	punção
L1c	120	120	59	107	1,09	P1 e P2	318	punção
L2a	120	240	58	109	1,07	P1	246	flexo-puncionamento
L2b	120	240	58	106	1,10	P2	361	punção
L2c	120	240	57	107	1,09	P1 e P2	331	punção
L3a	120	360	56	108	1,08	P1	241	flexo-puncionamento
L3b	120	360	60	107	1,09	P2	400	punção
L3c	120	360	54	106	1,01	P1 e P2	358	punção
L4a	120	480	56	108	1,08	P1	251	flexo-puncionamento
L4b	120	480	54	106	1,10	P2	395	punção
L4c	120	480	56	107	1,09	P1 e P2	404	punção
L5a	120	600	57	108	1,08	P1	287	flexo-puncionamento
L5b	120	600	67	108	1,08	P2	426	punção
L5c	120	600	63	109	1,07	P1 e P2	446	punção

Sendo:  $c_{min}$  a menor dimensão do pilar,  $c_{max}$  a maior dimensão do pilar,  $f_c$  a resistência à compressão do concreto,  $d$  a altura efetiva da laje,  $\rho$  a taxa de armadura e  $V_{exp}$  a carga de ruptura da laje.

OLIVEIRA (2003) propôs para cada tipo de laje (1, 2 e 3), um fator de flexão ( $\lambda$ ) considerando as dimensões do pilar, derivados dos ensaios realizados pelo autor e por resultados da literatura, conforme apresenta a Tabela 2.9. A Figura 2.17 mostra os três tipos de laje de acordo com o carregamento aplicado.

O autor conclui que a sua proposta de cálculo obteve resultados significativamente melhores, que os apresentados pelas normas analisadas, em especial o CEB-FIP (1991), que tendeu a superestimar a resistência de lajes cogumelo submetidas ao puncionamento, analisadas nesta pesquisa.

**Tabela 2.9 – Fatores de flexão propostos por OLIVEIRA (2003)**

<b>Tipo de laje</b>	<b><math>\lambda</math></b>
1	$\left(\frac{c_{m\acute{a}x}}{d}\right)^{0,17}$
2	$0,93\left(\frac{c_{m\acute{a}x}}{d}\right)^{0,14}$
3	$1,03\left(\frac{c_{m\acute{a}x}}{d}\right)^{0,02}$

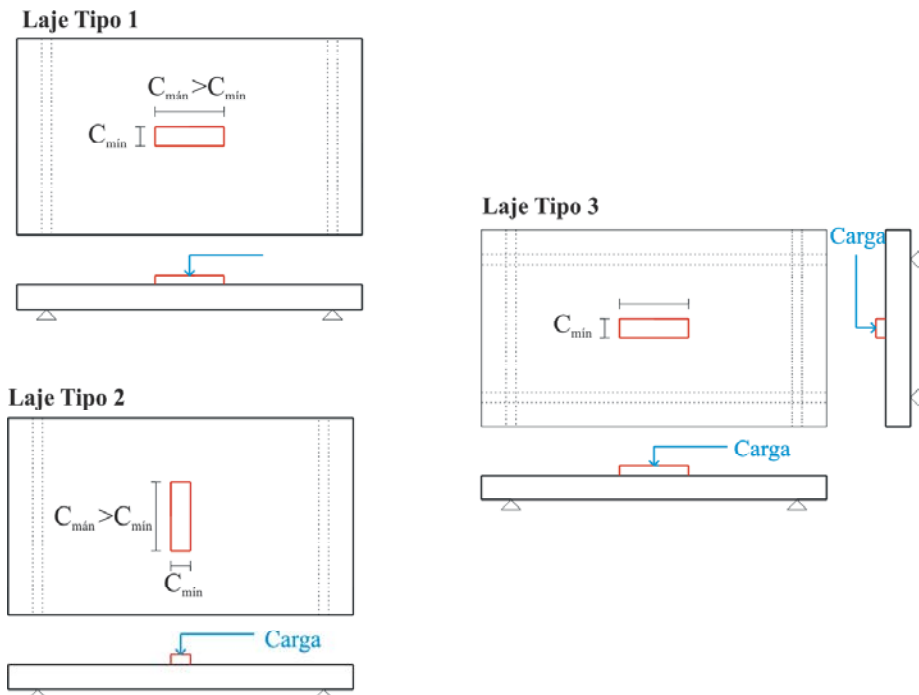


Figura 2.17 – Tipos de lajes de OLIVEIRA (2003)

### 2.3.9 BORGES (2004)

BORGES (2004) testou 20 lajes cogumelo quadradas de concreto armado de 3000 mm de lado e 200 mm de espessura, utilizando como variáveis, seção transversal de pilares retangulares, furos e armadura de cisalhamento.

A Figura 2.18 mostra o sistema de ensaio utilizado, constituído por 16 tirantes de aço, sendo 4 em cada extremidade da laje, ancorados na laje de reação, por vigas metálicas. Foi utilizado um atuador hidráulico para aplicação de carga de baixo para cima no centro da laje. A Figura 2.19 mostra as características das lajes da série I, onde a variável foi a seção transversal dos pilares.

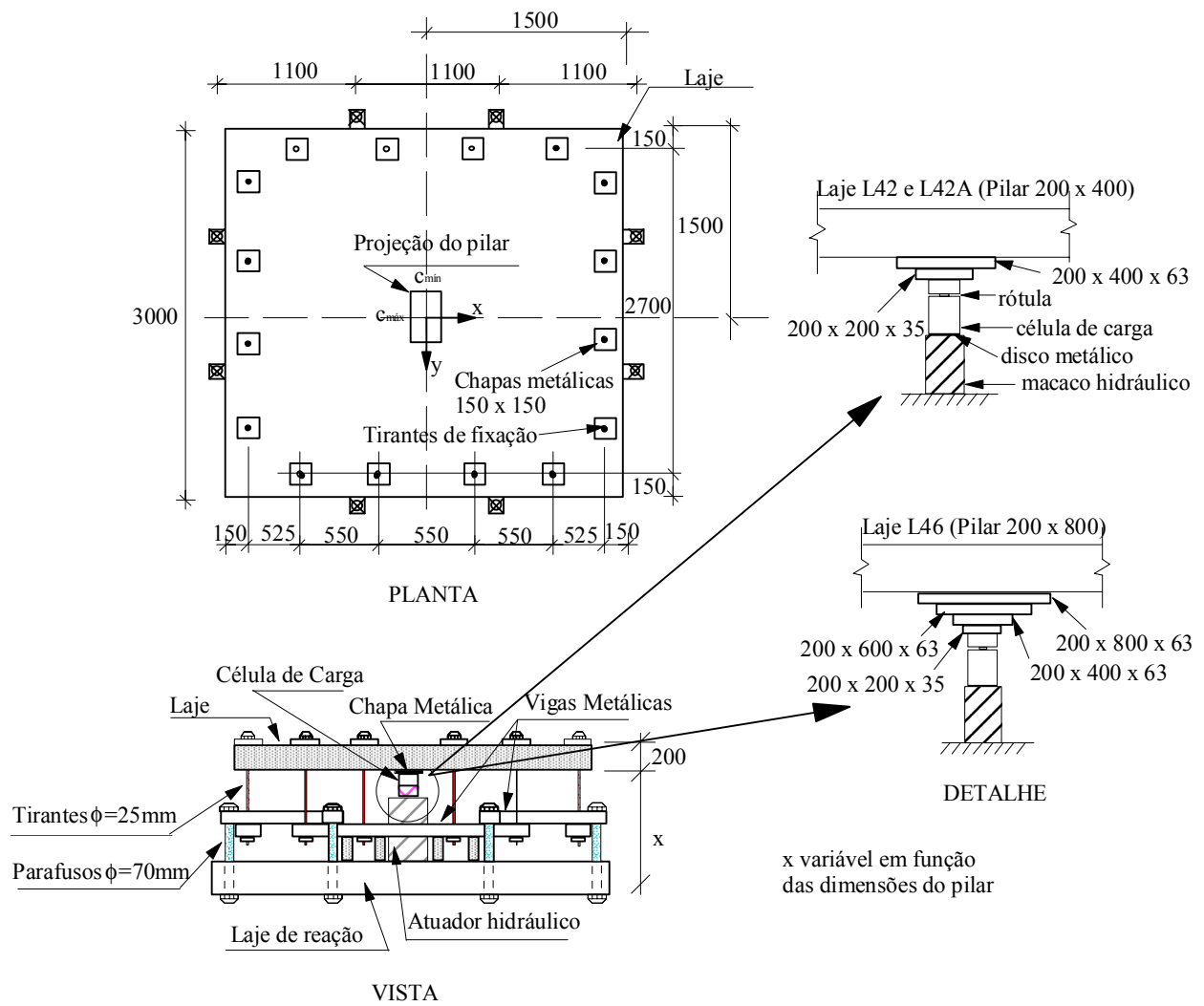
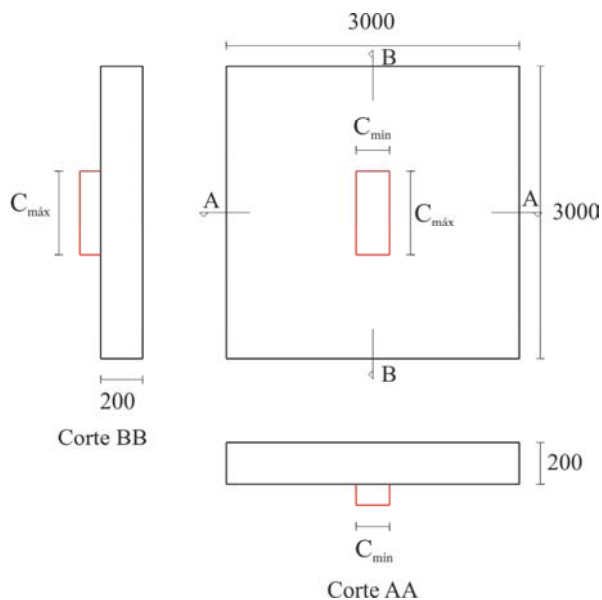


Figura 2.18 – Sistema de ensaio utilizado por BORGES (2004) – (mm)



Laje	$c_{min}$	$c_{max}$
L42	200	400
L42A	200	400
L45	200	600
L46	200	800
L41	150	250
L41A	150	250
L43A	150	450
L44	150	600

**Figura 2.19– Características geométricas das lajes da série I – (mm)**

A Tabela 2.10 apresenta as características e cargas de ruptura das lajes. A laje L1, testada por GOMES (1991), foi a laje de referência da pesquisa de BORGES (2004). Verifica-se que, um acréscimo de 50% no perímetro do pilar, entre as lajes L1 e L42, acarretou um aumento de aproximadamente 40% na carga de ruptura. E, este mesmo acréscimo entre as lajes L1 e L42A conduziu a um aumento de 29% na carga de ruptura.

**Tabela 2.10 – Características e cargas de ruptura das lajes**

Laje	$c_{min}$ (mm)	$c_{máx}$ (mm)	$c_{máx}/c_{min}$	Perímetro do pilar (mm)	$\rho$ (%)	$f_c$ (MPa)	$d$ (mm)	$V_{exp}$ (kN)
L1	200	200	1	800	-	50,3	159	560
L42	200	400	2,00	1200	1,53	43,2	139	703
L42A	200	400	2,00	1200	1,15	36,2	164	743
L45	200	600	3,00	1600	1,37	42,0	154	843
L46	200	800	4,00	2000	1,15	39,3	164	947
L41	150	250	1,67	800	1,39	44,7	139	600
L41A	150	250	1,67	800	1,24	38,9	164	650
L43A	150	450	3,00	1200	1,24	38,7	164	776
L44	150	600	4,00	1500	1,18	40,0	164	814

Sendo:  $c_{min}$  a menor dimensão do pilar,  $c_{máx}$  a maior dimensão do pilar,  $\rho$  a taxa de armadura,  $f_c$  a resistência à compressão do concreto,  $d$  a altura efetiva da laje e  $V_{exp}$  a carga de ruptura da laje.

Entre as lajes L1 e L45, com um aumento de 100% no perímetro do pilar houve um aumento de 55% na carga de ruptura. Entre as lajes L1 e L46, com um aumento de 150% no perímetro do pilar, ocorreu um aumento de 64% na carga de ruptura.

BORGES (2004) utilizou os seus resultados experimentais com os obtidos na literatura e, propôs incorporar o parâmetro  $c_{máx}/d$  nas expressões do ACI-318 (2002) e CEB-FIP MC90 (1991), conforme apresenta Eqs. 2.4 a 2.7.

$$V_{prop\_ACI} = \omega \sqrt{f_c} b_0 d \quad (\text{kN}) \quad \text{Eq. 2.4}$$

$$V_{prop\_CEB} = 0,18 \chi \left( 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \right) (100 \rho f_c)^{\frac{1}{3}} u d \quad (\text{kN}) \quad \text{Eq. 2.5}$$

$$\omega = \frac{0,5}{(c_{max}/d)^{0,1756}} \quad \text{Eq. 2.6}$$

$$\chi = 0,95 \left( \frac{c_{max}}{d} \right)^{0,038} \quad \text{Eq. 2.7}$$

Onde:

$d$  a altura útil da laje;

$\rho$  a taxa geométrica de armadura de flexão;

$f_c$  a resistência à compressão do concreto;

$b_0$  e  $u$  o perímetro de controle recomendado pelo ACI (2002) e CEB (1991), respectivamente.

A inclusão do fator  $\chi$  na equação do CEB/91 conduziu a valores próximos aos obtidos utilizando os fatores de flexão propostos por OLIVEIRA (2003). Em relação às expressões de cálculo do ACI/02 e CEB/91, a inclusão do parâmetro  $c_{max}/d$  nestas expressões conduziram a valores mais próximos de 1,0, para a relação  $V_{exp}/V_{cal}$ , em relação às estimativas das normas citadas.

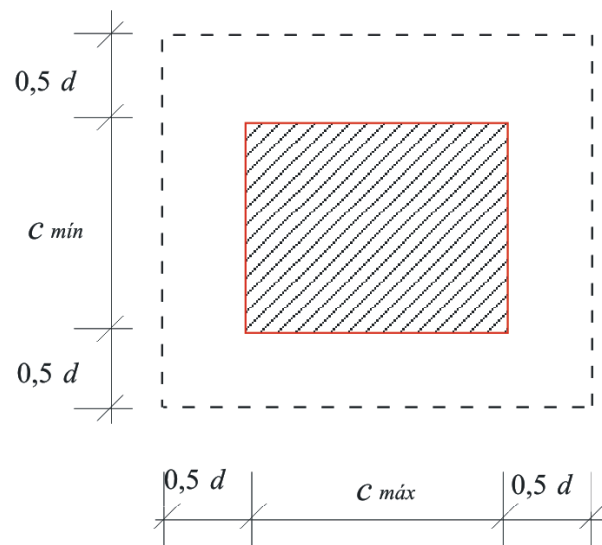
## 2.4 CÓDIGOS E NORMAS DE PROJETO

Segundo CORDOVIL (1995), a norma americana ACI, desde 1963, já abordava o problema de punção em placas de concreto armado. Na atual versão, a ACI 318/02 considera o índice de retangularidade dos pilares. As normas BS8110 (1985), Handbook to BS 8110/85 (1987), CEB-FIP MC90 (1991), EUROCODE 2 (2001) e a NBR-6118 (2003) não levam em consideração a geometria dos pilares na resistência à punção de lajes cogumelo.

Serão apresentadas expressões empíricas e regras de projeto, para estimar a resistência à punção, das normas do ACI 318 (2002), CEB-FIP MC90 (1991), EUROCODE 2 (2001) e da NBR-6118 (2003).

### 2.4.1 ACI 318 (2002)

A norma do ACI (2002) considera que a seção crítica, ou de controle, de lajes sujeitas à punção, está localizada a uma distância de  $0,5d$  medida a partir da face do pilar ou da área carregada. Para uma laje cogumelo com altura efetiva  $d$  apoiada em pilar de seção retangular com dimensões  $c_{min}$  (menor dimensão) e  $c_{max}$  (maior dimensão), o perímetro de controle é obtido conforme mostra a Figura 2.20.



**Figura 2.20 – Perímetro de controle situado a  $0,5d$  do pilar, de acordo com ACI/02**

A verificação da punção em lajes cogumelo, segundo ACI (2002) é realizada através da comparação entre a força nominal atuante  $V$  e a força nominal resistente  $V_n$ . Para uma laje sem armadura de cisalhamento, a força nominal resistente é oferecida apenas pelo concreto  $V_c$ , dada pela Eq. 2.8.

$$V \leq V_c \quad (\text{kN}) \quad \text{Eq. 2.8}$$

Onde  $V_c$  é o menor valor obtido através das Eqs. 2.9, 2.10 e 2.11:

$$\left(1 + \frac{2}{\beta_c}\right) \frac{1}{6} \sqrt{f_c'} b_0 d \quad (\text{kN}) \quad \text{Eq. 2.9}$$

$$\left(\frac{\alpha_s d}{b_0} + 2\right) \frac{1}{12} \sqrt{f'_c} b_0 d \quad (\text{kN}) \quad \text{Eq. 2.10}$$

$$\frac{1}{3} \sqrt{f'_c} b_0 d \quad (\text{kN}) \quad \text{Eq. 2.11}$$

Sendo:

$\beta_c$  = relação entre o lado maior e o lado menor do pilar;

$f'_c$  = resistência à compressão do concreto em corpos de prova cilíndricos, em MPa;

$b_0$  = perímetro de controle localizado a 0,5d do pilar, em mm;

$d$  = altura efetiva da laje, em mm;

$\alpha_s$  = 40 (pilares internos), 30 (pilares de borda) e 20 (pilares de canto).

O valor obtido da Eq. 2.9 se torna não conservativo quando se tem relações entre os lados do pilar com valores maiores que 2, tratando-se, neste caso, de pilares retangulares. Para estes pilares, a tensão real de cisalhamento na seção de controle, atinge o valor máximo dado pela Eq. 2.9 apenas na região dos cantos do pilar, diminuindo este valor em direção à região central do lado do pilar.

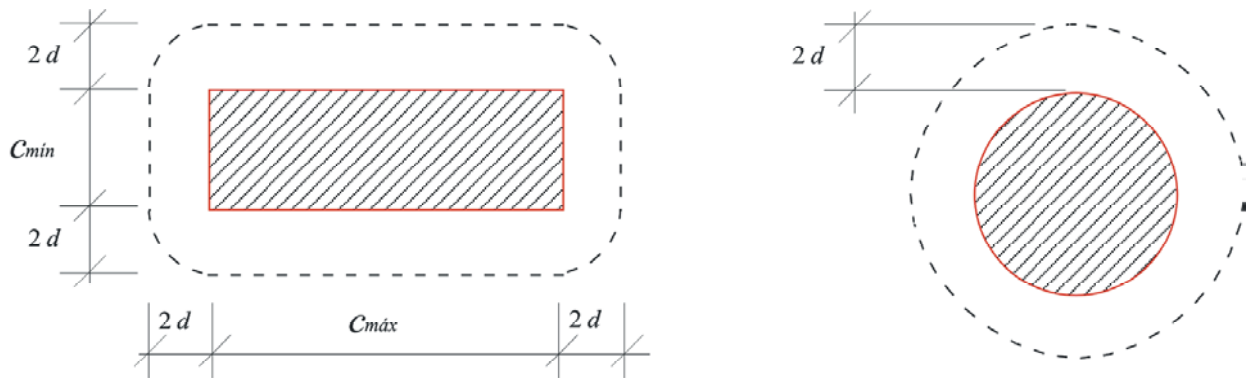
Ensaio realizados constataram ainda que, na medida em que o valor da razão  $b_0/d$  aumenta, nos casos de pilares de grandes dimensões, o valor de  $v_c$  ( $= V_c/b_0d$ ) diminuía. Baseados nestes aspectos é que foram desenvolvidas as Eqs. 2.10 e 2.11, de forma a se levar em consideração os fatores mencionados no cálculo de  $v_c$ . As Eqs. 2.10 e 2.11 mostram que o método de cálculo do ACI (2002) trata o caso de pilar retangular através da redução das tensões nominais cisalhantes, e desconsidera a influência da armadura de flexão e o efeito de tamanho na resistência ao puncionamento.

## 2.4.2 CEB-FIP MC90 (1991)

O CEB-FIP (1991) não apresenta consideração quando os pilares ou áreas carregadas apresentam, para relações entre lado maior e lado menor, valores superiores a 2.

A Figura 2.21 apresenta o perímetro crítico recomendado por esta norma, que considera, para as ligações laje-pilar que não possuem armadura de punção, que sejam feitas duas verificações:

- Verificação da compressão do concreto, através da comparação das tensões atuantes na seção de controle definida pelo pilar e a tensão resistente ( $=0,5f_{c2}$ );
- Comparação entre a tensão nominal atuante no perímetro de controle localizado a  $2d$  do contorno do pilar (Figura 2.22), com uma tensão nominal resistente.



**Figura 2.21 – Perímetro de controle a  $2d$  do pilar, de acordo com CEB-FIP MC90 (1991)**

A altura efetiva  $d$  é calculada pela média aritmética das alturas efetivas nas direções ortogonais  $x$  e  $y$  conforme mostra a equação 2.12.

$$d = \frac{d_x + d_y}{2} \quad (\text{mm}) \quad \text{Eq. 2.12}$$

A taxa geométrica de armadura principal de flexão  $\rho$  é obtida pela média geométrica das taxas de armadura  $\rho_x$  e  $\rho_y$  nas direções ortogonais  $x$  e  $y$ , respectivamente, em uma região com largura igual ao lado do pilar mais  $3d$  para cada lado, sendo dada pela equação 2.13.

$$\rho = \sqrt{\rho_x \rho_y} \quad (\%) \quad \text{Eq. 2.13}$$

Na verificação da seção de controle localizada a  $2d$  do pilar, a tensão de cisalhamento atuante na seção de controle  $v$  é comparada com a tensão de cisalhamento resistente  $v_n$  como mostra a equação 2.14.

$$v \leq v_n \quad (\text{MPa}) \quad \text{Eq. 2.14}$$

A tensão de cisalhamento resistente de lajes sem armadura de cisalhamento, dada apenas pela contribuição do concreto  $v_c$ , é obtida pela equação 2.15.

$$v_c = V_{sd} \leq 0,12 \left( 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \right) (100 \rho f_{ck})^{1/3} u d \quad (\text{MPa}) \quad \text{Eq. 2.15}$$

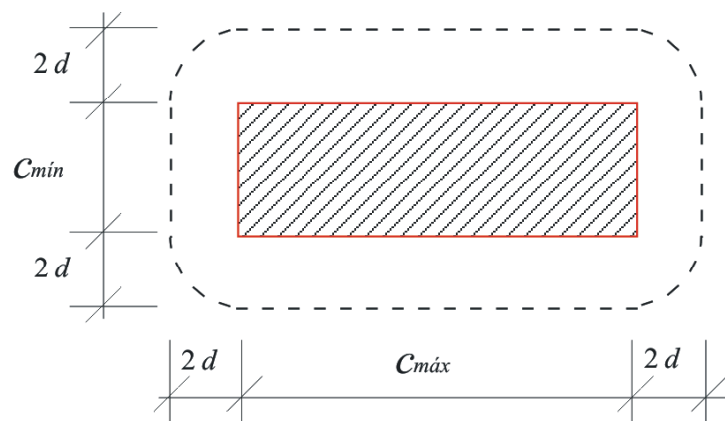
Onde:

$u$  é o perímetro de controle situado a  $2d$  do pilar, em mm;

$\rho$  é a taxa geométrica da armadura principal de flexão, em %.

### 2.4.3 EUROCODE 2 (2001)

EUROCODE 2 (2001) define que a seção de controle está localizada a uma distância de  $2d$  do pilar e possui cantos arredondados. A Figura 2.22 apresenta o perímetro crítico recomendado por esta norma.



### Figura 2.22 – Perímetro de controle a 2d do pilar em lajes de acordo com EC2/01

O EUROCODE 2 (2001) apresenta recomendações muito semelhantes ao do CEB-FIP MC90 (1991), com relação às verificações da seção de controle: verificação da tensão máxima de cisalhamento no perímetro do pilar ( $v \leq v_{m\acute{a}x}$ ), da tensão de cisalhamento atuante na seção de controle a  $2d$  do pilar ( $v \leq v_n$ ), e da tensão de cisalhamento atuante na seção de controle a  $1,5d$  da última camada de armadura de cisalhamento, se houver. A tensão de cisalhamento atuante  $v$  é dada pela Eq. 2.16, onde  $u_1$  é o perímetro de controle a  $2d$  do pilar.

$$v = \frac{V}{u_1 d} \quad (\text{MPa}) \quad \text{Eq. 2.16}$$

Para lajes sem armadura de cisalhamento, são feitas duas verificações: na face do pilar, através da equação 2.17, e na seção de controle a  $2d$  do pilar, através da equação 2.18.

$$v = \frac{V}{u_0 d} \leq v_{m\acute{a}x} = 0,5v f_{ck} \quad (\text{MPa}) \quad \text{Eq. 2.17}$$

$$v = \frac{V_{sd}}{u_1 d} = \frac{0,18}{\gamma_c} \left( 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \right) (100\rho f_{ck})^{1/3} \quad (\text{MPa}) \quad \text{Eq. 2.18}$$

Onde:

$u_0$  é o perímetro do pilar ou da área carregada, em mm,;

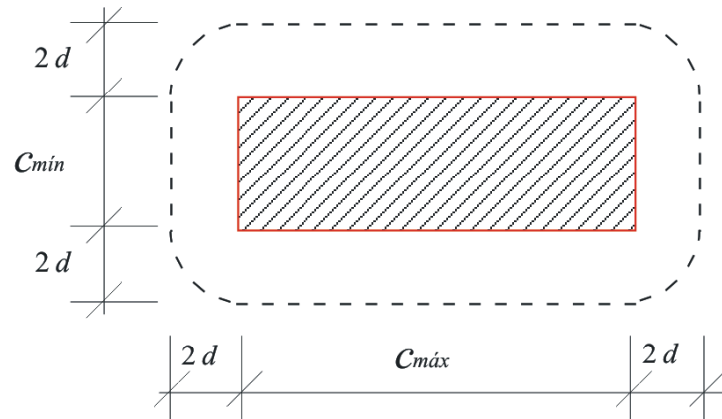
$v_{m\acute{a}x}$  é a tensão máxima de cisalhamento atuante na face do pilar, em MPa;

$v$  é a resistência à compressão para um concreto fissurado, dada por  $0,6 \left( 1 - \frac{f_{ck}}{250} \right)$ , em MPa;

$\rho_I = \sqrt{\rho_{1x} \rho_{1y}} \leq 0,02$  é a taxa de armadura de flexão.

#### 2.4.4 NBR-6118 (2003)

A NBR-6118:2003 apresenta semelhanças em alguns conceitos com o CEB-FIP (1991), como por exemplo, na forma e definição dos perímetros de controle, conforme apresenta a Figura 2.23 e no cálculo das forças resistentes, variando apenas alguns coeficientes.



**Figura 2.23 – Perímetro de controle a 2d do pilar em lajes de acordo com a NBR/03**

Em lajes sem armadura de punção, deve ser verificada a compressão diagonal do concreto na zona adjacente ao pilar, e a punção na superfície de controle distante  $2d$  da face do pilar. A verificação da compressão do concreto na seção do pilar é feita através da comparação entre a tensão atuante no perímetro do pilar  $\tau_s$  e a tensão resistente  $\tau_{r,2}$ , conforme mostra as equações 2.19, 2.20 e 2.21.

$$\tau_s \leq \tau_{r,2} \quad (\text{MPa}) \quad \text{Eq. 2.19}$$

$$\tau_s = \frac{V}{u_0 d} \quad (\text{MPa}) \quad \text{Eq. 2.20}$$

$$\tau_{r,2} = 0,27 \left( 1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) f_{ck} \quad (\text{MPa}) \quad \text{Eq. 2.21}$$

A verificação da punção na seção de controle situada a  $2d$  do pilar em lajes sem armadura de cisalhamento é feita com a comparação entre a tensão de cisalhamento

atuante na seção de controle  $u_l$ ,  $\tau_s$ , e a tensão de cisalhamento resistente fornecida apenas pelo concreto  $\tau_{r,l}$ , através das equações 2.22, 2.23 e 2.24.

$$\tau_s \leq \tau_{r,l} \quad (\text{MPa}) \quad \text{Eq. 2.22}$$

$$\tau_s = \frac{V}{u_l d} \quad (\text{MPa}) \quad \text{Eq. 2.23}$$

$$\tau_{sd} = 0,13 \left( 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \right) (100 \rho f_{ck})^{1/3} u_l d \quad (\text{MPa}) \quad \text{Eq. 2.24}$$

## 2.5 ANÁLISE DAS NORMAS E MÉTODOS APRESENTADOS

A Tabela 2.11 e as Figuras 2.24 a 2.30 apresentam as estimativas das normas de projeto e métodos de cálculo propostos por OLIVEIRA (2003) e BORGES (2004) apresentadas para as lajes com pilares retangulares, ensaiadas por FORSSEL E HOLMBERG (1946), HAWKINS et al. (1971), TENG et al. (1999), AL-YOUSIF E REGAN (2003), SILVA (2003), OLIVEIRA (2003) e BORGES (2004).

**Tabela 2.11 – Estimativas das normas e de pesquisadores para as lajes da literatura**

Autor	Laje	$V_{exp}$ (kN)	$c_{m\acute{a}x}/c_{m\acute{i}n}$	$V_{exp}/V_{ACI}$	$V_{exp}/V_{CEB}$	$V_{exp}/V_{EC2(01)}$	$V_{exp}/V_{NBR}$	$V_{exp}/V_{prop\_CEB}$ (Oliveira)	$V_{exp}/V_{prop\_CEB}$ (Borges)	$V_{exp}/V_{prop\_ACI}$ (Borges)
Forssele e Homberg (1946)	11	279	3,86	1,30	0,96	1,12	0,95	0,96	0,95	0,87
	12	265	2,43	1,38	1,11	1,31	1,09	1,11	1,11	1,03
Hawkins et al. (1971)	7	326	3,01	1,16	0,87	1,01	0,86	0,88	0,87	0,81
	8	321	4,34	1,25	0,85	0,97	0,84	0,85	0,85	0,78
	9	322	2,01	1,05	0,94	1,07	0,93	0,95	0,95	0,82
Teng et al. (1999)	OC11	423	1,00	1,46	0,98	1,13	0,96	0,99	1,01	1,07
	OC13	568	3,00	1,57	1,07	1,27	1,06	1,07	1,06	1,18
	OC15	649	5,00	1,51	0,96	1,15	0,95	0,94	0,92	1,05

AI- Yousife Regan (2002)	2	209	5,00	1,53	0,42	0,54	0,41	0,41	0,41	0,98
	4	242	1,00	1,27	0,49	0,64	0,49	0,49	0,49	1,07
Silva (2003)	L1	273	1,00	1,51	1,01	1,26	1,00	1,03	1,05	1,10
	L2	401	2,00	1,67	1,26	1,57	1,25	1,27	1,27	1,37
	L3	469	3,00	1,88	1,28	1,59	1,27	1,28	1,27	1,39
Oliveira (2003)	L1c	318	1,00	1,28	0,95	1,13	0,94	0,98	1,00	0,87
	L2c	331	2,00	1,07	0,89	1,05	0,88	0,90	0,91	0,82
	L3c	358	3,00	1,20	0,88	1,05	0,87	0,89	0,89	0,82
	L4c	404	4,00	1,24	0,88	1,05	0,87	0,88	0,88	0,81
	L5c	446	5,00	1,18	0,84	0,99	0,83	0,84	0,83	0,74
Borges (2004)	L41	600	1,67	1,43	1,05	1,16	1,04	1,07	1,08	1,06
	L41A	650	1,67	1,31	0,99	1,05	0,98	1,02	1,03	0,94
	L43A	776	3,00	1,48	1,04	1,10	1,03	1,05	1,06	0,98
	L44	814	4,00	1,45	0,99	1,04	0,98	0,99	0,99	0,91
	L42	703	2,00	1,31	1,08	1,18	1,07	1,09	1,09	1,06
	L42A	743	2,00	1,22	1,02	1,07	1,01	1,03	1,04	0,95
	L45	843	3,00	1,37	1,04	1,11	1,03	1,04	1,04	0,97
	L46	947	4,00	1,39	1,02	1,07	1,01	1,01	1,01	0,92
Média				1,36	0,96	1,10	0,95	0,96	0,96	0,98
Desvio padrão				0,19	0,18	0,22	0,18	0,18	0,19	0,16
Coeficiente de variação (%)				13,77	19,11	19,51	19,11	19,20	19,32	16,91

Em geral, para todas as lajes, as normas do ACI/02 e EC2/02 tendem a apresentar os resultados mais conservadores, em relação aos demais métodos de cálculo, com médias iguais a 1,36 e 1,10, respectivamente. A norma do CEB/91, as propostas de OLIVEIRA (2003), BORGES (2004) para o método de cálculo do CEB/91 e do ACI/02 e a NBR/03, obtiveram médias iguais a 0,96, 0,96, 0,96, 0,98 e 0,95, respectivamente, estando todos contra a segurança.

Para as lajes de FORSSEL E HOLMBERG (1946) e HAWKINS *et al.* (1971), com o índice de retangularidade ( $c_{\max}/c_{\min}$ ) entre 2,01 e 4,34, as normas NBR/03 e EC2/02 apresentaram os melhores resultados, respectivamente.

Para as lajes de TENG *et al.* (1999) a proposta de BORGES (2004) para o método de cálculo do CEB/91 apresentaram as estimativas mais próximas das experimentais, com uma variação 1% e 6% para as lajes com índices de retangularidade iguais a 1 e 3, respectivamente. Para a laje OC15, com índice de retangularidade igual a 5, a proposta de BORGES (2004) para o método de cálculo do ACI/02 apresentou uma

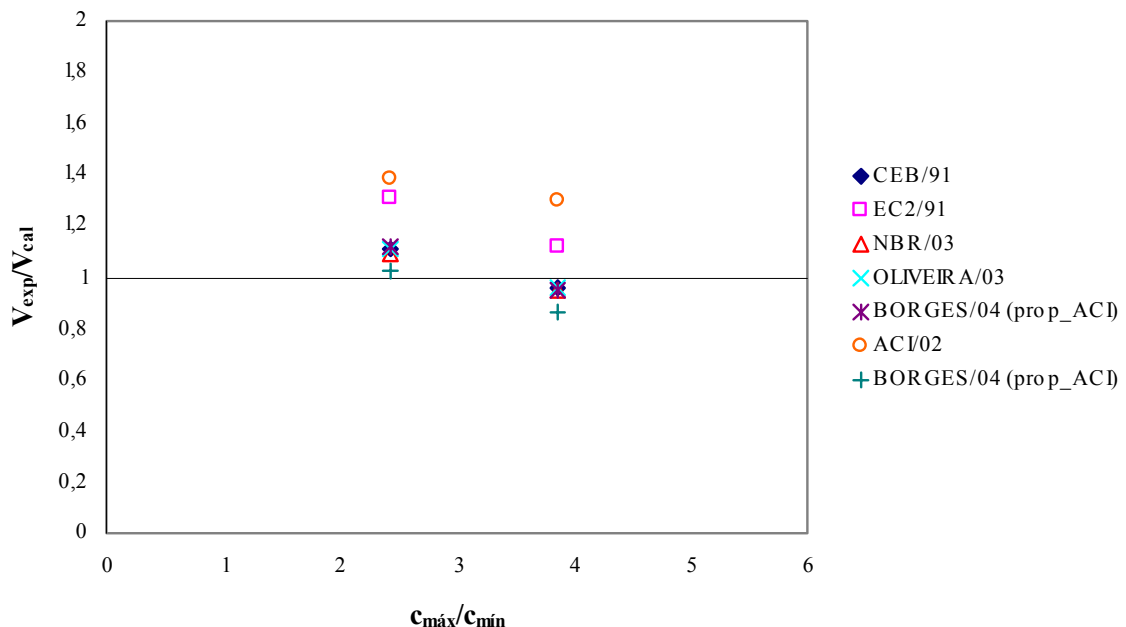
variação de 5%, apresentado resultado mais próximo ao experimental e mais a favor da segurança, em relação aos demais métodos.

