

UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS
ESCOLA DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOTECNIA,
ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL

**MÉTODO DE RETROANÁLISE DE
PARÂMETROS DE RESISTÊNCIA AO
CISALHAMENTO EM TALUDES**

MARIELE RODRIGUES DE OLIVEIRA

D0293G24
GOIÂNIA
2024

Processo: Documento:
23070.071076/2023-96 4281453



UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS
ESCOLA DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO (TECA) PARA DISPONIBILIZAR VERSÕES ELETRÔNICAS DE TESES

E DISSERTAÇÕES NA BIBLIOTECA DIGITAL DA UFG

Na qualidade de titular dos direitos de autor, autorizo a Universidade Federal de Goiás (UFG) a disponibilizar, gratuitamente, por meio da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD/UFG), regulamentada pela Resolução CEPEC nº 832/2007, sem ressarcimento dos direitos autorais, de acordo com a [Lei 9.610/98](#), o documento conforme permissões assinaladas abaixo, para fins de leitura, impressão e/ou download, a título de divulgação da produção científica brasileira, a partir desta data.

O conteúdo das Teses e Dissertações disponibilizado na BDTD/UFG é de responsabilidade exclusiva do autor. Ao encaminhar o produto final, o autor(a) e o(a) orientador(a) firmam o compromisso de que o trabalho não contém nenhuma violação de quaisquer direitos autorais ou outro direito de terceiros.

1. Identificação do material bibliográfico

☒ Dissertação ☐ Tese ☐ Outro*: _____

*No caso de mestrado/doutorado profissional, indique o formato do Trabalho de Conclusão de Curso, permitido no documento de área, correspondente ao programa de pós-graduação, orientado pela legislação vigente da CAPES.

Exemplos: Estudo de caso ou Revisão sistemática ou outros formatos.

2. Nome completo do autor

Mariele Rodrigues de Oliveira

3. Título do trabalho

MÉTODO DE RETROANÁLISE DE PARÂMETROS DE RESISTÊNCIA AO CISALHAMENTO EM TALUDES

4. Informações de acesso ao documento (este campo deve ser preenchido pelo orientador)

Concorda com a liberação total do documento ☐ SIM ☒ NÃO¹

[1] Neste caso o documento será embargado por até um ano a partir da data de defesa. Após esse período, a possível disponibilização ocorrerá apenas mediante:

- a) consulta ao(a) autor(a) e ao(a) orientador(a);
 - b) novo Termo de Ciência e de Autorização (TECA) assinado e inserido no arquivo da tese ou dissertação.
- O documento não será disponibilizado durante o período de embargo.

Casos de embargo:

- Solicitação de registro de patente;
- Submissão de artigo em revista científica;
- Publicação como capítulo de livro;
- Publicação da dissertação/tese em livro.

Obs. Este termo deverá ser assinado no SEI pelo orientador e pelo autor.



Documento assinado eletronicamente por **Gilson De Farias Neves Gitirana Junior, Professor do Magistério Superior**, em 12/01/2024, às 09:07, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Mariele Rodrigues De Oliveira, Discente**, em 12/01/2024, às 09:18, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.ufg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **4281453** e o código CRC **D89E5633**.

MARIELE RODRIGUES DE OLIVEIRA

MÉTODO DE RETROANÁLISE DE PARÂMETROS DE RESISTÊNCIA AO CISALHAMENTO EM TALUDES

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Geotecnia, Estruturas e Construção Civil da Escola de Engenharia Civil e Ambiental da Universidade Federal de Goiás (UFG) para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil em 2024.

Área de Concentração: Geotecnia

Orientador: Gilson de Farias Neves Gitirana Júnior, Ph.D.

D0293G24
GOIÂNIA
2024

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do
Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UFG.

Oliveira, Mariele Rodrigues de
MÉTODO DE RETROANÁLISE DE PARÂMETROS DE
RESISTÊNCIA AO CISALHAMENTO EM TALUDES [manuscrito] /
Mariele Rodrigues de Oliveira. - 2024.
84, LXXXIV f.: il.

Orientador: Prof. Dr. Gilson de Farias Neves Gitirana Jr.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Goiás, Escola
de Engenharia Civil e Ambiental (EECA), Programa de Pós-Graduação
em Engenharia Civil - Geotecnia, Estruturas e Construção Civil, Goiânia,
2024.

Bibliografia. Apêndice.

Inclui abreviaturas, símbolos, tabelas, algoritmos, lista de figuras,
lista de tabelas.

1. Retroanálise de taludes. 2. Otimização. 3. Deslizamento. 4.
Métodos de Equilíbrio Limite. 5. PLAXIS LE. I. Gitirana Jr, Gilson de
Farias Neves, orient. II. Título.

CDU 624



UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS

ESCOLA DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

ATA DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO

Ata nº **292** da sessão de Defesa de Dissertação de **Mariele Rodrigues de Oliveira** que confere o título de Mestra em Geotecnia, Estruturas e Construção Civil, na área de concentração em **Geotecnia**.

Aos **trinta e um dias do mês de janeiro de dois mil e vinte e quatro**, a partir das **quinze horas**, por **videoconferência**, realizou-se a sessão pública de Defesa de Dissertação intitulada **“Método de retroanálise de parâmetros de resistência ao cisalhamento em taludes”**. Os trabalhos foram instalados pelo Orientador, Professor Doutor **Gilson de Farias Neves Gitirana Junior (PPGGECON/UFG)** com a participação dos demais membros da Banca Examinadora: Professora Doutora **Raquel Souza Teixeira (UEL)**, membro titular externo, e Professora Doutora **Márcia Maria dos Anjos Mascarenha (PPGGECON/UFG)**, membro titular interno. Durante a arguição os membros da banca **não fizeram** sugestão de alteração do título do trabalho. A Banca Examinadora reuniu-se em sessão secreta a fim de concluir o julgamento da Dissertação, tendo sido a candidata **aprovada** pelos seus membros. Proclamados os resultados pelo Professor Doutor **Gilson de Farias Neves Gitirana Junior**, Presidente da Banca Examinadora, foram encerrados os trabalhos e, para constar, lavrou-se a presente ata que é assinada pelos Membros da Banca Examinadora, aos **trinta e um dias do mês de janeiro de dois mil e vinte e quatro**.

TÍTULO SUGERIDO PELA BANCA



Documento assinado eletronicamente por **Gilson De Farias Neves Gitirana Junior**, Professor do **Magistério Superior**, em 31/01/2024, às 17:23, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Marcia Maria Dos Anjos Mascarenha**, Professora do **Magistério Superior**, em 31/01/2024, às 17:24, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Raquel Souza Teixeira**, Usuário Externo, em 01/02/2024, às 14:05, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.ufg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **4281466** e o código CRC **DFA61048**.

Referência: Processo nº 23070.071076/2023-96

SEI nº 4281466

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus.

À minha família que desempenhou um papel fundamental na minha jornada acadêmica, oferecendo suporte incondicional e carinho. Especialmente, quero expressar minha gratidão aos meus pais, cuja contribuição vai além de qualquer valor material; não existe pagamento à altura.

Agradeço ao meu orientador pelo suporte, sou grata por sua orientação.

A todos os professores do Programa de Pós-Graduação em Geotecnia, Estruturas e Construção Civil da Universidade Federal de Goiás (PPGECON) da área de geotecnia, agradeço pelas contribuições que moldaram minha formação como engenheira geotécnica.

Agradeço o apoio financeiro fornecido pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES).

Por fim, agradeço a todos os amigos, colegas e demais pessoas que de alguma forma contribuíram para o sucesso deste trabalho.

RESUMO

É de suma importância realizar a retroanálise de taludes que romperam, a fim de identificar os parâmetros geotécnicos no momento do deslizamento para implementar ações corretivas e compreender as condições no momento da ruptura para evitar acidentes semelhantes. No entanto, a dificuldade inerente na utilização dos métodos existentes, muitos dos quais são baseados em tentativa e erro, aliada a resultados dispersos e sem coerência com os factuais, fomentam pesquisas neste campo. Os modelos físicos demandam muito tempo e recursos financeiros, enquanto os ensaios de campo e laboratório apresentam incertezas significativas referentes a fatores como perturbação das amostras e heterogeneidade dos maciços. Dessa forma, o cerne deste estudo consistiu em desenvolver e validar um método de retroanálise de parâmetros de resistência ao cisalhamento para taludes homogêneos e heterogêneos, saturados e não saturados, com superfície de deslizamento circular e não circular, bidimensional e tridimensional. Neste método, uma função objetivo foi definida, denominada H, composta pela distância normalizada entre a superfície de ruptura real e uma superfície crítica de deslizamento (d_n), bem como pela variação do fator de segurança (G). Então, uma técnica de otimização é utilizada para minimizar a função H. Foram utilizados os métodos de localização de superfície crítica *Cuckoo Search* e *Entry and Exit*, bem como métodos de otimização global e local (Nelder-Mead). A eficácia da retroanálise foi comprovada na obtenção eficiente de valores ótimos, contudo, demanda cautela na abordagem e é necessário realizar validação com dados de laboratório e campo. Notou-se que a escolha do método de otimização em conjunto com o método de localização de superfície crítica é crucial para obter os desejados parâmetros ótimos. Em superfícies circulares de taludes homogêneos saturados, métodos de otimização global são dispensáveis ao utilizar o método *Entry and Exit*, pois métodos como o *Nelder-Mead* exigem menos iterações e alcançam eficientemente parâmetros ótimos. A otimização da função objetivo H para o talude homogêneo saturado com superfície não circular demandou várias iterações dos métodos de otimização devido à presença de múltiplos mínimos locais, acentuando a dificuldade e complexidade das superfícies não circulares. Para o talude homogêneo não saturado, recomenda-se empregar métodos de otimização global, e o método de busca de superfície crítica *Entry and Exit* apresentou resultados mais satisfatórios em comparação com o *Cuckoo Search*. No talude saturado de duas camadas, a minimização bem-sucedida ocorre à medida que os parâmetros mais influentes em relação ao fator de segurança e localização da superfície crítica se aproximam dos valores ótimos. Nos taludes tridimensionais, os resultados das otimizações apresentaram uma redução nos valores de coesão e um aumento nos ângulos de atrito em comparação com o *benchmark 2D*.

Palavras-chave: Retroanálise de taludes. Otimização. Deslizamento. Método de Equilíbrio Limite. PLAXIS LE.

ABSTRACT

The back analysis of slopes that have failed is of paramount importance to identify the geotechnical parameters at the moment of sliding, implement corrective actions, and comprehend the conditions during failure to prevent similar accidents. However, the inherent difficulty in utilizing existing methods, many of which are based on trial and error, coupled with scattered and incongruent results, fosters research in this field. Physical models require extensive time and financial resources, while field and laboratory tests present significant uncertainties related to factors such as sample disturbance and mass heterogeneity. Consequently, the core of this study aimed to develop and validate a method for back analyzing shear strength parameters for slopes, homogeneous and heterogeneous, saturated and unsaturated, with circular and non-circular sliding surfaces, two-dimensional and three-dimensional. In this method, an objective function named H was defined, composed of the normalized distance between the actual failure surface and a critical sliding surface (d_n), as well as the variation of the safety factor (G). Optimization techniques, including Cuckoo Search and Entry and Exit critical surface methods, along with global and local optimization methods (Nelder-Mead), were employed. The effectiveness of the back analysis was demonstrated in efficiently obtaining optimal values; however, caution in the approach and validation with laboratory and field data are necessary. It was noted that the choice of optimization method along with the critical surface location method is crucial for obtaining the desired optimal parameters. For circular surfaces of saturated homogeneous slopes, global optimization methods are dispensable when using the Entry and Exit method, as methods like Nelder-Mead require fewer iterations and efficiently achieve optimal parameters. The optimization of the objective function H for saturated homogeneous slopes with non-circular surfaces required multiple iterations due to the presence of multiple local minima, accentuating the difficulty and complexity of non-circular surfaces. For unsaturated homogeneous slopes, it is recommended to employ global optimization methods, and the Entry and Exit critical surface search method yielded more satisfactory results compared to Cuckoo Search. In two-layer saturated slopes, successful minimization occurs as the most influential parameters approach optimal values. In three-dimensional slopes, optimization results showed a reduction in cohesion values and an increase in friction angles compared to the 2D benchmark. In cohesion values and an increase in friction angles compared to the 2D benchmark.

Keywords: Back analysis of slopes. Optimization. Landslide. Limit Equilibrium Method. PLAXIS LE.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – (a) Superfície de ruptura real e as superfícies testes; (b) Solução gráfica do método de retroanálise proposto por Saito (1980).	18
Figura 2.2 – Método de retroanálise de Li e Zhao (1984).	18
Figura 2.3 – Método de retroanálise de Greco (1996).	19
Figura 2.4 - Superfícies críticas (busca global) com FS unitário.	20
Figura 2.5 – Métodos de retroanálise apresentado por Wesley e Leelaratnam (2001).	21
Figura 2.6 – Exemplo da localização de H_0 e D para um dado talude. Modificado de Jiang e Yamagami (2006).	21
Figura 2.7 – Ábacos relação $\lambda_{c\phi} \sim D/H_0$. Modificado de Jiang e Yamagami (2006).	22
Figura 2.8 - Ábacos relação $\lambda_{c\phi} \sim \phi'$. Modificado de Jiang e Yamagami (2006).	22
Figura 2.9 - Superfícies de deslizamento para diferentes valores de $\lambda_{c\phi}$ (2024).	23
Figura 2.10 – Distância entre a superfície real e a crítica. Modificado de Jiang e Yamagami (2008a).	24
Figura 2.11 – Gráficos de relação de: (a) $\lambda_{c\phi}$ e D/H_0 para $\theta \leq 40^\circ$; (b) $\lambda_{c\phi}$ e D/H_0 para $40^\circ < \theta \leq 50^\circ$; (c) $\lambda_{c\phi}$ e D/H_0 para $\theta > 50^\circ$; (d) $\lambda_{c\phi}$ e ϕ' para diferentes ângulos de inclinação. Modificado de Lin e Chen (2011).	25
Figura D.1 - Fator de Segurança para o talude homogêneo com ruptura profunda ($c' = 15.65$ kPa, $\phi' = 10^\circ$) utilizando <i>Entry and Exit</i> : a) $N_{inc} = 10$, $N_f = 30$; b) $N_{inc} = 10$, $N_f = 60$; c) $N_{inc} = 10$, $N_f = 90$; d) $N_{inc} = 20$, $N_f = 30$; e) $N_{inc} = 20$, $N_f = 60$; f) $N_{inc} = 20$, $N_f = 90$	72
Figura D.2 - Fator de Segurança para o talude homogêneo com ruptura profunda ($c' = 15.65$ kPa, $\phi' = 10^\circ$) utilizando <i>Cuckoo Search</i> : a) $N_i = 1000$, $N_f = 30$; b) $N_i = 1000$, $N_f = 60$; c) $N_i = 1000$, $N_f = 90$; d) $N_i = 3000$, $N_f = 30$; e) $N_i = 3000$, $N_f = 60$; f) $N_i = 3000$, $N_f = 90$	72
Figura D.3 - Fator de Segurança talude homogêneo com ruptura rasa ($c' = 5.98$ kPa, $\phi' = 20^\circ$) utilizando <i>Entry and Exit</i> : a) $N_{inc} = 10$, $N_f = 30$; b) $N_{inc} = 10$, $N_f = 60$; c) $N_{inc} = 10$, $N_f = 90$; d) $N_{inc} = 20$, $N_f = 30$; e) $N_{inc} = 20$, $N_f = 60$; f) $N_{inc} = 20$, $N_f = 90$	73

Figura D.4 - Fator de Segurança para o talude homogêneo com ruptura rasa ($c' = 5.98 \text{ kPa}$, $\phi' = 20^\circ$) utilizando <i>Cuckoo Search</i> : a) $N_i = 1000$, $N_f = 30$; b) $N_i = 1000$, $N_f = 60$; c) $N_i = 1000$, $N_f = 90$; d) $N_i = 3000$, $N_f = 30$; e) $N_i = 3000$, $N_f = 60$; f) $N_i = 3000$, $N_f = 90$	73
Figura D.5 - Distância para o talude homogêneo com ruptura profunda ($c' = 15.65 \text{ kPa}$, $\phi' = 10^\circ$) utilizando <i>Entry and Exit</i> : a) $N_{inc} = 10$, $N_f = 30$; b) $N_{inc} = 10$, $N_f = 60$; c) $N_{inc} = 10$, $N_f = 90$; d) $N_{inc} = 20$, $N_f = 30$; e) $N_{inc} = 20$, $N_f = 60$; f) $N_{inc} = 20$, $N_f = 90$	74
Figura D.6 - Distância para o talude homogêneo com ruptura profunda ($c' = 15.65 \text{ kPa}$, $\phi' = 10^\circ$) utilizando <i>Cuckoo Search</i> : a) $N_i = 1000$, $N_f = 30$; b) $N_i = 1000$, $N_f = 60$; c) $N_i = 1000$, $N_f = 90$; d) $N_i = 3000$, $N_f = 30$; e) $N_i = 3000$, $N_f = 60$; f) $N_i = 3000$, $N_f = 90$	74
Figura D.7 - Distância para o talude homogêneo com ruptura rasa ($c' = 5.98 \text{ kPa}$, $\phi' = 20^\circ$) utilizando <i>Entry and Exit</i> : a) $N_{inc} = 10$, $N_f = 30$; b) $N_{inc} = 10$, $N_f = 60$; c) $N_{inc} = 10$, $N_f = 90$; d) $N_{inc} = 20$, $N_f = 30$; e) $N_{inc} = 20$, $N_f = 60$; f) $N_{inc} = 20$, $N_f = 90$	75
Figura D.8 - Distância para o talude homogêneo com ruptura rasa ($c' = 5.98 \text{ kPa}$, $\phi' = 20^\circ$) utilizando <i>Entry and Exit</i> : a) $N_i = 10$, $N_f = 30$; b) $N_i = 10$, $N_f = 60$; c) $N_i = 10$, $N_f = 90$; d) $N_i = 20$, $N_f = 30$; e) $N_i = 20$, $N_f = 60$; f) $N_i = 20$, $N_f = 90$	75
Figura D.9 - Função G do talude homogêneo com ruptura profunda ($c' = 15.65 \text{ kPa}$, $\phi' = 10^\circ$) utilizando <i>Entry and Exit</i> : a) $N_i = 10$, $N_f = 30$; b) $N_i = 10$, $N_f = 60$; c) $N_i = 10$, $N_f = 90$; d) $N_i = 20$, $N_f = 30$; e) $N_i = 20$, $N_f = 60$; f) $N_i = 20$, $N_f = 90$	76
Figura D.10 - Função G do talude homogêneo com ruptura profunda ($c' = 15.65 \text{ kPa}$, $\phi' = 10^\circ$) utilizando <i>Cuckoo Search</i> : a) $N_i = 10$, $N_f = 30$; b) $N_i = 10$, $N_f = 60$; c) $N_i = 10$, $N_f = 90$; d) $N_i = 20$, $N_f = 30$; e) $N_i = 20$, $N_f = 60$; f) $N_i = 20$, $N_f = 90$	76
Figura D.11 - Função G do talude homogêneo com ruptura rasa ($c' = 5.98 \text{ kPa}$, $\phi' = 20^\circ$) utilizando <i>Entry and Exit</i> : a) $N_i = 10$, $N_f = 30$; b) $N_i = 10$, $N_f = 60$; c) $N_i = 10$, $N_f = 90$; d) $N_i = 20$, $N_f = 30$; e) $N_i = 20$, $N_f = 60$; f) $N_i = 20$, $N_f = 90$	77
Figura D.12 - Função G para o talude homogêneo com ruptura rasa ($c' = 5.98 \text{ kPa}$, $\phi' = 20^\circ$) utilizando <i>Cuckoo Search</i> : a) $N_i = 1000$, $N_f = 30$; b) $N_i = 1000$, $N_f = 60$; c) $N_i = 1000$, $N_f = 90$; d) $N_i = 3000$, $N_f = 30$; e) $N_i = 3000$, $N_f = 60$; f) $N_i = 3000$, $N_f = 90$	77

Figura D.13 - Função dn do talude homogêneo com ruptura profunda ($c' = 15.65$ kPa, $\phi' = 10^\circ$) utilizando <i>Entry and Exit</i> : a) $N_i = 10$, $N_f = 30$; b) $N_i = 10$, $N_f = 60$; c) $N_i = 10$, $N_f = 90$; d) $N_i = 20$, $N_f = 30$; e) $N_i = 20$, $N_f = 60$; f) $N_i = 20$, $N_f = 90$	78
Figura D.14 - Figura D.5 - Função dn do talude homogêneo com ruptura profunda ($c' = 15.65$ kPa, $\phi' = 10^\circ$) utilizando <i>Cuckoo Search</i> : a) $N_i = 10$, $N_f = 30$; b) $N_i = 10$, $N_f = 60$; c) $N_i = 10$, $N_f = 90$; d) $N_i = 20$, $N_f = 30$; e) $N_i = 20$, $N_f = 60$; f) $N_i = 20$, $N_f = 90$	78
Figura D.15 - Função dn do talude homogêneo com ruptura rasa ($c' = 5.98$ kPa, $\phi' = 20^\circ$) utilizando <i>Entry and Exit</i> : a) $N_i = 10$, $N_f = 30$; b) $N_i = 10$, $N_f = 60$; c) $N_i = 10$, $N_f = 90$; d) $N_i = 20$, $N_f = 30$; e) $N_i = 20$, $N_f = 60$; f) $N_i = 20$, $N_f = 90$	79
Figura D.16 - Função dn para o talude homogêneo com ruptura rasa ($c' = 5.98$ kPa, $\phi' = 20^\circ$) utilizando <i>Cuckoo Search</i> : a) $N_i = 1000$, $N_f = 30$; b) $N_i = 1000$, $N_f = 60$; c) $N_i = 1000$, $N_f = 90$; d) $N_i = 3000$, $N_f = 30$; e) $N_i = 3000$, $N_f = 60$; f) $N_i = 3000$, $N_f = 90$	79
Figura E 1 - (a) Exemplo de malha e região; (b) Exemplo de um modelo criado no PLAXIS <i>Designer</i>	82

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Métodos de otimização utilizados.....	37
Tabela 2 – Limites e valores iniciais adotados para o método Nelder-Mead.....	38
Tabela 3 - Limites adotados para os métodos de otimização global.	38
Tabela 4 – Parâmetros das rupturas hipotéticas avaliadas.....	41
Tabela 5 - Resultados das otimizações do talude homogêneo com superfície de deslizamento rasa ($c' = 5,98$ kPa, $\phi' = 20,0^\circ$) empregando o método Nelder-Mead (<i>Cuckoo Search</i>).....	49
Tabela 6 - Resultados das otimizações para o talude homogêneo com superfície de deslizamento profunda $c' = 15,68$ kPa, $\phi' = 10,0^\circ$) empregando o método de otimização Nelder-Mead (<i>Entry and Exit</i>).	49
Tabela 7 - Resultados das otimizações para o talude homogêneo com superfície de deslizamento rasa ($c' = 5,98$ kPa, $\phi' = 20,0^\circ$) empregando métodos de otimização de mínimo global (<i>Cuckoo Search</i>).	50
Tabela 8 - Resultados das otimizações para talude homogêneo com superfície de deslizamento profunda ($c' = 15,68$ kPa, $\phi' = 10,0^\circ$) empregando métodos de otimização global (<i>Entry and Exit</i>).....	50
Tabela 9 - Resultados das otimizações para o talude com superfície não circular.....	52
Tabela 10 - Resultados das otimizações para o talude homogêneo não saturado.	53
Tabela 11 - Resultados das otimizações para o talude com duas camadas pelo método Nelder-Mead.	55
Tabela 12 - Resultados das otimizações para os taludes tridimensionais.	56
Tabela C.1 - Configurações dos códigos de otimizações utilizados.	71
Tabela E 1 - Métodos de busca para superfícies críticas disponíveis no <i>software</i> PLAXIS LE.	80
Tabela E 2 - Métodos das fatias disponíveis no <i>software</i> PLAXIS LE.....	81
Tabela E 3 - Módulos básicos do PLAXIS LE.	82

LISTA DE ABREVIATURAS

BFGS	<i>Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno</i>
CS	<i>Cuckoo Search</i>
CPT	<i>Cone Penetration Test</i>
COBYLA	<i>Constrained Optimization BY Linear Approximations</i>
DE	<i>Differential Evolution</i>
DMT	<i>Flat Dilatometer Test</i>
EE	<i>Entry and Exit</i>
GLE	<i>General Limit Equilibrium</i>
ND	<i>Nealder-Mead</i>
SPT	<i>Standard Penetration Test</i>
PMT	<i>Pressuremeter Test</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

a_r	Aspecto que determina o quão alongado é um elipsoide na terceira dimensão
c	Coesão total
c'	Coesão efetiva
c'_0	Valor de coesão inicial adotada na otimização
δ	Diferença de distância entre duas superfícies
D	profundidade vertical máxima de uma superfície de ruptura
d_m	Distância média
d_n	Distância normalizada
Δh_i	Distância vertical entre as superfícies de deslizamento crítica e real
inc	Número de incrementos do método de busca <i>Entry and Exit</i>
FS_{min}	Fator de Segurança
ϕ	Ângulo de atrito total
ϕ'	Ângulo de atrito efetivo
ϕ'_0	Valor de ângulo de atrito inicial adotado na otimização
φ	Azimute do ponto
γ	Peso específico do solo
H_0	Distância vertical entre os dois pontos finais de uma superfície de deslizamento
N_i	Número de iterações do método de busca <i>Cuckoo Search</i>
N_f	Número de fatias
r_c	Raio
r_u	Poropressão
sgn	Função matemática que retorna o sinal de um número
θ	Ângulo polar

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	12
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	16
3	ARTIGO CIENTÍFICO	27
1	INTRODUÇÃO	27
2	METODOLOGIA	30
2.1	Função objetivo	30
2.2	Distância entre as superfícies real e crítica.....	31
2.3	Procedimento de retroanálise e pacotes computacionais utilizados	35
2.4	Casos analisados	38
3	RESULTADOS E DISCUSSÕES	42
3.1	Características de funções objetivo típicas usando como exemplo o caso do talude homogêneo 2D, saturado, com superfície circular	42
3.2	Retroanálise do talude homogêneo 2D, saturado, com superfície circular	47
3.3	Retroanálise do talude homogêneo 2D, saturado, com superfície não circular.....	50
3.4	Retroanálise do talude homogêneo 2D, saturado, com superfície não circular.....	52
3.5	Retroanálise do talude com duas camadas 2D, saturado, com superfície circular	54
3.6	Retroanálises tridimensionais para os taludes homogêneos	55
	CONCLUSÕES.....	56
	REFERÊNCIAS	57
	CONCLUSÕES.....	59
	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	60
	REFERÊNCIAS	61
	ÂPENDICE A	65
	ÂPENDICE B.....	68
	ÂPENDICE C	71
	ÂPENDICE D	72
	ÂPENDICE E.....	80

1 INTRODUÇÃO

Nos projetos geotécnicos usualmente são realizadas análises nas quais se empregam valores medidos em laboratório e em campo de, por exemplo, parâmetros de deformabilidade (módulo de elasticidade, coeficiente de Poisson e ângulo de dilatância), de resistência ao cisalhamento (coesão e ângulo de atrito), e de percolação (curva de retenção e permeabilidade), dentre outros. Esses parâmetros são empregados para prever a magnitude de tensões, deformações e deslocamentos de obras em andamento ou concluídas. Em contrapartida, o oposto ocorre nas retroanálises, onde em construções que romperam, transladaram e recalçaram se deseja conhecer o estado em que o solo se encontrava em função das observações de campo (DUCAN, 1999; DUCAN; WRIGHT; BRANDON, 2014; POPESCU; SCHAEFER, 2016; SAKURAI, 2017). Logo, analisar acidentes ocorridos e dados de monitoramento de campo é de suma importância, pois além de levantar informações referentes à ruptura, as causas que conduziram a essa ocorrência serão conhecidas, contribuindo para o entendimento, e consequentemente, para o aprimoramento de projetos futuros.

Conforme Sivakumar Babu e Singh (2016), as retroanálises são essenciais para fornecer evidências técnicas que comprovem ou refutem as hipóteses feitas sobre as causas de rupturas, e ainda, determinar prováveis cenários nos quais ocorreria ruptura. As retroanálises devem ser realizadas por engenheiros experientes e familiarizados com as ferramentas analíticas a serem adotadas nas análises. As ferramentas adotadas devem ser adequadas aos casos a serem investigados, e os modelos constitutivos a serem utilizados nas análises devem ser representativos dos materiais a serem simulados (HWANG, 2016).

As retroanálises são frequentemente utilizadas na engenharia geotécnica para estudar as causas de rupturas em determinadas obras, como: encostas, estruturas de contenção, fundações, aterros, cortes e barragens. Além disso, determinar os parâmetros de resistência ao cisalhamento de um solo por retroanálise evita muitos dos questionamentos associados com a representatividade de investigações experimentais associados aos ensaios de laboratório (e.g., cisalhamento direto e ensaios triaxiais drenados e não-drenados) e de campo (e.g., SPT, *Standard Penetration Test*, CPT, *Cone Penetration Test*, PMT, *Pressuremeter Test*, DMT, *Flat Dilatometer Test*), todos esses sendo ensaios que fornecem dados que podem ser utilizados para estimar a coesão e o ângulo de atrito (TANG; STARK; ANGULO, 1999; DESCHAMPS; YANKEY, 2006).

De acordo com Duncan e Stark (1992), quando as condições do solo não são complexas e alguns dados no momento da ruptura são conhecidos com certo grau de precisão, os parâmetros de resistência ao cisalhamento determinados pela retroanálise têm boa concordância com os valores obtidos por meio de extensos programas de ensaios de laboratório com amostras indeformadas. No entanto, eles também ressaltam que, quando há falta de precisão nas informações sobre as condições do deslizamento, tais como a geometria exata do talude (incluindo a estratigrafia) e a localização da superfície de deslizamento, juntamente com o desconhecimento dos mecanismos de ruptura, como deslizamento progressivo e a escassez ou incerteza das informações sobre poropressão, isso afeta e compromete a confiabilidade dos parâmetros obtidos na retroanálise.