A proposta de BORGES (2004) para o método de cálculo do ACI/02 conduziu a resultados mais próximos dos reais, para as lajes de AL-YOUSIF E REGAN (2003), com índices de retangularidade iguais a 1 e 5.

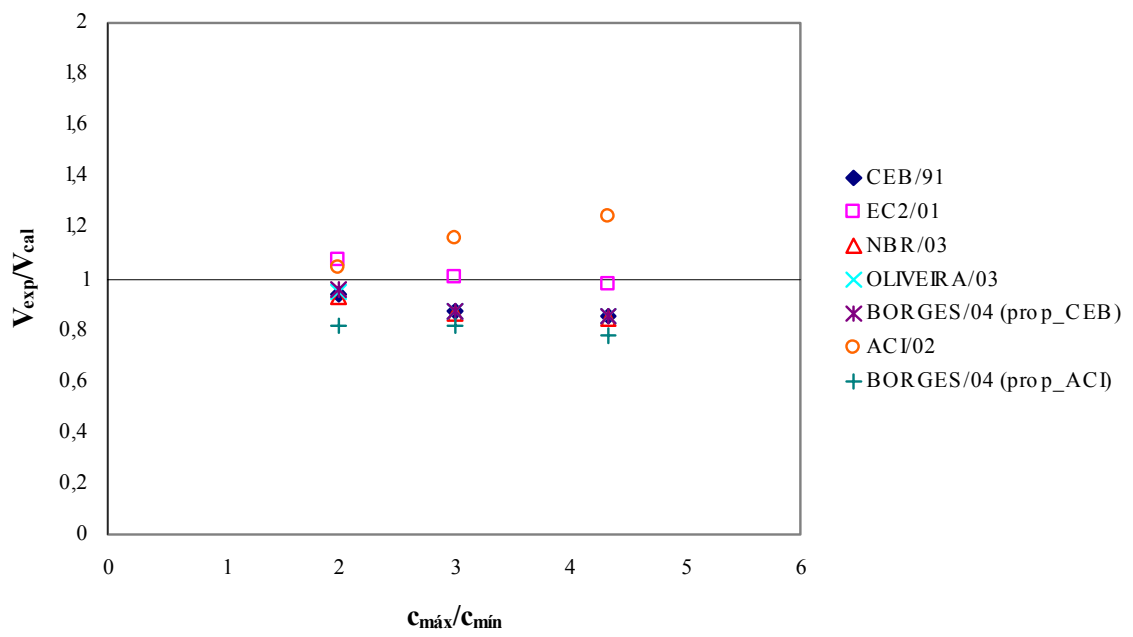
Todos os métodos apresentaram-se conservadores para as lajes ensaiadas por SILVA (2003). Dos métodos analisados, a NBR/03 forneceu os resultados menos conservadores, com valores da relação  $V_{exp}/V_{cal}$  variando de 1 a 1,27.

Com relação às lajes ensaiadas por OLIVEIRA (2003), a proposta de BORGES (2004) para o método de cálculo do CEB/91, forneceu resultado da relação  $V_{exp}/V_{cal}$  igual a 1, para a laje L1c. Para as demais lajes, os resultados obtidos pela EC2/01 apresentaram-se mais à favor da segurança, em relação aos demais métodos. A proposta de OLIVEIRA (2003) forneceu resultados bem próximos aos obtidos pelo CEB/91 e NBR/03.

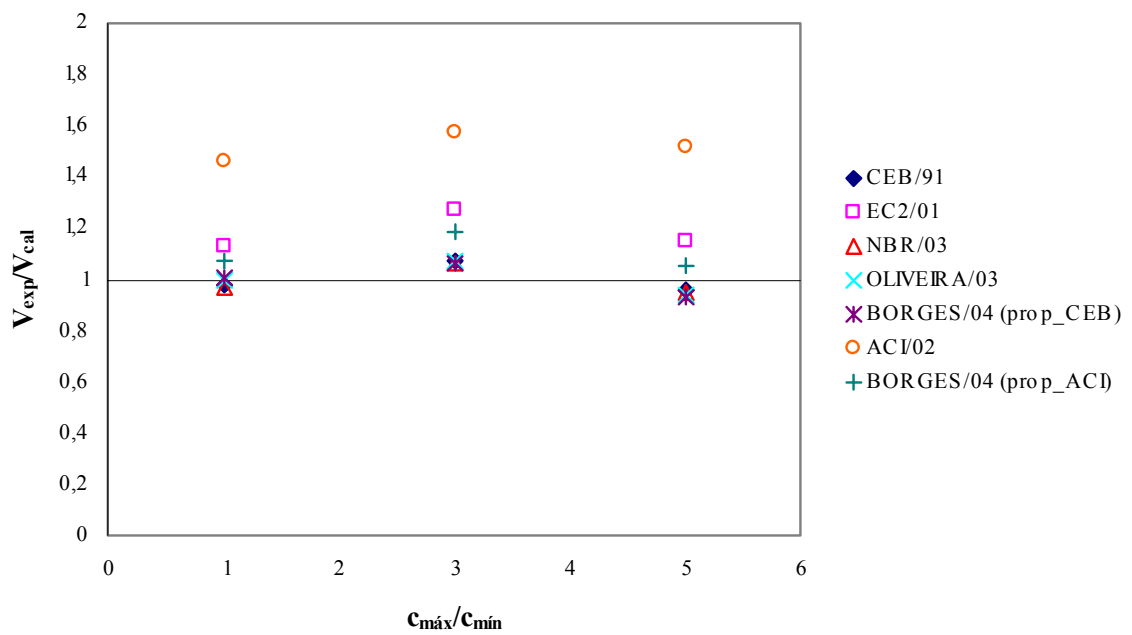
Para as lajes de BORGES (2004), os melhores resultados da relação  $V_{exp}/V_{cal}$  foram obtidos pelas propostas de OLIVEIRA (2003) e BORGES (2004) para o método de cálculo do CEB/91.



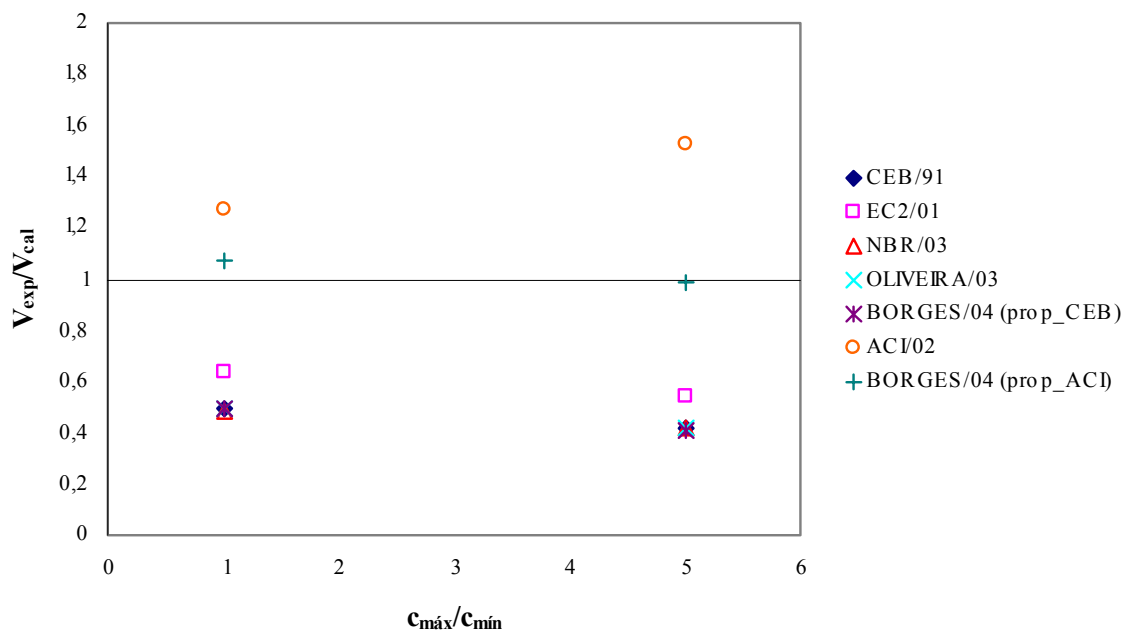
**Figura 2.24 – Estimativas das normas de projeto e de pesquisadores para as lajes de FORSSEL E HOLMBERG (1946)**



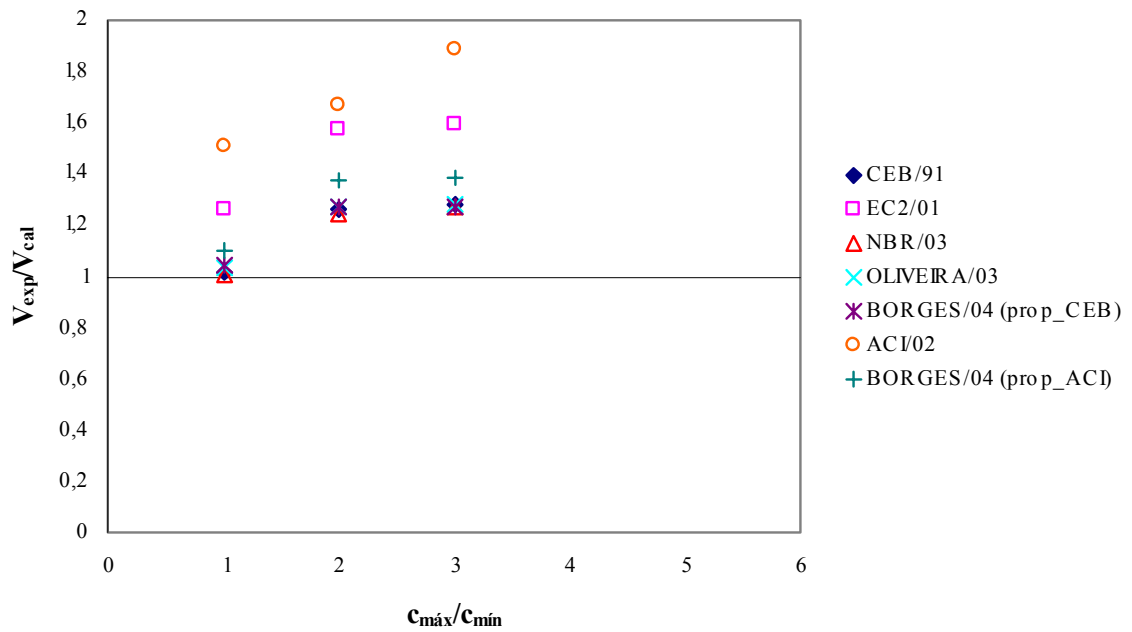
**Figura 2.25 – Estimativas das normas de projeto e de pesquisadores para as lajes de HAWKINS et al. (1971)**



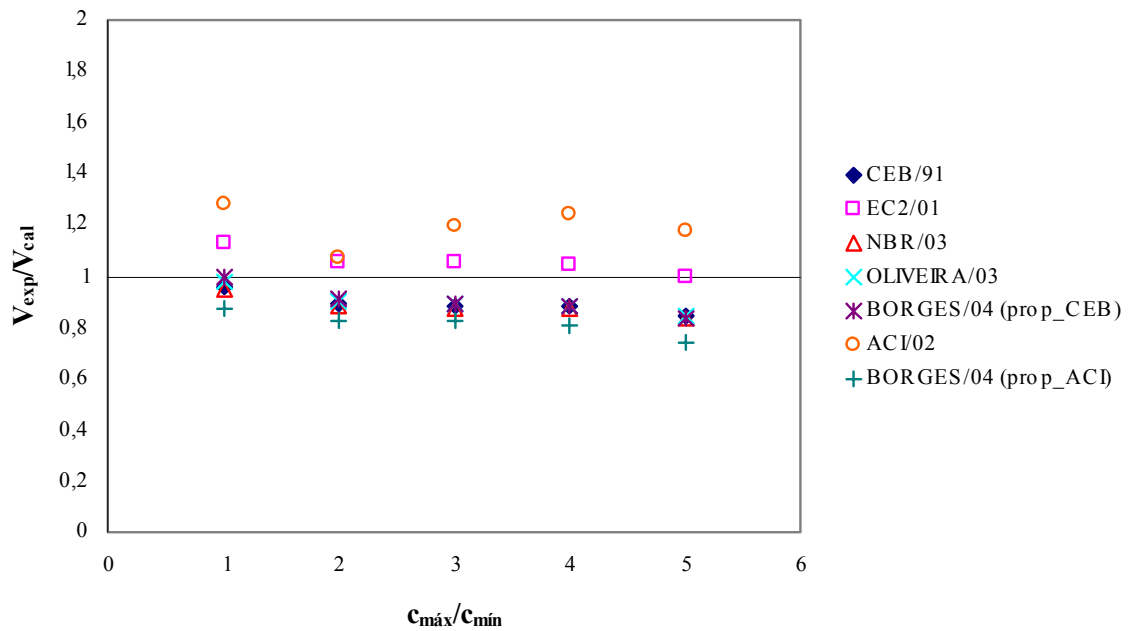
**Figura 2.26 – Estimativas das normas de projeto e de pesquisadores para as lajes de TENG et al. (1971)**



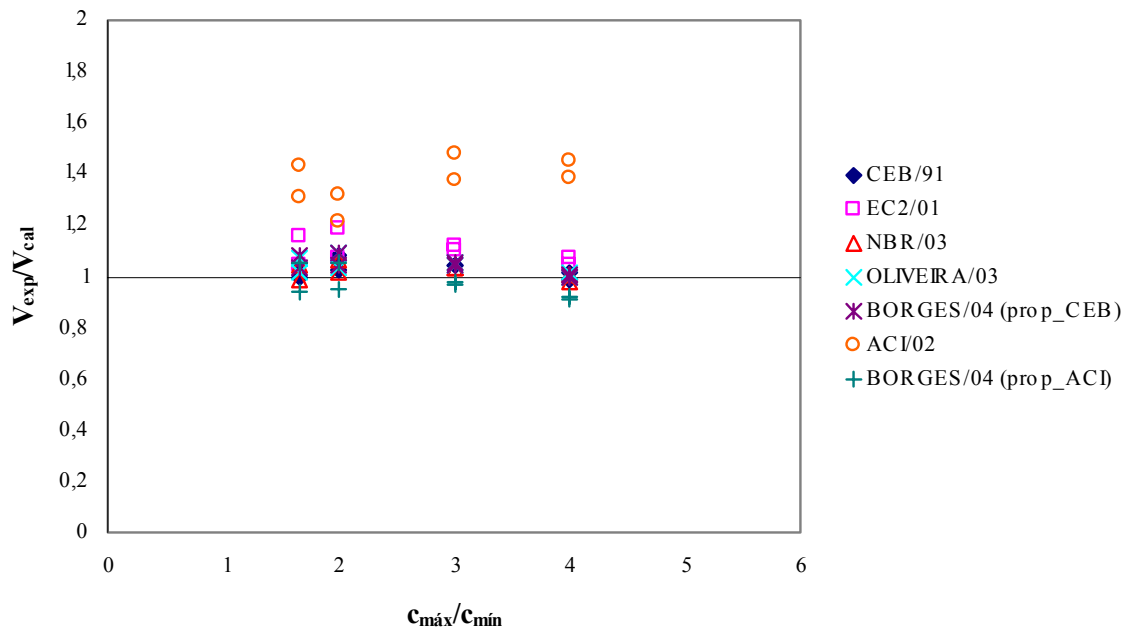
**Figura 2.27 – Estimativas das normas de projeto e de pesquisadores para as lajes de AL-YOUSIF E REGAN (2003)**



**Figura 2.28 – Estimativas das normas de projeto e de pesquisadores para as lajes de SILVA (2003)**



**Figura 2.29 – Estimativas das normas de projeto e de pesquisadores para as lajes de OLIVEIRA (2003)**



**Figura 2.30 – Estimativas das normas de projeto e de pesquisadores para as lajes de BORGES (2004)**

## Capítulo 3

### 3 PROGRAMA EXPERIMENTAL

#### 3.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS

O programa experimental visa representar uma situação semelhante à de edifícios residenciais com presença de lajes cogumelo apoiadas em pilares quadrados ou retangulares. Verifica-se neste trabalho a situação de punção, comum em pilares de centro de edifícios com lajes cogumelo com carregamento simétrico e sem excentricidade.

A Figura 3.1 mostra que o modelo adotado procurou representar uma região entre seções de momentos fletores nulos delimitada pela circunferência de raio  $r \cong \frac{1}{5}L$ , onde  $L$  é o comprimento do vão de um painel.

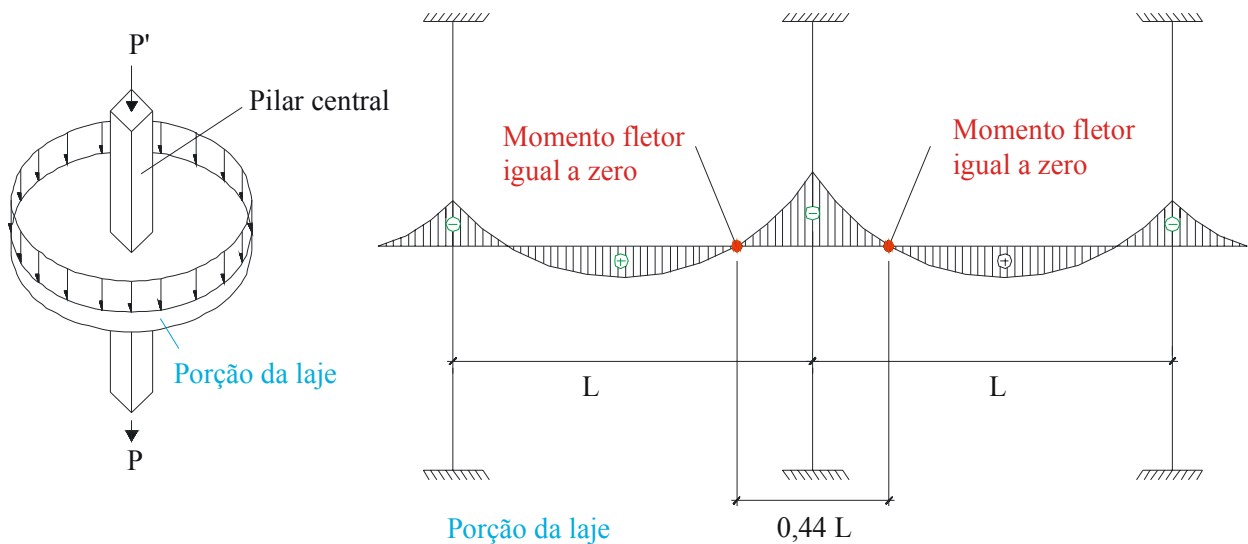


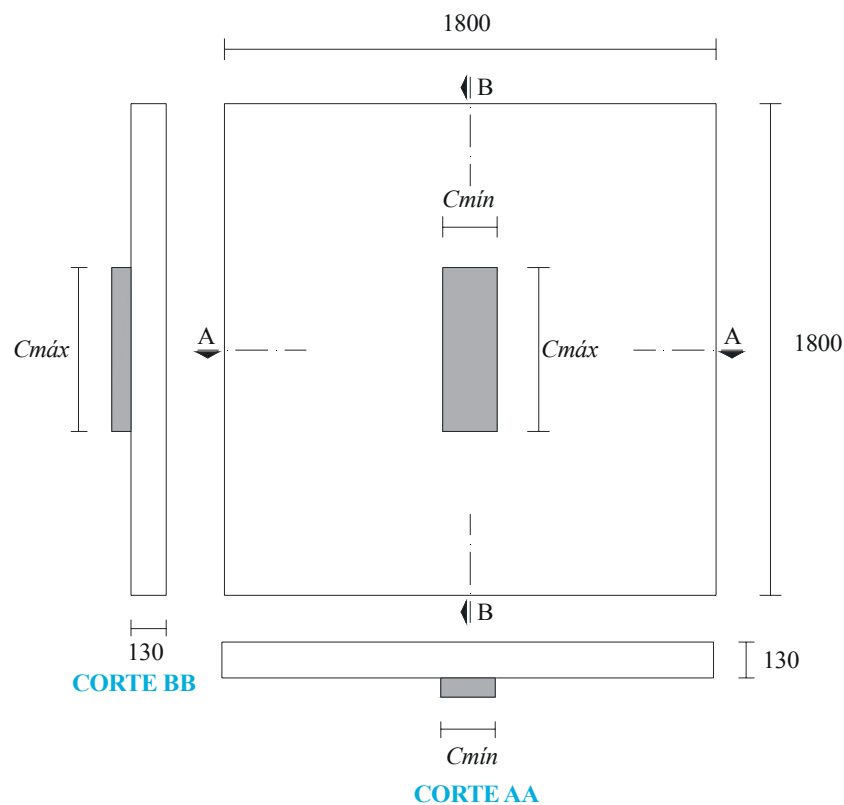
Figura 3.1 - Modelo hipotético caracterizando a situação estudada

Foram ensaiadas até a ruptura 8 lajes quadradas com 1800mm de lado e 130mm de espessura. Os modelos ensaiados foram realizados no Laboratório de Estruturas da Escola de Engenharia Civil da Universidade Federal de Goiás. Os

ensaios de caracterização do concreto foram executados pela Empresa Carlos Campos Consultoria Limitada, e os ensaios de caracterização do aço foram executados no Laboratório de Materiais do Departamento de Engenharia Civil da Universidade Católica de Goiás.

### 3.2 CARACTERÍSTICAS DOS MODELOS ENSAIADOS

A principal variável das lajes ensaiadas foi a dimensão do lado do pilar, com perímetro constante e igual a 1000 mm. A relação entre o maior e o menor lado do pilar variou de 1 a 4. A Figura 3.2 e a Tabela 3.1 apresentam as características



geométricas das lajes.

Laje	$c_{min}$ (mm)	$c_{max}$ (mm)	$c_{max}/c_{min}$
L1	250	250	1,00
L2	230	270	1,17
L3	215	285	1,33
L4	200	300	1,50
L5	165	335	2,03
L6	125	375	3,00
L7	110	390	3,55
L8	100	400	4,00

Figura 3.2 - Características geométricas das lajes - (mm)

Tabela 3.1 – Características geométricas das lajes ensaiadas

Laje	Dimensões do pilar (mm)		$c_{max}/c_{min}$	$d$ (mm)	$f_c$ (MPa)	$\rho$ %
	$c_{min}$	$c_{max}$				
L1	250	250	1	94	29	1,39
L2	230	270	1,17	93	29	1,40
L3	215	285	1,33	94	29	1,39
L4	200	300	1,5	90	29	1,45
L5	165	335	2,03	91	22	1,43
L6	125	375	3	91	22	1,43
L7	110	390	3,55	91	22	1,43
L8	100	400	4	94	22	1,39

Os perímetros dos pilares são constantes e iguais a 1000 mm;

A altura efetiva  $d$  foi obtida através da observação de pedaços de concreto extraídos dos centros das lajes. Estas medidas têm uma precisão de  $\pm 2$  mm.

---

A altura efetiva média é a distância entre a borda inferior da laje e o centro de gravidade das armaduras de flexão principais.

---

### 3.3 SISTEMA DE ENSAIO

O carregamento aplicado nas lajes, através das chapas que simulam os pilares, foi realizado de baixo para cima, utilizando-se um atuador hidráulico, com capacidade de 1500 kN, alimentado por uma bomba manual (YELLOW POWER). Foi utilizado, também, uma célula de carga (KRATOS) com capacidade de 1500 kN, conforme Figura 3.3.

As placas de aço (tipo SAC1045), utilizadas para a simulação dos pilares, e transmissão do carregamento às lajes, através do atuador hidráulico, foram fixadas com gesso pedra (gesso odontológico - VIGODENT). As espessuras destas placas foram de 25,40 mm (1 polegada) para as lajes L1 a L4, e 38,10 mm (1,5 polegadas) para as lajes L5 a L8.

A placa de aço quadrada da laje L1 foi aplicada diretamente na laje, as demais placas, retangulares, foram colocadas de maneira que a carga fosse distribuída uniformemente, como observado na Figura 3.4, que apresenta o esquema de transferência de cargas e uma fotografia da distribuição das placas. A Figura 3.5 mostra as dimensões e detalhes das vigas metálicas (vigas 1 e 2) e dos tirantes, sendo que todas estas peças foram confeccionadas com o aço SAC1045.



Figura 3.3 - Fotografia do atuador hidráulico, célula de carga e chapa metálica no sistema de ensaio



Figura 3.4 – Esquema das placas e fotografia para aplicação de carga

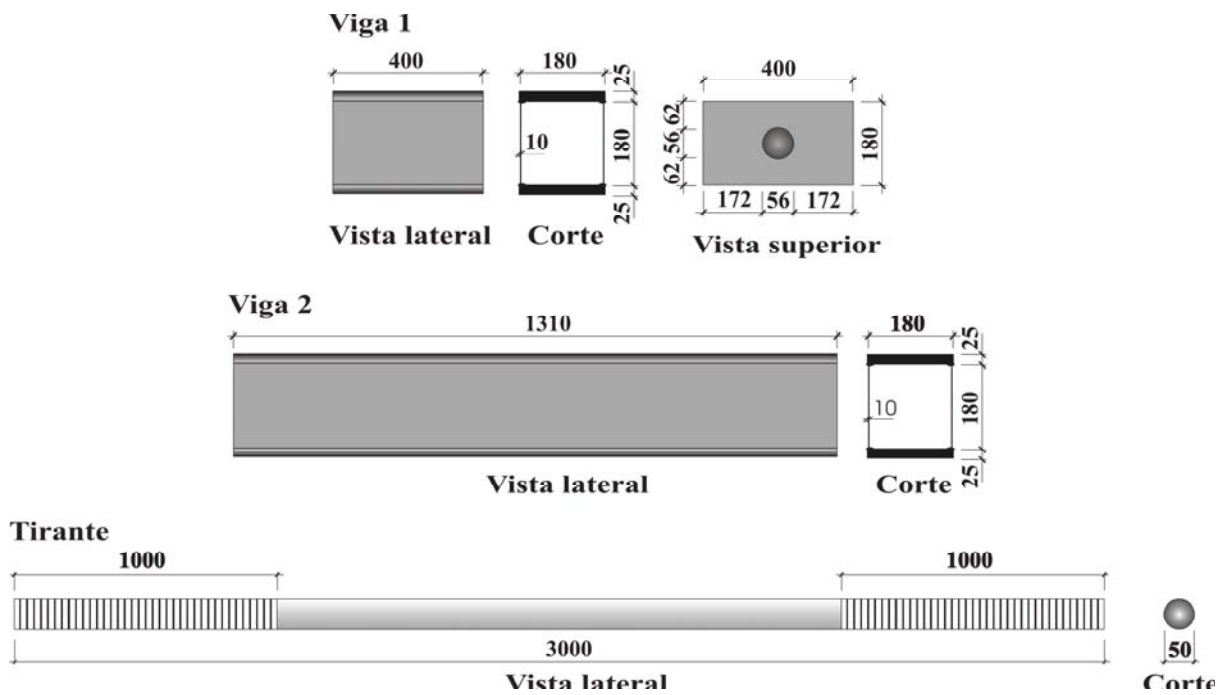


Figura 3.5 -Vigas metálicas e tirante - sistema de reação - (mm)

Uma representação detalhada do esquema de ensaio é mostrada nas figuras 3.6 e 3.7. O sistema de ensaio das lajes consistiu de um conjunto de oito vigas metálicas, vigas 1 e 2, apoiadas em oito placas equidistantes formando uma circunferência de 825mm de raio, que simulam os 8 pontos de carga, atirantadas em uma laje de reação. Estas placas tinham dimensões de 120x200 mm e 25 mm de espessura.

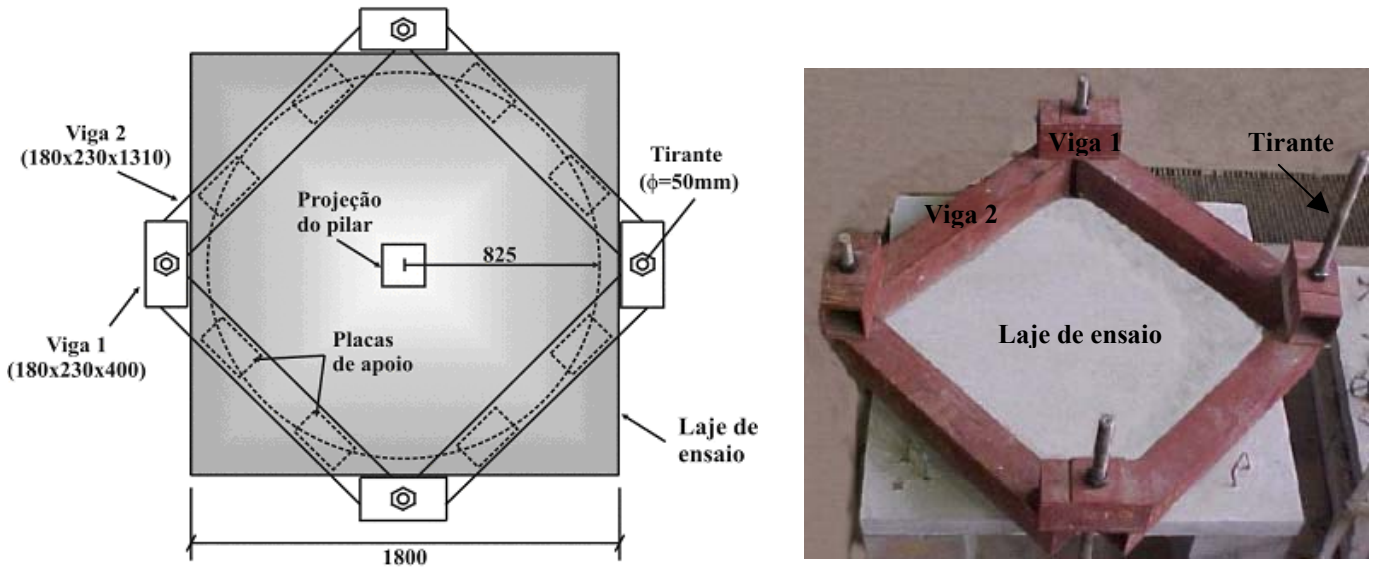
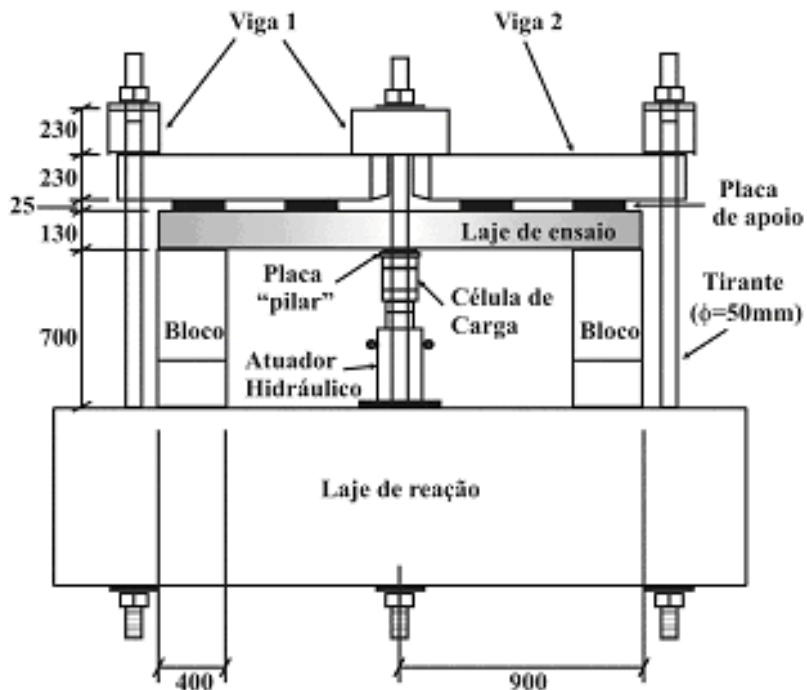


Figura 3.6 - Sistema de ensaio e fotografia da laje – vista superior - (mm)



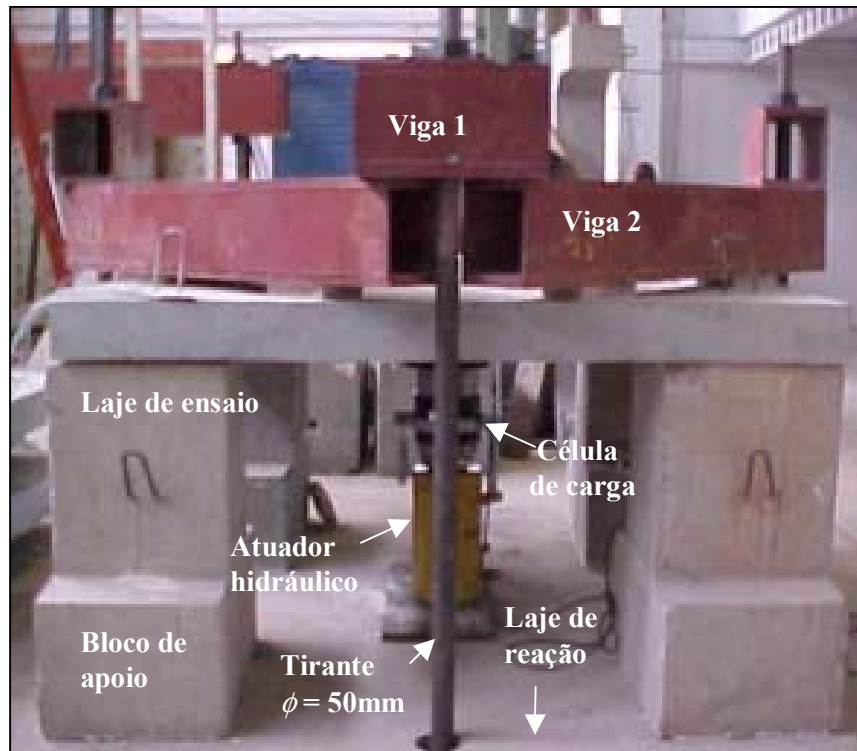
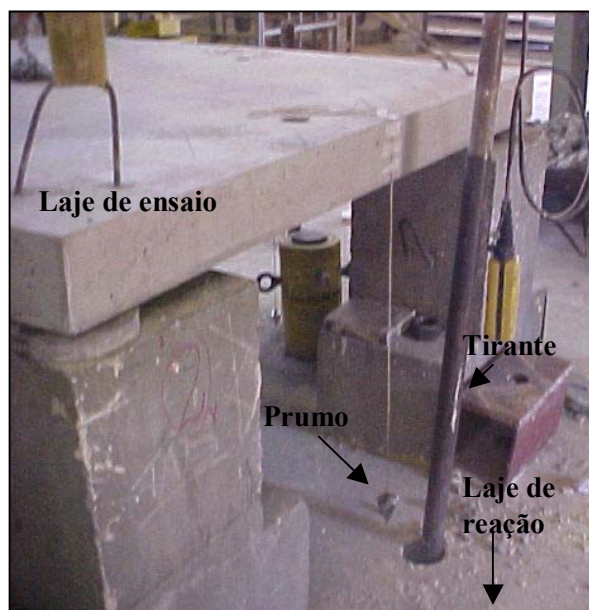


Figura 3.7 - Sistema de ensaio e fotografia da laje – vista lateral - (mm)

As lajes foram posicionadas utilizando prumos fixados nas quatro faces laterais da laje, de maneira que a laje ficasse centralizada nos eixos dos tirantes. Os blocos de concreto tinham a função de manter a laje na altura determinada de 700mm, necessária para a montagem do sistema de aplicação de carga. A Figura 3.8 mostra alguns detalhes deste processo de posicionamento das lajes.





Colocação da laje nos blocos orientando-se pelos prumos – Força manual

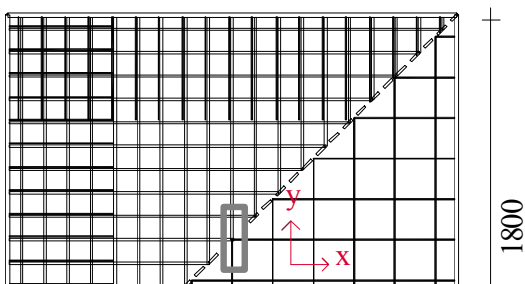
Figura 3.8 – Detalhes do processo de posicionamento das lajes

### 3.4 DETALHAMENTO DA ARMADURA DE FLEXÃO

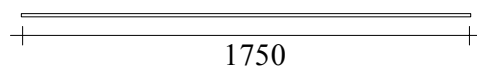
A armadura de flexão foi igual para todas as lajes, adotando-se duas malhas, uma inferior e outra superior. A armadura de flexão negativa (malha superior) foi composta por 19 barras de 12,5 mm de diâmetro, espaçadas a cada 94 mm, em cada direção. A ancoragem desta armadura foi feita por 19 ganchos de 6,3mm de diâmetro, em forma de “U”, em cada lado da laje. A armadura de flexão positiva (malha inferior) foi composta por 11 barras de 6,3 mm de diâmetro, espaçadas a 163 mm, em cada direção.

Foram utilizados espaçadores de 15mm de espessuras fixados à armadura de flexão positiva em todas as lajes, para definição do cobrimento de concreto. A Figura 3.9 apresenta os detalhamentos da armadura de flexão, mostrando o comprimento das barras, o espaçamento e a direção dos eixos x-y em relação à armadura superior. Cabe ressaltar que as placas que simularam os pilares foram dispostas com a maior dimensão paralela à direção y, conforme mostrado na figura.

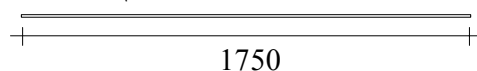
Armadura superior



N1 - 19 $\phi$ 12.5mm a cada 94mm nas duas direções



N2 - 11 $\phi$ 6.3mm a cada 163mm nas duas direções



N3 - 2x10 $\phi$ 6.3mm a cada 94mm

Figura 3.9 – Armadura de flexão das lajes - (mm)

## 3.5 MATERIAIS

### 3.5.1 CONCRETO

O concreto utilizado para todas as lajes foi dosado para atingir uma resistência característica à compressão em torno de 25MPa, aos 28 dias. A dosagem e a mistura do concreto foram feitas pela empresa Realmix - Concreto e Argamassa. A composição por metro cúbico deste concreto está apresentada na Tabela 3.2.

Tabela 3.2 - Composição por m<sup>3</sup> de concreto

Materiais	Quantidade
Brita nº 0 (kg)	388,0
Brita nº 1 (kg)	619,0
Areia natural grossa (kg)	233,4
Areia natural fina (kg)	155,6
Areia artificial (kg)	497,0
Cimento CII F- 32 (kg)	310,0
Aditivo 390 RB – MBT (l)	2,70
Água (l)	116,0

Relação água / cimento	0,50
Slump (mm)	90±10

A concretagem das oito lajes foi dividida igualmente em duas partes. As lajes foram moldadas em formas metálicas. Utilizou-se vibradores de imersão com mangotes de 35mm de diâmetro para vibrar o concreto.

Após o início de pega do concreto, as lajes foram cobertas por lonas plásticas. A cura foi realizada molhando as lajes duas vezes ao dia, e deixando-as cobertas pela lona, durante os sete primeiros dias após a concretagem.

Foram moldados corpos de prova cilíndricos de dimensões de 150 mm x 300 mm para a realização do controle de qualidade do concreto, resistência à compressão axial (NBR-5739/94), resistência à tração por compressão diametral (NBR-7222/94) e o módulo de elasticidade longitudinal (NBR-8522/84).

### 3.5.2 AÇO

O aço utilizado para a confecção da armadura de flexão foi do tipo CA-50, da fabricante Companhia Siderúrgica Belgo-Mineira. Para a obtenção das propriedades mecânicas, ensaiaram-se duas amostras de 500 mm para cada bitola utilizada nos modelos.

Utilizou-se uma prensa Emic DL30000N, do laboratório de materiais do Departamento de Engenharia Civil, da Universidade Católica de Goiás, e o software Tesc (versão 1.10) para ensaiar os corpos de prova. A Figura 3.10 mostra a fotografia do ensaio do aço à tração axial, de acordo com a NBR-6152 (1992).





Figura 3.11 – Posicionamento dos relógios comparadores nas lajes - (mm)

Os relógios foram posicionados na face superior da laje e fixados em perfis metálicos, conforme ilustra a Figura 3.12. Foi realizada uma leitura no centro da laje por meio de uma trena para obter os deslocamentos próximos à ruptura, evitando, assim, possíveis danos aos relógios comparadores.



Figura 3.12 – Fotografia dos relógios comparadores

### 3.6.2 DEFORMAÇÕES ESPECÍFICAS

Para medir a deformação das armaduras principais de flexão e no concreto, utilizou-se extensômetros elétricos de resistência (EER) da marca EXCEL ENGENHARIA DE SENSORES LTDA do tipo PA-06-250BA-120-L. A Figura 3.13 mostra o posicionamento e a numeração dos extensômetros das barras instrumentadas nos eixos x e y, a partir do centro do pilar. A Figura 3.14 mostra uma fotografia dessa instrumentação na armadura.

Foram colocados extensômetros elétricos de resistência na superfície inferior das lajes com o objetivo de monitorar o comportamento do concreto nesta região. A Figura 3.15 mostra a posição dos extensômetros na superfície do concreto

nas lajes L1 a L8. A Figura 3.16 mostra uma fotografia dessa instrumentação no concreto.

Os EER's foram ligados em uma ponte de aquisição de dados com 15 canais, interligada a um terminal da NATIONAL INSTRUMENTS modelo SCXI-1001, sendo controlada por um software computacional (LABVIEW 6.0).

Para a preparação da superfície das barras de armadura, nos pontos de medida de deformação através dos EER's, foram seguidas as seguintes etapas:

1. Remoção das mossas (policorte e rebolo de desgaste);
2. Lixamento da superfície para diminuir a rugosidade e;
3. Limpeza da superfície (álcool isopropílico, condicionador e neutralizador) para eliminar qualquer tipo de sujeira eventualmente existente.

No concreto, lixou-se a superfície com a lixa nº 80 e utilizou-se álcool isopropílico para limpar a superfície. Após a seqüência da preparação da superfície, colou-se o EER com adesivo de éster de cianoacrilato (superbonder) da marca LOCTITE.

Os extensômetros foram soldados a um fio (de cabo telefônico – CCI). O EER e a ligação foram protegidos com o uso de uma fita elétrica de alta fusão da marca LORENZETTI, na barra de aço e apenas por uma fita isolante na região do concreto.

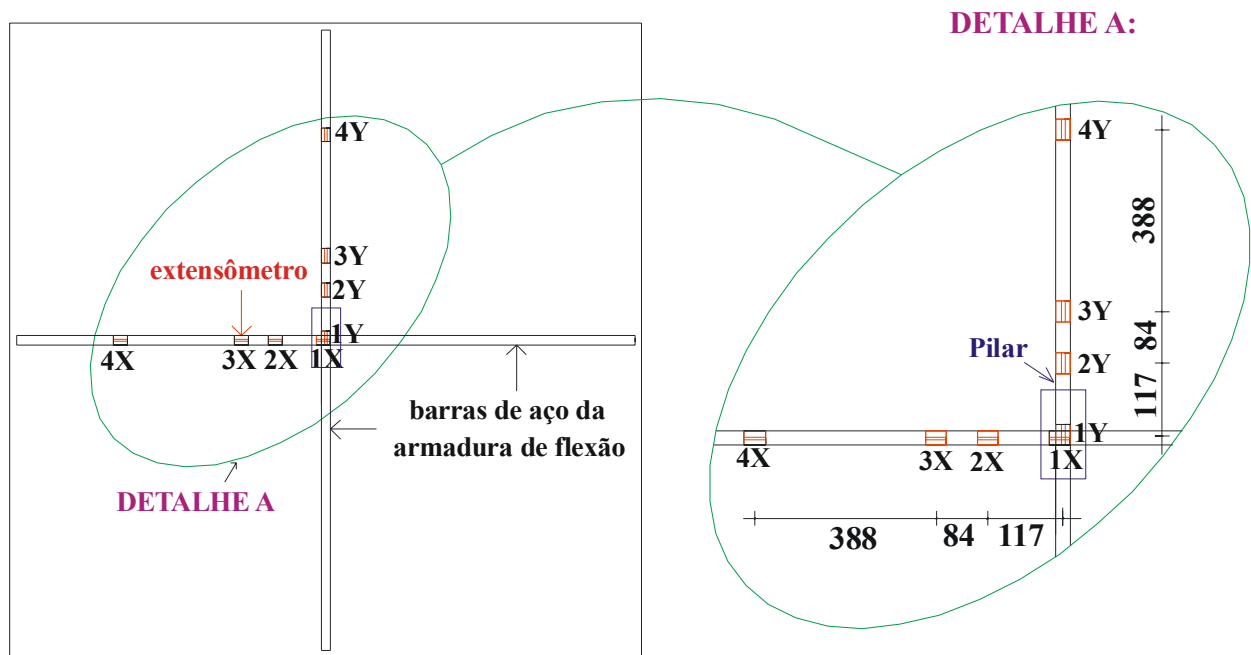


Figura 3.13 – Posicionamento e numeração dos extensômetros - (mm)

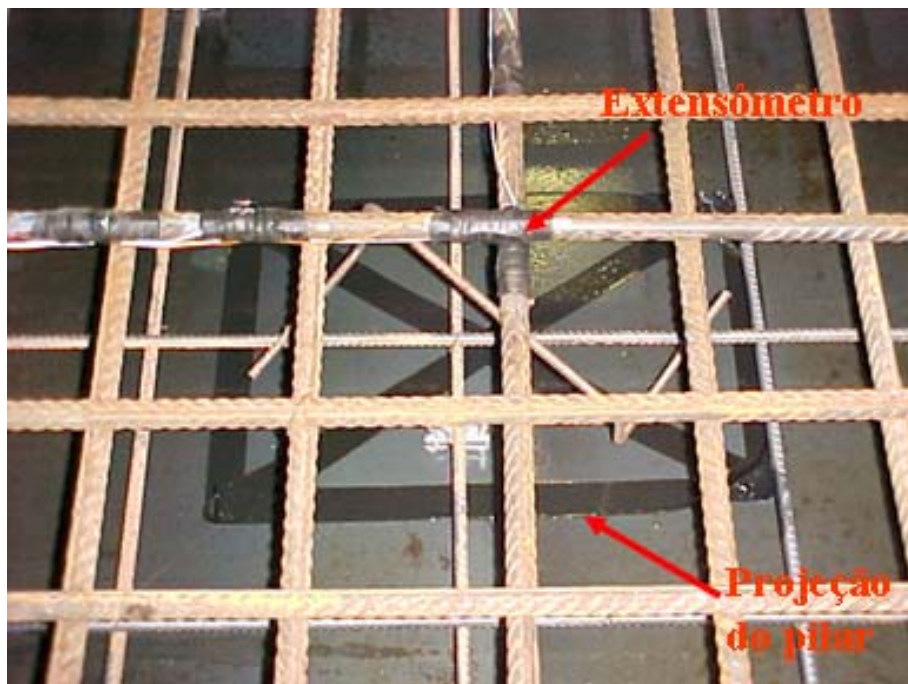


Figura 3.14 - Fotografia dos extensômetros na armadura

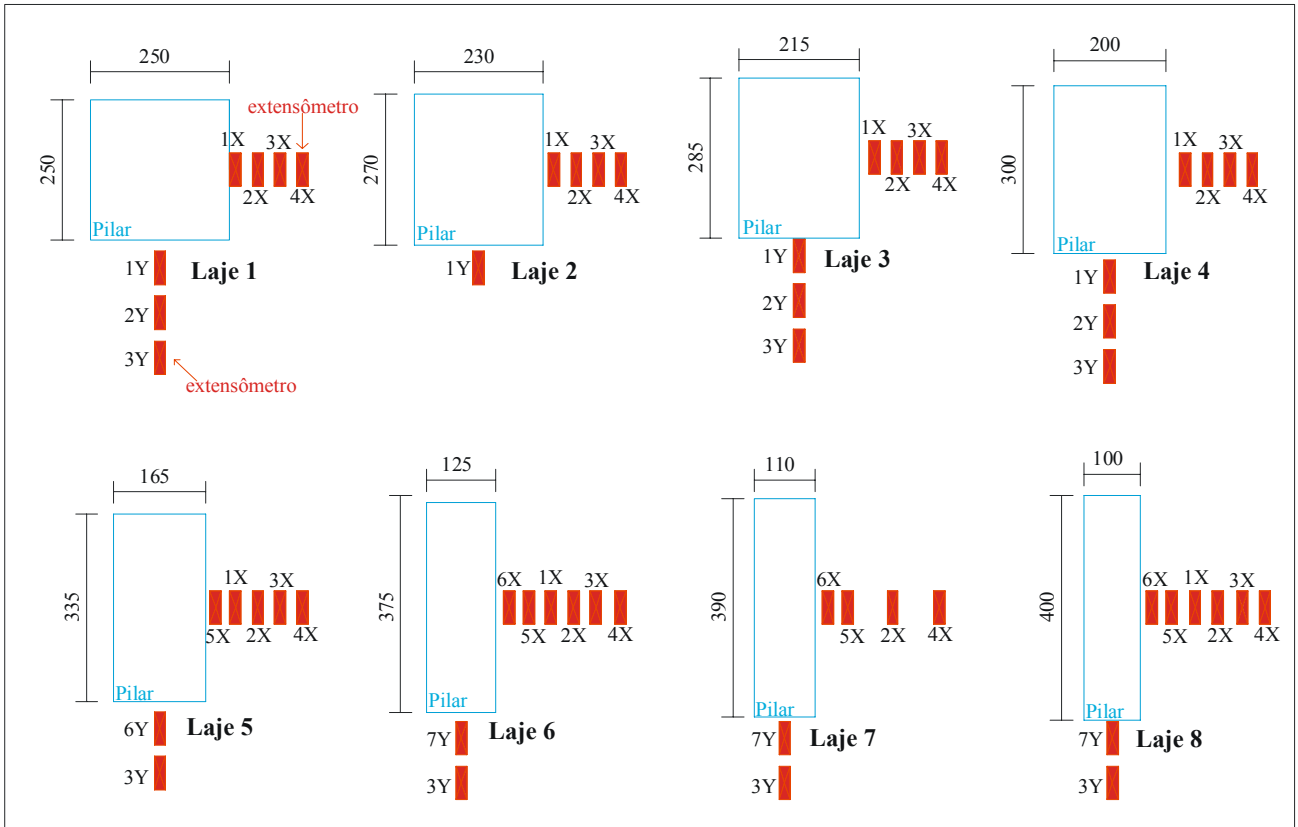


Figura 3.15 - Posição dos extensômetros no concreto - (mm)

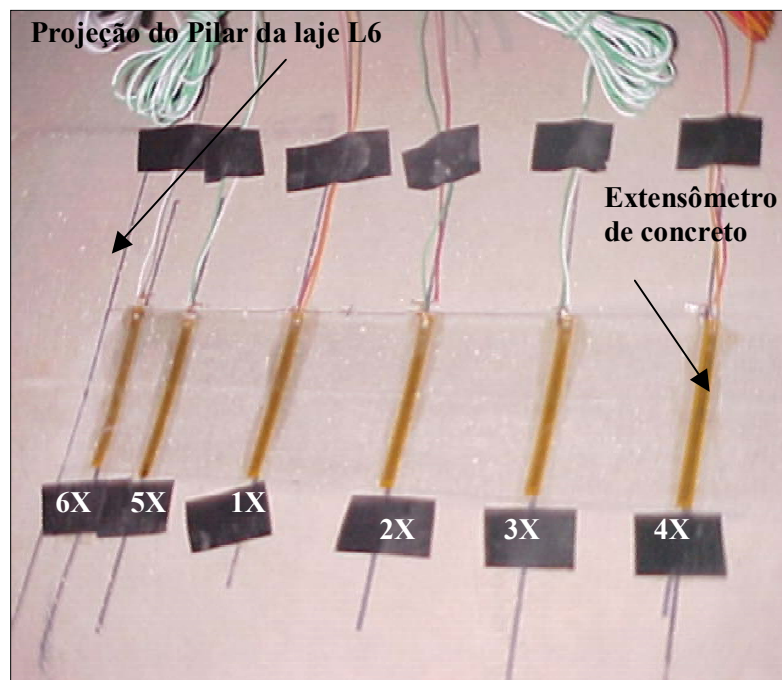


Figura 3.16 - Fotografia dos extensômetros no concreto da laje L6

### 3.7 PREPARAÇÃO DOS ENSAIOS

A preparação dos ensaios consistiu na seguinte seqüência de etapas:

1. Posicionamento da laje sobre quatro blocos de concreto;
2. Marcação da posição dos relógios comparadores, da projeção do pilar e posição das placas metálicas usadas para delimitar os oito pontos de inflexão da laje (825mm a partir do centro da laje);
3. Fixação das placas niveladas na laje com gesso, que receberam as vigas metálicas que constituíram o sistema de reação, conforme apresenta a Figura 4.17;
4. Colocação das vigas metálicas, nivelando-as com gesso em relação ao prumo e nível do tirante;
5. Fixação dos relógios comparadores sobre as placas de alumínio (25x25mm) nos pontos previamente determinados;
6. Conexão de célula de carga, e dos fios dos extensômetros ao sistema de aquisição de dados.

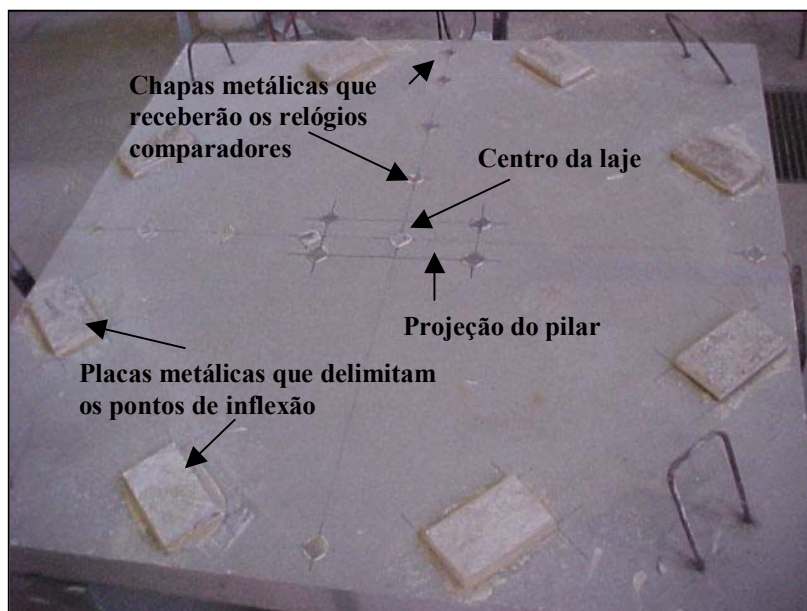


Figura 3.17 – Fotografia da laje marcada com as placas e chapas afixadas

### 3.8 REALIZAÇÃO DOS ENSAIOS

A Figura 3.18 ilustra uma célula de carga KRATOS, com capacidade de 1000kN, para controlar o carregamento das lajes. Esta célula foi conectada a um terminal da NATIONAL INSTRUMENTS modelo SCXI-1001, sendo controlada por um software computacional (LABVIEW 6.0).



Figura 3.18 – Fotografia da célula de carga

Em todos os ensaios, foi aplicado, inicialmente, um carregamento correspondente ao peso próprio da laje e das respectivas vigas metálicas, tirantes e placas de apoio, em torno de 20kN.

Com o sistema de aquisição de dados ligado, aplicou-se carga até levantar a laje. Esta carga aplicada (20kN) corresponde ao peso próprio da laje e do sistema de reação do ensaio (vigas metálicas). Logo após, ajustou-se os tirantes para que houvesse reação do sistema.

Todos os ensaios foram feitos com incrementos de carga de 25kN até atingir a ruptura. Em todas as cargas aplicadas foram feitas leituras de relógios, medição de trena no centro da laje, de extensômetros elétricos de resistência e de concreto. Observou-se a propagação das fissuras e fez a marcação das mesmas. Os ensaios das lajes tiveram duração de aproximadamente quatro horas.

## Capítulo 4

# 4 APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

## 4.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS

Neste capítulo são apresentados os resultados dos ensaios de caracterização dos materiais constituintes das lajes, deslocamentos verticais, deformações nas armaduras de flexão e no concreto, cargas e modos de ruptura e mapas de fissuras.

## 4.2 MATERIAIS

### 4.2.1 CONCRETO

Foram realizadas duas etapas de concretagem, em cada uma foram moldadas quatro lajes, disponibilizando um total de oito lajes. Na primeira etapa, foram moldadas as lajes L1 a L4 e na segunda etapa, as lajes L5 a L8.

Para cada etapa foi realizado o controle do concreto em idades pré-determinadas (7, 14, 21 e 28 dias) e no período dos ensaios, através dos ensaios de resistência à compressão simples (NBR- 5739/94), resistência à tração por compressão diametral (NBR- 7222/94) e módulo de elasticidade longitudinal (NBR-8522/84) em corpos de prova cilíndricos, de dimensões 150 mm x 300 mm, para o acompanhamento do crescimento da resistência do concreto com a idade.

As idades e propriedades mecânicas, com valores médios dos resultados dos corpos-de-prova (CP's) do concreto são apresentadas na Tabela 4.1. Os resultados individuais dos ensaios constam no ANEXO A. A Figura 4.1 mostra o gráfico da resistência à compressão ao longo do tempo, para os concretos das séries I e II.

A NBR-6118 (2003), item 8.2.5, recomenda que, na falta de ensaios para obtenção da resistência à tração indireta ( $f_{ct,sp}$ ) utilize as Eq. 4.1, esta expressão pode ser utilizada para idades diferentes de 28 dias. Segundo o item 8.2.8, o módulo de elasticidade inicial ( $E_{ci}$ ) pode ser estimado utilizando a Eq. 4.2, na falta de ensaios e dados mais precisos sobre o concreto usado na idade de 28 dias.

$$f_{ct,sp} = \frac{f_{ct}}{0,9} \quad (\text{MPa}) \quad \text{Eq. 4.1}$$

Onde:

$$f_{ctk,inf} = 0,7 f_{ct,m}$$

$$f_{ctk,sup} = 1,3 f_{ct,m}$$

$$f_{ct,m} = 0,3 f_{ck}^{2/3}$$

Sendo:

$f_{ck}$  é a resistência característica à compressão do concreto, em MPa;

$f_{ct,m}$  é a resistência média à tração direta do concreto, em MPa;

$f_{ctk,inf}$  é a resistência inferior à tração direta do concreto, em MPa;

$f_{ctk,sup}$  é a resistência superior à tração direta do concreto, em MPa.

$$E_{ci} = 5600 f_{ck}^{1/2} \quad (\text{MPa})$$

Eq. 4.2

Onde:

$E_{ci}$  é o módulo de elasticidade tangente inicial, em MPa;

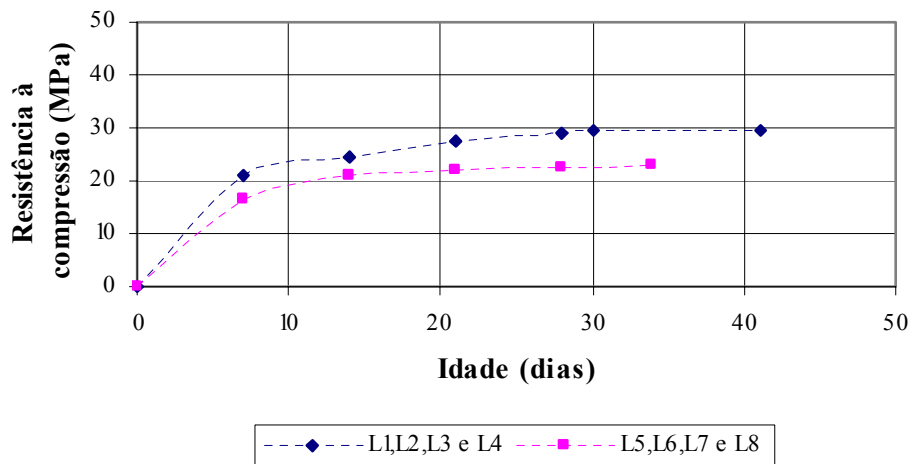


Figura 4.1 – Gráfico da resistência à compressão com o do tempo

Tabela 4.1 – Propriedades mecânicas do concreto

Laje	Idade (dias)	$f_c$ (MPa)	$f_{ct,sp}$ (MPa)	$E_c$ (GPa)	$E_{c(NBR/03)}$ (GPa)	$E_c / E_{c(NBR/03)}$
------	--------------	-------------	-------------------	-------------	-----------------------	-----------------------

L1,L2,L3 e L4	7	21,1	2,3	*	25,8	-
	14	24,6	2,6	*	27,8	-
	21	27,5	2,7	*	29,4	-
	28	29,0	3,4	28,7	30,1	0,95
	30	29,6	*	*	30,5	-
	41	29,6	*	*	30,5	-
L5,L6,L7 e L8	7	16,6	*	*	22,8	-
	14	21,1	*	*	25,7	-
	21	21,9	*	*	26,2	-
	28	22,3	2,1	19,7	26,5	0,74
	34	22,8	*	*	26,7	-
Média		24,2	2,6	24,2	27,4	0,8
Desvio Padrão		4,0	0,4	4,5	2,3	0,1
Coeficiente de variação (%)		16,7	16,7	18,6	8,5	12,3
* ensaio não realizado						

Obs.: As lajes L1 e L2 foram ensaiadas com o concreto na idade de 28 dias, a laje L3 foi aos 30 dias e a L4 aos 41 dias. As lajes L5 a L8 foram ensaiadas no período entre 28 e 34 dias.

Os resultados dos ensaios de tração por compressão diametral se apresentaram dentro dos limites da NBR-6118 (2003). O ensaio do módulo de elasticidade tangente inicial foi realizado aos 28 dias, conforme recomenda a NBR-6118 (2003).

#### 4.2.2 AÇO

Na Tabela 4.2 é apresentado um resumo das propriedades mecânicas dos aços utilizados na confecção da armadura de flexão, através de ensaios de tração axial realizados em amostras, de acordo com a NBR-6152 (1992).

**Tabela 4.2 – Propriedades mecânicas dos aços**

Diâmetro (mm)	Lajes	Área (mm <sup>2</sup> )	$f_{yk}$ (MPa)	$E_s$ (GPa)	$\varepsilon_{yk}$ (mm/m)
------------------	-------	----------------------------	-------------------	----------------	------------------------------

6,4	L1 a L8	32,20	600	203	2,96
12,5		122,70	597	215	2,78

### 4.3 DESLOCAMENTOS VERTICAIS

Foram feitas leituras de deslocamento vertical em pontos da linha de inflexão de momento fletor (D1 e D9 – distantes a 825mm do centro da laje) para monitorar possíveis translações (deslocamento de corpo rígido). Com base nestas informações, os outros deslocamentos obtidos (D2 à D8) foram corrigidos, subtraindo os valores pelos deslocamentos de corpo rígido.

Os deslocamentos verticais aumentaram com o acréscimo do carregamento, sendo que os maiores valores obtidos foram medidos no ponto central da laje. A laje L1, que possui carregamento quadrangular, apresentou um perfil simétrico para os deslocamentos verticais nas direções x e y, conforme mostra a Figura 4.2. Nas lajes de carregamento retangular, os deslocamentos não se mostravam mais simétricos, com o aumento da relação  $c_{máx}/c_{mín}$ , conforme apresenta as Figuras 4.3 a 4.9. Sendo  $c_{máx}$  a maior dimensão, e  $c_{mín}$  a menor dimensão da seção transversal do pilar.

Nas lajes L6, L7 e L8 (lajes com índices de retangularidade iguais a 3, 3,55 e 4), os deslocamentos verticais na direção y, direção paralela à maior dimensão do pilar, foram superiores aos deslocamentos na direção x, todos equidistantes do centro da laje, devido à restrição imposta pelo pilar.

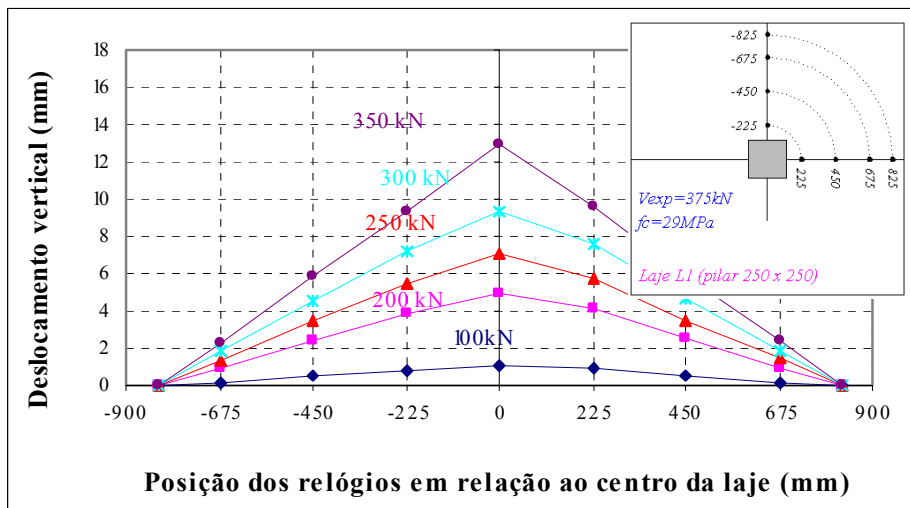
Como observado por KINNUNEN e NYLANDER (1960), sugere-se que a parte de laje externa ao pilar sofreu rotação como corpo rígido, pois a distribuição de deslocamentos ao longo das lajes, a partir da face do pilar, foram aproximadamente linear, até cargas próximas à ruptura.

A Figura 4.10 apresenta uma comparação entre os deslocamentos verticais medidos no centro do pilar. O desenvolvimento dos deslocamentos foi praticamente igual, podendo dividir as lajes L1 a L5, em grupo I e as lajes L6 a L8, em grupo II. As lajes do grupo II possuíam os maiores índices de retangularidade e os maiores deslocamentos, até cargas próximas à ruptura, conforme mostra a Tabela 4.3.

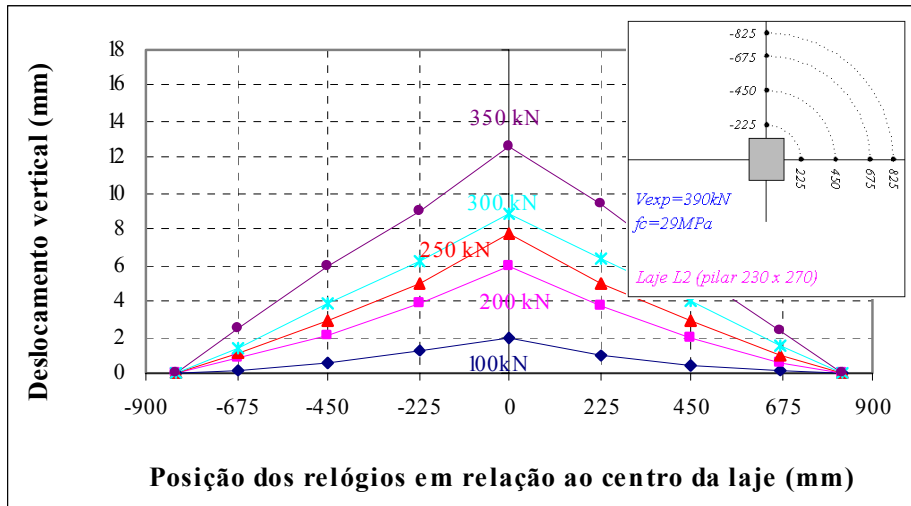
Do início do carregamento até a carga de 150 kN, os deslocamentos centrais das lajes do grupo I, mostraram-se praticamente iguais. O mesmo ocorreu para as do grupo II. A partir desta carga, a laje L5 e a laje L8 desenvolveram os menores deslocamentos, em comparação com as demais lajes de seus respectivos grupos.