Entretanto, em muitos casos, a retroanálise é uma ferramenta analítica muito eficaz, sendo, às vezes, a mais indicada para investigar os parâmetros de resistência ao cisalhamento do solo (SIVAKUMAR BABU; SINGH, 2016; SAKURAI, 2017). Fatores como complexidade da retirada das amostras indeformadas para realizar ensaios que apresentam resultados mais confiáveis intensificam a utilização da retroanálise para avaliar cenários variados. Devido às dificuldades inerentes de representar as amplas situações de campo, os métodos de retroanálise foram predominantemente desenvolvidos para situações que pressupõem condições para que sua aplicação seja possível, como é o caso de taludes formados por material homogêneo, situação que ocorre naturalmente com pouca frequência, mas que é encontrada normalmente em estruturas construídas, como taludes de aterros, taludes de mineração e barragens. Os métodos de retroanálise pressupõem superfície de deslizamento circular, uma condição que frequentemente não é encontrada na natureza, exceto para deslizamentos rasos em depósitos de argila compactada ou em aterros recém-construídos (SAUER; FREDLUND, 1988).

Embora haja para um determinado talude infinitas combinações de pares de valores de coesão (c / c') e ângulo de atrito (ϕ / ϕ') que indiquem a condição teórica de ruptura do talude (ou seja, Fator de Segurança unitário), cada um desses pares também irá resultar em um local diferente para a superfície de ruptura crítica teórica (FATHANI; NAKAMURA, 2005; DUCAN; WRIGHT; BRANDON, 2014). Logo, pressupõe-se que, por meio da retroanálise, seja possível identificar valores para coesão e ângulo de atrito que levariam à determinação da superfície real. Usando esse conhecimento e um método de estabilidade adequado, é possível desenvolver ou aplicar um método de retroanálise adequado para um talude no momento exato em que ele rompeu (DUCAN, 1999).

Partindo deste pressuposto, diversos estudos (SAITO, 1980; GRECO, 1996; JIANG; YAMAGAMI; UETA, 1999; WESLEY; LEELARATNAM, 2001; FATHANI; NAKAMURA, 2005; JIANG; YAMAGAMI, 2006; JIANG; YAMAGAMI, 2008a; LIN; CHEN, 2016) apresentam métodos de retroanálise para determinar parâmetros de resistência do solo em taludes. Contudo, os métodos propostos até o momento possuem diversas limitações. Os métodos disponíveis não são de fácil automatização em pacotes computacionais, possuem baixa eficiência, exigindo um grande volume de simulações e geralmente oferecem resultados com precisão relativamente baixa.

Além disso, os métodos disponíveis geralmente consideram apenas superfícies de deslizamento circulares e assumem a homogeneidade do solo. Mesmo reconhecendo que os solos são espacialmente variáveis ou não homogêneos, poucos estudos abordam a consideração da superfície de ruptura atravessando mais de uma camada de solo (NGUYEN, 1984; JIANG; YAMAGAMI, 2008b). Até o momento, existe na literatura uma escassez de abordagens metodológicas destinadas à análise de superfícies de ruptura não circulares, devido à maior complexidade na sua localização, uma vez que essas superfícies não circulares envolvem mais variáveis. Enquanto as superfícies circulares são definidas por três valores: as coordenadas do centro (x_c, y_c) e o raio (r_c), as superfícies de deslizamento não circulares requerem dois valores (x_i^a, y_i^a) para cada ponto na sua extensão (DUNCAN; WRIGHT; BRANDON, 2014).

Convém ressaltar outras limitações associadas à retroanálise, pois para calcular os parâmetros de resistência ao cisalhamento de uma determinada camada do solo dentro de um talude, os valores de coesão e ângulo de atrito em outras camadas devem ser previamente estimados (HUANG, 2014). Se as estimativas forem alteradas, os parâmetros de resistência ao cisalhamento sendo retroanalizados e o fator de segurança obtidos também mudarão (POPESCU; SCHAEFER, 2016). Suposições sobre homogeneidade do solo, geometria do talude, condições de poropressão ao longo da superfície de ruptura, incerteza da presença de trinca de tração, desconsideração de efeitos tridimensionais e o formato e localização da superfície de ruptura são alguns dos fatores que influenciam no resultado da retroanálise (LEROUEIL; TAVENAS, 1981; DESCHAMPS; YANKEY, 2006; DUCAN; WRIGHT; BRANDON, 2014).

É importante observar também que as retroanálises são mais valiosas e confiáveis em situações em que o solo, no momento da ruptura, não é impactado pelo deslizamento. Por exemplo, os parâmetros retroanalizados em um deslizamento inicial em argila rígida superconsolidada não

podem ser aplicados para prever a estabilidade subsequente do material que se movimentou. Isso ocorre porque os parâmetros de resistência ao cisalhamento terão sido reduzidos para seus valores residuais (POPESCU; YAMAGAMI, 1984, SAUER; FREDLUND, 1988, POPESCU; SCHAEFER, 2016).

Um dos maiores problemas, que também é um requisito indispensável na retroanálise de taludes, é a localização da superfície de ruptura real. A superfície de deslizamento é quase sempre conhecida em apenas alguns pontos, e interpolações com um grau considerável de subjetividade são necessárias. Erros na posição da superfície de deslizamento resultam em erros nos parâmetros de resistência ao cisalhamento retroanalizados (POPESCU; YAMAGAMI, 1984). Se a superfície de deslizamento usada na análise retroativa for mais profunda do que a real, a coesão é superestimada e o ângulo de atrito é subestimado, e vice-versa (GRECO, 1996).

Kondoh e Shinji (1988) enfatizam a importância de assumir a localização inicial da superfície de ruptura para evitar repetir cálculos. Em resumo, os autores destacam a necessidade de fazer suposições precisas e bem fundamentadas sobre a superfície crítica para otimizar o processo de análise, economizando tempo computacional. Assim, a monitorização regular dos taludes em campo é a abordagem mais eficaz, e os levantamentos topográficos (estação total eletrônica de medição de distância, GPS, escaneamento 3D a laser, interferometria por radar, fotogrametria digital) suprem essa necessidade de maneira eficiente (FEDERICO *et al.*, 2012; KIM; GRATCHEV; BALASUBRAMANIAM, 2015; ÖGE, 2017). Por se tratar de métodos de medidas distintos, é necessário determinar os benefícios com vista na viabilidade técnica e econômica. Além dos deslocamentos, as observações precisam ser estendidas à instalação de inclinômetros (ou tiltímetros) e piezômetros antes da ruptura. Em situações nas quais a indicação adequada da superfície de ruptura de real não for possível, a retroanálise deve ser associada a modelos físicos, ensaios de campos e/ou laboratoriais (HUANG, 2014, SIVAKUMAR BABU; SINGH, 2016).

Nesse cenário, o principal objetivo deste estudo consistiu em contribuir de maneira substancial para o campo da retroanálise de parâmetros de resistência ao cisalhamento, propondo um método abrangente que abarca diversas configurações de taludes e considera diferentes situações, métodos de busca de superfície crítica e técnicas de otimização. Com isso, buscou-se aprimorar a compreensão e a aplicação dessa importante área de estudo. O escopo das investigações abrangeu os seguintes objetivos específicos:

- (a) A aplicação da retroanálise em taludes, considerando tanto aqueles de constituição homogênea, compostos por uma única camada, quanto os heterogêneos, caracterizados pela presença de duas camadas;
- (b) A aplicação a taludes submetidos a condições de saturação variável, abrangendo tanto o estado saturado quanto o não saturado;
- (c) Cenários em dimensões 2D e 3D, permitindo uma comparação detalhada entre os resultados provenientes das duas abordagens dimensionais;
- (d) Emprego e comparação com situações envolvendo superfícies circulares e não circulares, além de contrapor resultados de um método de localização de superfície local (*Entry and Exit*) e um global (*Cuckoo Search*).

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Ao longo do tempo, diversos autores têm empregado diferentes nomenclaturas para se referir à prática de retroanálise na literatura, tais como cálculo reverso e análise reversa (SAKURAI, 2017). No entanto, o termo "retroanálise" gradualmente ganhou proeminência e, atualmente, é amplamente adotado na comunidade de engenharia. Ele foi introduzido pela primeira vez no campo da mecânica de rochas por Kirsten, em 1976, (Kirsten, 1976) e na engenharia de túneis, em 1980, (Gioda e Maier, 1980). A retroanálise desempenha um papel crucial na determinação das propriedades mecânicas de solos e maciços rochosos, utilizando medições de deformação realizadas em campo durante o monitoramento de estruturas geotécnicas. Essa prática se diferencia de maneira fundamental da análise direta ao se concentrar na identificação de um modelo geotécnico e na determinação de seus parâmetros a partir dos dados coletados em campo, enquanto a análise direta geralmente emprega modelos e parâmetros pré-estabelecidos para avaliar a estabilidade de taludes (SAKURAI, 2017). Isso significa que a retroanálise não apenas procura estimar parâmetros geotécnicos do solo, mas também busca compreender a estrutura geotécnica por meio das informações obtidas em campo, oferecendo uma abordagem mais personalizada e adaptada às condições reais do local.

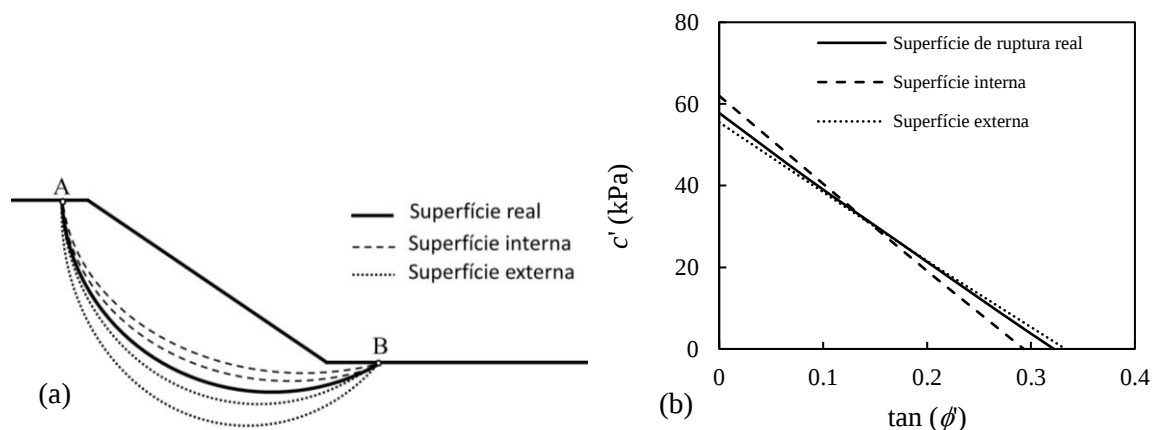
Os métodos de retroanálises podem ser agrupados em dois extremos: métodos determinísticos e probabilísticos (ZHANG *et al.*, 2010; ÖGE, 2017; GARCIA-FERIA; COLMENARES, 2019). Nos métodos determinísticos, o modelo de estabilidade é assumido como preciso e a

finalidade da retroanálise é encontrar um conjunto de parâmetros que resultem na ruptura do talude, isto é, os parâmetros são considerados constantes, sem analisar a variabilidade das características do solo. De maneira oposta, no método probabilístico é admitido que o modelo de estabilidade de talude pode não ser perfeitamente preciso, e numerosas combinações de parâmetros de estabilidade podem ocasionar a ruptura (ZHANG *et al.*, 2010; GARCIA-FERIA; COLMENARES, 2019). Predomina na literatura e na prática da engenharia, o emprego de metodologias determinísticas de retroanálise. Os procedimentos de retroanálise determinística são classificados em duas categorias: a abordagem inversa (quando o deslizamento ocorreu) e a abordagem direta (quando se deseja estimar parâmetros ou condições que levariam a uma ruptura) (Cividini *et al.*, 1981).

Saito (1980) apresentou um método de retroanálise destinado à determinação da coesão e ângulo de atrito em taludes homogêneos com ruptura de superfície circular. Este método envolve análises da superfície de ruptura real e de superfícies de deslizamento adjacentes. Uma deve ser localizada em uma posição mais rasa e a outra em uma posição mais profunda, passando obrigatoriamente pelos pontos A e B, conforme ilustrado na Figura 2.1(a). Esse método se baseia em dois princípios fundamentais: (i) o fator de segurança (FS) deve ser unitário para a superfície de ruptura em questão, o que implica que os parâmetros de resistência ao cisalhamento calculados devem atender à crítica relação de equilíbrio limite $c' - \tan(\phi')$; (ii) o fator de segurança para a superfície de ruptura real do talude é igual a 1, o que implica que os fatores de segurança das superfícies de deslizamento internas e externas à superfície de ruptura real são maiores do que 1.

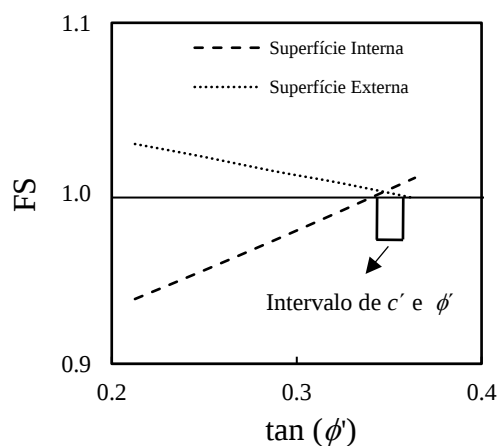
Para aplicar esse método, é preciso identificar pares de parâmetros $c' - \tan(\phi')$ que atendam à condição $FS=1$ para a superfície observada em campo. Para obter um par de $c' - \tan(\phi')$, um valor de ângulo de atrito pode ser fixado e, em seguida, localizar um valor de coesão que, em uma análise de estabilidade, resulte em um fator de segurança unitário. Utilizando os valores dos parâmetros (coesão e ângulo de atrito) obtidos para a superfície real, são feitas análises das superfícies críticas internas e externas (já que não se conhece a localização exata, várias tentativas são necessárias) que devem cruzar os pontos A e B. Os valores de FS para essas análises não necessariamente serão iguais a 1. Identifica-se que as superfícies internas e externas são encontradas quando se obtém uma solução gráfica similar à apresentada na Figura 2.1(b), na qual as curvas da superfície real se cruzam com as curvas internas e externas. Uma desvantagem significativa deste método é a necessidade de realizar testes em várias superfícies de críticas internas e externas até encontrar aquelas que atendam aos critérios desejados.

Figura 2.1 – (a) Superfície de ruptura real e as superfícies testes; (b) Solução gráfica do método de retroanálise proposto por Saito (1980).



Li e Zhao (1984) adotaram os mesmos princípios estabelecidos no método de Saito (1980), propondo um método com o intuito de determinar uma estreita faixa de parâmetros de resistência ao cisalhamento retroanalizados que sejam aplicáveis às superfícies de ruptura circulares. Os procedimentos para aplicar o método são análogos aos de Saito (1980), envolvendo a identificação de pares de c' - $\tan(\phi')$ que satisfaçam a condição $FS=1$ para a superfície real. Em seguida, analisam-se as superfícies críticas (superfícies internas e externas que passam pelos pontos A e B) utilizando o conjunto de valores obtidos para a superfície real. A diferença fundamental entre os métodos está na representação gráfica do eixo das ordenadas (vertical), resultando em um gráfico distinto, como mostrado na Figura 2.2. Dessa forma, esse método fornece um intervalo aceitável de parâmetros de resistência ao cisalhamento, ao invés de um único par de valores, o que é uma desvantagem.