**Tabela 4.3 – Deslocamentos centrais máximos registrados**

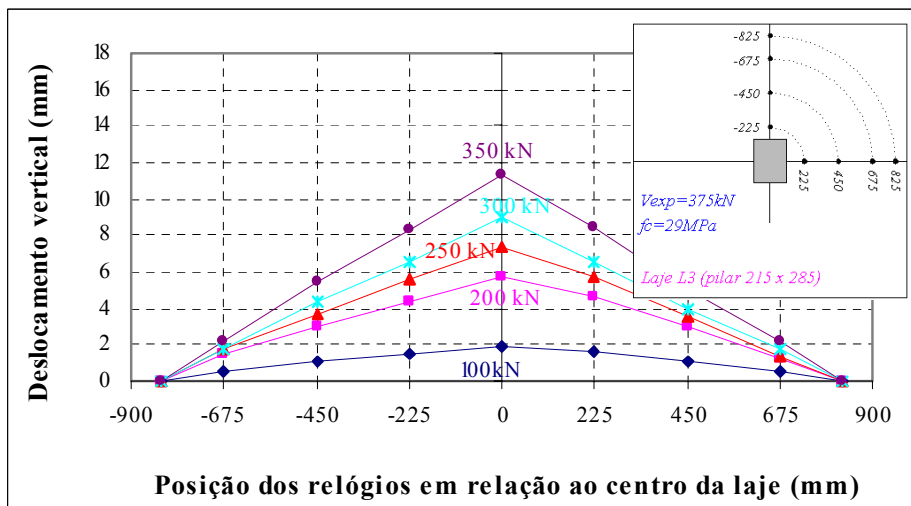
Laje	$c_{min}$ (mm)	$c_{máx}$ (mm)	$c_{máx}/c_{min}$	$V_{exp}$ (kN)	$f_c$ (MPa)	Carga aplicada (kN)	Deslocamento (mm)
L1	250	250	1,00	375	29	350	12,90
L2	230	270	1,17	390	29	350	12,02
L3	215	285	1,33	375	29	375	12,60
L4	200	300	1,50	395	29	350	11,88
L5	165	335	2,03	385	22	300	10,23
L6	125	375	3,00	350	22	250	9,90
L7	110	390	3,55	300	22	300	11,80
L8	100	400	4,00	275	22	250	9,01



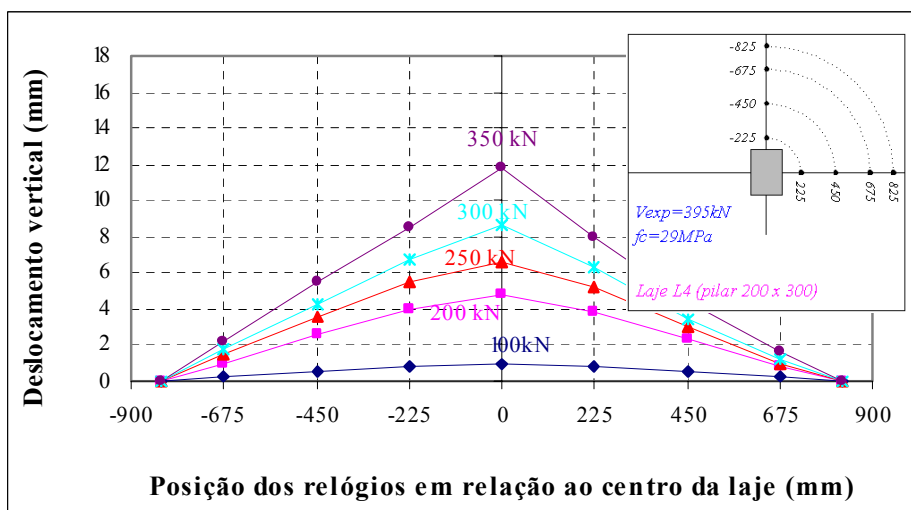
**Figura 4.2 – Deslocamentos verticais da laje L1**



**Figura 4.3 – Deslocamentos verticais da laje L2**



**Figura 4.4 – Deslocamentos verticais da laje L3**



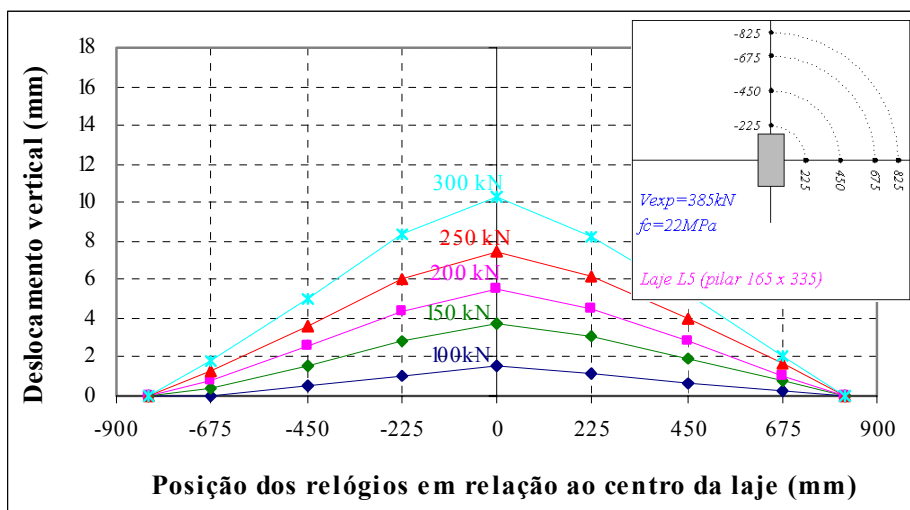


Figura 4.5 – Deslocamentos verticais da laje L4

Figura 4.6 – Deslocamentos verticais da laje L5

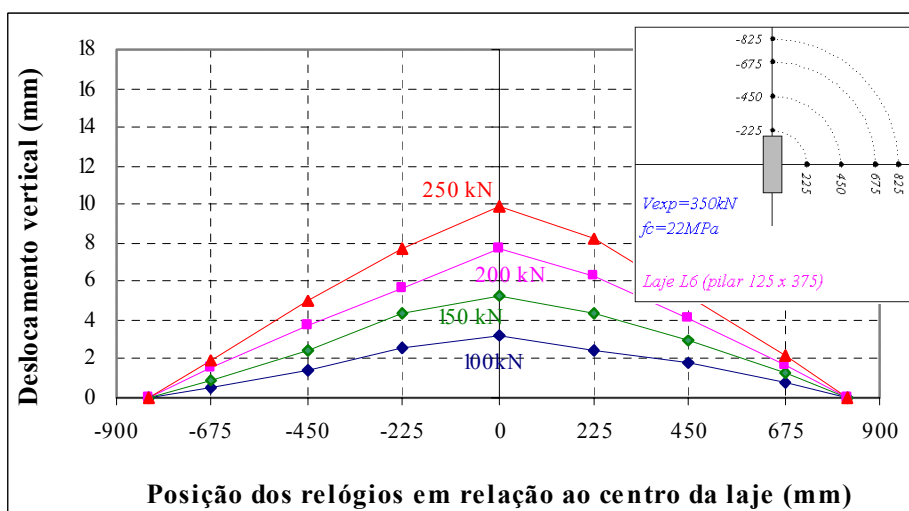
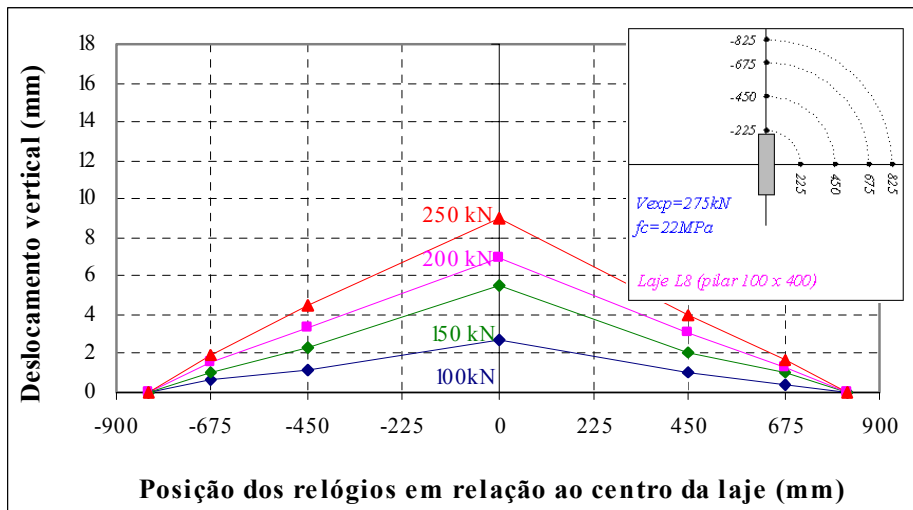
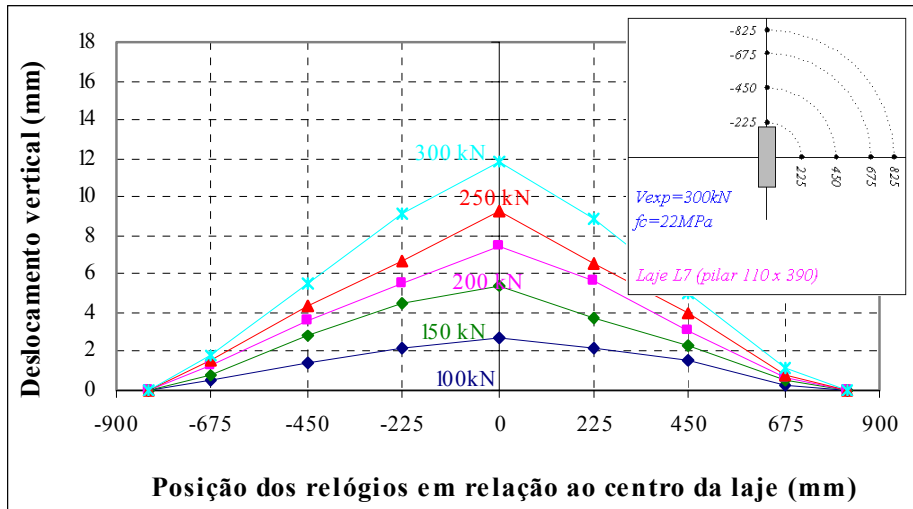


Figura 4.7 – Deslocamentos verticais da laje L6



**Figura 4.8 – Deslocamentos verticais da laje L7**

**Figura 4.9 – Deslocamentos verticais da laje L8**

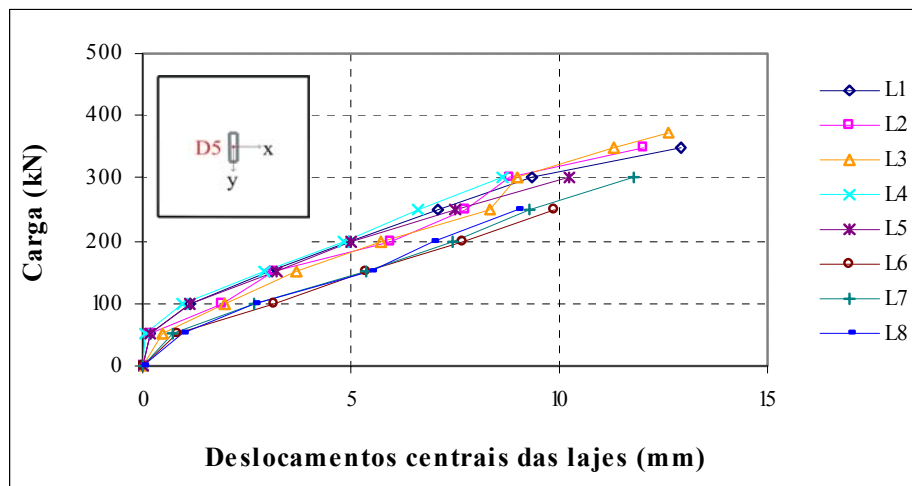


Figura 4.10 – Deslocamentos verticais centrais

#### 4.4 DEFORMAÇÃO NA ARMADURA DE FLEXÃO

Foram realizadas medidas de deformações nas barras de aço da armadura de flexão, da borda superior, nas direções x e y. Os maiores pontos de deslocamento foram atingidos pelos pontos mais próximos ao centro da laje, sendo que, em todas as lajes, a armadura de flexão atingiu o escoamento em pontos próximos à face do pilar.

As Figuras de 4.11 a 4.18 mostram os gráficos da carga x deformação da armadura de flexão de todas as lajes. As leituras das deformações medidas nas barras da armadura de flexão são apresentadas no ANEXO C.

As deformações das barras da armadura de flexão, medidas em relação à maior dimensão do pilar (direção y) foram superiores as obtidas em relação a menor dimensão (direção x), com exceção das lajes L1, L5 e L7, que apresentaram grandes deformações da armadura medidas em relação à menor dimensão do pilar, até atingir o escoamento.

A Tabela 4.4 apresenta as deformações máximas registradas nas barras da armadura de flexão das lajes. Observa-se que as barras das lajes L2, L3, L4, L6 e L8 foram as mais solicitadas à tração, com maiores deformações, estando dispostas na direção paralela ao lado maior do pilar ( $\epsilon_y > \epsilon_x$ ).

Tabela 4.4 – Deformações máximas registradas

Laje	$c_{min}$	$c_{máx}$	$c_{máx}/c_{min}$	Extensômetro	$\epsilon_x$	Extensômetro	$\epsilon_y$
------	-----------	-----------	-------------------	--------------	--------------	--------------	--------------

	(mm)	(mm)		direção x	(mm/m)	direção y	(mm/m)
L1	250	250	1,00	3X	4,14	1Y	3,97
L2	230	270	1,17	3X	2,74	1Y	3,24
L3	215	285	1,33	2X	2,96	2Y	3,01
L4	200	300	1,50	1X	2,97	2Y	3,92
L5	165	335	2,03	2X	2,77	1Y	2,01
L6	125	375	3,00	2X	2,71	3Y	2,92
L7	110	390	3,55	2X	2,92	2Y	2,38
L8	100	400	4,00	1X	3,36	3Y	4,42

Detalhe da posição dos extensômetros na armadura de flexão:

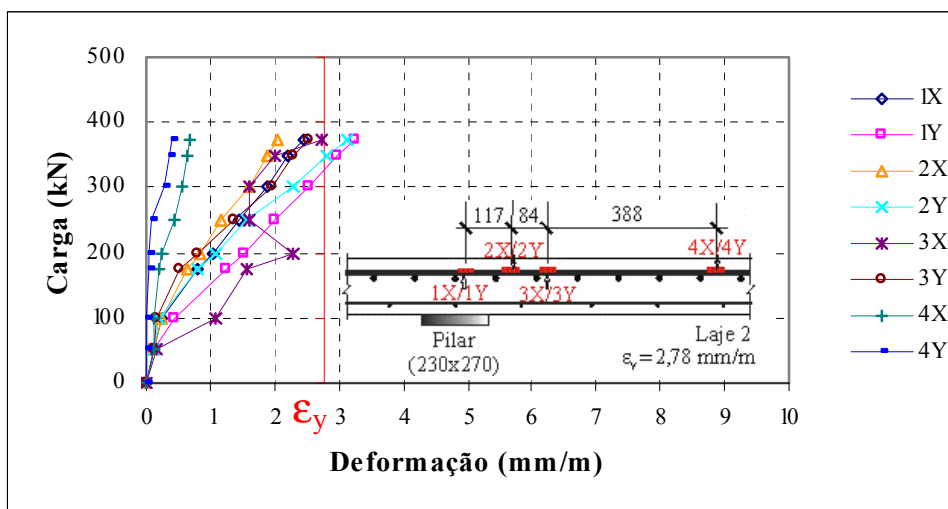
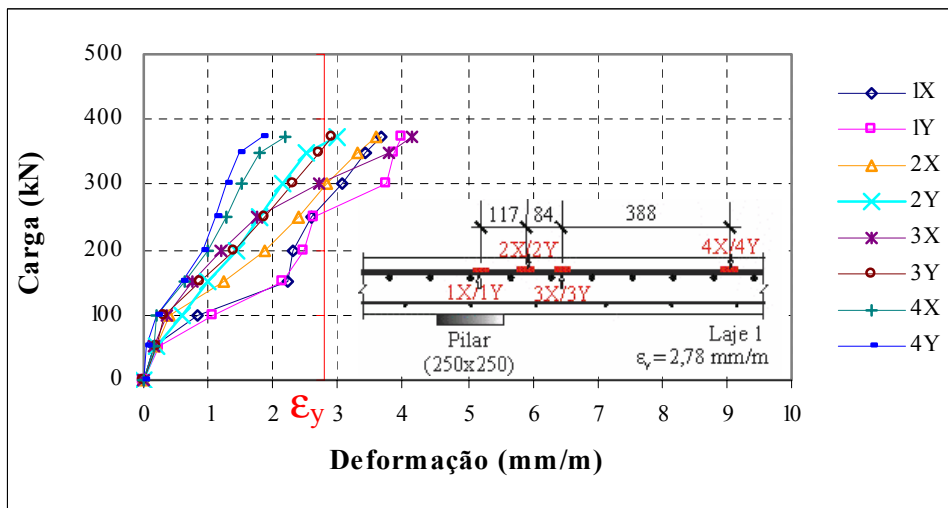
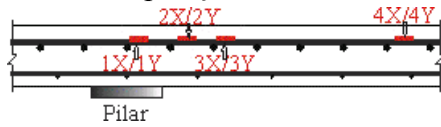
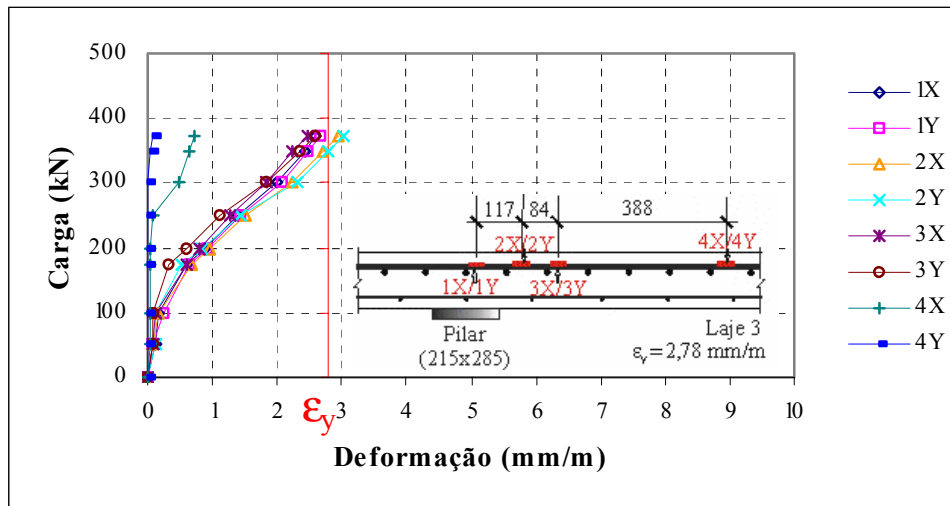
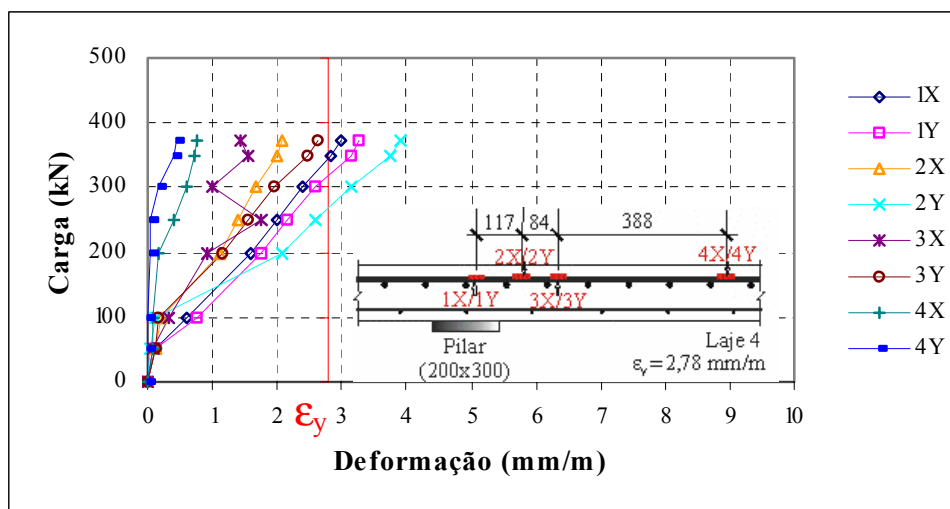


Figura 4.11 – Deformações da armadura de flexão da laje L1

**Figura 4.12 – Deformações da armadura de flexão da laje L2**



**Figura 4.13 – Deformações da armadura de flexão da laje L3**



**Figura 4.14 – Deformações da armadura de flexão da laje L4**

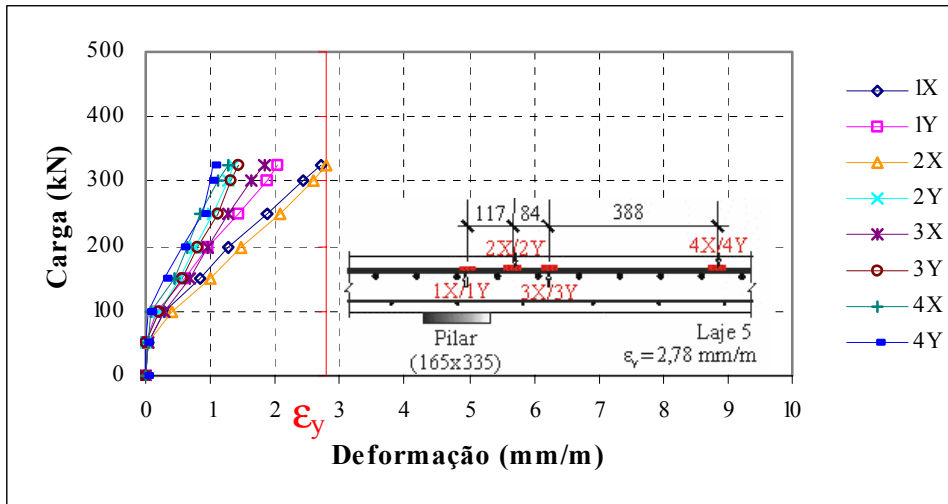


Figura 4.15 – Deformações da armadura de flexão da laje L5

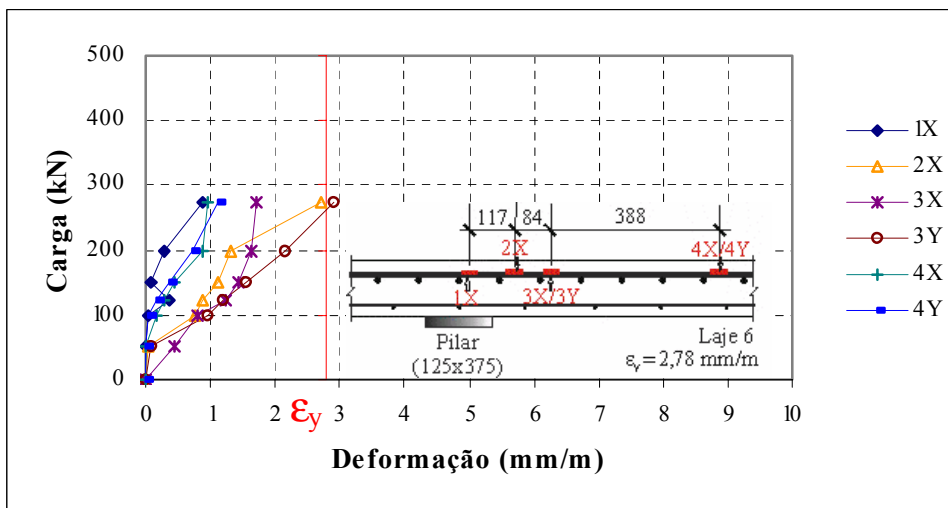


Figura 4.16 – Deformações da armadura de flexão da laje L6

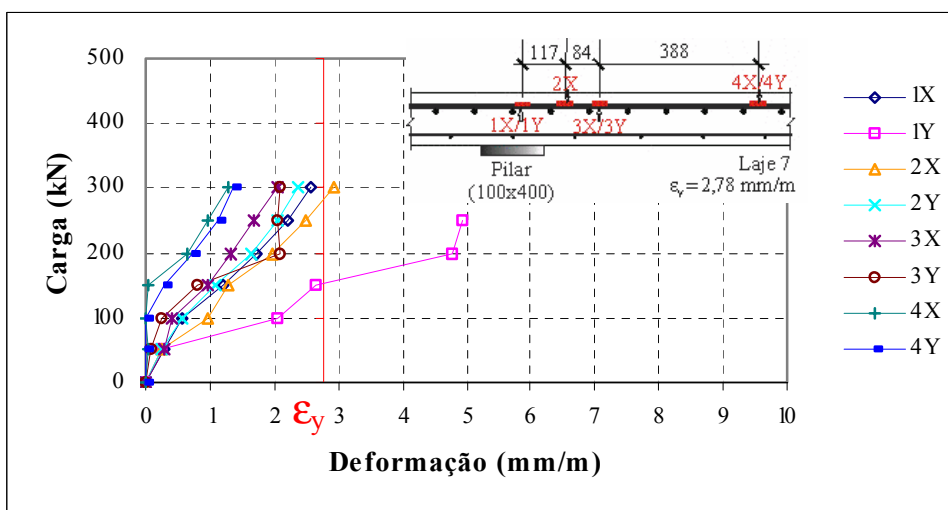


Figura 4.17 – Deformações da armadura de flexão da laje L7

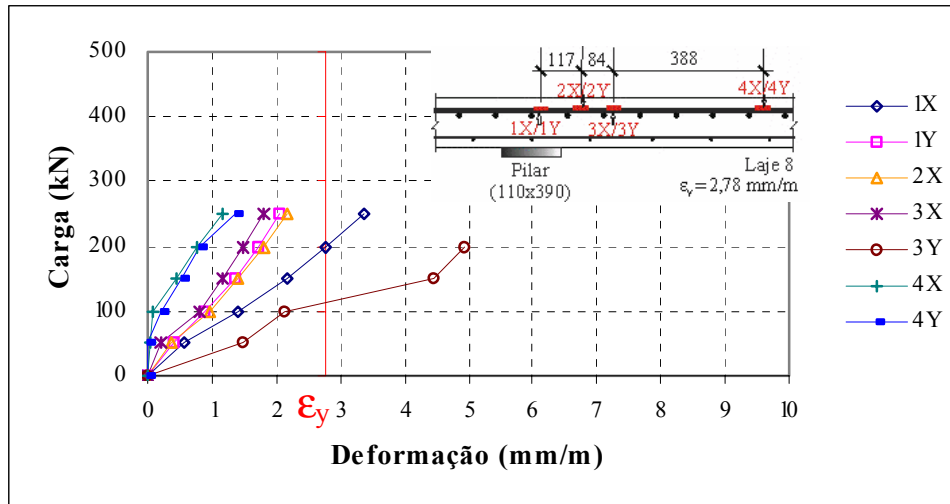


Figura 4.18 – Deformações da armadura de flexão da laje L8

#### 4.5 DEFORMAÇÃO NO CONCRETO

As leituras realizadas nos extensômetros localizados na superfície inferior das lajes mostraram que não houve deformações que comprometessem nesta região a integridade do concreto. As Figuras 4.19 a 4.26 apresentam a curva carga-deformação do concreto na superfície inferior das lajes ensaiadas. As leituras das deformações medidas são apresentadas no Anexo D. Os valores máximos observados no carregamento de 250 kN foram de 2,48 mm/m para a laje L6 e 2,10mm/m para a laje 8.

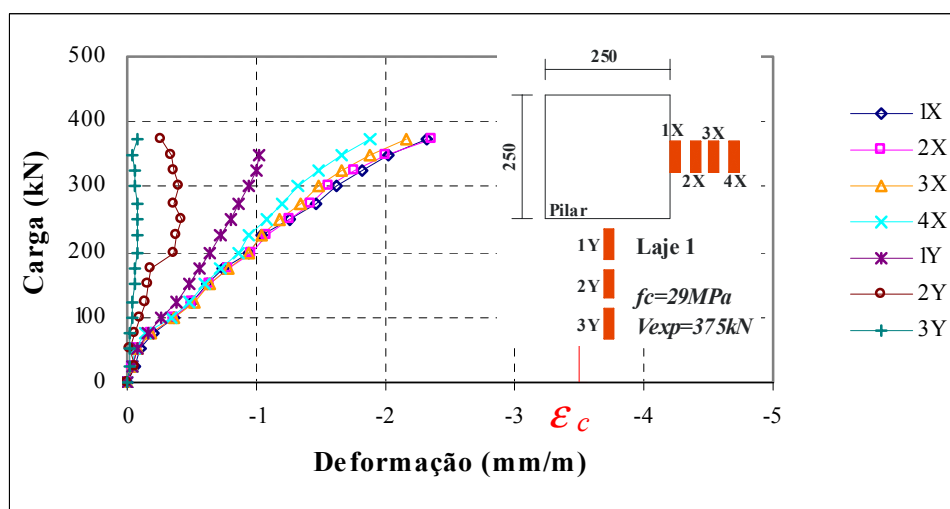


Figura 4.19 – Deformações do concreto da laje L1

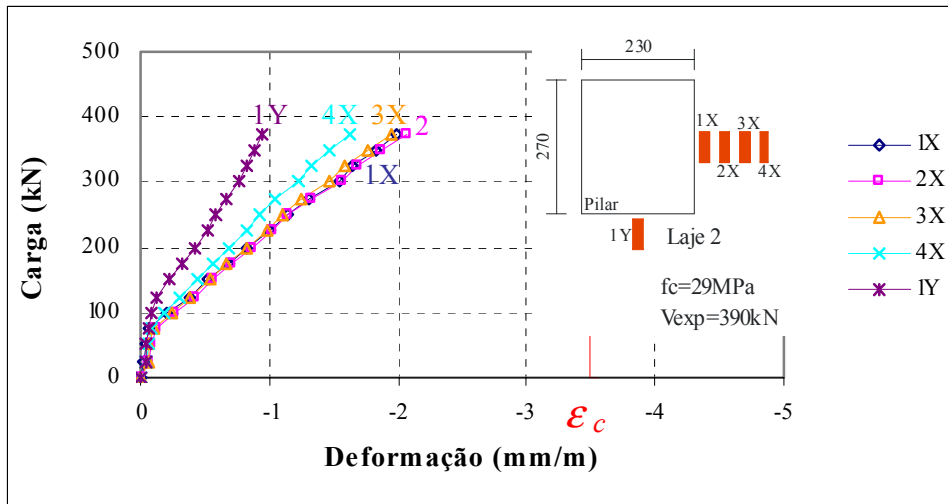


Figura 4.20 – Deformações do concreto da laje L2

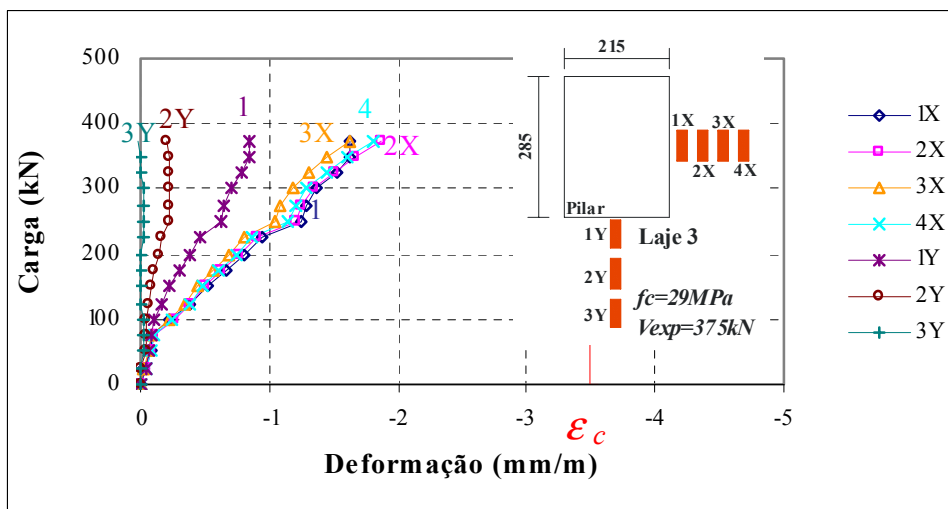


Figura 4.21 – Deformações do concreto da laje L3

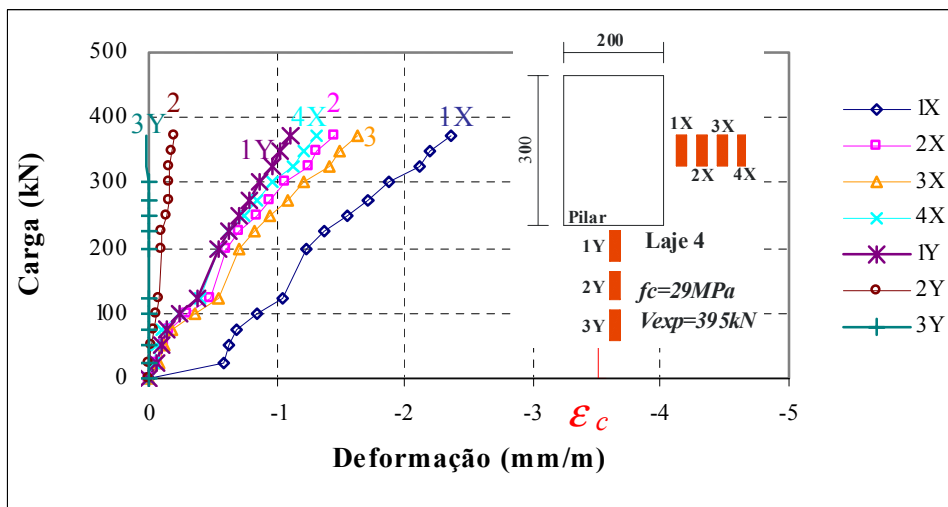


Figura 4.22 – Deformações do concreto da laje L4

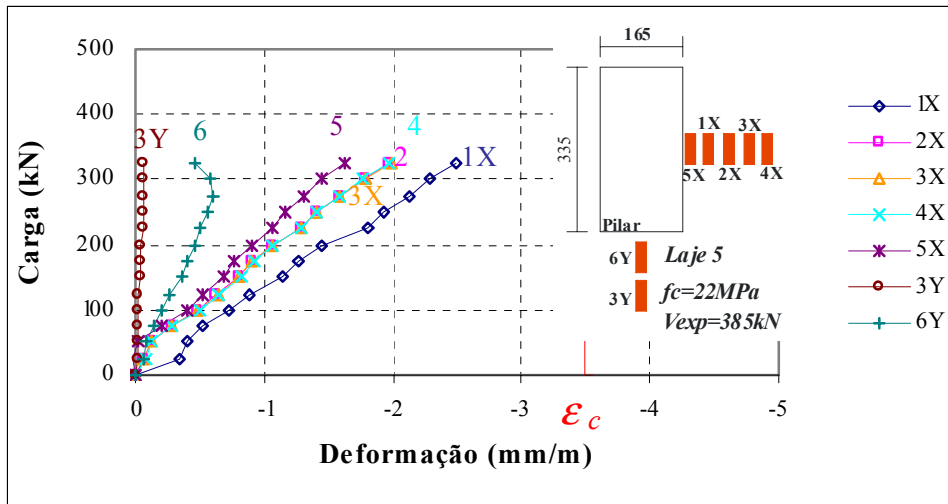


Figura 4.23 – Deformações do concreto da laje L5

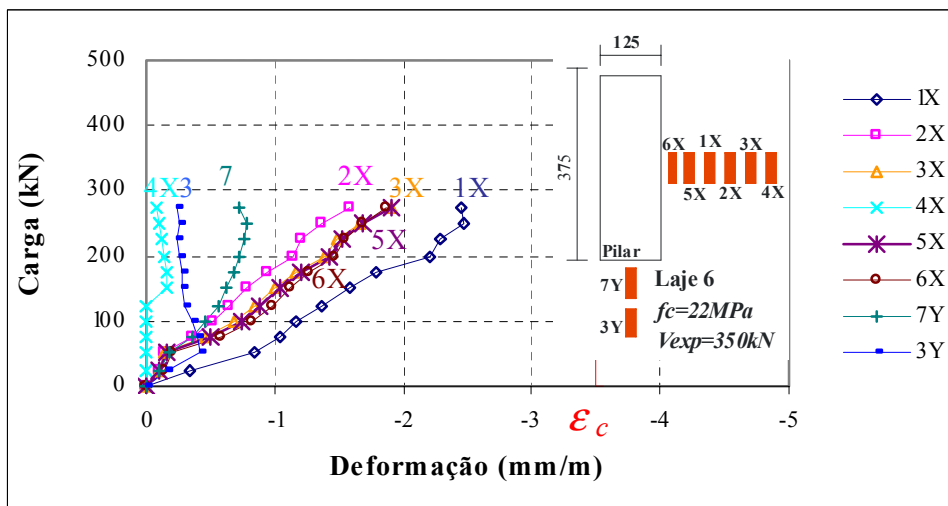


Figura 4.24 – Deformações do concreto da laje L6

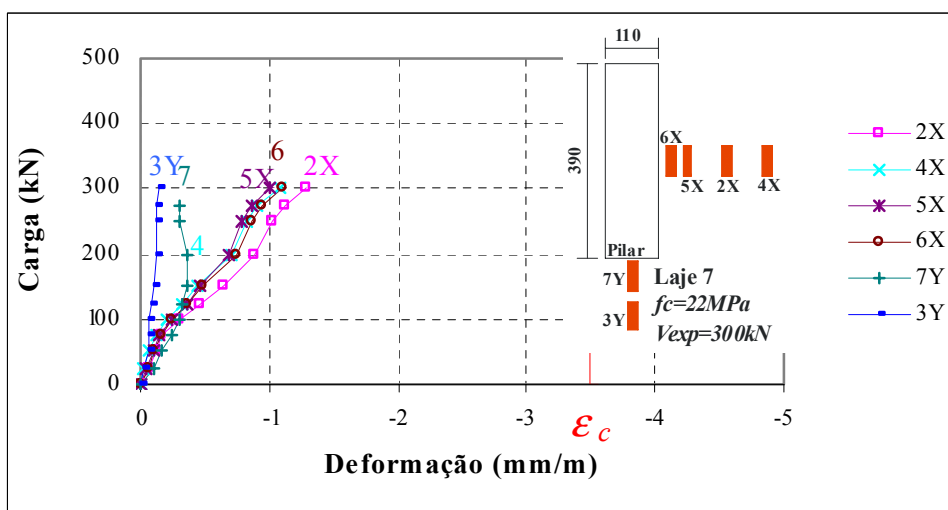


Figura 4.25 – Deformações do concreto da laje L7

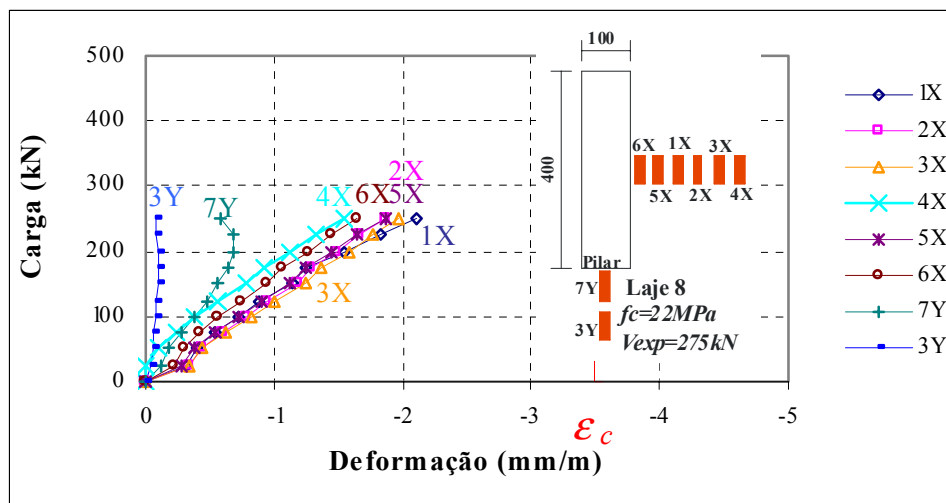


Figura 4.26 – Deformações do concreto da laje L8

## 4.6 FISSURAS

As fissuras surgiram na superfície superior da laje e se desenvolveram de forma semelhante em todas as lajes. As fissuras radiais foram as primeiras a surgirem, em todas as lajes, ao redor do pilar e se propagaram em direção às bordas da laje com o aumento do carregamento. Estas fissuras apareceram com uma carga de 100 kN nas lajes, estando entre 25% e 33% da carga de ruptura, exceto na laje L8, cujas fissuras surgiram sob uma carga de 75 kN, correspondendo a 27% da carga de ruptura.