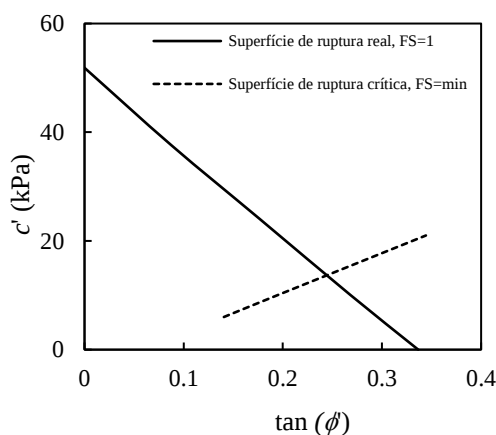
Figura 2.2 – Método de retroanálise de Li e Zhao (1984).



Greco (1996) propôs um procedimento de retroanálise, o qual é ilustrado na Figura 2.3. O método se baseia na realização de dois conjuntos de análises, resultando em duas curvas representadas no espaço $c' - \tan(\phi')$. O primeiro conjunto de análises é efetuado para a superfície de ruptura real observada em campo, em que pares de valores $c' - \tan(\phi')$ são determinados de forma a produzir um Fator de Segurança unitário (curva $FS = 1$), semelhante aos métodos anteriores. O segundo conjunto de análises, destinado à obtenção da segunda curva, envolve a fixação de valores de coesão e a determinação de valores de ângulo de atrito que resulte em uma superfície crítica próxima à real, representada graficamente pela linha denominada "F = min". Vale destacar que o valor de FS para essa segunda curva não necessariamente é igual a 1. O ponto de interseção entre essas duas curvas corresponde ao par de valores de c' e $\tan(\phi')$ procurado.

Ressalta-se que esse método também requer a realização de múltiplas análises baseadas em tentativas e erro ou em aproximações graduais. Por outro lado, teoricamente, proporciona uma determinação precisa de c' e $\tan(\phi')$, uma vez que a construção gráfica envolvendo as duas curvas de interseção favorece uma interpretação objetiva dos resultados.

Figura 2.3 – Método de retroanálise de Greco (1996).



Wesley e Leelaratnam (2001) apresentaram dois métodos equivalentes de retroanálise para definir os valores ϕ' (ângulo de atrito efetivo) e c' (coesão efetiva) para taludes homogêneos. De acordo com ambos os métodos propostos, é necessário executar dois tipos de análise: para a busca da superfície crítica e a superfície real. O resultado para o primeiro método proposto é ilustrado na Figura 2.5(a). A curva “Superfície de ruptura crítica” corresponde a pares de valores de c' e $\tan(\phi')$ que produzem FS (Fator de Segurança) unitário em análises empregando

busca da superfície crítica (Figura 2.4). A curva “Superfície de ruptura real” corresponde a pares de valores $c' - \tan(\phi')$ que produzem $FS = 1$ em análise buscando somente a superfície de ruptura real (observada em campo). Deve-se selecionar múltiplos valores de coesão e ângulo de atrito, para cada valor selecionado, realizar combinações de ϕ' e c' até encontrar o par $c' - \tan(\phi')$ que produz $FS = 1$. É necessário encontrar vários pares de c' e $\tan(\phi')$ para traçar as duas linhas; recomenda-se um número maior de pontos para análises de superfícies críticas, uma vez que os pares c' e $\tan(\phi')$ produzem uma curva.

De acordo com os autores, o par de valores de coesão e ângulo de atrito correto, correspondente ao valor representativo do talude e é indicado pelo ponto de tangência das duas curvas apresentadas na Figura 2.5(a). Este ponto corresponde ao par de valores c' e ϕ' para o talude no momento da ruptura.

A segunda metodologia proposta por Wesley e Leelaratnam (2001) é ilustrada pela Figura 2.5(b) e é uma forma alternativa de examinar os resultados das análises executadas para aplicação do primeiro método. No segundo método, é examinada a variação de FS em função de $\tan(\phi')$. Novamente, o ponto de tangência das curvas obtidas corresponde ao par de valores buscado. É interessante observar que o ponto de tangência pode ficar mal definido, mesmo quando realizada uma grande e exaustiva quantidade de variações dos parâmetros de resistência, resultando em estimativas imprecisas dos valores corretos de c' e $\tan(\phi')$. O segundo método pode ser considerado, de fato, equivalente ao primeiro, consistindo em uma forma de examinar a validade dos resultados.

Figura 2.4 - Superfícies críticas (busca global) com FS unitário.

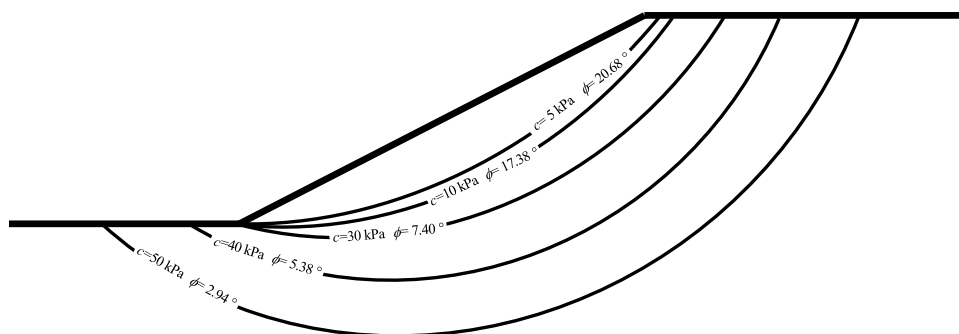
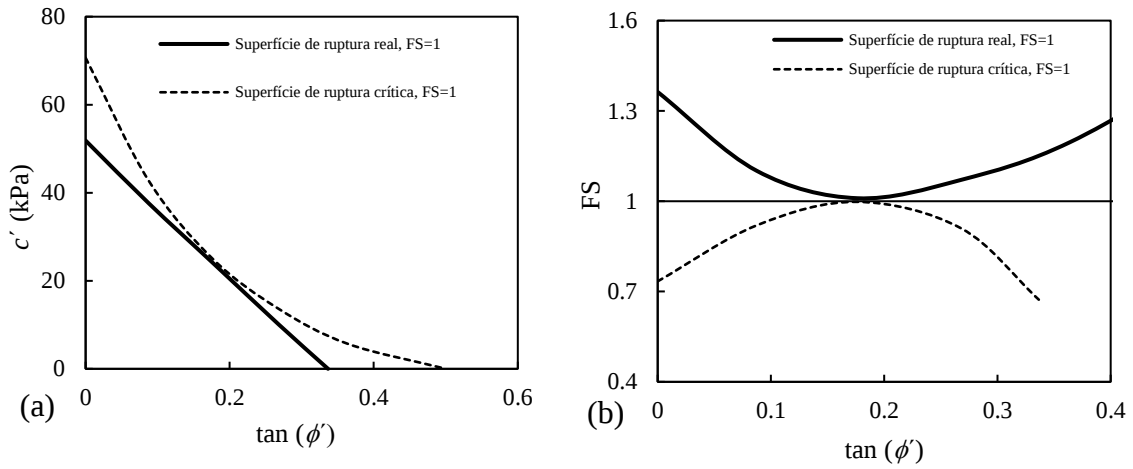
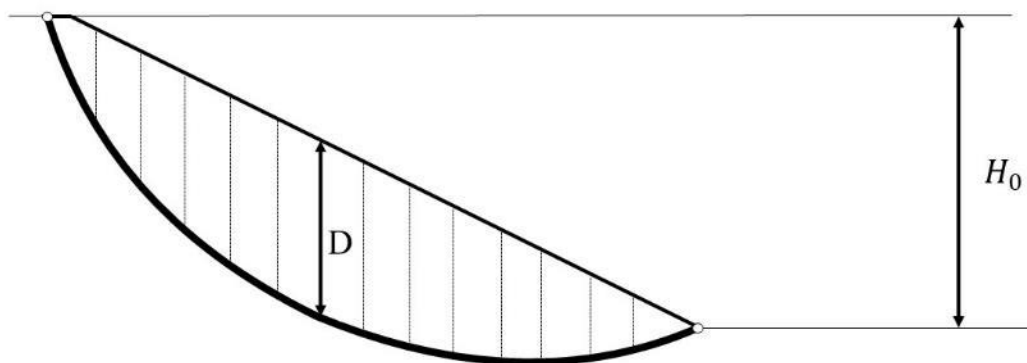


Figura 2.5 – Métodos de retroanálise apresentado por Wesley e Leelaratnam (2001).



Jiang e Yamagami (2006) notaram que quando o peso específico e a distribuição de poropressão em um talude homogêneo é uniforme, a localização da superfície crítica está relacionada apenas a razão $\lambda_{c\phi} = c'/\tan(\phi')$. Baseado nesse princípio, foi desenvolvido um método de retroanálise fundamentado na determinação do valor de $\lambda_{c\phi}$, a partir de D e H_0 , em que H_0 é a distância vertical entre os dois pontos finais da superfície de deslizamento e D é a profundidade vertical máxima, conforme indicado na Figura 2.6.

Figura 2.6 – Exemplo da localização de H_0 e D para um dado talude. Modificado de Jiang e Yamagami (2006).

O método utiliza ábacos desenvolvidos pelos autores, nos quais são plotadas relações entre dois parâmetros adimensionais (H_0/D e $\lambda_{c\phi}$) e o ângulo de atrito, como exibido nas Figuras 2.7 e 2.8. O uso dos ábacos permite uma estimativa rápida e razoável dos parâmetros de resistência

ao cisalhamento para FS unitário a partir de uma posição conhecida da superfície de ruptura real em um talude homogêneo.

Figura 2.7 – Ábacos relação $\lambda_{c\phi} \sim D/H_0$. Modificado de Jiang e Yamagami (2006).

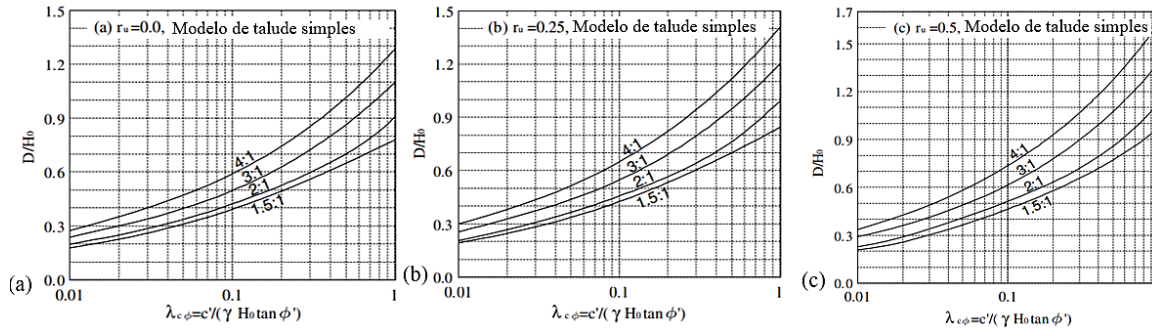
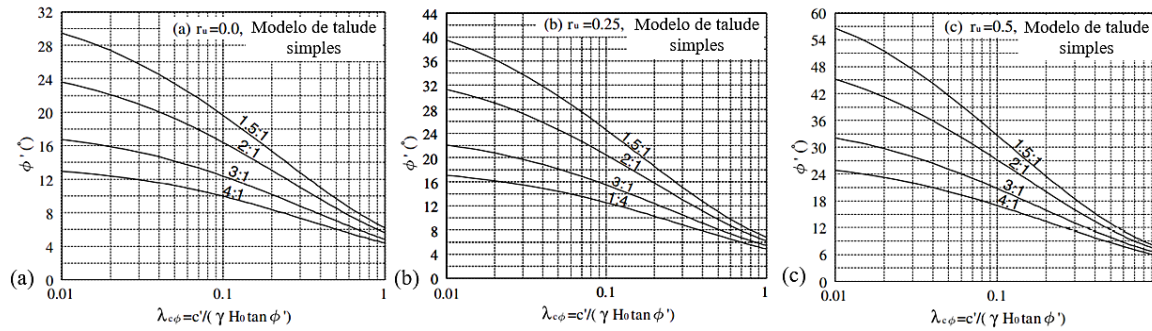


Figura 2.8 - Ábacos relação $\lambda_{c\phi} \sim \phi'$. Modificado de Jiang e Yamagami (2006).



$$\frac{D}{H_0} \quad (2.1)$$

A utilização dos ábacos segue a seguinte sequência: sabendo o valor da Equação 2.1 correspondente à superfície de deslizamento e a inclinação do talude é possível obter o valor de $\lambda_{c\phi}$ (Figura 2.7). A poropressão (r_u) irá definir qual gráfico será utilizado, e a inclinação do talude irá definir a curva. Encontrado o valor de $\lambda_{c\phi}$, utiliza-se o gráfico apropriado da Figura 2.8 para obter o valor de ϕ' . Assim, para determinar a coesão é necessário empregar a Equação 2.2, na qual γ é o peso específico do solo do talude.

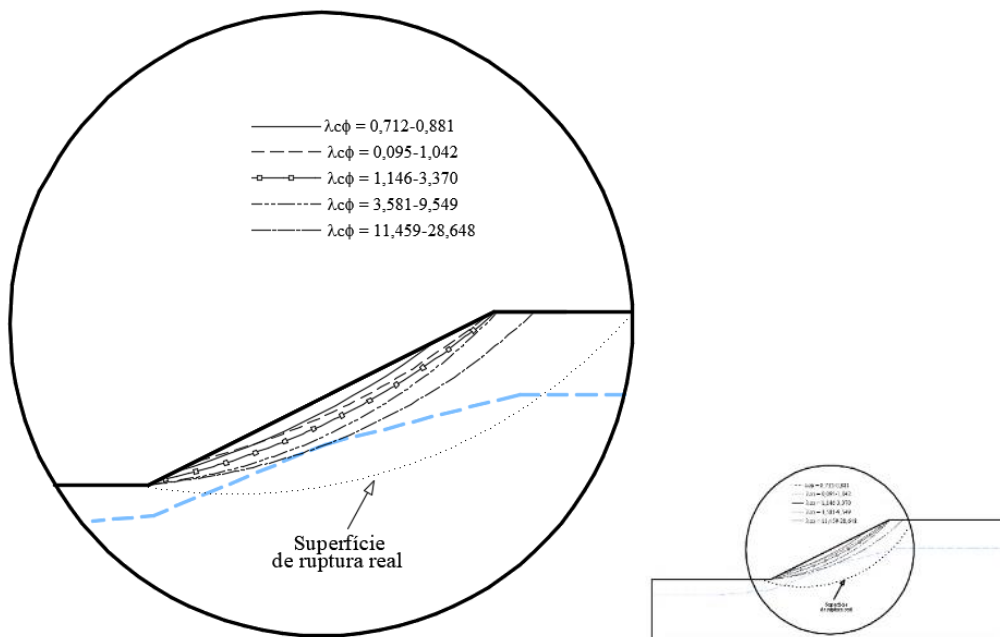
$$\lambda_{c\phi} = \frac{c'}{\gamma H_0 \tan \phi'} \quad (2.2)$$

Ainda utilizando o conceito de que a posição da superfície de deslizamento em um talude homogêneo depende de $\lambda_{c\phi}$, e a sua localização se torna mais profunda com o aumento deste valor, Jiang e Yamagami (2008a) introduziram um método de retroanálise que se baseia em um

processo sequencial para determinar o valor de $\lambda_{c\phi}$. Este processo começa assumindo um valor inicial suficientemente pequeno de $\lambda_{c\phi}$ para localizar uma superfície de deslizamento crítica rasa. Em seguida, a busca subsequente é realizada usando valores de $\lambda_{c\phi}$ gradualmente crescentes (ou seja, usando $\lambda_{c\phi} + \Delta\lambda$, $\lambda_{c\phi} + 2\Delta\lambda$, ..., $\lambda_{c\phi} + n\Delta\lambda$), de modo que a superfície de deslizamento crítica localizada se torne mais profunda e se aproxime da superfície de ruptura real (Figura 2.9).