As fissuras circunferenciais surgiram no carregamento de 100 kN, correspondendo ao intervalo entre 26% e 36% da carga de ruptura, exceto nas lajes L2, L3 e L4, que surgiram na carga de 125 kN, em torno de 32% da carga de ruptura, sendo que estas fissuras ligam-se nas fissuras radiais existentes e circundam o pilar. A Tabela 4.5 apresenta as cargas correspondentes ao surgimento das fissuras radiais e circunferenciais, as deformações das barras da armadura de flexão em relação ao aparecimento das primeiras fissuras e as relações destas fissuras com as cargas de ruptura. Os pontos 1X e Y estão localizados no centro da laje.

As Figuras 4.27 a 4.34 mostram fotografias das lajes fissuradas após a ruptura. As fissuras em azul são as fissuras radiais e as vermelhas as circunferenciais. Observa-se um maior número de fissuras de flexão e de cisalhamento nas lajes que apresentaram os pilares de maior dimensão, lajes L6 a L8. As fissuras radiais ( $V_{f(flexão)}$ ) estão relacionadas com as deformações tangenciais ( $\epsilon_t$ ), e as fissuras tangenciais ( $V_{f(cisalh)}$ ), com as

deformações radiais ( $\epsilon_r$ ). Nesta pesquisa foram medidas apenas deformações radiais, sendo  $\epsilon_x$  na direção x, e  $\epsilon_y$ , na direção y. A maior deformação, foi atingida, sob a carga correspondente a primeira fissura da laje L8, que possui o maior índice de retangularidade.

**Tabela 4.5 – Cargas de fissuração visual das lajes**

Laje	$V_{rup}$ (kN)	$V_{f(flexão)}$ (kN)	$V_{f(flexão)}/V_{rup}$	$V_{f(cisalh)}$ (kN)	$V_{f(cisalh)}/V_{rup}$	$\epsilon_x$ (mm/m)	Ponto	$\epsilon_y$ (mm/m)	Ponto
L1	375	100	0,27	100	0,27	0,82	1X	0,08	1Y
L2	390	100	0,26	125	0,32	0,23	1X	0,69	1Y
L3	375	100	0,27	125	0,33	0,15	1X	0,41	1Y
L4	395	100	0,25	125	0,32	0,59	1X	1,08	1Y
L5	385	100	0,26	100	0,26	0,27	1X	0,16	1Y
L6	350	100	0,29	100	0,29	0,87	1X	0,42	1Y
L7	300	100	0,33	100	0,33	0,34	1X	0,28	1Y
L8	275	75	0,27	100	0,36	0,98	1X	0,70	1Y

$V_{f(flexão)}$  - Carga correspondente ao surgimento da primeira fissura de flexão (visual)

$V_{f(cisalh)}$  - Carga correspondente ao surgimento da primeira fissura de cisalhamento (visual)



**Figura 4.27 – Fissuração da laje L1**

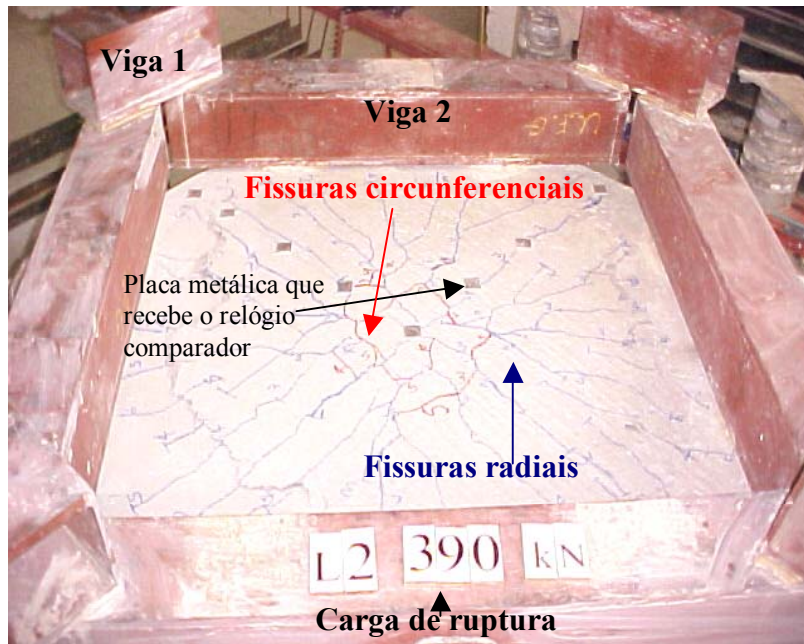


Figura 4.28 – Fissuração da laje L2

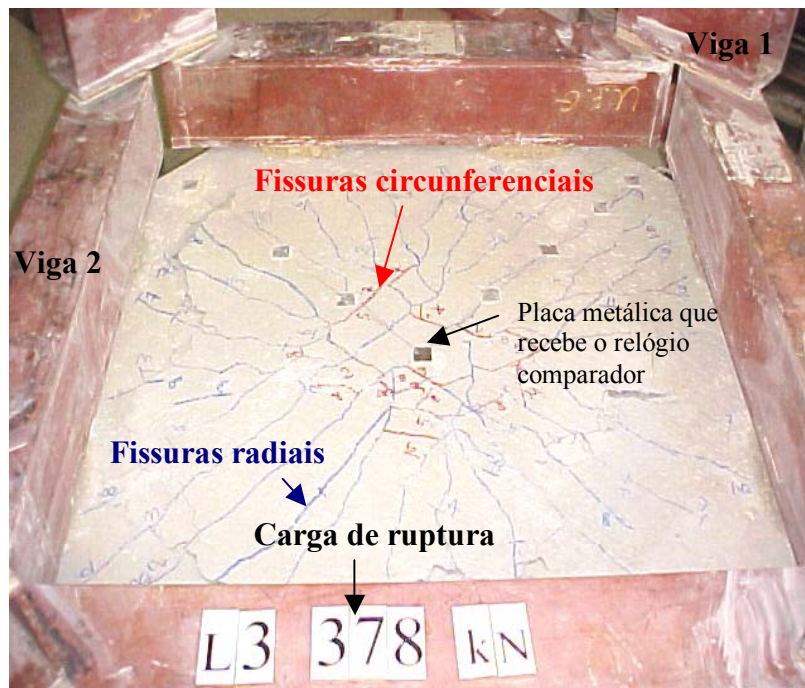


Figura 4.29 – Fissuração da laje L3

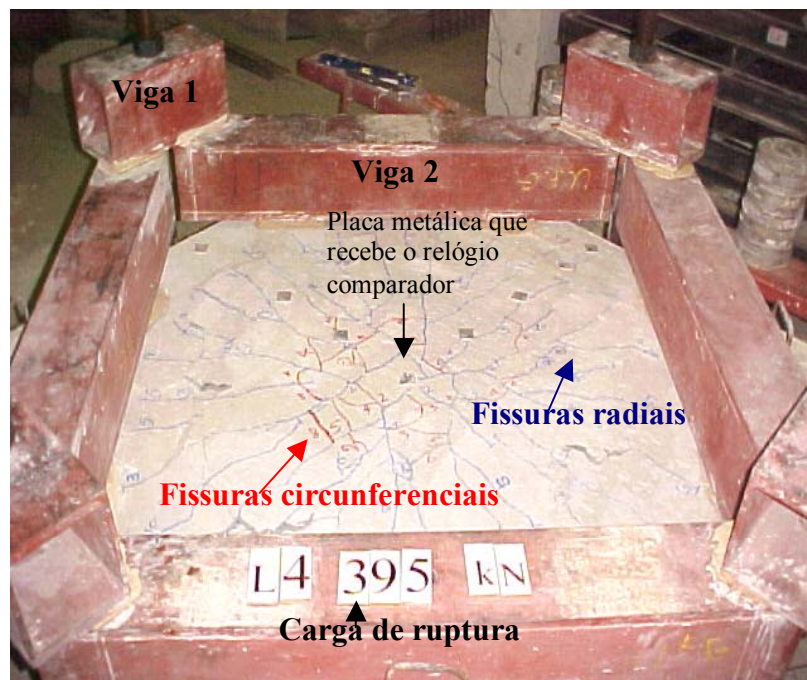


Figura 4.30 – Fissuração da laje L4

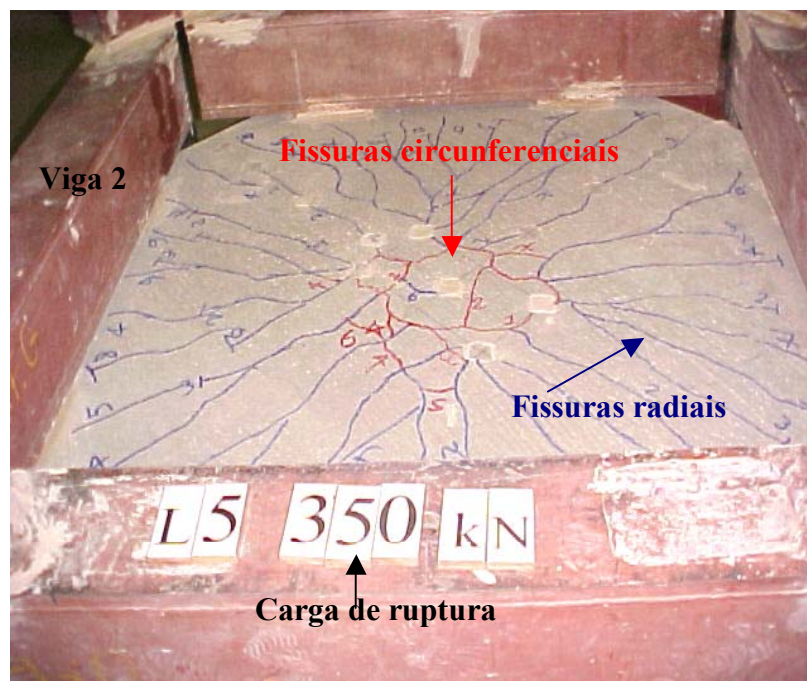


Figura 4.31 – Fissuração da laje L5

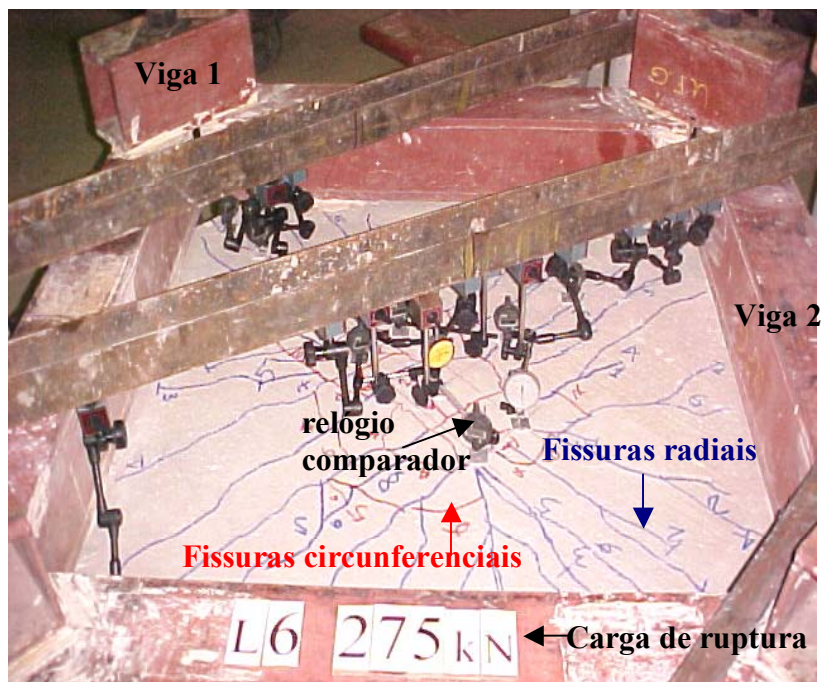


Figura 4.32 – Fissuração da laje L6

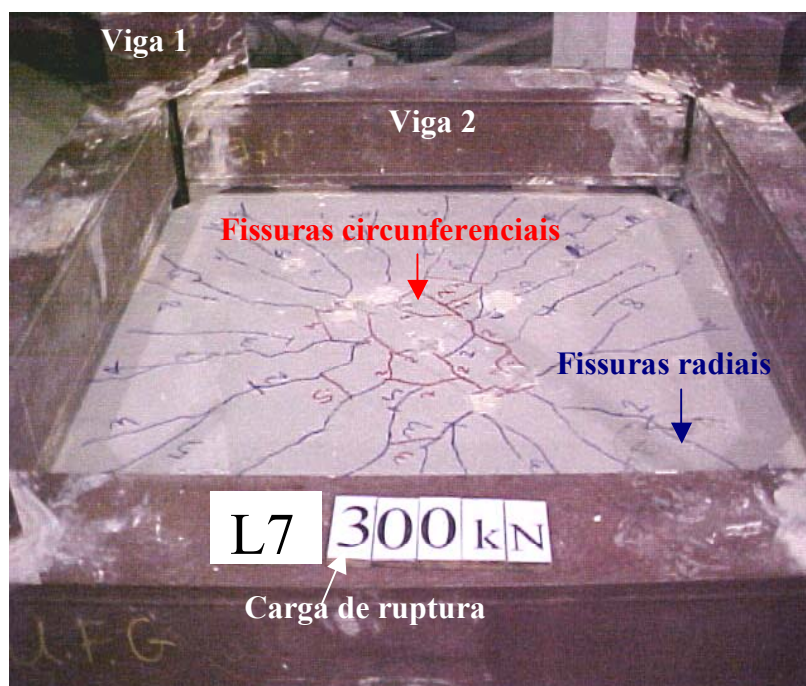


Figura 4.33 – Fissuração da laje L7

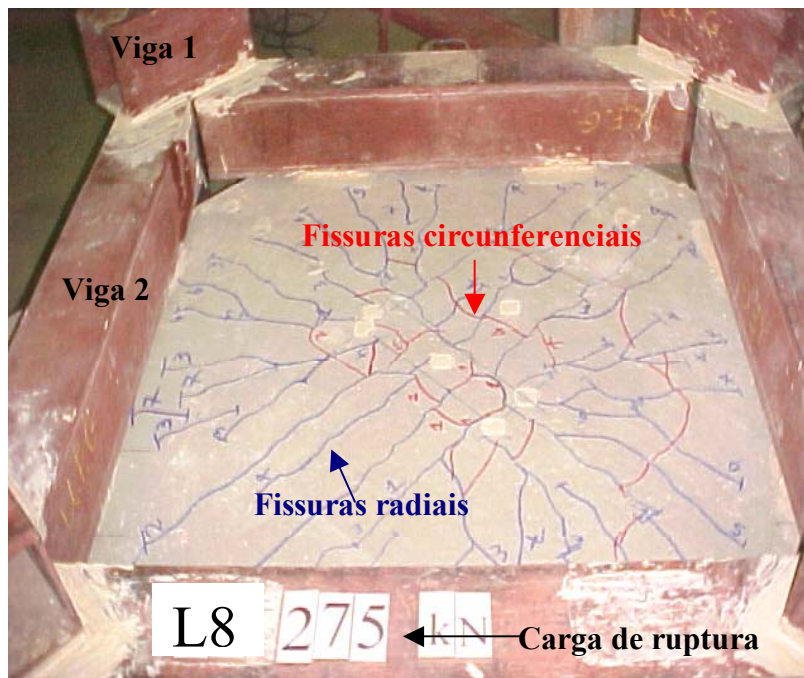


Figura 4.34 – Fissuração da laje L8

#### 4.7 CARGA E MODO DE RUPTURA

As lajes foram ensaiadas em intervalos de carregamento até que se atingisse a ruptura. A carga adotada no momento da ruptura das lajes foi o valor máximo atingido na leitora da célula de carga. A altura efetiva ( $d$ ) foi obtida através da subtração da altura total de 130 mm pelo cobrimento e armadura, que foi obtido através de medições feitas em pedaços de concreto extraídos em várias partes na face superior da laje, ao longo da superfície de ruptura, com uma tolerância de  $\pm 2$ mm.

As cargas últimas de flexão foram calculadas utilizando a teoria das linhas de ruptura, considerando as configurações das fissuras observadas durante os ensaios. Estas configurações foram desenvolvidas para pilares retangulares, baseando-se nas expressões apresentadas por alguns autores (HALLGREN (1996) e MOKHTAR *et al.* (1985)). As configurações destas linhas de ruptura e os cálculos das cargas estimadas são apresentados no ANEXO E.

Os momentos resistentes por unidade de comprimento foram determinados pela expressão constante no CEB-FIP MC90 (1991), utilizando o diagrama simplificado de tensões em uma seção qualquer de concreto submetida à flexão.

As lajes L4 e L5 apresentaram os maiores valores para a relação  $V_{rup}/V_{flex}$ . A Tabela 4.6 apresenta um resumo das principais características das lajes e suas respectivas cargas de ruptura. Os valores para a relação  $V_{rup}/V_{flex}$  variaram entre 0,55 e 0,81. As superfícies de ruptura das lajes iniciaram na face do pilar, nas duas direções x e y. A figura 4.35 apresenta fotografias da vista inferior da ruptura das lajes L1, ( $c_{máx}/c_{mín} = 1$ ) e L8 ( $c_{máx}/c_{mín} = 4$ ).

Quando o pico de carga foi atingido, que correspondeu ao momento em que as lajes romperam, atingindo a resistência última, a resistência diminuiu rapidamente. Aplicou-se carga adicional para a melhor visualização das fissuras no bordo superior, permitindo que a laje se deformasse e as fissuras se abrissem, obtendo uma melhor visualização das fissuras formadas na superfície superior da laje. Com o aumento da relação  $c_{máx}/c_{mín}$ , as fissuras visíveis apresentaram formas diferentes das circulares observada no pilar de seção transversal quadrada.

**Tabela 4.6 – Cargas de ruptura das lajes**

Laje	Pilar (mm)		$c_{máx}/c_{mín}$	$d$ (±2mm)	$f_c$ (MPa)	$V_{exp}$ (kN)	Tipo de ruptura	$V_{flex}$ (kN)	$V_{exp}/V_{flex}$
	$c_{mín}$	$c_{máx}$							
L1	250	250	1,00	94	29	375	Punção	520	0,72
L2	230	270	1,17	93	29	390		513	0,76
L3	215	285	1,33	94	29	375		520	0,72
L4	200	300	1,50	90	29	395		494	0,80
L5	165	335	2,03	94	22	385		476	0,81
L6	125	375	3,00	91	22	350		477	0,73
L7	110	390	3,55	91	22	300		477	0,63
L8	100	400	4,00	94	22	275		497	0,55

$V_{flex}$  - Carga de ruptura por flexão estimada segundo a teoria das linhas de ruptura (ANEXO E).



**Figura 4.35 – Fotografias das lajes L1 e L7 ensaiadas após a ruptura – vista inferior**

A laje L1 foi considerada como laje de referência para analisar a influência da geometria do pilar na resistência. As lajes apresentaram alturas úteis e resistência do concreto diferenciadas. Para a comparação entre as cargas de ruptura foi feita uma normalização da altura útil e da resistência do concreto em relação à laje de referência, conforme apresenta a Tabela 4.7.

**Tabela 4.7 – Influência da variação dos lados do pilar**

Laje	$c_{m\acute{a}x}/c_{m\acute{i}n}$	$d$ (mm)	$u_0$ (mm)	$f_c$ (MPa)	$V_{exp}$ (kN)	$K$	$K.V_{exp}$ (kN)	$\frac{K.V_{exp}}{K.V_{exp}(L1)}$
L1*	1,00	94	1000	29	375	1,00	375	1,00
L2	1,17	93	1000	29	390	1,01	394	1,05
L3	1,33	94	1000	29	375	1,00	375	1,00
L4	1,50	90	1000	29	395	1,04	413	1,10
L5	2,03	94	1000	22	385	1,00	385	1,03
L6	3,00	91	1000	22	350	1,03	362	0,96
L7	3,56	91	1000	22	300	1,03	310	0,83
L8	4,00	94	1000	22	275	1,00	275	0,73

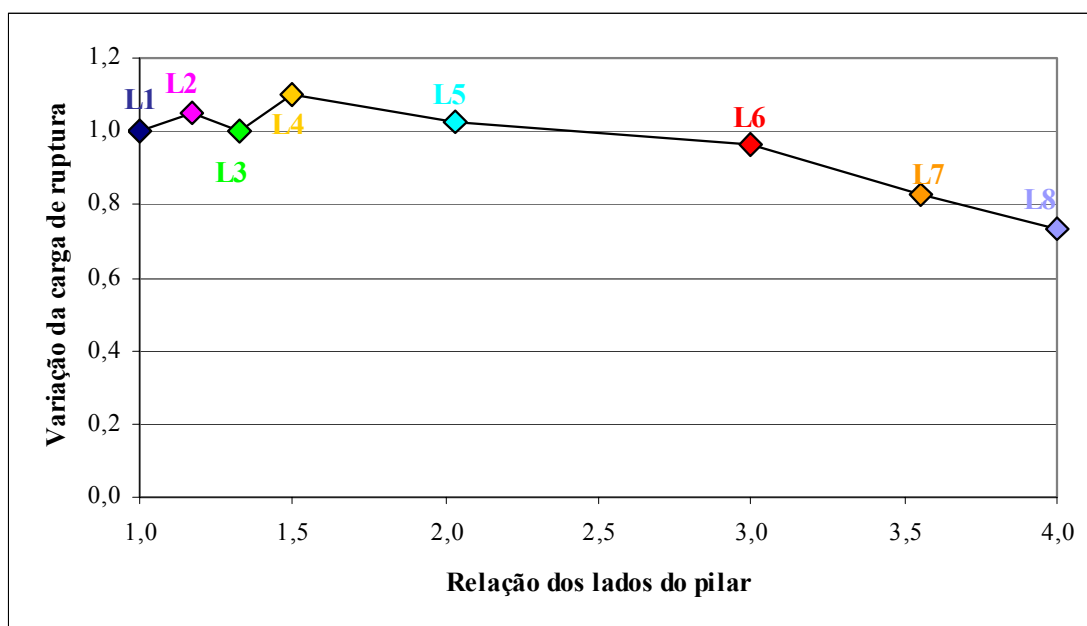
\* Laje de referência

$u_0$  - perímetro do pilar

$K = d_{ref}/d = 94/d$

$\Delta (K.V_{rup})$  - Variação da carga de ruptura em relação à laje de referência L1

Verifica-se que à medida que o índice de retangularidade aumenta, há um decréscimo na carga de ruptura, chegando a 27% para a laje L8 ( $c_{máx}/c_{mín}=4$ ). A Figura 4.36 apresenta curvas que relacionam a variação da carga de ruptura com a variação dos lados do pilar ( $c_{máx}/c_{mín}$ ). Observa-se que as lajes L1 a L5 tiveram pequenas variações de cargas de ruptura (próximas de 10%), e à medida que o índice de retangularidade aumenta, a partir de 3, há um aumento nesta variação, como ocorreu para as lajes L6, L7 e L8.



**Figura 4.36– Influência da variação dos lados do pilar na carga de ruptura**

## Capítulo 5

### 5 ANÁLISE DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS COM OS ESTIMADOS PELAS NORMAS E POR PESQUISADORES

#### 5.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo são apresentadas as comparações dos resultados experimentais com os resultados obtidos da literatura e pelas normas de projeto do ACI-318 (2002), CEB-FIP MC90 (1991), EUROCODE 2 (2001), NBR 6118:2003 e métodos de cálculo propostos por Hawkins et al. (1971), Oliveira (2003) e Borges (2004).

#### 5.2 RESISTÊNCIA AO PUNÇONAMENTO

##### 5.2.1 ACI 318 (2002)

A Tabela 5.1 apresenta as principais características dos modelos ensaiados e uma comparação entre as cargas de ruptura e as estimativas de acordo com o ACI 318 (2002). Observa-se uma variação das cargas de ruptura em relação às estimadas entre 62% e 115%. O ACI 318(2002) forneceu resultados mais conservadores com o aumento da relação  $c_{máx}/c_{mín}$ .

**Tabela 5.1 – Comparação entre a carga de ruptura experimental e a estimada pelo ACI-318 (2002)**

Laje	$c_{mín}$ (mm)	$c_{máx}$ (mm)	$c_{máx}/c_{mín}$	$d$ (mm)	$f_c$ (MPa)	$V_{exp}$ (kN)	$V_{cal}$ (kN)	$V_{exp}/V_{cal}$
L1	250	250	1,00	94	29	375	232	1,62
L2	230	270	1,17	93	29	390	229	1,70
L3	215	285	1,33	94	29	375	232	1,62
L4	200	300	1,50	90	29	395	220	1,80
L5	165	335	2,03	94	22	385	202	1,90
L6	125	375	3,00	91	22	350	163	2,15
L7	110	390	3,55	91	22	300	153	1,96
L8	100	400	4,00	94	22	275	153	1,80

### 5.2.2 CEB-FIP MC90 (1991)

São apresentadas na Tabela 5.2 as relações entre as cargas de ruptura das lajes ensaiadas e as cargas estimadas pelo CEB-FIP MC90 (1991). Observa-se uma redução de 4% na carga de ruptura para a laje L8, que possui o maior índice de retangularidade ( $c_{m\acute{a}x}/c_{m\acute{i}n} = 4$ ). Nota-se também que para as lajes L1 a L5, com índice de retangularidade variando entre 1 e 2,03, a variação das cargas de ruptura em relação às estimadas ficou entre 21% e 34%. Com o aumento no índice de retangularidade, a relação  $V_{exp}/V_{cal}$  entre as lajes L6, L7 e L8 foram iguais a 1,26, 1,08 e 0,96, respectivamente.

**Tabela 5.2 - Comparação entre a carga de ruptura e a estimada pelo CEB-FIP MC90 (1991)**

Laje	$c_{m\acute{i}n}$ (mm)	$c_{m\acute{a}x}$ (mm)	$c_{m\acute{a}x}/c_{m\acute{i}n}$	$d$ (mm)	$f_c$ (MPa)	$V_{exp}$ (kN)	$V_{cal}$ (kN)	$V_{exp}/V_{cal}$
L1	250	250	1,00	94	29	375	311	1,21
L2	230	270	1,17	93	29	390	308	1,27
L3	215	285	1,33	94	29	375	311	1,21
L4	200	300	1,50	90	29	395	299	1,32
L5	165	335	2,03	94	22	385	288	1,34
L6	125	375	3,00	91	22	350	277	1,26
L7	110	390	3,55	91	22	300	277	1,08
L8	100	400	4,00	94	22	275	285	0,96

### 5.2.3 EUROCODE 2 (2001)

A Tabela 5.3 apresenta uma comparação da carga de ruptura com a estimada pelo EUROCODE 2 (2001). Observa-se que as cargas de ruptura experimentais foram superiores às estimadas em até 73% e, à medida que o índice de retangularidade aumenta, a partir da laje L5, com  $c_{m\acute{a}x}/c_{m\acute{i}n} > 2$ , ocorre uma redução na relação  $V_{exp}/V_{cal}$ .

**Tabela 5.3 - Comparação entre a carga de ruptura e a estimada pelo EC2 (2001)**

Laje	$c_{min}$ (mm)	$c_{max}$ (mm)	$c_{max}/c_{min}$	$d$ (mm)	$f_c$ (MPa)	$V_{exp}$ (kN)	$V_{cal}$ (kN)	$V_{exp}/V_{cal}$
L1	250	250	1,00	94	29	375	253	1,48
L2	230	270	1,17	93	29	390	250	1,56
L3	215	285	1,33	94	29	375	253	1,48
L4	200	300	1,50	90	29	395	240	1,65
L5	165	335	2,03	94	22	385	234	1,64
L6	125	375	3,00	91	22	350	223	1,57
L7	110	390	3,55	91	22	300	223	1,35
L8	100	400	4,00	94	22	275	232	1,19

#### 5.2.4 NBR-6118 (2003)

A Tabela 5.4 apresenta uma comparação entre as cargas de ruptura e as estimativas de acordo com a NBR 6118:2003. Observa-se uma redução de 5% na carga de ruptura para a laje L8, e a relação das cargas de ruptura com as estimadas, para as lajes L1 a L4, variou entre 19% e 31%. Nota-se que à medida que o índice de retangularidade aumenta, há um decréscimo na relação  $V_{exp}/V_{cal}$  entre 7% e 32%, entre as lajes L5, L6, L7 e L8, como observado no método de cálculo CEB MC90(1991).

**Tabela 5.4 - Comparação entre a carga de ruptura e a estimada pela NBR-6118 (2003)**

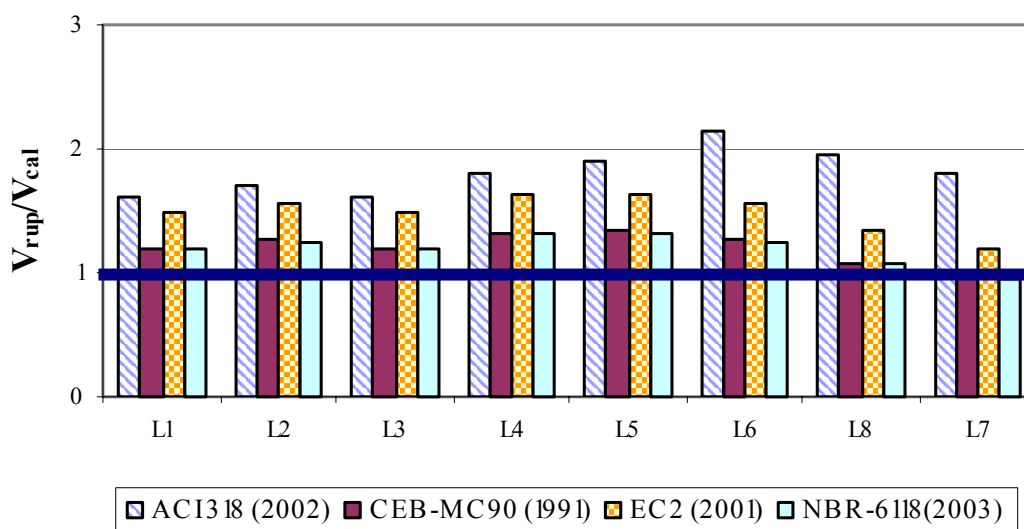
Laje	$c_{min}$ (mm)	$c_{max}$ (mm)	$c_{max}/c_{min}$	$d$ (mm)	$f_c$ (MPa)	$V_{exp}$ (kN)	$V_{cal}$ (kN)	$V_{exp}/V_{cal}$
L1	250	250	1,00	94	29	375	314	1,19
L2	230	270	1,17	93	29	390	311	1,25
L3	215	285	1,33	94	29	375	314	1,19
L4	200	300	1,50	90	29	395	302	1,31
L5	165	335	2,03	94	22	385	291	1,32
L6	125	375	3,00	91	22	350	280	1,25
L7	110	390	3,55	91	22	300	280	1,07
L8	100	400	4,00	94	22	275	288	0,95

## 5.2.5 COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS COM OS ESTIMADOS PELAS NORMAS

A Tabela 5.5 e a Figura 5.1 apresentam um resumo das comparações entre as cargas de ruptura experimentais e as estimadas pelas normas e códigos.

**Tabela 5.5 – Resumo da relação  $V_{exp}/V_{cal}$  das lajes ensaiadas (normas e códigos)**

Laje	$c_{mín}$ (mm)	$c_{máx}$ (mm)	$V_{exp}$ (kN)	$V_{exp}/V_{ACI}$	$V_{exp}/V_{CEB}$	$V_{exp}/V_{EC2}$	$V_{exp}/V_{NBR}$
L1	250	250	375	1,62	1,21	1,48	1,19
L2	230	270	390	1,70	1,27	1,56	1,25
L3	215	285	375	1,62	1,21	1,48	1,19
L4	200	300	395	1,80	1,32	1,65	1,31
L5	165	335	385	1,90	1,34	1,64	1,32
L6	125	375	350	2,15	1,26	1,57	1,25
L7	110	390	300	1,96	1,08	1,35	1,07
L8	100	400	275	1,80	0,96	1,19	0,95
Média				1,82	1,21	1,49	1,19
Desvio Padrão				0,17	0,12	0,15	0,12
Coefficiente de Variação (%)				9,37	9,75	9,86	9,75



**Figura 5.1 – Gráfico da relação entre as cargas de ruptura e as cargas estimadas**

Os resultados mostram que a estimativa do ACI 318 (2002) forneceu os resultados mais conservadores, com uma média de 1,82 para  $V_{exp}/V_{cac}$ , obtendo também o maior valor para o desvio padrão, igual a 0,17. O Eurocode 2 (2001) apresentou o maior coeficiente de variação, sendo 9,86%. O CEB MC90 e a NBR 6118:2003 apresentaram praticamente o mesmo resultado para a média e os menores valores para o desvio padrão, e tiveram o coeficiente de variação igual a 9,75%.

## 5.2.6 COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS COM OS ESTIMADOS POR PESQUISADORES

A Tabela 5.6 apresenta uma comparação dos resultados experimentais com os métodos propostos por pesquisadores para as lajes da presente pesquisa. As melhores estimativas foram obtidas pela proposta de Oliveira (2003) e Borges (2004) para a expressão do CEB/91, obtendo-se os menores valores para o desvio padrão e o coeficiente de variação.

**Tabela 5.6 – Resumo da relação  $V_{rup}/V_{cal}$  das lajes ensaiadas na presente pesquisa**

Laje	$c_{m\acute{a}x}/c_{m\acute{i}n}$	$V_{exp}$ (kN)	$V_{exp}/V_{prop\_Hawkins}$	$V_{exp}/V_{prop\_ACI}$ (Borges)	$V_{exp}/V_{prop\_CEB}$ (Borges)	$V_{exp}/V_{prop\_CEB}$ (Oliveira)
L1	1,00	375	1,17	1,28	1,22	1,22
L2	1,17	390	1,34	1,37	1,28	1,28
L3	1,33	375	1,35	1,31	1,22	1,22
L4	1,50	395	1,59	1,48	1,33	1,33
L5	2,03	385	1,97	1,65	1,34	1,34
L6	3,00	350	2,03	1,53	1,26	1,27
L7	3,55	300	1,65	1,16	0,96	0,97
L8	4,00	275	1,82	1,32	1,08	1,08
Média			1,62	1,39	1,21	1,21
Desvio Padrão			0,31	0,16	0,13	0,13
Coeficiente de Variação (%)			19,38	11,31	10,71	10,57

A proposta de Hawkins et al. (1971) apresentou-se como o método mais conservador, fornecendo os maiores valores de desvio padrão e coeficiente de variação, apresentando um valor médio para  $V_{exp}/V_{cal}$  de 1,62. A proposta de Oliveira (2003) e Borges (2004) para o método do CEB MC90 apresentou o desvio padrão igual à 0,13, a

proposta de BORGES (2004) possuiu maior coeficiente de variação em relação à proposta de OLIVEIRA (2003), iguais a 10,71 e 10,57, respectivamente. Na proposta de Borges (2004) para o método do ACI/02 a variação das cargas de ruptura em relação às estimadas ficou entre 16% e 65%.

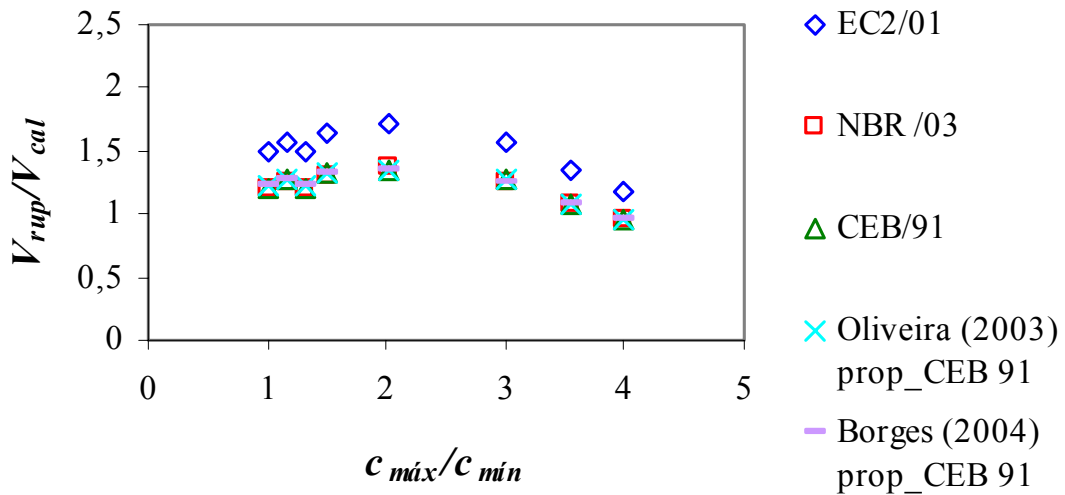


Figura 5.2 – Estimativas das normas de projeto (EC2/01, NBR/03 e CEB/91) e de pesquisadores (OLIVEIRA/03 e BORGES/04) para as lajes da presente pesquisa

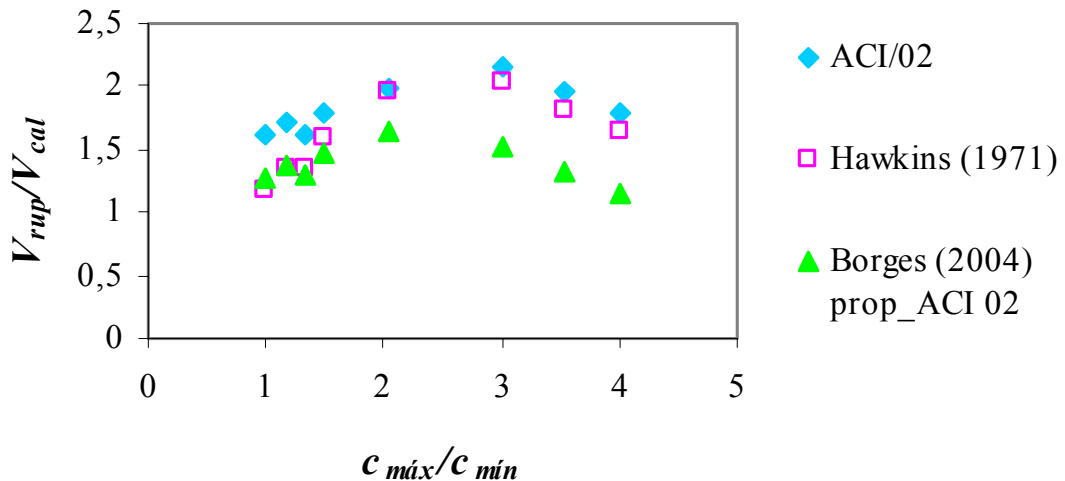


Figura 5.3 – Estimativas das normas de projeto (ACI/02) e de pesquisadores (HAWKINS et al./71 e BORGES/04) para as lajes da presente pesquisa

### 5.2.7 LAJES DA PRESENTE PESQUISA E DA LITERATURA

A Tabela 5.7 apresenta uma comparação entre os resultados experimentais com as estimativas de projeto e de pesquisadores, para as lajes da presente pesquisa e da

literatura, fornece os valores médios para a relação  $V_{exp}/V_{cal}$ , desvio padrão e coeficiente de variação. Todas estas lajes foram solicitadas nas duas direções simultaneamente, ou seja, carregadas nos quatro bordos.

O ACI/02 apresentou-se como a norma de projeto mais conservadora, com um valor médio para a relação  $V_{exp}/V_{cal}$  de 1,47. O método de Hawkins et al. (1971) apresentou os maiores valores para o desvio padrão e para o coeficiente de variação. O EC2/01 apresentou-se conservador, com uma média de 1,20, desvio padrão de 0,27 e coeficiente de variação de 22,19%. A NBR/03 obtiveram os resultados mais próximos dos experimentais, apresentando um valor médio de 1,01, e desvio padrão iguais a 0,20.

O CEB/91, a proposta de Borges (2004) e Oliveira (2003) para o método do CEB/91 apresentou uma estimativa média iguais a 1,02. Estas propostas obtiveram o desvio padrão iguais ao fornecido pelo método do CEB/91, iguais a 0,20, respectivamente.

**Tabela 5.7 – Comparação dos resultados experimentais com os estimados**

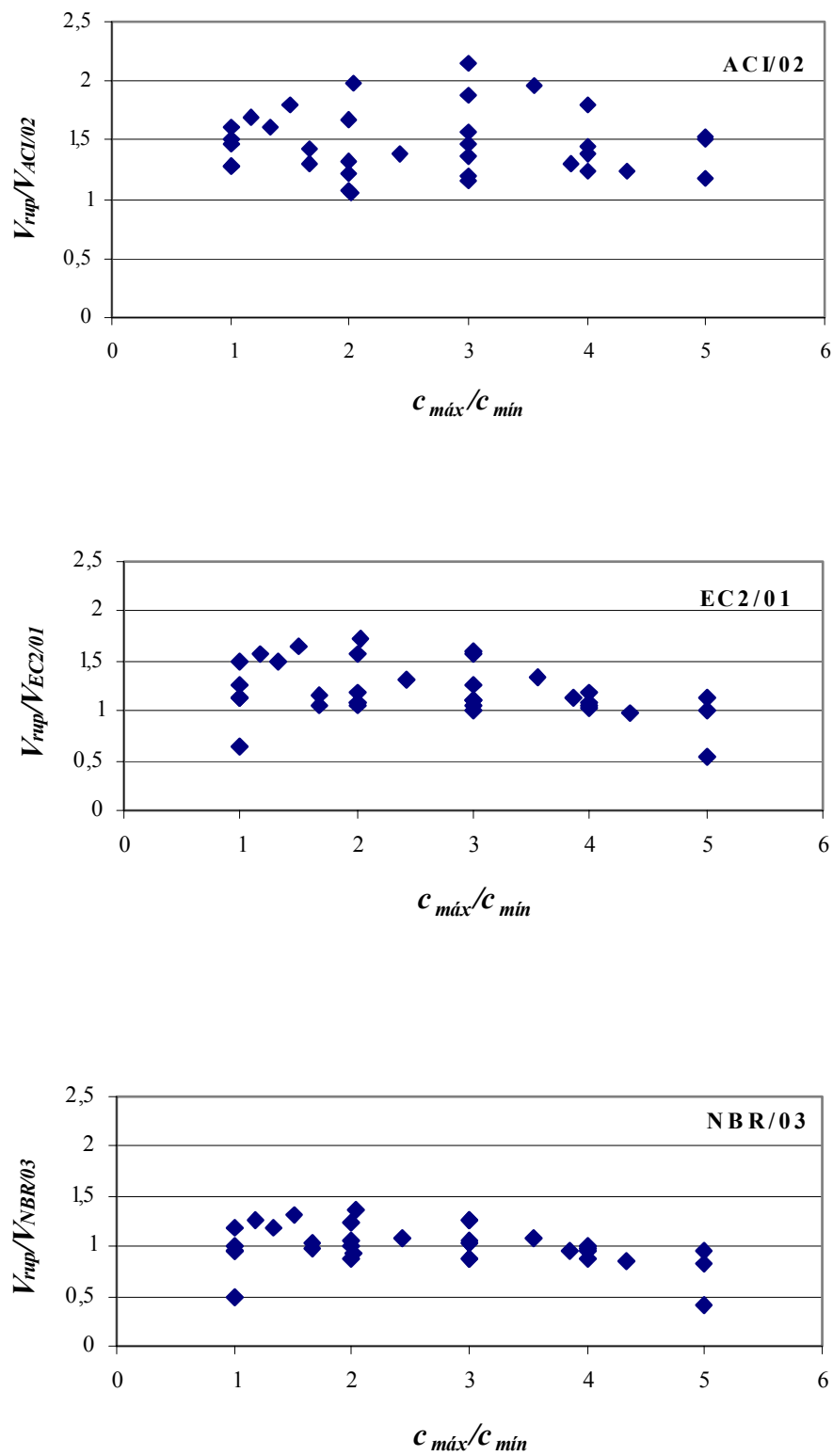
Autor	Laje	$c_{m\acute{a}x}/c_{m\acute{i}n}$	$V_{exp}/V_{cal}$							
			ACI/02	Hawkins et al. (1971)	Borges (2004) prop ACI	CEB/91	Oliveira (2003) prop CEB	Borges (2004) prop CEB	EC2/01	NBR/03
Presente pesquisa	L1	1,00	1,62	1,17	1,28	1,21	1,22	1,22	1,48	1,19
	L2	1,17	1,70	1,34	1,37	1,27	1,28	1,28	1,56	1,25
	L3	1,33	1,62	1,35	1,31	1,21	1,22	1,22	1,48	1,19
	L4	1,50	1,80	1,59	1,48	1,32	1,33	1,33	1,65	1,31
	L5	2,03	1,98	1,97	1,65	1,34	1,34	1,34	1,73	1,38
	L6	3,00	2,15	2,03	1,53	1,26	1,27	1,26	1,57	1,25
	L7	3,55	1,80	1,65	1,16	0,96	0,97	0,96	1,19	0,95
	L8	4,00	1,96	1,82	1,32	1,08	1,08	1,08	1,35	1,07
Forsell e Holmberg (1946)	11	3,86	1,30	1,20	0,87	0,96	0,96	0,95	1,12	0,95
	12	2,43	1,38	1,34	1,03	1,11	1,11	1,11	1,31	1,09

**Tabela 5.7 (Cont.) – Comparação dos resultados experimentais com os estimados**

Autor	Laje	$c_{m\acute{a}x}/c_{m\acute{i}n}$	$V_{exp}/V_{cal}$
-------	------	-----------------------------------	-------------------

		ACI/02	Hawkins et al. (1971)	Borges (2004) prop ACI	CEB/91	Oliveira (2003) prop CEB	Borges (2004) prop CEB	EC2/01	NBR/03	
Hawkins et al. (1971)	7	3,01	1,16	1,09	0,81	0,87	0,88	0,87	1,01	0,86
	8	4,34	1,25	1,13	0,78	0,85	0,85	0,85	0,97	0,84
	9	2,01	1,05	1,04	0,82	0,94	0,95	0,95	1,07	0,93
Teng et al. (1999)	OC11	1,00	1,46	1,06	1,07	0,98	0,99	1,01	1,13	0,96
	OC13	3,00	1,57	1,49	1,18	1,07	1,07	1,06	1,27	1,06
	OC15	5,00	1,51	1,36	1,05	0,96	0,94	0,92	1,15	0,95
Al- Yousif e Regan (2003)	2	5,00	1,53	1,37	0,98	0,42	0,41	0,41	0,54	0,41
	4	1,00	1,27	0,92	1,07	0,49	0,49	0,49	0,64	0,49
Silva (2003)	L1	1,00	1,51	1,09	1,10	1,01	1,03	1,05	1,26	1,00
	L2	2,00	1,67	1,66	1,37	1,26	1,27	1,27	1,57	1,25
	L3	3,00	1,88	1,78	1,39	1,28	1,28	1,27	1,59	1,27
Oliveira (2003)	L1c	1,00	1,28	0,93	0,87	0,95	0,98	1,00	1,13	0,94
	L2c	2,00	1,07	1,07	0,82	0,89	0,90	0,91	1,05	0,88
	L3c	3,00	1,20	1,13	0,82	0,88	0,89	0,89	1,05	0,87
	L4c	4,00	1,24	1,14	0,81	0,88	0,88	0,88	1,05	0,87
	L5c	5,00	1,18	1,06	0,74	0,84	0,84	0,83	0,99	0,83
Borges (2004)	L41	1,67	1,43	1,32	1,06	1,05	1,07	1,08	1,16	1,04
	L41A	1,67	1,31	1,21	0,94	0,99	1,02	1,03	1,05	0,98
	L43A	3,00	1,48	1,40	0,98	1,04	1,05	1,06	1,10	1,03
	L44	4,00	1,45	1,33	0,91	0,99	0,99	0,99	1,04	0,98
	L42	2,00	1,31	1,31	1,06	1,08	1,09	1,09	1,18	1,07
	L42A	2,00	1,22	1,21	0,95	1,02	1,03	1,04	1,07	1,01
	L45	3,00	1,37	1,30	0,97	1,04	1,04	1,04	1,11	1,03
	L46	4,00	1,39	1,27	0,92	1,02	1,01	1,01	1,07	1,01
Média		1,47	1,33	1,07	1,02	1,02	1,02	1,20	1,01	
Desvio padrão		0,27	0,28	0,24	0,20	0,20	0,20	0,27	0,20	
Coeficiente de Variação (%)		18,53	21,16	22,33	19,73	19,79	19,86	22,19	19,98	

A Figura 5.3 apresenta, graficamente, as estimativas dos códigos, normas de projeto e de pesquisadores para as lajes da literatura, incluindo as lajes da presente pesquisa, em função da relação  $c_{m\acute{a}x}/c_{m\acute{i}n}$ .



**Figura 5.3 – Estimativas das normas de projeto e pesquisadores para as lajes da presente pesquisa e da literatura**

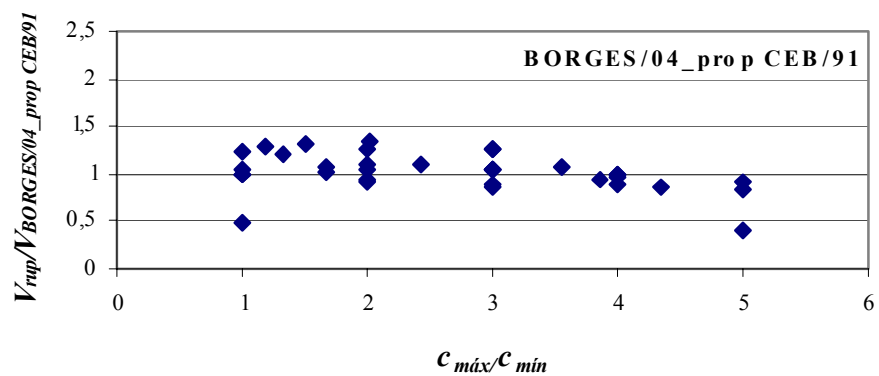
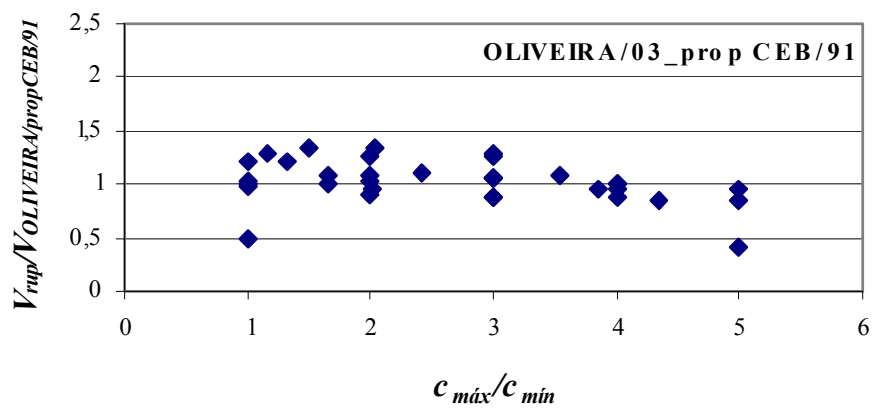
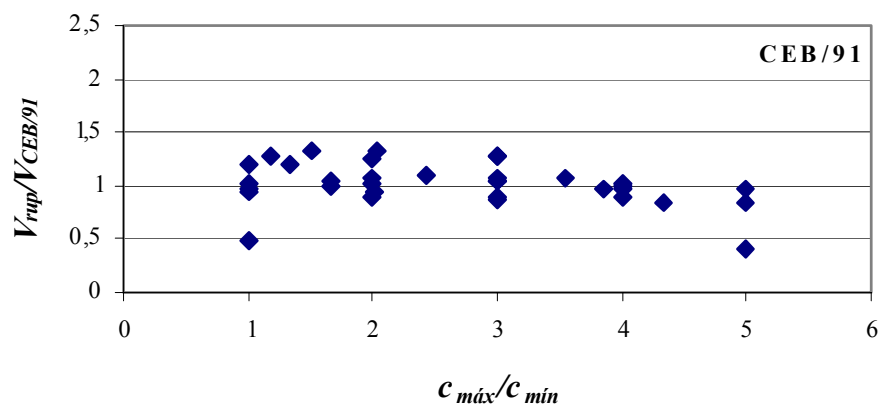


Figura 5.3 – Estimativas das normas de projeto e pesquisadores para as lajes da presente pesquisa e da literatura (continuação)

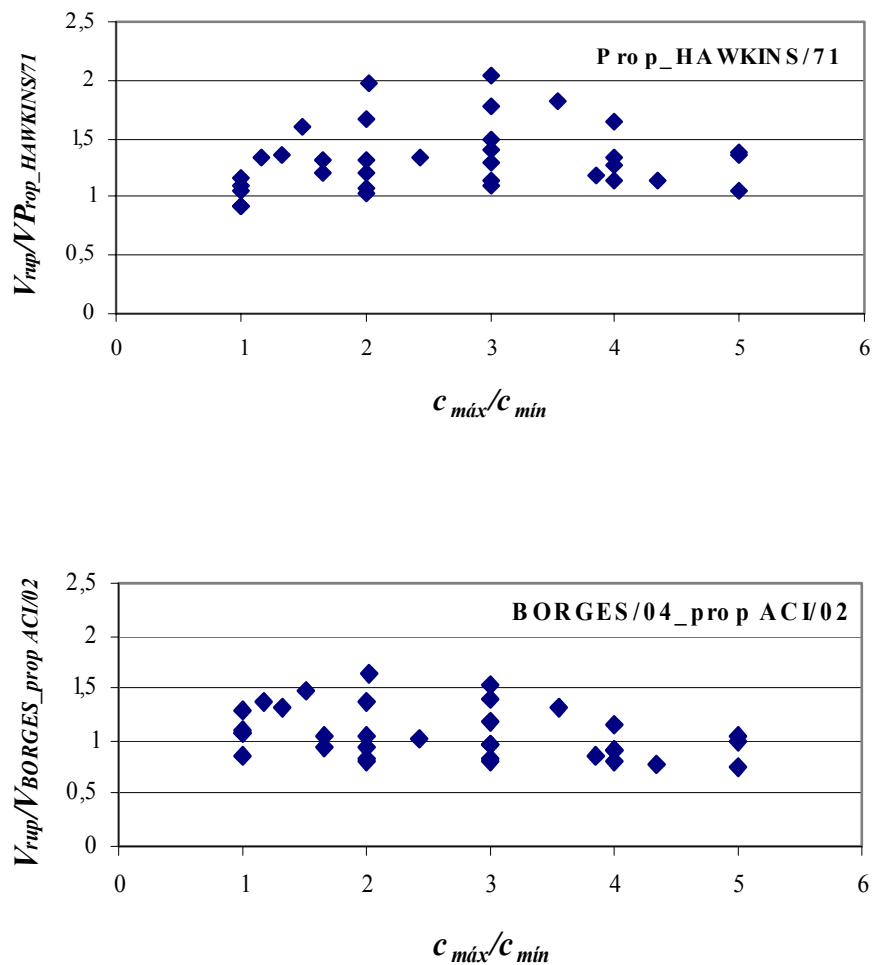


Figura 5.3 – Estimativas das normas de projeto e pesquisadores para as lajes da presente pesquisa e da literatura (continuação)

### 5.3 PROPOSTA DE CONSIDERAÇÃO DA INFLUÊNCIA DA RELAÇÃO $c_{m\acute{a}x}/c_{m\acute{i}n}$ NAS EXPRESSÕES DE CÁLCULO DO ACI-318 (2002), CEB-FIP MC90 (1991), EUROCODE 2 (2001) E NBR-6118 (2003)

#### 5.3.1 PARÂMETRO $\mu$

A distribuição das forças cortantes em torno dos pilares pode influenciar na resistência última das lajes. Levando-se em conta o fenômeno da polarização das forças

cortantes e a importância de utilizar a relação  $c_{m\acute{a}x}/c_{m\acute{i}n}$  nas análises das normas e códigos de projeto, os resultados experimentais da presente pesquisa e os resultados da literatura de lajes solicitadas nas duas direções foram utilizados para aproximar os resultados das expressões do ACI 318 (2002), CEB-FIP MC90 (1991), EUROCODE 2 (2001) e da NBR-6118 (2003) aos resultados reais.

Para obter uma função real que passe mais próximo dos pontos (x,y), que são os resultados experimentais das lajes da presente pesquisa e da literatura, sendo x, os valores de  $c_{m\acute{a}x}/c_{m\acute{i}n}$ , e y, os valores para  $V_{exp}/V_{cal}$ , para um total de 53 lajes, utilizou-se o método dos mínimos quadrados.

**Tabela 5.8 – Método dos mínimos quadrados**

<i>Norma / Código de Projeto</i>	<i>y</i>
ACI 318 (2002)	$-0,0076(c_{m\acute{a}x}/c_{m\acute{i}n}) + 1,4935$
CEB-FIP MC90 (1991)	$-0,0553(c_{m\acute{a}x}/c_{m\acute{i}n}) + 1,1632$
EURODODE 2 (2001)	$-0,0747(c_{m\acute{a}x}/c_{m\acute{i}n}) + 1,3957$
NBR 6118:2003	$-0,0554(c_{m\acute{a}x}/c_{m\acute{i}n}) + 1,1538$

A Tabela 5.9 mostra os valores obtidos através das expressões do método dos mínimos quadrados, para índices de retangularidade entre 1 e 5. O parâmetro  $\mu$  deve ser incorporado diretamente na expressão para o cálculo da resistência ao puncionamento das normas e códigos indicados na Tabela 5.8,  $V_{cal,ef} = \mu V_{cal}$ , sendo  $c_{min}$  e  $c_{m\acute{a}x}$ , a menor e maior dimensão do pilar.

O parâmetro  $\mu$  para a norma do ACI/02, CEB/91 e NBR/03, foram iguais a 1,47, 0,96 e 0,95, respectivamente, para índices de retangularidade entre 1 e 5. Para índices entre 1 e 3, propõe-se para o EC2/01 o parâmetro  $\mu$  igual a 1,21, e para índices acima de 3 até 5, considera  $\mu$  igual a 1,02 conforme apresenta a Tabela 5.10.

**Tabela 5.9 – Valores obtidos das expressões do método dos mínimos quadrados**

$c_{m\acute{a}x}/c_{m\acute{i}n}$	Prop_ACI/02	Prop_CEB/91	Prop_EC2/01	Prop_NBR/03
1	1,49	1,11	1,32	1,10
2	1,48	1,05	1,25	1,04
3	1,47	1,00	1,17	0,99
4	1,46	0,94	1,10	0,93
5	1,46	0,89	1,02	0,88

**Tabela 5.10 – Valores do parâmetro  $\mu$  para as normas e códigos de projeto**

$c_{m\acute{a}x}/c_{m\acute{i}n}$	$\mu$			
	Prop_ACI/02	Prop_CEB/91	Prop_EC2/01	Prop_NBR/03
1	1,47	1,05	1,21	1,05
2				
3		0,90	1,02	0,90
4				
5				

### 5.3.2 COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS ESTIMADOS PELAS NORMAS E CÓDIGOS DE PROJETO E LITERATURA COM OS ESTIMADOS PELAS PROPOSTAS

A Tabela 5.11 apresenta uma comparação das estimativas das normas e códigos de projeto do ACI-318 (2002), CEB-FIP MC90 (1991), EUROCODE 2 (2001) e da NBR-6118/2003 com suas respectivas propostas. A inclusão do parâmetro  $\mu$  nas expressões de cálculo do ACI/02 e NB1/03 resultaram em uma média para a relação  $V_{exp}/V_{cal}$  igual a 1, e as médias do EC2/01 e CEB/91 foram iguais a 1,01, com menores valores do desvio padrão para o CEB/91 e NBR/03, em relação às estimativas das expressões das normas citadas, estando a favor da segurança.

A Tabela 5.12 apresenta uma comparação entre as estimativas do CEB/91, método de Oliveira (2003), Borges (2004) e a proposta de inclusão do parâmetro  $\mu$  para o CEB/91. A inclusão do parâmetro  $\mu$  na equação do CEB/91 conduziu a uma estimativa média para a relação  $V_{exp}/V_{cal}$  igual a 1,01 enquanto Oliveira/03 e Borges/04 estimaram um valor médio igual a 1,02, respectivamente.

A Tabela 5.13 apresenta uma comparação entre as estimativas do ACI/02, Borges (2004) e a proposta de inclusão do parâmetro  $\mu$  para o ACI/02. A inclusão do parâmetro  $\mu$  na equação do ACI/02 conduziu a uma estimativa média para a relação  $V_{exp}/V_{cal}$  igual a 1, enquanto Borges/04 estimou um valor médio de 1,10. A proposta estimou o menor desvio padrão, igual a 0,19, estando a favor da segurança.

**Tabela 5.11 – Comparação das estimativas das normas com as respectivas propostas  
para diversas lajes**

<b>Autor</b>	<b>Laje</b>	$V_{exp}$ (kN)	$c_{m\acute{a}x}/c_{m\acute{i}n}$	$V_{exp}/V_{ACI}$	$V_{exp}/V_{prop\_ACI}$	$V_{exp}/V_{CEB}$	$V_{exp}/V_{prop\_CEB}$	$V_{exp}/V_{EC2(01)}$	$V_{exp}/V_{prop\_EC2(01)}$	$V_{exp}/V_{NBR}$	$V_{exp}/V_{prop\_NBR}$
Presente pesquisa	L1	375	1,00	1,62	1,10	1,21	1,15	1,48	1,23	1,19	1,14
	L2	390	1,17	1,70	1,16	1,27	1,21	1,56	1,29	1,25	1,19
	L3	375	1,33	1,62	1,10	1,21	1,15	1,48	1,23	1,19	1,14
	L4	395	1,50	1,80	1,22	1,32	1,26	1,65	1,36	1,31	1,24
	L5	385	2,03	1,98	1,35	1,34	1,27	1,73	1,43	1,38	1,31
	L6	350	3,00	2,15	1,46	1,26	1,20	1,57	1,30	1,25	1,19
	L7	300	3,55	1,80	1,22	0,96	1,07	1,19	0,98	0,95	1,06
	L8	275	4,00	1,96	1,34	1,08	1,20	1,35	1,11	1,07	1,19
Forsell e Holmberg (1946)	11	279	3,86	1,30	0,88	0,96	1,07	1,12	0,93	0,95	1,05
	12	265	2,43	1,38	0,94	1,11	1,05	1,31	1,08	1,09	1,04
Hawkins et al. (1971)	7	326	3,01	1,16	0,79	0,87	0,97	1,01	0,83	0,86	0,96
	8	321	4,34	1,25	0,85	0,85	0,95	0,97	0,96	0,84	0,94
	9	322	2,01	1,05	0,71	0,94	0,89	1,07	0,89	0,93	0,88
Teng et al. (1999)	OC11	423	1,00	1,46	0,99	0,98	0,93	1,13	0,93	0,96	0,92
	OC13	568	3,00	1,57	1,07	1,07	1,02	1,27	1,05	1,06	1,01
	OC15	649	5,00	1,51	1,03	0,96	1,06	1,15	1,12	0,95	1,05
Al-Yousif e Regan (2003)	2	209	5,00	1,53	1,04	0,42	0,46	0,54	0,53	0,41	0,46
	4	242	1,00	1,27	0,87	0,49	0,47	0,64	0,53	0,49	0,46
Silva (2003)	L1	273	1,00	1,51	1,02	1,01	0,96	1,26	1,04	1,00	0,95
	L2	401	2,00	1,67	1,14	1,26	1,20	1,57	1,30	1,25	1,19
	L3	469	3,00	1,88	1,28	1,28	1,22	1,59	1,32	1,27	1,21
Oliveira (2003)	L1c	318	1,00	1,28	0,87	0,95	0,91	1,13	0,93	0,94	0,90
	L2c	331	2,00	1,07	0,73	0,89	0,85	1,05	0,87	0,88	0,84
	L3c	358	3,00	1,20	0,81	0,88	0,84	1,05	0,87	0,87	0,83
	L4c	404	4,00	1,24	0,84	0,88	0,98	1,05	0,87	0,87	0,97
	L5c	446	5,00	1,18	0,80	0,84	0,94	0,99	0,97	0,83	0,93
Borges (2004)	L41	600	1,67	1,43	0,97	1,05	1,00	1,16	0,96	1,04	0,99
	L41A	650	1,67	1,31	0,89	0,99	0,95	1,05	0,86	0,98	0,94
	L43A	776	3,00	1,48	1,00	1,04	0,99	1,10	0,91	1,03	0,98

**Tabela 5.11 (Cont.) – Comparação das estimativas das normas com as respectivas propostas para diversas lajes**

Autor	Laje	$V_{exp}$ (kN)	$c_{m\acute{a}x}/c_{m\acute{i}n}$	$V_{exp}/V_{ACI}$	$V_{exp}/V_{prop\_ACI}$	$V_{exp}/V_{CEB}$	$V_{exp}/V_{prop\_CEB}$	$V_{exp}/V_{EC2(01)}$	$V_{exp}/V_{prop\_EC2(01)}$	$V_{exp}/V_{NBR}$	$V_{exp}/V_{prop\_NBR}$
Borges (2004)	L44	814	4,00	1,45	0,99	0,99	1,10	1,04	0,86	0,98	1,09
	L42	703	2,00	1,31	0,89	1,08	1,03	1,18	0,98	1,07	1,01
	L42A	743	2,00	1,22	0,83	1,02	0,97	1,07	0,89	1,01	0,96
	L45	843	3,00	1,37	0,93	1,04	0,99	1,11	0,92	1,03	0,98
	L46	947	4,00	1,39	0,94	1,02	1,13	1,07	0,88	1,01	1,12
Média				1,47	1,00	1,02	1,01	1,20	1,01	1,01	1,00
Desvio padrão				0,27	0,19	0,20	0,18	0,27	0,21	0,20	0,18
Coeficiente de variação (%)				18,53	18,53	19,73	17,96	22,19	20,87	19,69	18,17

**Tabela 5.12 – Comparação das estimativas do CEB/91, Oliveira (2003), Borges (2004) e estimativas da proposta para o CEB/91**

Autor	Laje	$V_{exp}$ (kN)	$c_{m\acute{a}x}/c_{m\acute{i}n}$	$V_{exp}/V_{CEB}$	$V_{exp}/V_{prop\_CEB(Oliveira)}$	$V_{exp}/V_{prop\_CEB(Borges)}$	$V_{exp}/V_{prop\_atual\_CEB}$
Presente pesquisa	L1	375	1,00	1,21	1,22	1,22	1,15
	L2	390	1,17	1,27	1,28	1,28	1,21
	L3	375	1,33	1,21	1,22	1,22	1,15
	L4	395	1,50	1,32	1,33	1,33	1,26
	L5	385	2,03	1,34	1,34	1,34	1,27
	L6	350	3,00	1,26	1,27	1,26	1,20
	L7	300	3,55	0,96	0,97	0,96	1,07
	L8	275	4,00	1,08	1,08	1,08	1,20
Forsell e Holmberg (1946)	11	279	3,86	0,96	0,96	0,95	1,07
	12	265	2,43	1,11	1,11	1,11	1,05
Hawkins et al. (1971)	7	326	3,01	0,87	0,88	0,87	0,97
	8	321	4,34	0,85	0,85	0,85	0,95
	9	322	2,01	0,94	0,95	0,95	0,89

**Tabela 5.12 (Cont.)– Comparação das estimativas do CEB/91, Oliveira (2003), Borges (2004) e estimativas da proposta para o CEB/91**

<b>Autor</b>	<b>Laje</b>	$V_{exp}$ <b>(kN)</b>	$c_{m\acute{a}x}/c_{m\acute{i}n}$	$V_{exp}/V_{CEB}$	$V_{exp}/V_{prop\_CEB(Oliveira)}$	$V_{exp}/V_{prop\_CEB(Borges)}$	$V_{exp}/V_{prop\_atual\_CEB}$
Teng et al. (1999)	OC11	423	1,00	0,98	0,99	1,01	0,93
	OC13	568	3,00	1,07	1,07	1,06	1,02
	OC15	649	5,00	0,96	0,94	0,92	1,06
Al-Yousif e Regan (2003)	2	209	5,00	0,42	0,41	0,41	0,46
	4	242	1,00	0,49	0,49	0,49	0,47
Silva (2003)	L1	273	1,00	1,01	1,03	1,05	0,96
	L2	401	2,00	1,26	1,27	1,27	1,20
	L3	469	3,00	1,28	1,28	1,27	1,22
Oliveira (2003)	L1c	318	1,00	0,95	0,98	1,00	0,91
	L2c	331	2,00	0,89	0,90	0,91	0,85
	L3c	358	3,00	0,88	0,89	0,89	0,84
	L4c	404	4,00	0,88	0,88	0,88	0,98
	L5c	446	5,00	0,84	0,84	0,83	0,94
Borges (2004)	L41	600	1,67	1,05	1,07	1,08	1,00
	L41A	650	1,67	0,99	1,02	1,03	0,95
	L43A	776	3,00	1,04	1,05	1,06	0,99
	L44	814	4,00	0,99	0,99	0,99	1,10
	L42	703	2,00	1,08	1,09	1,09	1,03
	L42A	743	2,00	1,02	1,03	1,04	0,97
	L45	843	3,00	1,04	1,04	1,04	0,99
	L46	947	4,00	1,02	1,01	1,01	1,13
Média				1,02	1,02	1,02	1,01
Desvio padrão				0,20	0,20	0,20	0,18
Coefficiente de variação (%)				19,73	19,79	19,86	17,96

**Tabela 5.13– Comparação das estimativas do ACI/02, Borges (2004) e estimativas da proposta atual para o ACI/02**

<b>Autor</b>	<b>Laje</b>	$V_{exp}$ <b>(kN)</b>	$c_{máx}/c_{mín}$	$V_{exp}/V_{ACI}$	$V_{exp}/V_{prop\_ACI(Borges)}$	$V_{exp}/V_{prop\_atual\_ACI}$
Presente pesquisa	L1	375	1,00	1,62	1,28	1,10
	L2	390	1,17	1,70	1,37	1,16
	L3	375	1,33	1,62	1,31	1,10
	L4	395	1,50	1,80	1,48	1,22
	L5	385	2,03	1,98	1,65	1,35
	L6	350	3,00	2,15	1,53	1,46
	L7	300	3,55	1,80	1,16	1,22
	L8	275	4,00	1,96	1,32	1,34
Forsell e Homberg (1946)	11	279	3,86	1,30	0,87	0,88
	12	265	2,43	1,38	1,03	0,94
Hawkins et al. (1971)	7	326	3,01	1,16	0,81	0,79
	8	321	4,34	1,25	0,78	0,85
	9	322	2,01	1,05	0,82	0,71
Teng et al. (1999)	OC11	423	1,00	1,46	1,07	0,99
	OC13	568	3,00	1,57	1,18	1,07
	OC15	649	5,00	1,51	1,05	1,03
Al-Yousif e Regan (2003)	2	209	5,00	1,53	0,98	1,04
	4	242	1,00	1,27	1,07	0,87
Silva (2003)	L1	273	1,00	1,51	1,10	1,02
	L2	401	2,00	1,67	1,37	1,14
	L3	469	3,00	1,88	1,39	1,28
Oliveira (2003)	L1c	318	1,00	1,28	0,87	0,87
	L2c	331	2,00	1,07	0,82	0,73
	L3c	358	3,00	1,20	0,82	0,81
	L4c	404	4,00	1,24	0,81	0,84
	L5c	446	5,00	1,18	0,74	0,80
Borges (2004)	L41	600	1,67	1,43	1,06	0,97
	L41A	650	1,67	1,31	0,94	0,89
	L43A	776	3,00	1,48	0,98	1,00

**Tabela 5.13 (Cont.)– Comparação das estimativas do ACI/02, Borges (2004) e estimativas da proposta atual para o ACI/02**

<b>Autor</b>	<b>Laje</b>	$V_{exp}$ <b>(kN)</b>	$c_{máx}/c_{mín}$	$V_{exp}/V_{ACI}$	$V_{exp}/V_{prop\_ACI(Borges)}$	$V_{exp}/V_{prop\_atual\_ACI}$
Borges (2004)	L44	814	4,00	1,45	0,91	0,99
	L42	703	2,00	1,31	1,06	0,89
	L42A	743	2,00	1,22	0,95	0,83
	L45	843	3,00	1,37	0,97	0,93
	L46	947	4,00	1,39	0,92	0,94
Média				1,47	1,07	1,00
Desvio padrão				0,27	0,24	0,19
Coefficiente de variação (%)				18,53	22,33	18,53

## Capítulo 6

### 6 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

#### 6.1 CONCLUSÕES

As lajes foram dimensionadas representando a região de momentos fletores negativos em um painel de lajes. Todas as lajes foram quadradas com vão de 1800 mm, todas romperam por punção.