O método de Jiang e Yamagami (2008a) necessita da indicação da superfície de ruptura real, peso específico do solo e requer um valor apropriado para $\Delta\lambda$ (incremento de $\lambda_{c\phi}$). Em princípio, um valor bastante pequeno de $\Delta\lambda$ será satisfatório, embora um tempo de busca computacional mais longo possa ser necessário. Na prática, a experiência mostrou que $\Delta\lambda$ entre 0,03 e 0,05 será adequado para a maioria dos taludes (JIANG; YAMAGAMI, 2008a).

Figura 2.9 - Superfícies de deslizamento para diferentes valores de $\lambda_{c\phi}$ (2024).



Como mencionado anteriormente, para o método de Jiang e Yamagami (2008a) há a necessidade de localizar as superfícies de deslizamento usando um procedimento sequencial. Então, uma alternativa conveniente é o uso de procedimentos de busca realizados por meio de otimização, como o método de Janbu simplificado, adotado por Jiang e Yamagami (2008a).

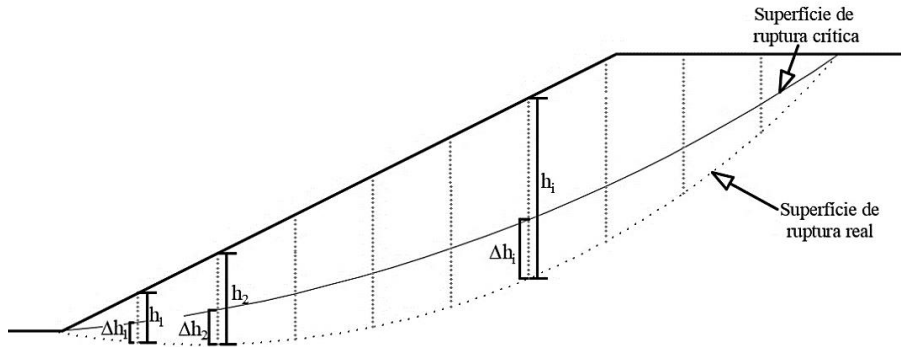
Dessa forma, para verificar se a superfície de ruptura crítica se aproxima da superfície de ruptura real em uma busca computacional, a Equação 2.3 é utilizada para medir a diferença

entre as superfícies (δ). Se um valor de δ menor ou igual ao critério prescrito for alcançado, então o processo de busca da superfície de deslizamento crítica será finalizado.

$$\delta = \frac{\sqrt{\sum \Delta h_i^2}}{H_0} \quad (2.3)$$

Em que Δh_i é a distância vertical entre as superfícies de deslizamento crítica e real, conforme mostrado na Figura 2.10, e H_0 é a distância vertical entre os dois pontos finais da superfície de deslizamento.

Figura 2.10 – Distância entre a superfície real e a crítica. Modificado de Jiang e Yamagami (2008a).



Quando o valor de $\lambda_{c\phi}$ é encontrado, a coesão e ângulo de atrito para FS=1 podem ser determinados através das Equações 2.4 e 2.5.

$$\frac{c'}{FS} = \frac{c'_1}{FS_1} \quad (2.4)$$

$$\frac{\phi'}{FS} = \frac{\phi'_1}{FS_1} \quad (2.5)$$

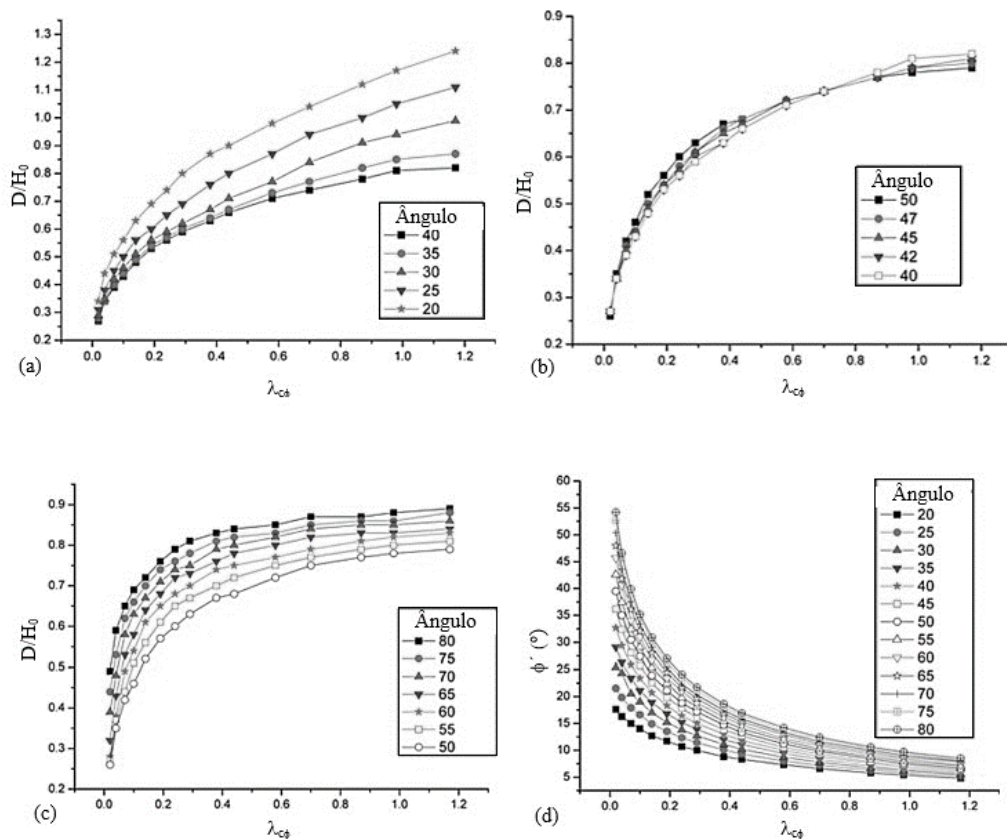
Sendo c' , ϕ' e FS valores de coesão, ângulo de atrito e Fator de Segurança para a superfície de ruptura real, respectivamente, e c'_1 , ϕ'_1 e FS_1 corresponde a coesão, ângulo de atrito e Fator de Segurança para a superfície próxima da real, na devida ordem.

Lin e Chen (2011) se fundamentaram no método determinístico de Jiang e Yamagami (2006) e empregaram o ângulo de inclinação do talude (θ) como uma nova maneira de se obter um valor de ângulo de atrito para FS = 1. O método também se baseia em ábacos, que são divididos em três categorias de ângulo de inclinação: (a) menor ou igual a 40° (Figura 2.11(a)), (b) maior que

40° e menor ou igual a 50° (Figura 2.13(b)), e, por fim, (c) maiores que 50° (Figura 2.11(c)). Então, para se utilizar os gráficos desenvolvidos por Lin e Chen (2011) é necessário que o talude seja homogêneo e os valores de peso específico do solo, ângulo de inclinação e localização da superfície real de ruptura sejam conhecidos. Porém, o método apresenta uma limitação em relação ao de Jiang e Yamagami (2006) por desprezar a distribuição de poropressão.

Dessa forma, o ângulo de inclinação do talude irá definir qual gráfico e curva serão utilizados. Conhecendo o valor de D/H_0 (Equação 2.1), emprega-se o ábaco mais adequado da Figura 2.11, que correspondente ao intervalo em que se encontra θ para obter $\lambda_{c\phi}$. Com o valor de $\lambda_{c\phi}$ encontrado observa-se no ábaco da Figura 2.11(d) o ângulo de atrito para a inclinação correspondente do talude. No entanto, quando não se tem a curva relativa ao valor exato de θ , faz-se necessário utilizar o valor de $\lambda_{c\phi}$ e ϕ' para o ângulo de inclinação menor e maior mais próximo do desejado e, então, realizar uma interpolação. Por fim, aplica-se a Equação 2 para obter a coesão.

Figura 2.11 – Gráficos de relação de: (a) $\lambda_{c\phi}$ e D/H_0 para $\theta \leq 40^\circ$; (b) $\lambda_{c\phi}$ e D/H_0 para $40^\circ < \theta \leq 50^\circ$; (c) $\lambda_{c\phi}$ e D/H_0 para $\theta > 50^\circ$; (d) $\lambda_{c\phi}$ e ϕ' para diferentes ângulos de inclinação. Modificado de Lin e Chen (2011).



No estudo de Huang (2014), é discutido um método de retroanálise já conhecido e aplicável em situações em que o ângulo de atrito (ϕ) é igual a zero. Nessa abordagem, a única variável a ser determinada para a resistência ao cisalhamento é a coesão. O processo começa com a adoção de um valor inicial para c , seguido pelo cálculo do fator de segurança. Como esse fator é diretamente proporcional a c , a coesão desenvolvida (c_d) capaz de gerar um fator de segurança unitário pode ser calculada usando a Equação 2.6. Essa análise é conduzida em termos de tensões totais, o que torna o método bastante simplificado e, conseqüentemente, amplamente aplicado na avaliação de estabilidade de taludes naturais (BJERRUM; KJAERNSLI, 1957).

De acordo com Bjerrum e Kjaernsli (1957), o método de retroanálise para $\phi = 0$ foi a primeira abordagem racional conhecida para a estabilidade de taludes naturais de argila, surgindo na Suécia, em 1916, por meio de uma discussão em uma publicação técnica. O método foi formalmente apresentado, em 1918, por Fellenius, sendo considerado um caso especial de análise de estabilidade de taludes. Foi o engenheiro sueco John Olsson quem reconheceu a importância dessa técnica, viabilizando sua aplicação prática ao desenvolver ensaios para determinar a resistência não drenada das argilas.

$$c_d = \frac{c}{FS} \quad (2.6)$$

3 ARTIGO CIENTÍFICO

Este item apresenta um artigo a ser submetido ao periódico científico *Computers and Geotechnics* (ISSN 1873-7633).

Método de retroanálise para validação de parâmetros de Resistência ao cisalhamento em taludes

Oliveira, M. R., Gitirana Jr, G. D. F. N.

Resumo: A retroanálise de taludes rompidos, quando conduzida de maneira apropriada, destaca-se como uma ferramenta eficaz capaz de determinar com precisão as propriedades do solo no momento do deslizamento. O objetivo deste trabalho é desenvolver e validar um método que englobe diversas configurações de taludes, e considere diferentes configurações de taludes, métodos de busca de superfície crítica e técnicas de otimização, visando aprimorar a compreensão e aplicação nessa área de estudo. O método proposto inclui a criação da função objetivo H, que é composta pela distância normalizada (d_n , representando a distância gerada por um par de parâmetros de resistência ao cisalhamento dividido pela distância máxima (d_{max})) e G (módulo do Fator de Segurança menos 1). Utilizaram-se métodos de superfície crítica, como *Cuckoo Search* e *Entry and Exit*, além de técnicas de otimização global e local (Nelder-Mead). A eficácia da retroanálise foi confirmada na obtenção eficiente de valores ótimos, contudo, sua aplicação requer cautela e validação com dados de laboratório e campo. O método de retroanálise, quando aplicado ao talude homogêneo em condição saturada, demonstrou eficácia ao utilizar o método *Entry and Exit*. A otimização para taludes com superfície não circular tornou-se complexa, dada a presença de vários mínimos locais na função objetivo H, resultando em valores ótimos que levaram a superfícies na zona de cisalhamento. No que concerne às análises 3D foram identificadas disparidades entre abordagens 2D e 3D sendo que os parâmetros de resistência obtidos pelas otimizações tridimensionais são diferentes dos parâmetros das análises 2D. A localização da superfície de ruptura mais crítica na abordagem bidimensional não coincidiu com a abordagem tridimensional. O método localização de superfície crítica, *Entry and Exit*, demonstrou ser mais eficiente do que o *Cuckoo Search* em contextos semelhantes de otimização. Em todos os casos, a retroanálise exibiu eficácia, atingindo valores ótimos ou próximos dos ótimos.

Palavras-chave: Retroanálise de taludes. Otimização. Método determinístico. Métodos de Equilíbrio Limite. Deslizamento.

1 Introdução

As retroanálises são usadas para determinar ou validar parâmetros geotécnicos em estruturas que romperam, ajudando a corrigir projetos ou prevenir eventos semelhantes. Muitas vezes, esses parâmetros são desconhecidos ou questionados quanto à precisão. Apesar de sua

importância na engenharia geotécnica, seu uso na estabilidade de taludes foi pouco estudado e, em geral, é realizado de maneira empírica ou por métodos de tentativa e erro (NGUYEN, 1984).

Stark, Akhtar e Hussain, (2010) destacam uma diferença fundamental entre análise de projeto e retroanálise: suposições conservadoras em um projeto podem não ser conservadoras em uma retroanálise. Por exemplo, considerar a posição do nível do lençol freático mais alto pode ser conservador no projeto, mas não em uma retroanálise, já que resulta em parâmetros de resistência ao cisalhamento maiores. Isso pode superestimar a resistência mobilizada ao longo da superfície de cisalhamento.

Existem dois tipos de métodos de retroanálise: determinísticos (SAITO, 1980; GRECO, 1996; JIANG; YAMAGAMI; UETA, 1999; WESLEY; LEELARATNAM, 2001; FATHANI; NAKAMURA, 2005; JIANG; YAMAGAMI, 2006; JIANG; YAMAGAMI, 2008a; LIN; CHEN, 2016) e probabilísticos (GILBERT *et al.*, 1998; ZHANG; TANG; ZHANG, 2010; ZHANG *et al.*, 2010). Enquanto os métodos determinísticos buscam identificar um conjunto específico de parâmetros que resultariam na ruptura do talude, os métodos probabilísticos reconhecem que há diversas combinações possíveis desses parâmetros, porém com probabilidades distintas (ZHANG; TANG; ZHANG, 2010; ZHANG *et al.*, 2010).