O sistema de ensaio mostrou-se eficiente, podendo ser considerado rígido, pois os deslocamentos das vigas principais são considerados desprezíveis. As chapas metálicas utilizadas para simular os pilares permitiram que ocorressem pequenos deslocamentos

centrais das lajes, situação que ocorre em pontes e viaduto, não muito comum em edifícios. A aplicação de carga funcionou satisfatoriamente.

Os deslocamentos foram praticamente lineares nas direções x e y, para a laje com carregamento simulando um pilar quadrado. As maiores deformações foram observadas no ponto central das lajes. À medida que a relação  $c_{máx}/c_{mín}$  do pilar aumentava, os deslocamentos não se mostravam mais simétricos.

As deformações das barras da armadura de flexão, medidas em relação à maior dimensão do pilar (direção y) foram superiores as obtidas em relação a menor dimensão (direção x), com exceção das lajes L1 e L5.

As menores deformações no concreto foram obtidas pelos extensômetros posicionados na direção Y, perpendicular à menor dimensão do pilar. As leituras realizadas nos extensômetros localizados na superfície inferior das lajes mostraram que não houve deformações radiais que comprometessem nesta região a integridade do concreto.

Observou-se um maior número de fissuras de flexão e de cisalhamento nas lajes que apresentaram os pilares de maior dimensão. As fissuras surgiram na superfície superior da laje e se desenvolveram de forma semelhante em todas as lajes.

As conclusões principais obtidas neste estudo foram as seguintes:

1. À medida que o índice de retangularidade aumentava, a resistência ao puncionamento e a resistência à flexão diminuíam. Todas as lajes romperam por punção, com cargas de ruptura variando entre 55% e 81% em relação à carga de flexão;
2. A NBR-6118 (2003) forneceu resultados próximos ao do CEB-FIP MC90 (1991), sendo que os melhores índices de resistência foram obtidos pela norma brasileira. O ACI 318/02 mostrou-se mais conservador, com maiores valores da média e do desvio padrão;
3. A proposta do parâmetro  $\mu$  nas normas analisadas, apresentou melhores resultados para a resistência ao puncionamento, considerando a influência da relação  $c_{máx}/c_{mín}$  nas expressões dessas normas.

## 6.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Analisar teórica e experimentalmente a resistência ao puncionamento de lajes cogumelos com pilares retangulares, visando melhorar as estimativas das normas.

Utilizar pilares monoliticamente ligados às lajes, retratando a situação real de uma estrutura, analisando o nível de tensões atuantes nas extremidades do pilar. Variar o perímetro do pilar.

Estudar o efeito da relação  $c_{máx}/c_{mín}$ , variando o perímetro do pilar.

Fazer modelagem numérica, tentando aproximar os resultados previstos e os experimentais.

### Referências Bibliográficas

ACI Committee 318 (1963). Commentary on Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI 318 – 63). SP-10, American Concrete Institute, Detroit, 1963, 91 pp.

ACI Committee 318 (1970). Proposed Revision of ACI Committee 318-63: Building Code Requirements for Reinforced Concrete. ACI Journal, Proceedings V.67, Nº 2, Feb. 1970, p. 77-186.

ACI Committee 318 (1989). Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI 318 – 89). American Concrete Institute, Detroit, 1989.

ACI Committee 318 (1995). Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI 318 – 95) and Commentary (ACI 318R-95). American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan, 1995, 369 pp.

- ACI Committee 318 (2002). Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI 318 – 02) and Commentary (ACI 318R-02). American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan, 2002, 391 pp.
- ACI-ASCE Committee 326 (1962). Shear and Diagonal Tension, Part 3 – Slabs and Footings. ACI Journal, Proceedings V.59, N° 3, Mar. 1962, p. 353-396.
- ACI-ASCE Committee 426 (1974). The shear strength of reinforced concrete members-slabs. Proceedings ASCE, vol. 100 (ST8), Aug. 1974, p. 1543-1591.
- AL-YOUSIF, A.T., REGAN, P.E. Punching resistances of RC slabs supported by large an/or elongated columns. The Structural Engineer, March, 2003, p. 130-134.
- ANDRADE, M.A.S. (1999). Punção em lajes cogumelo – Estudo do posicionamento da armadura de cisalhamento em relação à armadura de flexão. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 1999, 176 pp.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118 - Projeto e Execução de Obras de Concreto Armado – Procedimento. Rio de Janeiro, 1978.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118 - Projeto de Obras de Concreto Armado – Procedimento. Rio de Janeiro, 2003.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – NBR-8522/84 – Concreto – Determinação do módulo de deformação estática e diagrama tensão-deformação – Método de ensaio. Rio de Janeiro, 1984.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – NBR-6152/92 – Materiais metálicos – Determinação das propriedades mecânicas à tração – Método de ensaio. Rio de Janeiro, 1992.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – NBR-7222/94 – Argamassa e concreto – Determinação da resistência à tração por compressão diametral de corpos de prova cilíndricos – Método de ensaio. Rio de Janeiro, 1994.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – NBR-5739/94 – Ensaio de compressão de corpos de prova cilíndricos de concreto. Rio de Janeiro, 1994.
- BORGES, L.L.J. (2004). Comportamento ao Puncionamento de Lajes Cogumelo de Concreto Armado com Pilares Retangulares e Furos de Grandes Dimensões. Tese de Doutorado, Publicação E.TD-002A/04, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 367 p.
- BRAESTRUP, M. W.; REGAN, P.E.. Punching shear in reinforced concrete: a state of the art report. CEB Bulletin d'Information, n°168. (1985).
- BS8110 (1985). Structural Use of Concrete : Part 1, Code of Practice for Design and Construction. (BS 8110 :1985), British Standards Institution, London, 1985.

- BS8110 (1997). Structural Use of Concrete : Part 1, Code of Practice for Design and Construction. (BS 8110 :Part 1 :1997), British Standards Institution, London, 1997.
- CARVALHO, A.L. (2000). Análise Teórica da Resistência à Punção em Lajes Cogumelo com Armadura de Cisalhamento. 161 p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia Civil, Universidade Federal de Goiás.
- CARVALHO, A.L. Punção em Lajes Cogumelo de Concreto Protendido com Cabos não Aderentes e Armadura de Cisalhamento. Tese de Doutorado em Estruturas e Construção Civil. Universidade de Brasília, Brasília, Fevereiro 2005.
- CEB-FIP MC90 (1991). CEB-FIP Model Code 1990: Final Draft . Bulletin D'Information 204, Committe Euro-International du Beton, Lousanne, July 1991.
- CEB-FIP Bulletin 2 (1999). Structural Concrete – Textbook on behaviour, design and performance – Updated knowledge of the CEB/FIP Model Code 1990. Lausanne, July 1999, 305 pp.
- CEB-FIP Bulletin 12 (2001). Punching of structural concrete slabs. Lausanne, April 2001, 307 pp.
- CORDOVIL, F. A. B. Punção em Placas de Concreto Armado. Tese de Doutorado. Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 1995, 393 p.
- DILGER, W., GHALI, A. (1981). Shear reinforcement for concrete slabs. Proceeding ASCE, vol. 107 (ST12), Dec. 1981, p. 2403-2430.
- DIAZ DE COSSIO, R. (1962). Discussion of Shear and Diagonal Tension. Part 3 – Slabs and Footings, by ACI-ASCE Committee 326, ACI Journal, Proceedings V.59, n.9, September 1962, p. 1323-1332.
- ELGABRY, A.A., GHALI, A. Design of stud-shear reinforcement for slabs. ACI Structural Journal, May-June 1990, p.350-361.
- ELSTNER,R.C., HOGNESTAD,E. Shearing strength of reinforced concrete slabs. Journal of the American Concrete Institute, vol.28, n.1, July 1956.
- EUROCODE 2 (1992). Design of concrete structures – Part1: General Rules and Rules for Buildings”. European Prestandard ENV 1992-1-1:1991. Comité Européen de Normalisation, Brussels, 1992, 253 pp.
- EUROCODE 2 (2001). Design of concrete structures – Part1: General Rules and Rules for Buildings. European Prestandard ENV 2001-1-1:2001. Comité Européen de Normalisation, Brussels, 2001, 253 pp.
- FORSELL, C., HOLMBERG, A., Stampellast pa platter av betong. Betong, v.31, n.2, 1946, p. 95-123.

- GOMES, R.B. (1991). Punching Resistance of Reinforced Concrete Flat Slabs with Shear Reinforcement. Ph.D. Thesis, The Polytechnic of Central London, London, Oct. 1991, 185 pp.
- HALLGREN, M. (1996). Punching Shear Capacity of Reinforced High Strength Concrete Slabs. Doctoral Thesis, Royal Institute of Technology, Stockholm-Sweden, Nov.1996, 206 pp.
- HANDBOOK TO BRITISH STANDARD BS8110:1985. Structural use of concrete. Palladian Publications Ltd, London, 1987.
- HAWKINS, N.M., FALLSEN, H.B., HINOJOSA, R.C. (1971). Influence of Column Rectangularity on the Behavior of Flat Plate Structures. ACI Publication SP-30: Cracking, Deflection, and Ultimate Load of Concrete Slab Systems, American Concrete Institute, Detroit, Michigan, 1971, p. 126-146.
- HOGNESTAD, E., ELSTNER, R.C., HANSON, J.A. (1964). Shear strength of reinforced concrete structural lightweight aggregate concrete slabs. ACI Journal, June 1964, p.643-656.
- HOLANDA, K.M.A. Análise dos mecanismos resistentes e das similaridades de efeitos da adição de fibras de aço na resistência e na ductilidade à punção de lajes-cogumelo e ao cisalhamento de vigas de concreto. 280p. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo (2002).
- JOHANSEN, K. W. (1962). Linhas de Ruptura – Teoria e Prática. Traduzido e adaptado do original dinamarquês por Jayme Mason (livre docente da Escola Nacional de Engenharia). Editora Ao Livro Técnico S.A. Rio de Janeiro, 1962.
- IOANNOU, C. (2001). Behaviour of flat slabs with openings. Ph.D. Thesis, University of Sheffield, 2001.
- KINNUNEN, S. (1963). Punching of concrete slabs with two-way reinforcement, with special reference to dowel effect and deviation of reinforcement from polar symmetry. In: Civil Engineering 6, Transactions of the Royal Institute of Technology, n. 198, Stockholm, 1963.
- KINNUNEN, S., NYLANDER, H. (1960). Punching of concrete slabs without shear reinforcement. In: Civil Engineering 3, Transactions of the Royal Institute of Technology, n.158, Stockholm, 1960, 112 pp.
- MACGREGOR, J.G. Reinforced Concrete – Mechanics and Design. Prentice Hall Editions, 1988, 848p.
- MELO, G.S.S.A. (1990). Behavior of reinforced concrete flat slabs after local failure. PhD Thesis, The Polytechnic of Central London. London, August 1990, 214 pp.
- MELO, G.S.S.A.(2000). Puncionamento, pós-puncionamento e colapso progressivo em lajes cogumelo. IV Simpósio EPUSP sobre Estruturas de Concreto. São Paulo, 2000, 17pp.

- MOE, J. (1961). Shearing Strength of Reinforced Concrete Slabs and Footings Under Concentrated Loads. Development Department Bulletin D47, Portland Cement Association, Skokie, Apr.1961, 130 pp.
- MOKHTAR, A.S., GHALI, A., DILGER, W. Stud shear reinforcement for flat concrete plate. ACI Journal, Sep-Oct 1985, p. 676-683.
- MOWRER, R.D., VANDERBILT, M.D. Shear strength of lightweight aggregate reinforced concrete flat plates. ACI Journal, November 1967, p. 722-729.
- MUSSE, T.H. Punção em lajes cogumelo – fibras de aço e armadura de cisalhamento. 166p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia Civil, Universidade Federal de Goiás (2004).
- OLIVEIRA, D.R.C. (2003). Análise experimental de lajes cogumelo de concreto de alta resistência com pilares retangulares. Tese de Doutorado em Estruturas e Construção Civil. Universidade de Brasília, Brasília, Agosto 2003, 183 pp.
- PARK, R. GAMBLE, W. L. (1980). Reinforced Concrete Slabs. John Wiley & Sons Inc., New York 1980, 618 pp.
- REGAN, P.E. (1974) Design for punching shear. The Structural Engineer, vol.52, nº6, June 1974, p. 197-207.
- REGAN, P.E. (1984). The Dependence of Punching Resistance upon the Geometry of the Failure Surface. Magazine of Concrete Research, v.36, n.126, March 1984, p. 3-8.
- REGAN, P.E. & BRAESTRUP, M.W. (1985). Punching shear in reinforced concrete: a state of art report. Bulletin D'information 168, Comité Euro International Du Béton, January 1985, 232 pp.
- REGAN, P.E., REZAI-JORABI, H. Shear resistance of one-way slabs under concentrated loads. ACI Structural Journal, March-April 1988, p.150-158.
- REGAN, P.E. (1985). Shear combs, reinforcement against punching. The Structural Engineer, vol 63B (4), December 1985, p. 76-84.
- REGAN, P.E. (1999). Punching tests of reinforced concrete slabs with and without shear reinforcement with openings adjacent to columns. School of the Built Environment, University of Westminster, London, July 1999, 41 pp.
- ROLL, F., ZAIDI, S.T.H., SABNIS, G.M., CHUANG, K. (1971). Shear Resistance of Perforated Reinforced Concrete Slabs, SP-30, Crack, Deflection and Ultimate Load of Concrete Slab System, American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan, 1971, p. 77-101.

- SANTOS, L.A. Punção em lajes-cogumelo – Estudo da adição de fibras de aço. 189p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia Civil, Universidade Federal de Goiás, (2005).
- SHEHATA, I.A.M.S. (1985). Theory of punching in concrete slabs. PhD Thesis, The Polytechnic of Central London, London, 1985, 257 pp.
- SILVA, J.A. Punção em Lajes Cogumelo: Pilares Retangulares, Furos e Armadura de Cisalhamento. Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil. Universidade Federal de Goiás, Goiânia, Julho 2003, 171 pp.
- SOUZA, R. M. Punção em lajes cogumelo de concreto armado com furos adjacentes ou distantes de um pilar interno. 128p. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Tecnologia, Departamento de Engenharia Civil, Universidade de Brasília, (2004).
- SWAMY, R. N.; ALI, S.A.R. Punching shear behavior of reinforced slab-column connections made with steel fiber concrete. Journal of the American Concrete Institute, v.79, n. 5, p.392-406, September-October (1982).
- TENG, S., KUANG, K. L., CHEONG, H. K. (1999). Concrete Flat Plate Design – Findings of Joint BCA-NTU, R&D Project, 1999, 15 pp.
- TRAUTWEIN, L. M. (2001). Punção em lajes cogumelo de concreto armado com armadura de cisalhamento tipo *stud* interno e tipo estribo inclinado. Dissertação de mestrado. Universidade de Brasília, Brasília, 2001, 168 pp.
- VANDERBILT, M. D. Shear strength of continuous plates. Journal of the Structural Division, Proceeding of the american Society of Civil Engineers, May 1972, Vol. 98, N° ST5, pp. 961-973.

## Anexo A

### RESULTADOS DOS ENSAIOS REALIZADOS EM CORPOS DE PROVA CILÍNDRICOS DE CONCRETO

**Tabela A.1 – Resultados dos ensaios de resistência à compressão, resistência à tração e módulo de elasticidade longitudinal**

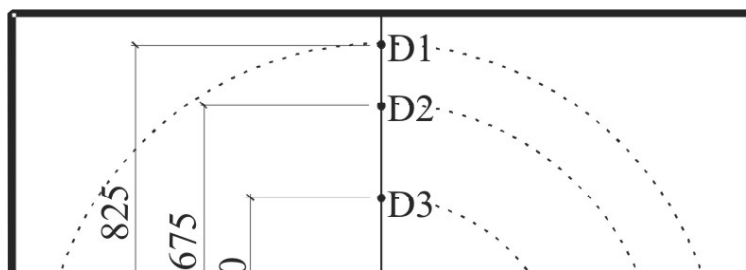
Lajes	Idade	Resistência à compressão (MPa)	Resistência à tração diametral (MPa)	Módulo de elasticidade longitudinal (GPa)

		Valores individuais	Média	Valores individuais	Média	Valores individuais	Média
L1, L2, L3 e L4	7	20,87	21,15	2,16	2,29	*	-
		21,42		2,41			
	14	25,07	24,60	2,45	2,57	*	-
		24,12		2,69			
	21	27,54	27,48	2,55	2,69	*	-
		27,41		2,83			
28	28,78	28,95	3,28	3,39	28,73	28,73	
	29,12		3,49				
30	29,44	29,62	*	-	*	-	
	29,80						
41	29,58	29,93	*	-	*	-	
	30,27						
L5, L6, L7 e L8	7	16,54	16,60	*	-	*	-
		16,66					
	14	21,06	21,12	*	-	*	-
		21,17					
	21	22,02	21,91	*	-	*	-
		21,80					
28	22,57	22,32	2,03	2,13	3,79	3,46	
	22,07		2,26		3,14		
	*		2,10		*		
34	22,79	22,77	*	-	*	-	
	22,74						

\* Ensaios não-realizados

## Anexo B

### DESLOCAMENTOS VERTICAIS



<b>Posição dos Relógios</b>	<b>Distância ao centro da laje (mm)</b>
D5	0
D4 e D6	225
D3 e D7	450
D2 e D8	675
D1, D9, D10 e D11	825

**Figura B.1 – Posicionamento dos relógios comparadores nas lajes - (mm)**

**Tabela B.1 – Deslocamentos verticais (mm) – Laje L1**

<b>Deslocamentos Verticais (mm) - Laje L1</b>									
Pilar (250 x 250) mm; $V_{exp}=375$ kN; $d=94$ cm; $f_c=29$ MPa; $c_{max}/c_{min}=1,00$									
Força	Nomenclatura do relógio comparador								
	<b>D1</b>	<b>D2</b>	<b>D3</b>	<b>D4</b>	<b>D5</b>	<b>D6</b>	<b>D7</b>	<b>D8</b>	<b>D9</b>
(kN)	Distância do centro da laje (mm)								
	-825	-675	-450	-225	0	225	450	675	825
50	0,00	0,01	0,02	0,08	0,18	0,18	0,14	0,05	0,00

100	0,00	0,20	0,49	0,84	1,13	0,87	0,50	0,08	0,00
150	0,00	0,58	1,43	2,35	3,02	2,43	1,47	0,50	0,00
200	0,00	0,96	2,37	3,90	4,94	4,08	2,51	0,94	0,00
250	0,00	1,38	3,41	5,43	7,08	5,69	3,52	1,43	0,00
300	0,00	1,82	4,53	7,27	9,34	7,55	4,65	1,87	0,00
350	0,00	2,33	5,81	9,38	12,90	9,58	5,90	2,35	0,00

**Tabela B.2 – Deslocamentos verticais (mm) – Laje L2**

<b>Deslocamentos Verticais (mm) - Laje L2</b>									
Pilar (230 x 270) mm; $V_{exp}=390$ kN; $d=93$ cm; $f_c=29$ MPa; $c_{m\acute{a}x}/c_{m\acute{i}n}=1,17$									
Força	Nomenclatura do relógio comparador								
	<b>D1</b>	<b>D2</b>	<b>D3</b>	<b>D4</b>	<b>D5</b>	<b>D6</b>	<b>D7</b>	<b>D8</b>	<b>D9</b>
(kN)	Distância do centro da laje (mm)								
	-825	-675	-450	-225	0	225	450	675	825
50	0,00	0,06	0,06	0,08	0,20	0,15	0,07	0,03	0,00
100	0,00	0,12	0,59	1,24	1,89	1,01	0,46	0,15	0,00
150	0,00	0,48	0,90	1,47	3,13	1,78	1,08	0,25	0,00
200	0,00	0,87	2,07	3,85	5,97	3,75	1,99	0,50	0,00
250	0,00	1,14	2,85	4,92	7,71	5,05	2,95	0,95	0,00
300	0,00	1,32	3,91	6,19	8,81	6,40	4,05	1,51	0,00
350	0,00	1,80	4,95	8,05	12,02	8,55	5,05	2,00	0,00

**Tabela B.3 – Deslocamentos verticais (mm) – Laje L3**

<b>Deslocamentos Verticais (mm) - Laje L3</b>									
Pilar (215 x 285) mm; $V_{exp}=375$ kN; $d=94$ cm; $f_c=29$ MPa; $c_{m\acute{a}x}/c_{m\acute{i}n}=1,33$									
Força	Nomenclatura do relógio comparador								
	<b>D1</b>	<b>D2</b>	<b>D3</b>	<b>D4</b>	<b>D5</b>	<b>D6</b>	<b>D7</b>	<b>D8</b>	<b>D9</b>
(kN)	Distância do centro da laje (mm)								
	-825	-675	-450	-225	0	225	450	675	825
50	0,00	0,09	0,39	0,41	0,47	0,40	0,22	0,05	0,00
100	0,00	0,58	1,13	1,53	1,97	1,63	1,13	0,57	0,00
150	0,00	1,08	2,07	2,76	3,71	2,94	1,90	0,76	0,00

200	0,00	1,51	3,01	4,42	5,69	4,58	2,94	1,19	0,00
250	0,00	1,71	3,67	5,63	7,32	5,66	3,56	1,40	0,00
300	0,00	1,84	4,41	6,58	8,96	6,61	4,02	1,73	0,00
350	0,00	2,23	5,48	8,28	11,30	8,51	5,07	2,21	0,00
375	0,00	2,50	6,00	9,00	12,60	9,41	5,69	2,41	0,00

**Tabela B.4 – Deslocamentos verticais (mm) – Laje L4**

<b>Deslocamentos Verticais (mm) - Laje L4</b>									
Pilar (200 x 300) mm; $V_{exp}=395$ kN; $d=90$ cm; $f_c=29$ MPa; $c_{m\acute{a}x}/c_{m\acute{i}n}=1,50$									
Força	Nomenclatura do relógio comparador								
	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8	D9
(kN)	Distância do centro da laje (mm)								
	-825	-675	-450	-225	0	225	450	675	825
50	0,00	0,03	0,11	0,12	0,08	0,13	0,10	0,03	0,00
100	0,00	0,21	0,54	0,81	0,94	0,78	0,53	0,25	0,00
150	0,00	0,61	1,57	2,46	2,94	2,35	1,48	0,59	0,00
200	0,00	1,02	2,60	4,04	4,82	3,78	2,29	0,78	0,00
250	0,00	1,47	3,56	5,55	6,62	5,16	3,07	0,97	0,00
300	0,00	1,81	4,29	6,75	8,65	6,36	3,49	1,30	0,00
350	0,00	2,23	5,43	8,57	11,88	8,02	4,44	1,58	0,00

**Tabela B.5 – Deslocamentos verticais (mm) – Laje L5**

<b>Deslocamentos Verticais (mm) - Laje L5</b>									
Pilar (165 x 335) mm; $V_{exp}=385$ kN; $d=94$ cm; $f_c=22$ MPa; $c_{m\acute{a}x}/c_{m\acute{i}n}=2,03$									
Força	Nomenclatura do relógio comparador								
	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8	D9
(kN)	Distância do centro da laje (mm)								
	-825	-675	-450	-225	0	225	450	675	825
50	0,00	0,06	0,16	0,14	0,25	0,09	0,00	0,00	0,00
100	0,00	0,05	0,51	1,01	1,56	1,10	0,68	0,27	0,00

150	0,00	0,43	1,60	2,85	3,69	3,05	1,88	0,80	0,00
200	0,00	0,78	2,54	4,33	5,48	4,51	2,77	1,08	0,00
250	0,00	1,29	3,63	6,08	7,51	6,17	4,05	1,63	0,00
300	0,00	1,81	5,08	8,35	10,23	8,26	5,32	2,05	0,00

**Tabela B.6 – Deslocamentos verticais (mm) – Laje L6**

<b>Deslocamentos Verticais (mm) - Laje L6</b>									
Pilar (125 x 375) mm; $V_{exp}=350$ kN; $d=91$ cm; $f_c=22$ MPa; $c_{m\acute{a}x}/c_{m\acute{i}n}=3,00$									
Força	Nomenclatura do relógio comparador								
	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8	D9
(kN)	Distância do centro da laje (mm)								
	-825	-675	-450	-225	0	225	450	675	825
50	0,00	0,11	0,25	0,56	0,83	0,28	0,23	0,04	0,00
100	0,00	0,53	1,36	2,53	3,18	2,45	1,81	0,76	0,00
150	0,00	0,92	2,44	4,33	5,33	4,42	2,94	1,26	0,00
200	0,00	1,48	3,77	5,63	7,65	6,32	4,07	1,62	0,00
250	0,00	1,95	5,00	7,75	9,90	8,17	5,26	2,16	0,00

**Tabela B.7 – Deslocamentos verticais (mm) – Laje L7**

<b>Deslocamentos Verticais (mm) - Laje L7</b>									
Pilar (110 x 390) mm; $V_{exp}=300$ kN; $d=91$ cm; $f_c=22$ MPa; $c_{m\acute{a}x}/c_{m\acute{i}n}=3,55$									
Força	Nomenclatura do relógio comparador								
	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8	D9
(kN)	Distância do centro da laje (mm)								
	-825	-675	-450	-225	0	225	450	675	825
50	0,00	0,12	0,19	0,45	0,70	0,58	0,62	0,10	0,00
100	0,00	0,52	1,37	2,18	2,65	2,24	1,56	0,23	0,00

150	0,00	0,81	2,86	4,52	5,34	3,74	2,37	0,49	0,00
200	0,00	1,25	3,61	5,52	7,45	5,60	3,04	0,65	0,00
250	0,00	1,57	4,37	6,67	9,30	6,56	4,05	0,71	0,00
300	0,00	1,83	5,54	9,11	11,80	8,82	4,97	1,18	0,00

**Tabela B.8 – Deslocamentos verticais (mm) – Laje L8**

**Deslocamentos Verticais (mm) - Laje L8**

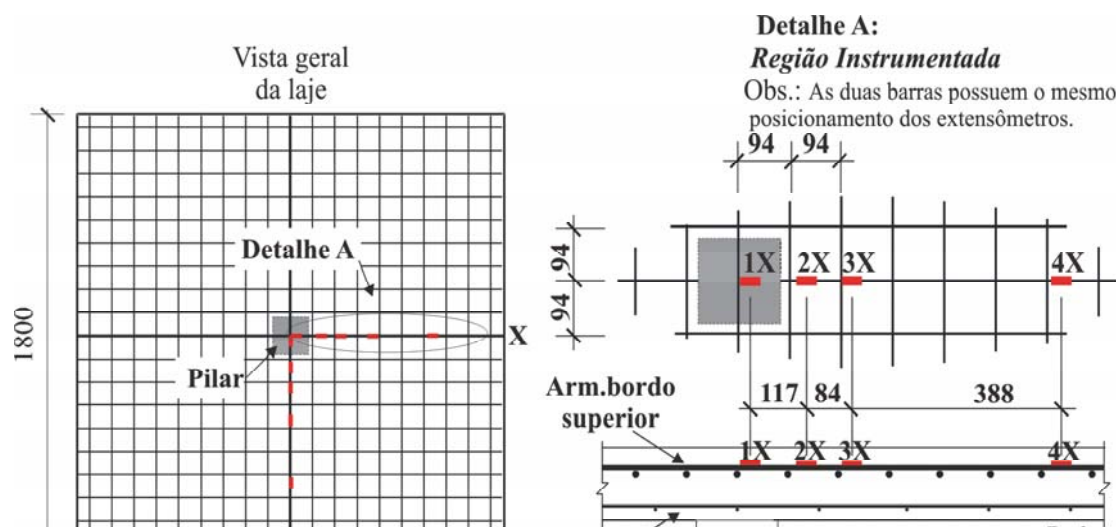
Pilar (100 x 400) mm;  $V_{exp}=275$  kN;  $d=94$  cm;  $f_c=22$  MPa;  $c_{m\acute{a}x}/c_{m\acute{i}n}=4,00$

Força (kN)	Nomenclatura do relógio comparador								
	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8	D9
	Distância do centro da laje (mm)								
	-825	-675	-450	-225	0	225	450	675	825
50	0,00	0,09	0,17		0,97		0,47	0,19	0,00
100	0,00	0,60	1,18		2,68		1,07	0,38	0,00
150	0,00	1,09	2,35	*	5,47	*	2,08	1,03	0,00
200	0,00	1,48	3,31		6,98		3,09	1,27	0,00
250	0,00	1,99	4,44		9,01		3,98	1,62	0,00

\* Não foram realizadas leituras nos relógios D4 e D6.

**Anexo C**

**DEFORMAÇÕES NA ARMADURA DE FLEXÃO**



Os extensômetros da barra na direção x e da barra na direção y, possuem posicionamentos simétricos.