Os parâmetros obtidos por meio de retroanálise, em geral, são mais confiáveis do que os provenientes de ensaios de laboratório (WESLEY; LEELARATNAM, 2001). Na retroanálise, os parâmetros de resistência ao cisalhamento não são obtidos através de ensaios em uma única amostra, mas sim como a média dos parâmetros sobre toda a área da superfície de deslizamento (GILBERT, WRIGHT E LIEDTKE, 1998). As retroanálises são métodos eficazes para incorporar fatores importantes que não podem ser bem representados em amostras de laboratório, como a estrutura interna do solo, heterogeneidade, a influência de fissuras na resistência ao cisalhamento do solo. Uma retroanálise presume $FS=1$ para estimar a resistência ao cisalhamento do solo que foi mobilizada para que a ruptura ocorresse (TANG; STARK; ÂNGULO, 1999).

As retroanálises de taludes são fundamentais para entender as condições geotécnicas no momento de ruptura, especialmente quando os dados de laboratório e campo não são conclusivos. O caso da ruptura na rua do Congresso (Ireland, 1954) exemplifica essa necessidade. Neste incidente, as análises de estabilidade, realizadas com base nos parâmetros de resistência obtidos em ensaios de laboratório, chegaram em uma superfície com localização

diferente da superfície real. As amostras ensaiadas foram coletadas de maneira contínua e usando um amostrador Shelby com diâmetro de 2 polegadas; devido ao pequeno diâmetro, elas foram bastante perturbadas. No entanto, alguns parâmetros foram ajustados com base em fatores apresentados por estudos locais, indicando uma resistência maior de 1.35 em amostras não deformadas. Dado que a ruptura ocorreu principalmente em argila glacial saturada, não houve tempo para a dissipação da poropressão, levando à suposição de que o ângulo de atrito da argila seria zero.

Casos como a ruptura na rua do Congresso descrito por Ireland (1954) destacam a importância de integrar dados provenientes de diferentes fontes e utilizar a retroanálise como uma abordagem complementar para garantir resultados satisfatórios, especialmente em situações em que métodos convencionais se mostram insuficientes. Este enfoque integrado, combinando retroanálise com dados de qualidades sobre a ruptura, ensaios de laboratório e/ou campo, emerge como uma estratégia robusta para avaliação geotécnica, proporcionando maior confiança e precisão nos resultados.

Os métodos atuais de retroanálise se limitam, em sua maioria, a superfícies circulares e solo homogêneo. Embora se reconheça a variabilidade do solo e heterogeneidade, poucos estudos abordam rupturas em várias camadas de solo (NGUYEN, 1984; JIANG; YAMAGAMI, 2008b). Até o momento, a literatura apresenta uma escassez de abordagens metodológicas de retroanálises, a maioria foi desenvolvida para taludes homogêneos com superfícies circulares, uma condição que frequentemente não é confirmada na natureza, exceto para deslizamentos rasos em depósitos de argila compactada ou em aterros recém-construídos (SAUER; FREDLUND, 1988).

Portanto, o objetivo deste artigo foi contribuir para o campo da retroanálise de parâmetros de resistência ao cisalhamento em taludes, desenvolvendo um método que engloba diversas configurações de taludes e leva em consideração diferentes situações, métodos de busca de superfície crítica e técnicas de otimização. Com essa abordagem, busca-se aprimorar tanto a compreensão quanto a aplicação dessa importante área de estudo.

2 Metodologia

2.1 Função objetivo

O presente estudo concentrou-se em desenvolver um método de retroanálise que empregasse técnicas de otimização. O método desenvolvido abrange a retroanálise em problemas em que a superfície de ruptura real é conhecida, podendo ser aplicado em situações em que duas ou mais incógnitas são retroanalizadas simultaneamente. Isso inclui casos como a retroanálise de c' e ϕ' em taludes homogêneos, bem como problemas com mais variáveis, como a consideração da resistência não saturada ou taludes com múltiplas camadas. Nessas situações, inúmeras combinações de parâmetros retroanalizados podem corresponder a um fator de segurança unitário.

Para isso foi fundamental criar uma função objetivo que avaliasse tanto o Fator de Segurança, quanto a distância da superfície crítica em relação à superfície real. Nesse método, adotou-se os seguintes pressupostos: (i) o Fator de Segurança no momento do deslizamento é igual a 1,0; (ii) existe um único par de valores de coesão (c ou c') e ângulo de atrito (ϕ ou ϕ') que leva à obtenção de uma superfície crítica coincidente com a superfície de ruptura real observada em campo, e que aqui será adotada como solução ótima.

Logo, foi necessário definir uma função objetivo (Equação 1) com um mínimo global bem definido para determinar a viabilidade da otimização da função, na qual apenas um conjunto único de parâmetros de resistência ao cisalhamento representasse a solução. Essa função consiste na combinação de duas componentes principais: a distância normalizada (d_n), e a função G , em que o FS_{min} pode ser determinado por um método de busca de superfície crítica.

$$H = d_n + G \quad (1)$$

Em que: d_n (d_m/d_{max}) é a distância normalizada; d_m é a distância média calculada pela Equação 1; d_{max} é a maior distância obtida através de valores preestabelecidos; $G = |1 - FS_{min}|$; FS_{min} é o fator de segurança obtido por um método de busca de superfície crítica em uma estrutura geotécnica.

Para tornar essas distâncias comparáveis, foram normalizados os valores, para tanto, foi estabelecido um valor chamado de d_{max} , que para ser encontrado, foi determinada qual seria a

maior distância entre a superfície real e uma superfície gerada (S1 ou S2), em que os pares de parâmetros de S1 são $c' = 10\text{kPa}$ e $\phi' = 30^\circ$, e os de S2 são $c' = 30\text{kPa}$ e $\phi' = 10^\circ$. A maior distância encontrada, seja entre a superfície real e S1 ou entre a superfície real e S2, foi considerada como d_{max} . Portanto, a distância normalizada é simplesmente a distância entre uma superfície gerada por um conjunto de valores de coesão e ângulo de atrito e a superfície real, dividida pelo valor d_{max} , tornando, assim, as distâncias comparáveis.

As avaliações das funções objetivo G e d_n foram realizadas para os métodos de busca de superfície de deslizamento global *CS* (*Cuckoo Search*) e local *EE* (*Entry and Exit*), mas qualquer método de busca que seja considerado adequado pode ser empregado. Após avaliar algumas funções objetivo, com ênfase na identificação de uma função objetivo que apresentasse a maior coerência com os dois pressupostos apresentados para o método de retroanálise e definisse claramente um mínimo global, a função objetivo H foi utilizada.

2.2 Distância entre as superfícies real e crítica

Para calcular a aderência entre as superfícies real e crítica nos casos estudados neste artigo, utilizou-se a média das distâncias entre os pontos (x_i^a, y_i^a) da superfície real e seus correspondentes na superfície crítica (Equação 2).

$$d_m = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n d_i \quad (2)$$

Em que: d_m é a distância média entre a superfície real e a superfície crítica; n indica o número de pontos tomado ao longo da superfície e d_i representa a distância entre a superfície real e a crítica para cada ponto.

Para avaliar a distância da superfície crítica circular em relação à superfície real, a distância média foi utilizada. Essas distâncias representam a diferença entre cada ponto na superfície real e a superfície crítica, sendo então dividida pelo número total de pontos. Na análise bidimensional, a superfície crítica de ruptura é frequentemente modelada como um círculo.

A distância (d_i) entre o centro da superfície crítica (x_c, y_c) e os pontos correspondentes da superfície crítica que se encontram na orientação radial, orientada com centro na superfície crítica, é igual ao raio da superfície crítica, r_c (Figura 1(a)). Desse modo, a distância entre os

pontos (x_i^a, y_i^a) e os pontos correspondentes da superfície crítica que se encontram na orientação radial, orientada com centro na superfície crítica, pode ser calculada conforme a Equação 3:

$$d_i = r_c - r_i^a = r_c - \sqrt{(x_i^a - x_c)^2 + (y_i^a - y_c)^2} \quad (3)$$

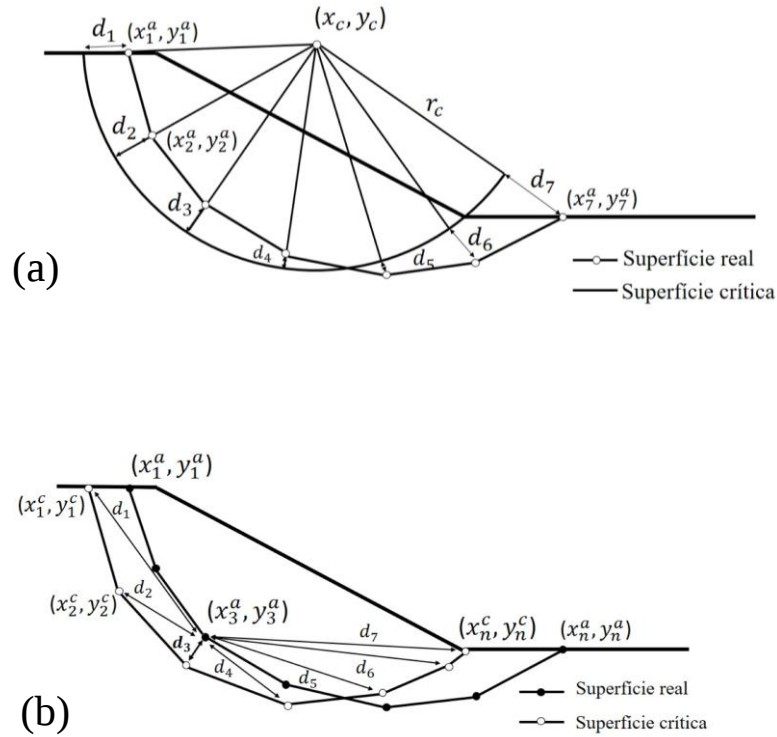
Sendo: d_i é a distância entre a superfície real e a superfície crítica; r_c é o raio da superfície crítica; (x_c, y_c) é o centro da superfície crítica; (x_i^a, y_i^a) são os pontos correspondentes da superfície crítica que se encontram na orientação radial orientada com centro na superfície crítica, r_i^a é a distância entre o centro da superfície crítica (x_c, y_c) e cada ponto da superfície real, (x_i^a, y_i^a) .

Uma superfície de ruptura crítica não circular em uma análise 2D pode ser representada por um conjunto de coordenadas $((x_1^c, y_1^c), (x_2^c, y_2^c), \dots, (x_i^c, y_i^c))$, a superfície de ruptura real pode também, por sua vez, ser representada por um conjunto de pontos determinados no campo, com coordenadas (x_i^a, y_i^a) (Figura 1 (b)). O método utilizado para calcular a distância entre as superfícies não circulares (real e crítica) envolve a determinação da distância média. Para isso, inicialmente, identifica-se a menor distância entre cada ponto na superfície crítica e todos os pontos na superfície real. Em seguida, procede-se somando as menores distâncias encontradas para obter a soma acumulada. A distância média é obtida dividindo a soma acumulada pelo número total de pontos. A fórmula para calcular a distância (d_i) entre as superfícies de ruptura crítica e real é dada pela Equação 4.

$$d_i = \sqrt{(x_i^a - x_i^c)^2 + (y_i^a - y_i^c)^2} \quad (4)$$

A distância média (Equação 1) permite avaliar o quanto a superfície de ruptura crítica não circular se aproxima da real no campo.

Figura 1 - Procedimento utilizado para calcular a distância: (a) superfícies circulares; (b) superfícies não circulares.



A superfície de ruptura crítica em uma análise 3D pode ser representada por um elipsoide, e a equação de um elipsoide tridimensional (3D) no sistema de coordenadas cartesianas pode ser expressa conforme Equação 5.

$$\frac{(x - x^c)^2}{r_x^2} + \frac{(y - y^c)^2}{r_y^2} + \frac{(z - z^c)^2}{r_z^2} = 1 \quad (5)$$

Nesta equação (Equação 5): x^c, y^c, z^c representam as coordenadas do centro do elipsoide; r_x ($r_x = a_r r_y$), r_y , e r_z ($r_z = r_x$) são os semieixos nas direções x, y e z, respectivamente.

Sendo que variável a_r é a razão de aspecto que determina quão alongada a superfície é ao longo da terceira dimensão. Foi adotada $r_z = r_x$ para que a superfície tenha seções transversais circulares. Logo, a superfície de ruptura real tridimensional pode ser representada por um conjunto de pontos determinados no campo, com coordenadas (x_i^a, y_i^a, z_i^a) .

Para analisar a aderência entre as superfícies real e crítica, adotou-se a abordagem de calcular a distância média entre os pontos (x_i^a, y_i^a, z_i^a) da superfície real e seus correspondentes na

orientação radial em relação ao centro da superfície crítica. Isso exigiu determinar a orientação da linha formada pelos pontos (x^c, y^c, z^c) e (x_i^a, y_i^a, z_i^a) , o que envolve uma simples conversão de coordenadas cartesianas para coordenadas esféricas, conforme descrito nas Equações 6 e 7.

$$\theta = \arccos \frac{z_i^a - z^c}{\sqrt{(x_i^a - x^c)^2 + (y_i^a - y^c)^2 + (z_i^a - z^c)^2}} \quad (6)$$

$$\varphi = \text{sgn}(y_i^a - y^c) \arccos \frac{x_i^a - x^c}{\sqrt{(x_i^a - x^c)^2 + (y_i^a - y^c)^2}} \quad (7)$$

Em que: sgn (abreviação de "*signum*") é uma função matemática que retorna o sinal de um número; θ é o ângulo polar; $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ é o azimute do ponto.

Em seguida, podem ser determinadas as coordenadas de um ponto do elipsoide que corresponda à orientação dada por θ e φ , empregando a forma parametrizada do elipsoide em coordenadas esféricas, Equações 8, 9 e 10:

$$x_i^e = x^c + r_x \sin \theta \cos \phi \quad (8)$$

$$y_i^e = y^c + r_y \sin \theta \sin \phi \quad (9)$$

$$z_i^e = z^c + r_z \cos \theta \quad (10)$$

Assim, tem-se a distância (Equação 11) entre os pontos dados pelas coordenadas (x_i^e, y_i^e, z_i^e) e cada ponto da superfície real (x_i^a, y_i^a, z_i^a) :

$$d_i = \sqrt{(x_i^e - x_i^a)^2 + (y_i^e - y_i^a)^2 + (z_i^e - z_i^a)^2} \quad (11)$$

Portanto, a distância média de uma análise 3D entre a superfície real e a superfície crítica é dada pela média das distâncias dos n pontos (Equação 1).

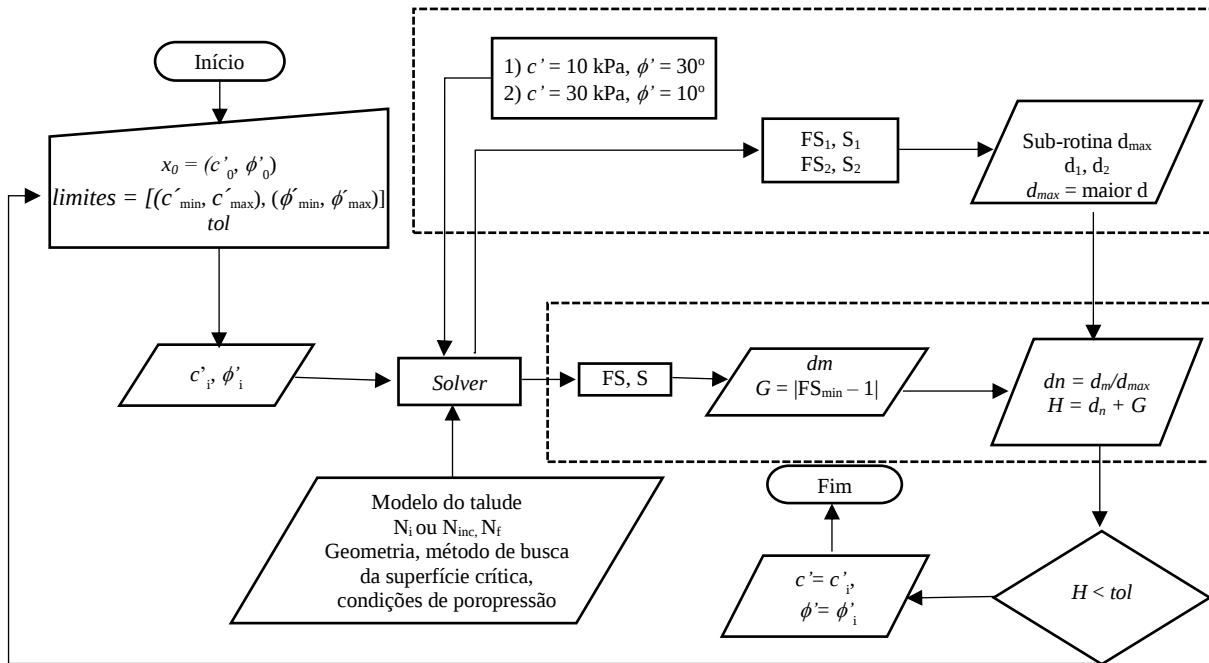
2.3 Procedimento de retroanálise e pacotes computacionais utilizados

O processo de implementação do método de retroanálise utilizando técnicas de otimização é representado no fluxograma apresentado na Figura 2. O método de retroanálise por otimização segue um processo estruturado em fases. Inicialmente, a definição do método de otimização é crucial, gerando valores de coesão e ângulo de atrito para calcular a função objetivo H , representando a métrica a ser minimizada. Cada método possui particularidades, podendo exigir um ponto inicial (x_0) e, em alguns casos, limites ou restrições nas variáveis. Estabelecer critérios de parada é essencial, incluindo a tolerância para indicar a precisão desejada na busca pelo valor ótimo. Outro aspecto importante é o do modelo do talude, que deve ter as mesmas características tanto para calcular o d_{max} quanto para otimizar a função H . Isso significa que o número de fatias, as iterações do método de busca de superfície crítica, assim como a geometria, o modelo representativo do solo, as condições de poropressão e o método das fatias (neste artigo, foi utilizado o *General Limit Equilibrium*, pois satisfaz tanto o equilíbrio de força quanto o equilíbrio de momento), devem ser idênticos em ambos os cálculos.

A partir desse ponto, a segunda etapa concentrou-se no cálculo de d_{max} , posteriormente utilizado no cálculo de d_n , parcela da função H . O cálculo de d_{max} é essencial para estabelecer um ponto máximo de referência entre a superfície real e uma gerada. Essa maior distância define um limite superior, usado na normalização das demais distâncias. A normalização pelo valor d_{max} padroniza as distâncias, facilitando a interpretação e comparação entre as superfícies geradas e a real. Isso é crucial para uma avaliação precisa das diferenças entre elas, dentro do contexto do estudo.

Na terceira e última etapa, o algoritmo de otimização realiza sucessivos cálculos da função objetivo H , sendo esse um ponto crucial do método de retroanálise. Nesse contexto, atribuem-se automaticamente valores às variáveis a serem otimizadas, como exemplificado por c' e ϕ' em um talude homogêneo. A iteração do processo de otimização consiste na variação dos valores dessas variáveis, influenciada pelo método de otimização adotado.

Figura 2 - Fluxograma do método proposto.



Legenda:

x_0 é um *array*, que contém os valores iniciais das variáveis que estão sendo otimizadas;

c'_0 é o valor inicial da coesão;

ϕ'_0 é o valor inicial do ângulo de atrito;

c'_i, ϕ'_i são os valores de coesão e ângulo de atrito gerados pelo método de otimização;

FS_1, S_1 são o Fator de Segurança e superfície crítica gerada quando os valores de $c' = 10 \text{ kPa}, \phi' = 30^\circ$ são utilizados no Solver;

FS_2, S_2 são o Fator de Segurança e superfície crítica gerada quando os valores de $c' = 30 \text{ kPa}, \phi' = 10^\circ$ são utilizados no Solver;

d_1, d_2 são as distâncias entre a superfície real e a superfície S_1 e S_2 , nessa ordem;

c' é o valor de coesão final;

ϕ' é o valor de ângulo de atrito final;

N_i é o número de iterações quando se utiliza o método de busca de localização de superfície crítica *Cuckoo Search*;

N_{inc} é o número de incrementos (divisões no espaço de entrada, saída e raio) quando se utiliza o método de busca de localização de superfície crítica *Entry and Exit*;

N_f é o número de fatias adotados;

tol é a diferença aceitável entre os valores das funções objetivo consecutivas, utilizada para determinar quando o algoritmo de otimização deve cessar a busca por uma solução.

O algoritmo da função objetivo aplicada nesse estudo pode ser visto no ÂPENDICE B. Esse algoritmo foi implementado com o auxílio de dois pacotes computacionais, realizado no ambiente de desenvolvimento integrado (IDE) PyCharm, específico para a linguagem de programação Python. Utilizou-se o pacote PLAXIS LE (BENTLEY SYSTEMS, 2021), cujos detalhes são descritos de maneira mais abrangente no APÊNDICE E. Para a otimização foi empregada a biblioteca *Scipy*, que inclui os métodos de otimização *Basinhopping*, *Brute*, *Differential evolution*, *Dual Annealing*, *Nelder-Mead* e *SHGO* (*Simplicial Homology Global Optimization*), conforme Tabela 1.

Tabela 1 - Métodos de otimização utilizados.

	Método	Descrição	x0	Limites
Minimização local	<i>Nelder-Mead</i>	Minimiza uma função escalar de uma ou mais variáveis usando o algoritmo Nelder-Mead	Sim	Opcional
		Comportamento: Usa um método simplex para convergir para o mínimo local.		
	<i>Powell</i>	Minimiza uma função escalar de uma ou mais variáveis usando o algoritmo modificado de <i>Powell</i>	Sim	Opcional
		Comportamento: Usa direções conjugadas para buscar o mínimo de uma função		
Minimização Global	<i>Basinhopping</i>	Encontra o mínimo global de uma função usando o algoritmo de Basin-hopping	Sim	
		Comportamento: Explora diferentes regiões, saltando de mínimos locais para buscar o mínimo global.		
	<i>Brute</i>	Minimiza uma função em um intervalo dado por força bruta		Obrigatório
		Comportamento: Realiza busca exaustiva por meio de discretização do espaço de busca.		
	<i>Differential evolution</i>	Encontra o mínimo global de uma função multivariada		Obrigatório
		Comportamento: Utiliza vetores para realizar operações de mutação, cruzamento e seleção.		
	<i>Dual Annealing</i>	Encontra o mínimo global de uma função usando o algoritmo <i>Dual Annealing</i>		Obrigatório
		Comportamento: Combina métodos de têmpera simulada com estratégias de otimização global.		
	<i>SHGO (Simplicial Homology Global Optimization)</i>	Encontra o mínimo global de uma função usando otimização SHG		Obrigatório
		Comportamento: Emprega um algoritmo global baseado em partições para encontrar o mínimo global.		

Alguns métodos requerem valores limites para conduzir o processo de otimização, visando a minimização da função objetivo H . Os valores iniciais de cada parâmetro (c'_0 e ϕ'_0), assim como os limites associados, estão detalhados nas Tabelas 2 (para o método Nelder-Mead) e 3 (para os métodos de otimização global), para o método *Differential Evolution* utilizou a amostragem do tipo “*best1bin*” (padrão do método). A configuração específica adotada para cada método de otimização encontra-se na Tabela C.1 do Apêndice C.

Tabela 2 – Limites e valores iniciais adotados para o método Nelder-Mead.

Talude	Caso	c'_{min} (kPa)	c'_{max} (kPa)	ϕ'_{min} (°)	ϕ'_{max} (°)	c'_0 (kPa)	ϕ'_0 (°)
Homogêneo saturado (superfície rasa)	H1	0	10,0	15,0	30,0	12,5	12,5
	H2					15,0	7,5
	H3					17,5	5,0
Homogêneo saturado (superfície profunda)	H1	10,0	20,0	5,0	15,0	3,0	18,0
	H2					5,0	22,5
	H3					7,5	27,5
Homogêneo não saturado	H1	0	10,0	$\phi' = 10,0$ $\phi = 5,0$	$\phi' = 30,0$ $\phi = 20,0$	7,5	12,5
	H2					7,5	27,5
	H3					2,5	27,5
	H4					2,5	12,5
	H5					7,5	17,5
2 Camadas	H1	0	10	10,0	30,0	$c'_1 = 5, c'_2 = 5$	$\phi'_1 = 20,0, \phi'_2 = 20,0$
	H2					$c'_1 = 5, c'_2 = 27,5$	$\phi'_1 = 22,5, \phi'_2 = 22,5$
	H3					$c'_1 = 2,5, c'_2 = 5$	$\phi'_1 = 22,5, \phi'_2 = 27,5$
	H4					$c'_1 = 6, c'_2 = 3$	$\phi'_1 = 12,5, \phi'_2 = 22,5$
Homogêneo saturado (3D)	H1	0	10,0	15,0	30,0	5,0	22,5

Tabela 3 - Limites adotados para os métodos de otimização global.

Talude	Método	Número máximo de iterações	c'_{min} (kPa)	c'_{max} (kPa)	ϕ'_{min} (°)	ϕ'_{max} (°)
Homogêneo saturado (superfície rasa)	<i>Brute</i>	-	0	10	15	25
	DF	100	0	15	10	25
	SHGO	100	0	15	10	25
Homogêneo saturado (superfície profunda)	<i>Brute</i>	-	10	20	5	15
	DF	100				15
	SHGO	-				10
Homogêneo saturado (superfície não circular)	<i>Basinhopping</i>	100	5	10	17	23
	<i>Brute</i> 15	-	0	10	15	25
	<i>Brute</i> 30	-				
	<i>Dual Annealing</i>	500				

2.4 Casos analisados

Para verificar a validade do método de retroanálise proposto neste artigo, foram analisadas duas geometrias de taludes. As seções transversais desses exemplos, apresentadas na Figura 3, consistem em taludes simples de 10 metros de altura com uma inclinação de 1V:2H (em que V

representa vertical e H representa horizontal). Esses taludes foram retirados do estudo de Pham e Fredlund (2003) e originalmente utilizados para estudar o uso do método *dynamic programming* na resolução de problemas práticos de estabilidade de taludes. Foram estudadas duas composições de materiais isotrópicos para o talude homogêneo: um solo com maior coesão, resultando em rupturas mais profundas, e outro menos coesivo, com rupturas mais superficiais. Ambos os materiais foram analisados com duas superfícies críticas distintas: uma para a abordagem local usando o *Entry and Exit*, e outra para a busca global utilizando o *Cuckoo Search* no talude. Para cada método (*Cuckoo Search* e *Entry and Exit*), foram investigados seis níveis de refinamento no talude homogêneo. Em cada nível, o ângulo de atrito foi mantido constante, enquanto o valor de coesão foi ajustado de forma a garantir um Fator de Segurança unitário para todos os graus de refinamento considerados nos métodos de busca de superfície crítica estudados.

A Tabela 4 apresenta os valores de coesão, ângulo de atrito, peso específico e k (permeabilidade) utilizados para atingir um Fator de Segurança de 1 nos taludes analisados. O critério de ruptura usado foi o de Mohr-Coulomb, com exceção do talude não saturado, para o qual foi empregado um modelo de resistência ao cisalhamento de solos não saturados, o modelo Linear (ϕ^b).

Para determinar o nível do lençol freático nos taludes, realizou uma análise de fluxo permanente (*Steady State*). Essa análise envolveu a definição de condições de contorno, utilizando as opções *Head Constant* e *Review Boundary*. Na condição *Head Constant*, especificou as elevações da superfície freática (água acumulada) à esquerda do modelo, que foram de 21,0m para os taludes homogêneos e 22,0m para o talude de duas camadas. Na borda direita do modelo, a elevação da superfície freática foi definida como 14,0m para ambos os taludes. A opção *Review Boundary* foi aplicada no talude em ambas as seções.

O espaço de busca utilizado no *Entry and Exit* variou de (11, 25) a (21, 24) para o segmento de entrada, e de (37, 16.5) a (47, 15) para o segmento de saída, em coordenadas x e y, respectivamente, nos taludes homogêneos. No talude composto por duas camadas, o espaço de busca foi de (13, 25) a (23, 23.5) para o segmento de entrada, e de (38, 16) a (48, 15) para o segmento final de saída, e a superfície de ruptura analisada passa no pé do talude, enquanto nos demais taludes estudados passa na base.

Figura 3 - Localizações das superfícies críticas circulares para o talude: homogêneo e condição saturada (*Entry and Exit*: $\text{inc}=20$; $N_f=90$, *Cuckoo Search*: $N_i=3000$; $N_f=90$); (b) homogêneo saturado com superfície não circular e talude homogêneo com superfície circular em condição não saturada (Não Circular: $N_i=3000$; $N_f=90$; Não saturado: $\text{inc}=40$; $N_f=90$); (c), homogêneo de duas camadas para a condição saturada (*Entry and Exit*: $\text{inc}=40$; $N_f=90$, *Cuckoo Search*: $N_i=67240$; $N_f=90$).

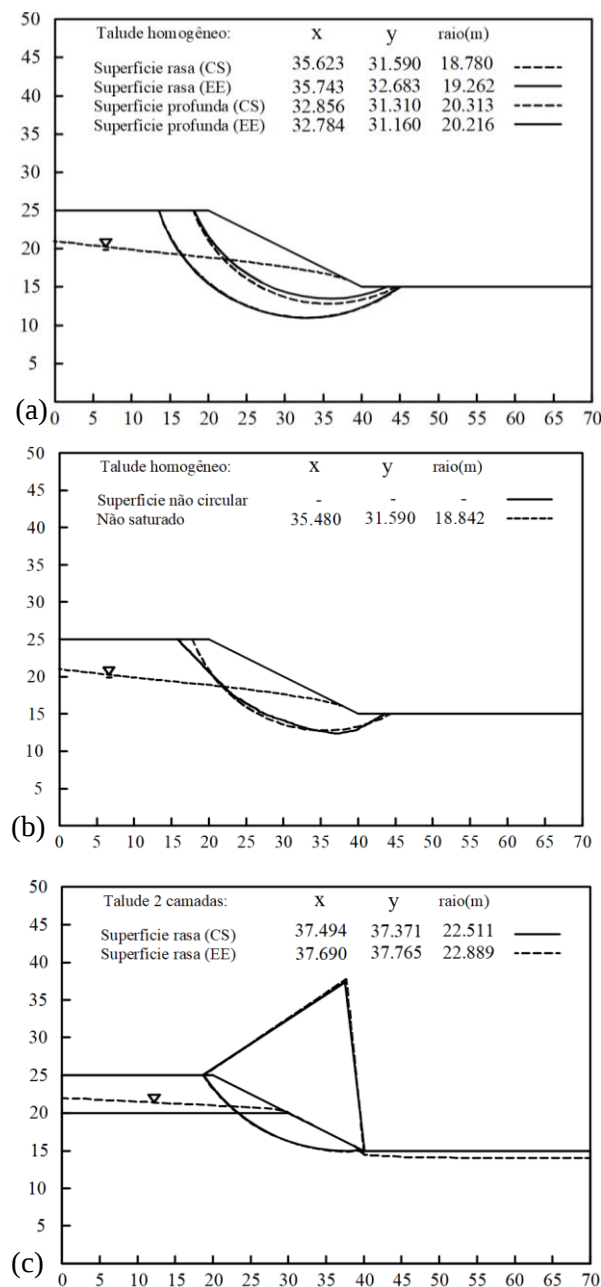


Tabela 4 – Parâmetros das rupturas hipotéticas avaliadas.