**Figura C.1 – Posicionamento dos extensômetros na armadura de flexão- (mm)**

**Tabela C.1 – Deformações na armadura de flexão (mm/m) – Laje L1**

---

**Deformação da armadura de flexão (mm/m) - Laje L1**

---

Pilar (250 x 250) mm;  $V_{exp}=375$  kN;  $d=94$  cm;  $f_c=29$  MPa;  $c_{m\acute{a}x}/c_{m\acute{i}n}=1,00$

---

Força (kN)	Nomenclatura dos extensômetros							
	1X	2X	3X	4X	1Y	2Y	3Y	4Y
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
25	0,10	0,11	0,09	0,11	0,07	0,10	0,11	0,03
50	0,18	0,20	0,15	0,18	0,12	0,19	0,18	0,06
75	0,47	0,22	0,22	0,21	0,10	0,35	0,18	0,09
100	0,82	0,41	0,38	0,21	0,08	0,62	0,32	0,20
125	1,13	0,83	0,55	0,38	1,11	0,78	0,59	0,38
150	2,24	1,23	0,77	0,65	2,16	1,02	0,88	0,60
175	2,30	1,53	0,93	0,78	2,27	1,20	1,09	0,75
200	2,32	1,89	1,20	0,98	2,45	1,43	1,41	0,93
225	2,37	2,11	1,38	1,09	2,52	1,60	1,58	1,01
250	2,60	2,38	1,75	1,27	2,63	1,79	1,86	1,12

**Tabela C.1 (Continuação) – Deformações na armadura de flexão (mm/m) – Laje L1**

---

**Deformação da armadura de flexão (mm/m) - Laje L1**

---

Pilar (250 x 250) mm;  $V_{exp}=375$  kN;  $d=94$  cm;  $f_c=29$  MPa;  $c_{m\acute{a}x}/c_{m\acute{i}n}=1,00$

---

Força (kN)	Nomenclatura dos extensômetros							
	1X	2X	3X	4X	1Y	2Y	3Y	4Y
275	2,88	2,62	2,23	1,43	2,70	1,97	2,10	1,19
300	3,06	2,83	2,70	1,52	3,74	2,14	2,31	1,28
325	3,22	3,08	3,27	1,65	3,80	2,30	2,53	1,37
350	3,42	3,31	3,79	1,79	3,87	2,49	2,73	1,49

375	3,65	3,58	4,14	2,18	3,97	2,99	2,92	1,84
-----	------	------	------	------	------	------	------	------

**Tabela C.2 – Deformações na armadura de flexão (mm/m) – Laje L2**

**Deformação da armadura de flexão (mm/m) - Laje L2**

Pilar (230 x 270) mm;  $V_{exp}=390$  kN;  $d=93$  cm;  $f_c=29$  MPa;  $c_{m\acute{a}x}/c_{m\acute{i}n}=1,17$

Força (kN)	Nomenclatura dos extensômetros							
	1X	2X	3X	4X	1Y	2Y	3Y	4Y
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
25	0,13	0,14	0,16	0,12	0,14	0,14	0,13	0,00
50	0,13	0,13	0,16	0,10	0,12	0,13	0,12	0,00
75	0,16	0,16	0,18	0,11	0,16	0,15	0,13	0,00
100	0,23	0,22	1,07	0,11	0,45	0,22	0,14	0,01
125	0,39	0,33	1,24	0,11	0,70	0,38	0,19	0,00
175	0,80	0,63	1,56	0,19	1,26	0,81	0,54	0,02
200	1,04	0,83	2,29	0,26	1,52	1,09	0,80	0,03
225	1,28	1,03	1,75	0,36	1,82	1,35	1,17	0,07
250	1,44	1,17	1,62	0,43	1,99	1,58	1,38	0,10
275	1,64	1,34	1,58	0,50	2,24	1,87	1,63	0,17
300	1,88	1,61	1,59	0,56	2,54	2,29	1,97	0,28
325	2,03	1,73	1,81	0,58	2,73	2,50	2,09	0,31
350	2,22	1,89	2,03	0,63	2,99	2,82	2,31	0,37
375	2,44	2,05	2,74	0,67	3,24	3,15	2,53	0,41

**Tabela C.3 – Deformações na armadura de flexão (mm/m) – Laje L3**

**Deformação da armadura de flexão (mm/m) - Laje L3**

Pilar (215 x 285) mm;  $V_{exp}=375$  kN;  $d=94$  cm;  $f_c=29$  MPa;  $c_{m\acute{a}x}/c_{m\acute{i}n}=1,33$

Força (kN)	Nomenclatura dos extensômetros							
	1X	2X	3X	4X	1Y	2Y	3Y	4Y
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
25	0,08	0,04	0,04	0,03	0,06	0,06	0,04	0,01
50	0,12	0,08	0,08	0,03	0,09	0,10	0,07	0,01
75	0,13	0,08	0,08	0,04	0,10	0,11	0,08	0,01

100	0,15	0,15	0,12	0,02	0,23	0,12	0,08	0,00
125	0,30	0,31	0,27	0,01	0,41	0,26	0,13	0,01
175	0,58	0,67	0,58	0,04	0,64	0,52	0,33	0,01
200	0,87	0,96	0,79	0,03	0,90	0,82	0,58	0,01
225	1,14	1,23	1,01	0,03	1,14	1,11	0,82	0,01
250	1,38	1,53	1,26	0,09	1,42	1,44	1,10	0,01
275	1,86	2,11	1,75	0,38	1,96	2,14	1,70	0,01
300	2,00	2,24	1,85	0,47	2,05	2,30	1,83	0,02
325	2,13	2,40	1,99	0,53	2,23	2,48	2,01	0,02
350	2,42	2,71	2,24	0,62	2,46	2,78	2,34	0,05
375	2,61	2,95	2,45	0,70	2,67	3,01	2,60	0,08

**Tabela C.4 – Deformações na armadura de flexão (mm/m) – Laje L4**

**Deformação da armadura de flexão (mm/m) - Laje L4**

Pilar (200 x 300) mm;  $V_{exp}=395$  kN;  $d=90$  cm;  $f_c=29$  MPa;  $c_{m\acute{a}x}/c_{m\acute{i}n}=1,50$

Força (kN)	Nomenclatura dos extensômetros							
	1X	2X	3X	4X	1Y	2Y	3Y	4Y
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
25	0,09	0,08	0,08	0,09	0,10	0,01	0,08	0,01
50	0,13	0,12	0,09	0,08	0,13	0,04	0,10	0,00
75	0,28	0,12	0,08	0,08	0,38	0,06	0,11	0,01
100	0,59	0,20	0,32	0,10	0,76	0,14	0,17	0,00
125	0,89	0,50	0,40	0,09	1,08	0,40	0,39	0,00
200	1,60	1,10	0,94	0,14	1,73	2,07	1,14	0,02
225	1,79	1,24	2,32	0,27	1,93	2,31	1,32	0,03
250	2,01	1,40	1,76	0,41	2,16	2,59	1,55	0,05

**Tabela C.4 (Continuação) – Deformações na armadura de flexão (mm/m) – Laje L4**

**Deformação da armadura de flexão (mm/m) - Laje L4**

Pilar (200 x 300) mm;  $V_{exp}=395$  kN;  $d=90$  cm;  $f_c=29$  MPa;  $c_{m\acute{a}x}/c_{m\acute{i}n}=1,50$

Força (kN)	Nomenclatura dos extensômetros							
	1X	2X	3X	4X	1Y	2Y	3Y	4Y
275	2,26	1,58	1,31	0,56	2,46	2,96	1,83	0,15
300	2,38	1,68	0,98	0,60	2,59	3,14	1,97	0,18
325	2,57	1,82	1,05	0,66	2,81	3,39	2,17	0,25
350	2,84	1,99	1,57	0,72	3,13	3,75	2,47	0,40

375	2,97	2,09	1,43	0,76	3,27	3,92	2,61	0,45
-----	------	------	------	------	------	------	------	------

**Tabela C.5 – Deformações na armadura de flexão (mm/m) – Laje L5**

**Deformação da armadura de flexão (mm/m) - Laje L5**

Pilar (165 x 335) mm;  $V_{exp}=385$  kN;  $d=94$  cm;  $f_c=22$  MPa;  $c_{m\acute{a}x}/c_{m\acute{i}n}=2,03$

Força (kN)	Nomenclatura dos extensômetros							
	1X	2X	3X	4X	1Y	2Y	3Y	4Y
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
25	0,02	0,01	0,03	0,01	0,01	0,00	0,01	0,02
50	0,06	0,03	0,05	0,02	0,01	0,00	0,01	0,01
75	0,13	0,19	0,10	0,01	0,08	0,09	0,07	0,00
100	0,27	0,38	0,29	0,08	0,16	0,20	0,19	0,03
125	0,47	0,64	0,48	0,24	0,32	0,38	0,38	0,07
150	0,84	1,01	0,68	0,45	0,59	0,54	0,57	0,27
175	1,01	1,19	0,79	0,54	0,71	0,62	0,62	0,38
200	1,29	1,49	0,96	0,65	0,94	0,77	0,80	0,55
225	1,67	1,84	1,14	0,78	1,27	0,93	1,06	0,79
250	1,89	2,06	1,29	0,85	1,43	1,05	1,12	0,89
275	2,18	2,35	1,46	0,97	1,67	1,18	1,25	0,95
300	2,44	2,59	1,64	1,11	1,87	1,29	1,32	0,98
325	2,72	2,77	1,83	1,27	2,01	1,35	1,32	0,82

**Tabela C.6 – Deformações na armadura de flexão (mm/m) – Laje L6**

**Deformação da armadura de flexão (mm/m) - Laje L6**

Pilar (125 x 375) mm;  $V_{exp}=350$  kN;  $d=91$  cm;  $f_c=22$  MPa;  $c_{m\acute{a}x}/c_{m\acute{i}n}=3,00$

Força (kN)	Nomenclatura dos extensômetros							
	1X	2X	3X	4X	1Y	2Y	3Y	4Y
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
25	0,90	0,03	0,40	0,00	0,56	0,56	0,01	0,00
50	0,92	0,05	0,43	0,00	0,57	2,59	0,06	0,00
75	0,87	0,12	0,94	0,03	0,42	2,60	0,51	0,01

100	0,55	0,77	0,81	0,17	2,09	2,63	0,95	0,05
125	0,38	0,68	1,25	0,28	2,09	2,65	1,21	0,16
150	0,09	1,10	1,43	0,43	2,09	2,67	1,55	0,37
200	0,30	1,32	1,64	0,88	2,09	2,73	2,15	0,73
275	0,88	2,71	1,73	0,97	2,09	2,79	2,92	1,11

**Tabela C.7 – Deformações na armadura de flexão (mm/m) – Laje L7**

<b>Deformação da armadura de flexão (mm/m) - Laje L7</b>								
Pilar (110 x 390) mm; $V_{exp}=300$ kN; $d=91$ cm; $f_c=22$ MPa; $c_{máx}/c_{mín}=3,55$								
<b>Força (kN)</b>	<b>Nomenclatura dos extensômetros</b>							
	<b>1X</b>	<b>2X</b>	<b>3X</b>	<b>4X</b>	<b>1Y</b>	<b>2Y</b>	<b>3Y</b>	<b>4Y</b>
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
25	0,24	0,21	0,27	0,02	0,23	0,23	0,09	0,00
50	0,27	0,23	0,28	0,03	0,25	0,26	0,09	0,01
75	0,34	0,31	0,32	0,03	0,28	0,34	0,11	0,00
100	0,57	0,98	0,41	0,02	2,04	0,58	0,24	0,00
125	0,87	2,03	0,66	0,00	*	0,84	0,87	0,09
150	1,21	1,30	0,97	0,04	*	1,08	0,81	0,30
200	1,74	1,97	1,32	0,65	*	1,66	2,08	0,71
250	2,19	2,50	1,68	0,95	*	2,06	2,04	1,11
275	2,35	2,63	1,83	1,09	*	2,21	2,08	1,26
300	2,56	2,92	2,04	1,30	*	2,38	2,08	1,35

\* Leitura perdida

**Tabela C.8 – Deformações na armadura de flexão (mm/m) – Laje L8**

<b>Deformação da armadura de flexão (mm/m) - Laje L8</b>								
Pilar (100 x 400) mm; $V_{exp}=275$ kN; $d=94$ cm; $f_c=22$ MPa; $c_{máx}/c_{mín}=4,00$								
<b>Força (kN)</b>	<b>Nomenclatura dos extensômetros</b>							
	<b>1X</b>	<b>2X</b>	<b>3X</b>	<b>4X</b>	<b>1Y</b>	<b>2Y</b>	<b>3Y</b>	<b>4Y</b>
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
25	0,33	0,24	0,14	0,01	0,33	0,30	1,44	0,00
50	0,56	0,37	0,21	0,02	0,41	0,37	1,48	0,02
75	0,98	0,67	0,51	0,01	0,70	0,67	1,80	0,09

100	1,42	0,97	0,79	0,07	0,88	0,91	2,12	0,21
125	1,74	1,18	0,96	0,25	1,20	0,55	3,58	0,35
150	2,15	1,42	1,16	0,42	1,37	0,29	4,46	0,52
175	2,45	1,62	1,33	0,53	1,54	-0,09	5,30	0,22
200	2,76	1,81	1,49	0,74	1,71	0,14	4,94	0,79
225	3,04	1,98	1,64	0,96	1,87	0,38	4,64	0,89
250	3,36	2,19	1,80	1,15	2,05	0,61	4,42	1,35

---

**Anexo D**

**DEFORMAÇÕES NO CONCRETO**

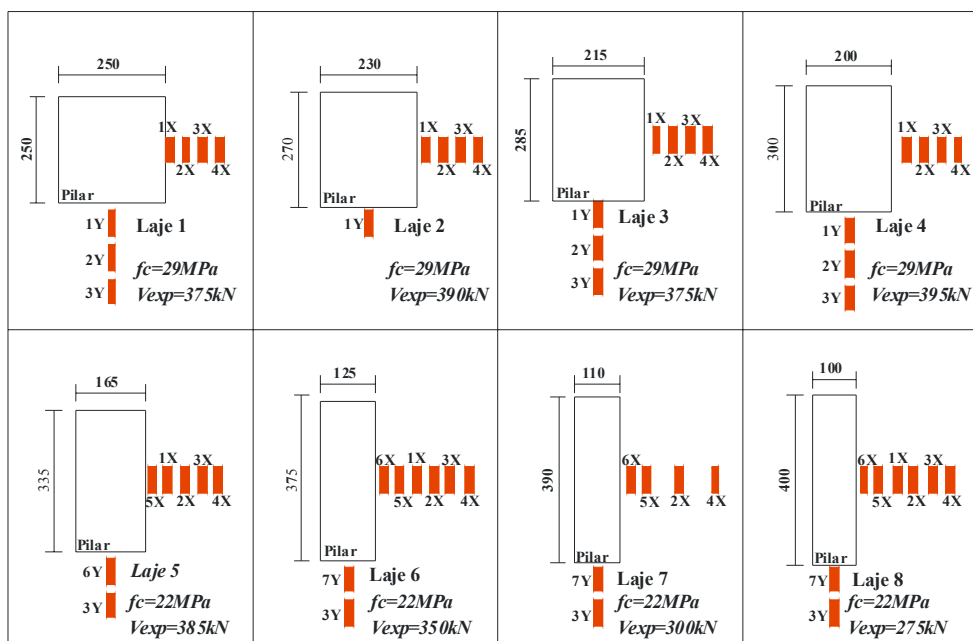


Figura D.1 – Posicionamento dos extensômetros de concreto - (mm)

Tabela D.1 – Deformações no concreto (mm/m) – Laje L1

Deformação do concreto (mm/m) - Laje L1							
Pilar (250 x 250) mm; $V_{exp}=375\text{ kN}$ ; $d=94\text{ cm}$ ; $f_c=29\text{ MPa}$ ; $c_{max}/c_{min}=1,00$							
Força (kN)	Nomenclatura dos extensômetros						
	1X	2X	3X	4X	1Y	2Y	3Y
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
25	-0,07	-0,04	-0,05	-0,03	-0,04	-0,06	-0,02
50	-0,10	-0,08	-0,08	-0,05	-0,08	-0,02	-0,02
75	-0,19	-0,17	-0,18	-0,14	-0,15	-0,05	-0,03
100	-0,35	-0,36	-0,37	-0,34	-0,26	-0,10	-0,04
125	-0,50	-0,51	-0,52	-0,49	-0,37	-0,13	-0,05
150	-0,62	-0,64	-0,64	-0,60	-0,48	-0,16	-0,06
175	-0,74	-0,78	-0,77	-0,71	-0,56	-0,18	-0,06
200	-0,93	-0,97	-0,95	-0,85	-0,64	-0,35	-0,07
225	-1,05	-1,08	-1,05	-0,94	-0,72	-0,38	-0,08

Tabela D.1 (Continuação) – Deformações no concreto (mm/m) – Laje L1

Deformação do concreto (mm/m) - Laje L1							
Pilar (250 x 250) mm; $V_{exp}=375\text{ kN}$ ; $d=94\text{ cm}$ ; $f_c=29\text{ MPa}$ ; $c_{max}/c_{min}=1,00$							
Força (kN)	Nomenclatura dos extensômetros						
	1X	2X	3X	4X	1Y	2Y	3Y

250	-1,25	-1,25	-1,19	-1,07	-0,80	-0,41	-0,08
275	-1,46	-1,41	-1,33	-1,20	-0,86	-0,37	-0,07
300	-1,62	-1,56	-1,47	-1,33	-0,93	-0,40	-0,07
325	-1,81	-1,76	-1,66	-1,49	-0,99	-0,36	-0,05
350	-2,01	-2,00	-1,87	-1,66	-1,02	-0,33	-0,05
375	-2,31	-2,36	-2,16	-1,89	*	-0,26	-0,09

\* Leitura perdida.

**Tabela D.2 – Deformações no concreto (mm/m) – Laje L2**

<b>Deformação do concreto (mm/m) - Laje L2</b>					
Pilar (230 x 270) mm; $V_{exp}=390$ kN; $d=93$ cm; $f_c=29$ MPa; $c_{m\acute{a}x}/c_{m\acute{i}n}=1,17$					
<b>Força (kN)</b>	<b>Nomenclatura dos extensômetros</b>				
	<b>1X</b>	<b>2X</b>	<b>3X</b>	<b>4X</b>	<b>1Y</b>
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
25	-0,03	-0,07	-0,06	-0,05	-0,04
50	-0,04	-0,07	-0,07	-0,05	-0,05
75	-0,07	-0,11	-0,10	-0,08	-0,07
100	-0,20	-0,26	-0,24	-0,18	-0,08
125	-0,37	-0,42	-0,39	-0,31	-0,13
150	-0,53	-0,57	-0,53	-0,44	-0,21
175	-0,68	-0,71	-0,67	-0,56	-0,31
200	-0,83	-0,85	-0,82	-0,69	-0,43
225	-1,01	-1,02	-0,98	-0,82	-0,52
250	-1,14	-1,15	-1,10	-0,93	-0,59
275	-1,30	-1,32	-1,25	-1,05	-0,66
300	-1,55	-1,57	-1,48	-1,23	-0,77
325	-1,66	-1,69	-1,59	-1,33	-0,82
350	-1,82	-1,87	-1,76	-1,47	-0,88
375	-1,98	-2,07	-1,95	-1,63	-0,95

**Tabela D.3 – Deformações no concreto (mm/m) – Laje L3**

<b>Deformação do concreto (mm/m) - Laje L3</b>							
Pilar (215 x 285) mm; $V_{exp}=375$ kN; $d=94$ cm; $f_c=29$ MPa; $c_{m\acute{a}x}/c_{m\acute{i}n}=1,33$							
<b>Força (kN)</b>	<b>Nomenclatura dos extensômetros</b>						
	<b>1X</b>	<b>2X</b>	<b>3X</b>	<b>4X</b>	<b>1Y</b>	<b>2Y</b>	<b>3Y</b>

0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
25	-0,03	-0,04	-0,02	-0,04	-0,03	-0,01	0,00
50	-0,07	-0,09	-0,07	-0,09	-0,07	-0,03	-0,02
75	-0,08	-0,10	-0,08	-0,10	-0,07	-0,04	-0,02
100	-0,23	-0,25	-0,22	-0,25	-0,10	-0,05	-0,02
125	-0,37	-0,39	-0,35	-0,37	-0,15	-0,05	-0,01
150	-0,52	-0,51	-0,45	-0,48	-0,23	-0,07	0,00
175	-0,67	-0,63	-0,56	-0,60	-0,31	-0,10	0,00
200	-0,80	-0,77	-0,68	-0,73	-0,39	-0,13	-0,01
225	-0,94	-0,90	-0,80	-0,86	-0,47	-0,16	-0,01
250	-1,24	-1,19	-1,05	-1,14	-0,63	-0,22	-0,02
275	-1,29	-1,25	-1,09	-1,20	-0,65	-0,21	-0,02
300	-1,37	-1,35	-1,18	-1,29	-0,70	-0,23	-0,02
325	-1,52	-1,51	-1,31	-1,45	-0,78	-0,23	-0,01
350	-1,63	-1,66	-1,45	-1,61	-0,83	-0,22	0,00
375	-1,63	-1,86	-1,62	-1,81	-0,84	-0,20	0,02

**Tabela D.4 – Deformações no concreto (mm/m) – Laje L4**

<b>Deformação do concreto (mm/m) - Laje L4</b>							
Pilar (200 x 300) mm; $V_{exp}=395$ kN; $d=90$ cm; $f_c=29$ MPa; $c_{max}/c_{min}=1,50$							
<b>Força (kN)</b>	<b>Nomenclatura dos extensômetros</b>						
	<b>1X</b>	<b>2X</b>	<b>3X</b>	<b>4X</b>	<b>1Y</b>	<b>2Y</b>	<b>3Y</b>
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
25	-0,58	-0,07	-0,07	-0,03	-0,05	0,00	0,01
50	-0,62	-0,12	-0,13	-0,07	-0,10	-0,02	0,00
75	-0,69	-0,17	-0,19	-0,10	-0,14	-0,03	-0,01
100	-0,85	-0,31	-0,36	-0,24	-0,25	-0,06	0,00
125	-1,06	-0,49	-0,55	-0,40	-0,39	-0,07	0,01
200	-1,23	-0,61	-0,70	-0,54	-0,54	-0,10	0,00
225	-1,37	-0,71	-0,82	-0,63	-0,62	-0,11	0,00
250	-1,56	-0,85	-0,95	-0,74	-0,71	-0,14	-0,01

**Tabela D.4 (Continuação) – Deformações no concreto (mm/m) – Laje L4**

<b>Deformação do concreto (mm/m) - Laje L4</b>							
Pilar (200 x 300) mm; $V_{exp}=395$ kN; $d=90$ cm; $f_c=29$ MPa; $c_{max}/c_{min}=1,50$							
<b>Força (kN)</b>	<b>Nomenclatura dos extensômetros</b>						
	<b>1X</b>	<b>2X</b>	<b>3X</b>	<b>4X</b>	<b>1Y</b>	<b>2Y</b>	<b>3Y</b>

275	-1,71	-0,95	-1,08	-0,86	-0,80	-0,16	-0,01
300	-1,87	-1,07	-1,21	-0,97	-0,87	-0,17	0,00
325	-2,12	-1,24	-1,41	-1,13	-0,97	-0,17	0,02
350	-2,20	-1,32	-1,49	-1,21	-1,03	-0,19	0,02
375	-2,36	-1,44	-1,63	-1,32	-1,10	-0,20	0,02

**Tabela D.5 – Deformações no concreto (mm/m) – Laje L5**

<b>Deformação do concreto (mm/m) - Laje L5</b>							
Pilar (165 x 335) mm; $V_{exp}=385$ kN; $d=94$ cm; $f_c=22$ MPa; $c_{máx}/c_{mín}=2,03$							
<b>Força (kN)</b>	<b>Nomenclatura dos extensômetros</b>						
	<b>1X</b>	<b>2X</b>	<b>3X</b>	<b>4X</b>	<b>5X</b>	<b>3Y</b>	<b>6Y</b>
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
25	-0,34	-0,06	-0,07	-0,08	0,02	-0,03	-0,05
50	-0,40	-0,12	-0,11	-0,12	-0,03	-0,03	-0,08
75	-0,53	-0,28	-0,28	-0,29	-0,20	-0,02	-0,13
100	-0,73	-0,48	-0,49	-0,50	-0,40	-0,02	-0,21
125	-0,89	-0,62	-0,63	-0,65	-0,53	-0,03	-0,27
150	-1,15	-0,81	-0,81	-0,82	-0,68	-0,04	-0,36
175	-1,26	-0,90	-0,90	-0,92	-0,77	-0,04	-0,40
200	-1,45	-1,06	-1,06	-1,07	-0,90	-0,05	-0,46
225	-1,80	-1,29	-1,29	-1,29	-1,07	-0,05	-0,51
250	-1,93	-1,41	-1,41	-1,41	-1,17	-0,06	-0,56
275	-2,13	-1,59	-1,60	-1,58	-1,31	-0,06	-0,60
300	-2,30	-1,78	-1,79	-1,77	-1,45	-0,06	-0,58
325	-2,48	-1,97	-2,00	-1,98	-1,62	-0,05	-0,46

**Tabela D.6 – Deformações no concreto (mm/m) – Laje L6**

<b>Deformação do concreto (mm/m) - Laje L6</b>								
Pilar (125 x 375) mm; $V_{exp}=350$ kN; $d=91$ cm; $f_c=22$ MPa; $c_{máx}/c_{mín}=3,00$								
<b>Força (kN)</b>	<b>Nomenclatura dos extensômetros</b>							
	<b>1X</b>	<b>2X</b>	<b>3X</b>	<b>4X</b>	<b>5X</b>	<b>6X</b>	<b>7Y</b>	<b>3Y</b>

0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
25	-0,34	-0,10	-0,10	0,00	-0,10	-0,14	-0,10	-0,17
50	-0,84	-0,13	-0,14	0,00	-0,16	-0,21	-0,18	-0,43
75	-1,05	-0,36	-0,45	0,00	-0,50	-0,59	-0,35	-0,40
100	-1,16	-0,51	-0,68	-0,01	-0,74	-0,82	-0,47	-0,37
125	-1,37	-0,65	-0,83	-0,01	-0,89	-0,97	-0,55	-0,30
150	-1,58	-0,79	-1,00	-0,17	-1,05	-1,12	-0,62	-0,27
175	-1,79	-0,93	-1,16	-0,15	-1,20	-1,26	-0,69	-0,27
200	-2,21	-1,14	-1,39	-0,13	-1,43	-1,46	-0,72	-0,27
225	-2,29	-1,21	-1,48	-0,12	-1,52	-1,55	-0,77	-0,25
250	-2,48	-1,37	-1,66	-0,11	-1,69	-1,69	-0,78	-0,27
275	-2,46	-1,58	-1,90	-0,09	-1,90	-1,87	-0,72	-0,23

**Tabela D.7 – Deformações no concreto (mm/m) – Laje L7**

<b>Deformação do concreto (mm/m) - Laje L7</b>						
Pilar (110 x 390) mm; $V_{exp}=300$ kN; $d=91$ cm; $f_c=22$ MPa; $c_{max}/c_{min}=3,55$						
<b>Força (kN)</b>	<b>Nomenclatura dos extensômetros</b>					
	<b>2X</b>	<b>4X</b>	<b>5X</b>	<b>6X</b>	<b>7Y</b>	<b>3Y</b>
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
25	-0,07	-0,03	-0,05	-0,06	-0,10	-0,02
50	-0,11	-0,07	-0,09	-0,10	-0,17	-0,05
75	-0,17	-0,12	-0,14	-0,15	-0,24	-0,06
100	-0,30	-0,20	-0,25	-0,25	-0,30	-0,07
125	-0,46	-0,32	-0,36	-0,37	-0,33	-0,08
150	-0,63	-0,44	-0,47	-0,49	-0,37	-0,10
200	-0,89	-0,70	-0,68	-0,73	-0,35	-0,11
250	-1,03	-0,83	-0,79	-0,86	-0,30	-0,12
275	-1,12	-0,91	-0,86	-0,94	-0,30	-0,13
300	-1,28	-1,08	-0,99	-1,11	*	-0,15

\* Leitura perdida

**Tabela D.8 – Deformações no concreto (mm/m) – Laje L8**

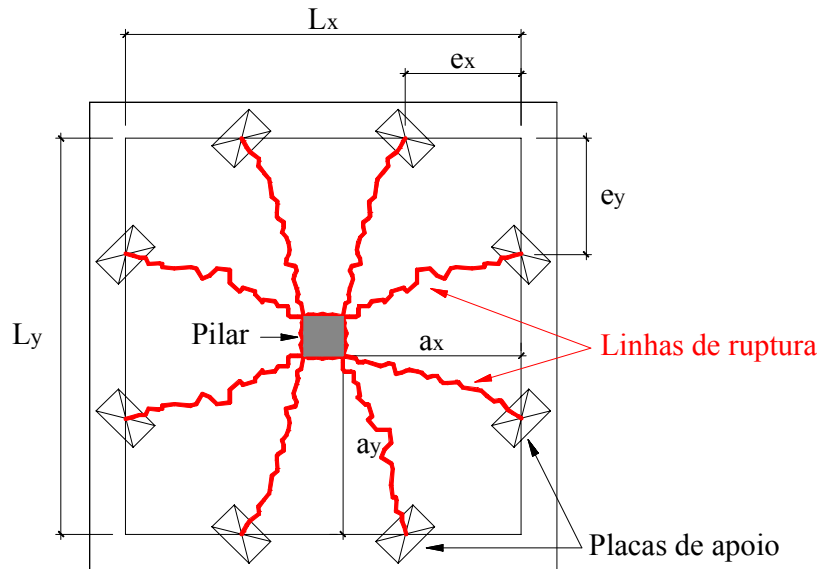
<b>Deformação do concreto (mm/m) - Laje L8</b>							
Pilar (100 x 400) mm; $V_{exp}=275$ kN; $d=94$ cm; $f_c=22$ MPa; $c_{max}/c_{min}=4,00$							
<b>Força (kN)</b>	<b>Nomenclatura dos extensômetros</b>						
	<b>1X</b>	<b>2X</b>	<b>3X</b>	<b>4X</b>	<b>5X</b>	<b>6X</b>	<b>7Y</b>

0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
25	-0,32	-0,35	-0,34	-0,01	-0,28	-0,22	-0,12	-0,04
50	-0,40	-0,43	-0,45	-0,10	-0,38	-0,31	-0,19	-0,06
75	-0,55	-0,60	-0,63	-0,24	-0,55	-0,43	-0,28	-0,07
100	-0,72	-0,77	-0,82	-0,38	-0,72	-0,57	-0,39	-0,08
125	-0,88	-0,95	-1,00	-0,57	-0,90	-0,74	-0,49	-0,09
150	-1,15	-1,18	-1,24	-0,79	-1,12	-0,95	-0,55	-0,09
175	-1,25	-1,29	-1,37	-0,93	-1,25	-1,07	-0,64	-0,10
200	-1,55	-1,49	-1,58	-1,13	-1,46	-1,26	-0,69	-0,10
225	-1,82	-1,68	-1,77	-1,32	-1,65	-1,45	-0,68	-0,09
250	-2,10	-1,87	-1,98	-1,54	-1,87	-1,65	-0,58	-0,08

---

**Anexo E**

## CÁLCULO DA CARGA DE RUPTURA POR FLEXÃO ( $V_{fl}$ ) DAS LAJES UTILIZANDO O MÉTODO DAS LINHAS DE RUPTURA



**FIGURA E.1 – Linhas de ruptura para as lajes ensaiadas**

Sendo:

$$a_x = 1350 - \frac{c_{min}}{2} \text{ (mm)}$$

$$a_y = 1350 - \frac{c_{máx}}{2} \text{ (mm)}$$

$$e_x = e_y = 447 \text{ mm}$$

$$L_x = L_y = 1524 \text{ mm}$$

Expressões utilizadas para o cálculo da carga de ruptura por flexão ( $V_{fl}$ ):

$$V_{flex} = 2 \cdot m_p \cdot \left[ \frac{L_x}{a_y} + \frac{L_y}{a_x} - 2 \cdot \left( \frac{a_y}{a_x} \cdot w_x + \frac{a_x}{a_y} \cdot w_y \right) \right], \text{ onde:}$$

$$w_x = \frac{e_y}{a_y} \cdot \frac{\frac{e_x}{a_x} \cdot \left( \frac{a_y}{e_y} - 1 \right)}{1 + \frac{e_x}{a_x} \cdot \left( \frac{a_y}{e_y} - 1 \right)} \quad ; \quad w_y = \frac{e_x}{a_x} \cdot \frac{\frac{e_y}{a_y} \cdot \left( \frac{a_x}{e_x} - 1 \right)}{1 + \frac{e_y}{a_y} \cdot \left( \frac{a_x}{e_x} - 1 \right)}$$

$$m_p = \rho \cdot f_{ys} \cdot d^2 \cdot \left( 1 - \frac{0,5 \cdot \rho \cdot f_{ys}}{f_{ck}} \right) \text{ (momento de plastificação)}$$

A Tabela E.1 apresenta as cargas previstas para ruptura por flexão para as lajes L1 a L8.

**Tabela E.1 – Cargas previstas para ruptura por flexão das lajes**

<b>Laje</b>	$c_{min}$ (mm)	$c_{máx}$ (mm)	$d$ (mm)	$\rho$	$f'_c$ (MPa)	$f_y$ (MPa)	$e_x$ (mm)	$e_y$ (mm)	$L_x$ (mm)	$L_y$ (mm)	$a_x$ (mm)	$a_y$ (mm)	$w_x$	$w_y$	$m_u$ (Nm/m)	$V_{flex}$ (kN)
L1	250	250	94	0,0139	28,95	597	447	447	1524	1524	637	637	0,161	0,161	62772	520
L2	230	270	93	0,014	28,95	597	447	447	1524	1524	647	627	0,155	0,167	61992	513
L3	215	285	94	0,0139	28,95	597	447	447	1524	1524	654,5	619,5	0,151	0,171	62772	520
L4	200	300	90	0,0145	28,95	597	447	447	1524	1524	662	612	0,146	0,176	59654	494
L5	165	335	94	0,0143	22,32	597	447	447	1524	1524	679,5	594,5	0,134	0,185	57317	476
L6	125	375	91	0,0143	22,32	597	447	447	1524	1524	699,5	574,5	0,12	0,195	57317	477
L7	110	390	91	0,0143	22,32	597	447	447	1524	1524	707	567	0,114	0,199	57317	477
L8	100	400	94	0,0139	22,32	597	447	447	1524	1524	712	562	0,111	0,201	59655	497

## EXEMPLO DE APLICAÇÃO DAS EXPRESSÕES NORMATIVAS

A laje L1 foi tomada como exemplo para aplicar as recomendações das normas estimando a resistência de lajes cogumelo, sem armadura de cisalhamento, com puncionamento central.

As principais características dessa laje são:  $c_{\min}=c_{\max}=250\text{mm}$ ;  $d=94\text{mm}$ ;  $\rho=1,39\%$  e  $f'_c=29\text{MPa}$ .

### F.1 – ACI-318 (2002)

O perímetro de controle é dado por:

$$b_0 = 2(0,5d+c_{\min}+0,5d) + 2(0,5d+c_{\max}+0,5d) = 1376 \text{ mm}$$

O  $V_{cal}$  é o menor valor obtido das três equações seguintes:

$$V_{cal} = \left(1 + \frac{2}{\beta_c}\right) \frac{1}{6} \sqrt{f'_c} b_0 d = \left(1 + \frac{2}{\left(\frac{250}{250}\right)}\right) \frac{1}{6} (\sqrt{29})(1376)(94) = 347,97 \text{ kN}$$

$$V_{cal} = \left(\frac{\alpha_s d}{b_0} + 2\right) \frac{1}{12} \sqrt{f'_c} b_0 d = \left(\frac{40,94}{1376} + 2\right) \frac{1}{12} (\sqrt{29})(1376)(94) = 274,46 \text{ kN}$$

$$V_{cal} = \frac{1}{3} \sqrt{f'_c} b_0 d = \frac{1}{3} (\sqrt{29})(1376)(94) = 231,98 \text{ kN} \cong 232 \text{ kN}$$

Sendo:

$\beta_c$  = relação entre o lado maior e o lado menor do pilar;

$f'_c$  = resistência à compressão do concreto em corpos de prova cilíndricos, em MPa;

$b_0$  = perímetro de controle localizado a  $0,5d$  do pilar, em mm;

$d$  = altura efetiva da laje, em mm;

$\alpha_s$  = 40 (pilares internos), 30 (pilares de borda) e 20 (pilares de canto).

## F.2 – CEB-FIP MC90 (1991)

O perímetro de controle é dado por:

$$u = 2c_{\min} + 2c_{\max} + 4\pi d = 2181,24 \text{ mm}$$

O  $V_{cal}$  é obtido por:

$$V_{cal} = (1,5)(0,12)(100\rho f'_c)^{1/3} \left(1 + \sqrt{\frac{200}{d}}\right) ud$$

$$V_{cal} = (1,5)(0,12)((100)(0,0139)(29))^{1/3} \left(1 + \sqrt{\frac{200}{94}}\right) (2181,24)(94)$$

$$V_{cal} = 311 \text{ kN}$$

## F.3 – EUROCODE 2 (2001)

O perímetro de controle é dado por:

$$u = 2c_{\min} + 2c_{\max} + 4\pi d = 2181,24 \text{ mm}$$

O  $V_{cal}$  é obtido por:

$$V_{cal} = (0,18) \left(1 + \sqrt{\frac{200}{d}}\right) (100\rho f'_c)^{1/3} ud$$

$$V_{cal} = (0,18) \left(1 + \sqrt{\frac{200}{94}}\right) ((100)(0,0139)(29))^{1/3} (2181,24)(94)$$

$$V_{cal} = 253 \text{ kN}$$

## F.4 – NBR-6118 (2003)

O perímetro de controle é dado por:

$$u = 2c_{\min} + 2c_{\max} + 4\pi d = 2181,24 \text{ mm}$$

O  $V_{cal}$  é obtido por:

$$V_{cal} = (1,4)(0,13) \left(1 + \sqrt{\frac{200}{d}}\right) (100\rho f'_c)^{1/3} ud$$

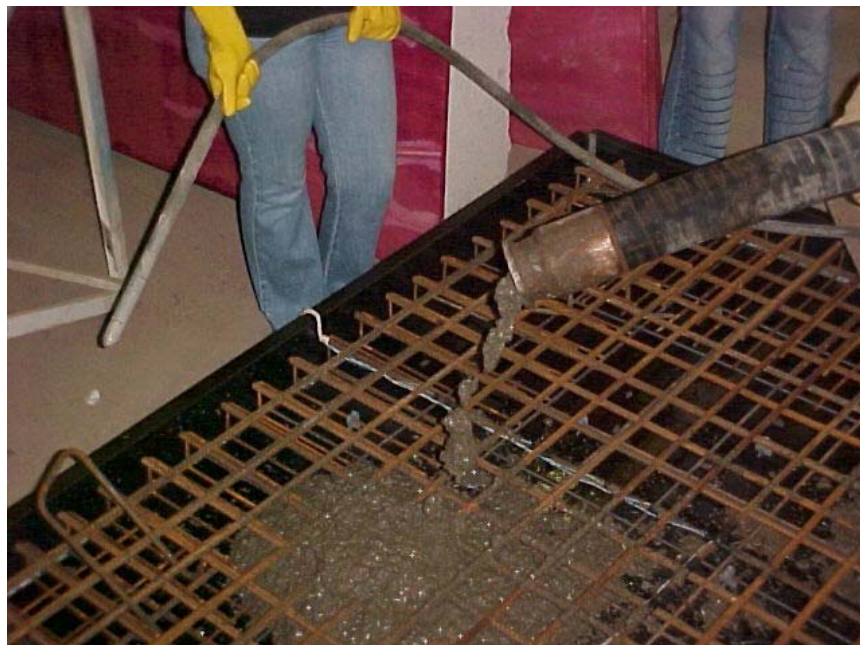
$$V_{cal} = (1,4)(0,13)\left(1 + \sqrt{\frac{200}{94}}\right)\left((100)(0,0139)(29)\right)^{1/3} (2181,24)(94)$$

$$V_{cal} = 314 \text{ kN}$$

## ARQUIVO FOTOGRÁFICO



**Figura G.1 – Forma montada para concretagem**



**Figura G.2 – Lançamento do concreto na forma**



**Figura G.3 – Vibrando o concreto**



**Figura G.4 – Laje concretada**



**Figura G.5 – Corpos-de-prova moldados**



**Figura G.6 – Colocação da laje nos blocos de apoio**



**Figura G.7 – Fixação da laje orientando-se pelos prumos – força manual**



**Figura G.8 – Laje posicionada para ser ensaiada**



**Figura G.9 – Marcação da laje e fixação das placas**



**Figura G.10 – Marcação da projeção do pilar na parte inferior da laje**



**Figura G.11 – Detalhe das placas do pilar e célula de carga**



**Figura G.12 – Aço rompido na prensa**



**Figura G.13 – Armadura de flexão após a ruptura**



**Figura G.14 – Superfície de ruptura da laje**