Caso	c' (kPa)	ϕ' (°)	ϕ^b (°)	γ (kN/m ³)	k (m/s)
Talude homogêneo Superfície rasa	5,98	20,0	-	18,0	5x10 ⁻⁴
Talude homogêneo Superfície Profunda	15,68	10,0	-	18,0	5x10 ⁻⁴
Talude com duas camadas (camada 1)	3,96	15,0	-	15,0	5x10 ⁻⁵
Talude com duas camadas (camada 2)	6,00	25,0	-	18,0	8x10 ⁻⁴
Talude homogêneo não saturado	4,79	20,0	15,0	18,0	5x10 ⁻⁴
Talude com superfície não circular	6,81	20,0	-	18,0	5x10 ⁻⁴

Para os taludes tridimensionais, adotou-se a superfície circular gerada pelo método *Entry and Exit* do talude homogêneo como referência (com centro em $x = 35,743$ e $y = 32,683$ e raio de 19,262). Nesse contexto, a superfície crítica foi gerada com base na geometria 2D, sem ajustes nos parâmetros de resistência ao cisalhamento, como nos casos bidimensionais. A localização da superfície tridimensional apresentou $r_z = r_x = r_y = 19,262$, com o centro em $y = 35,743$ e $z = 32,683$; o centro em x variou conforme cada talude.

O modelo de talude plano foi criado através da técnica de extrusão, na qual o perfil do talude em 2D é estendido em uma direção por uma certa distância (a distância utilizada neste artigo para o talude plano foi de 70m) em linha reta. Para o talude côncavo ou convexo, o perfil 2D é estendido em uma linha curva. A Figura 4 indica os modelos 3D utilizados.

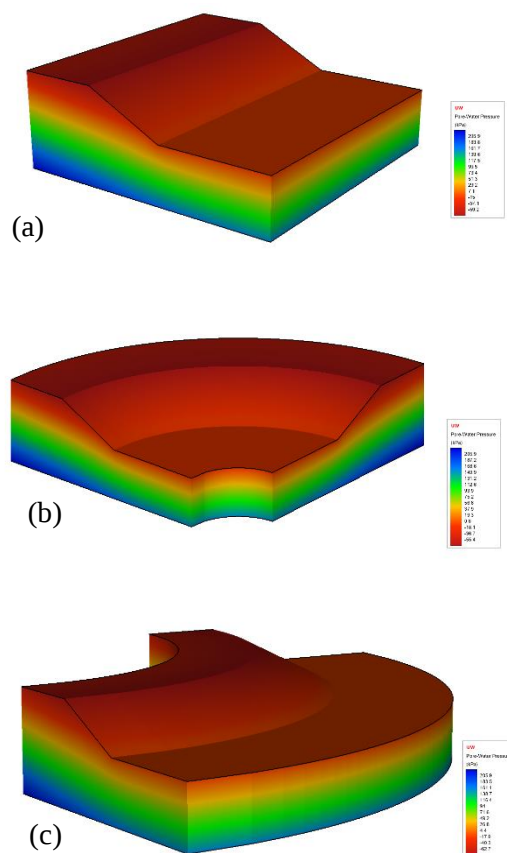
A Equação 14 mostra a fórmula utilizada para criar a linha curva na qual a seção 2D foi estendida para se criar o talude côncavo com raio de 50 m, e a Equação 15 para o talude convexo.

$$x = x_0 + \sqrt{r^2 - y_0^2} \quad (14)$$

$$x = x_0 - \sqrt{r^2 - y_0^2} \quad (15)$$

Tem-se: x é a coordenada em x ; x_0 é o ponto inicial das abscissas; r é o raio de inclinação e y_0 é o ponto inicial da coordenada y .

Figura 4 - Geometrias tridimensionais utilizadas no presente estudo: (a) Talude plano; (b) Talude côncavo com raio de 50 m; (c) Talude convexo com raio de 100 m.



3 Resultados e discussões

3.1 Características de funções objetivo típicas usando como exemplo o caso do talude homogêneo 2D, saturado, com superfície circular

O formato da função G e a distância normalizada (d_n) são fatores determinantes na configuração da função objetivo (H), a qual é essencial para o método de retroanálise introduzido. A função objetivo H é convexa (uma função convexa tem um único mínimo global), e foi formulada para ser minimizada, não possui jacobiano, e é classificada como uma função não suave ou não diferenciável. Contudo, a função objetivo apresentou particularidades para cada método de busca de superfície crítica.

Ao comparar as funções obtidas através dos métodos de busca *Cuckoo Search* e *Entry and Exit*, é notável que o método *Entry and Exit* apresenta um comportamento mais constante. Isso ocorre

devido ao fato de que com variações nos parâmetros de resistência ao cisalhamento, a superfície de ruptura permanece em uma posição dentro de um determinado intervalo (Figura 5). Em contraste, a superfície de ruptura gerada pelo método *Cuckoo Search* mostra uma sensibilidade maior às alterações nos parâmetros de resistência ao cisalhamento, resultando em variações mais significativas da localização da superfície crítica (Figura 6).

Figura 5 - Resultado típico, tomando como exemplo a ruptura rasa em talude homogêneo utilizando *Cuckoo Search* ($c' = 15,68$ kPa, $\phi' = 10^\circ$), para: (a) Função G; (b) d_n (c) função objetivo H; e (d) função objetivo H em 3D.

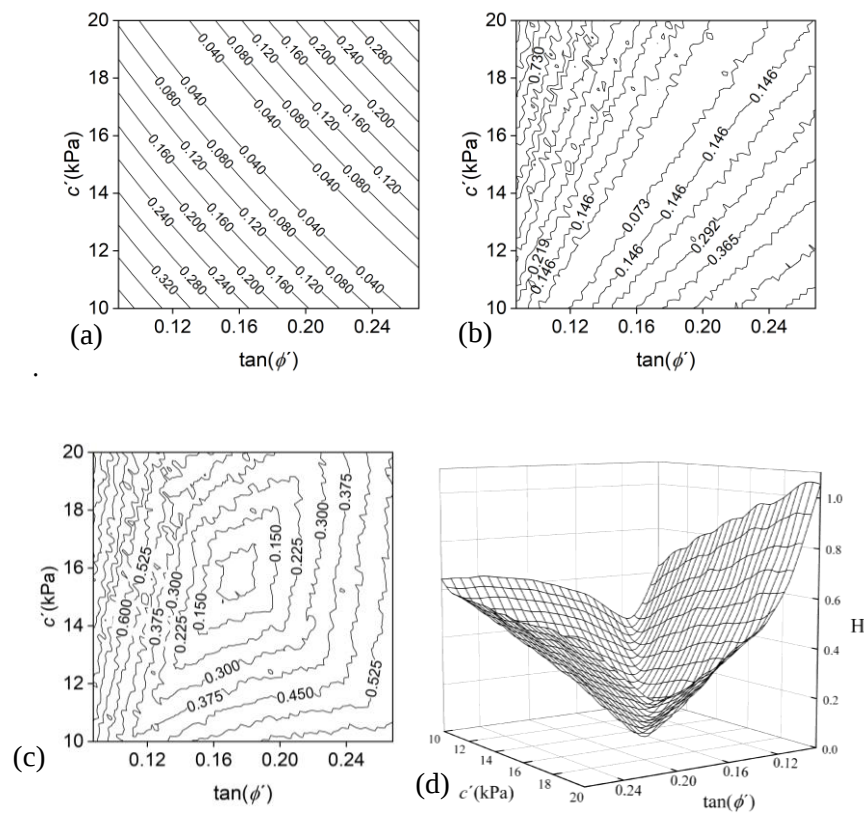
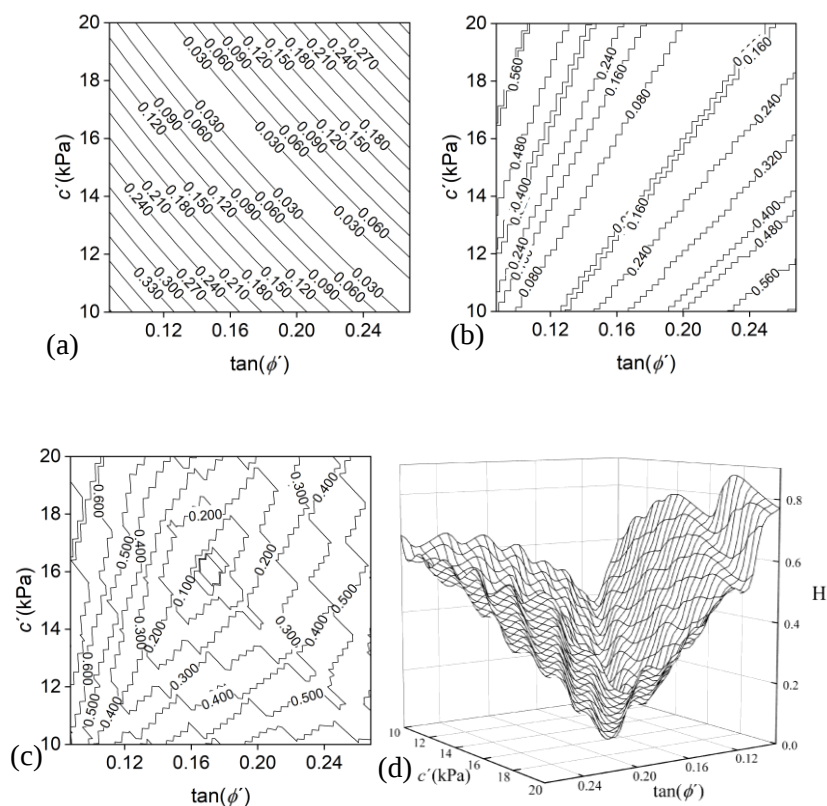


Figura 6 - Resultado típico, tomando como exemplo a ruptura rasa em talude homogêneo utilizando *Entry and Exit* ($c' = 15,68$ kPa, $\phi' = 10^\circ$), para: (a) Função G ; (b) d_n (c) função objetivo H ; e (d) função objetivo H em 3D.



À medida que se aumenta o número de superfícies críticas buscadas, juntamente com incrementos do número de fatias, a localização do mínimo global se torna mais precisa e a função objetivo se torna mais suave (Figura 7 a Figura 10). Esse fator é devido à análise de um maior número de configurações de superfícies críticas, tornando a identificação da superfície mais crítica e mais precisa. No entanto, é importante notar que isso também implica em um aumento no custo computacional devido a um maior número de superfícies analisadas.

As funções G e d_n , componentes da função H , estão apresentadas no APÊNDICE D. Comparando CS e EE, nota-se que EE mantém um comportamento mais estável. CS é mais sensível às mudanças nos parâmetros, resultando em variações significativas na localização da superfície crítica. EE é sensível à delimitação do espaço de busca, exigindo uma escolha adequada desse espaço.

Figura 7 - Função objetivo H do talude homogêneo com ruptura profunda ($c' = 15,68$ kPa, $\phi' = 10^\circ$) utilizando *Entry and Exit*: (a) $N_{inc} = 10$, $N_f = 30$; (b) $N_{inc} = 10$, $N_f = 60$; (c) $N_{inc} = 10$, $N_f = 90$; (d) $N_{inc} = 20$, $N_f = 30$; (e) $N_{inc} = 20$, $N_f = 60$; (f) $N_{inc} = 20$, $N_f = 90$.

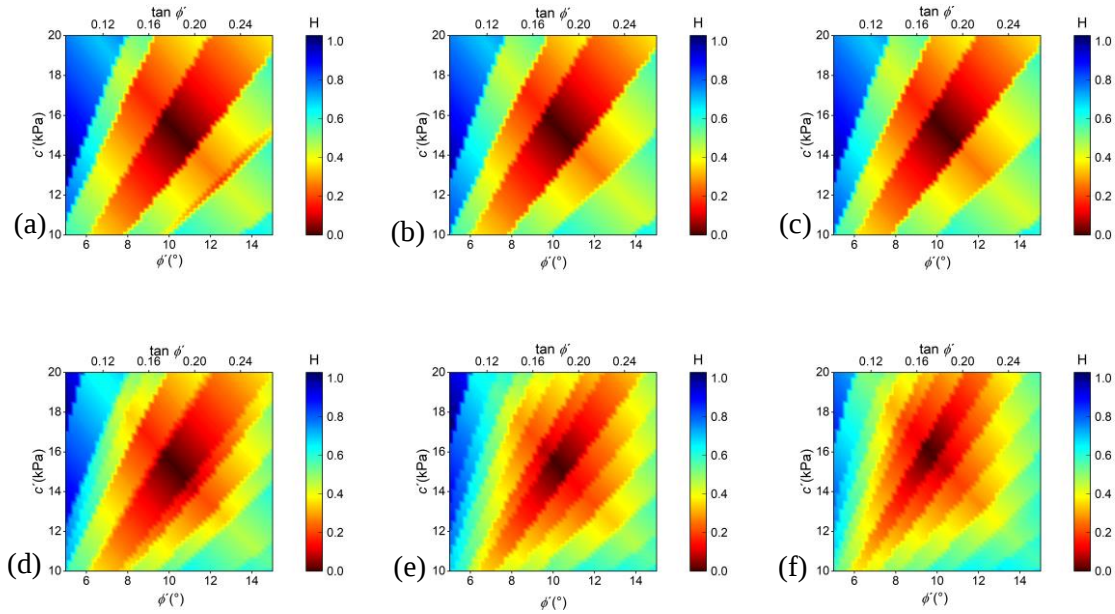


Figura 8 - Função objetivo H do talude homogêneo com ruptura profunda ($c' = 15,68$ kPa, $\phi' = 10^\circ$) utilizando *Cuckoo Search*: (a) $N_i = 1000$, $N_f = 30$; (b) $N_i = 1000$, $N_f = 60$; (c) $N_i = 1000$, $N_f = 90$; (d) $N_i = 3000$, $N_f = 30$; (e) $N_i = 3000$, $N_f = 60$; (f) $N_i = 3000$, $N_f = 90$.

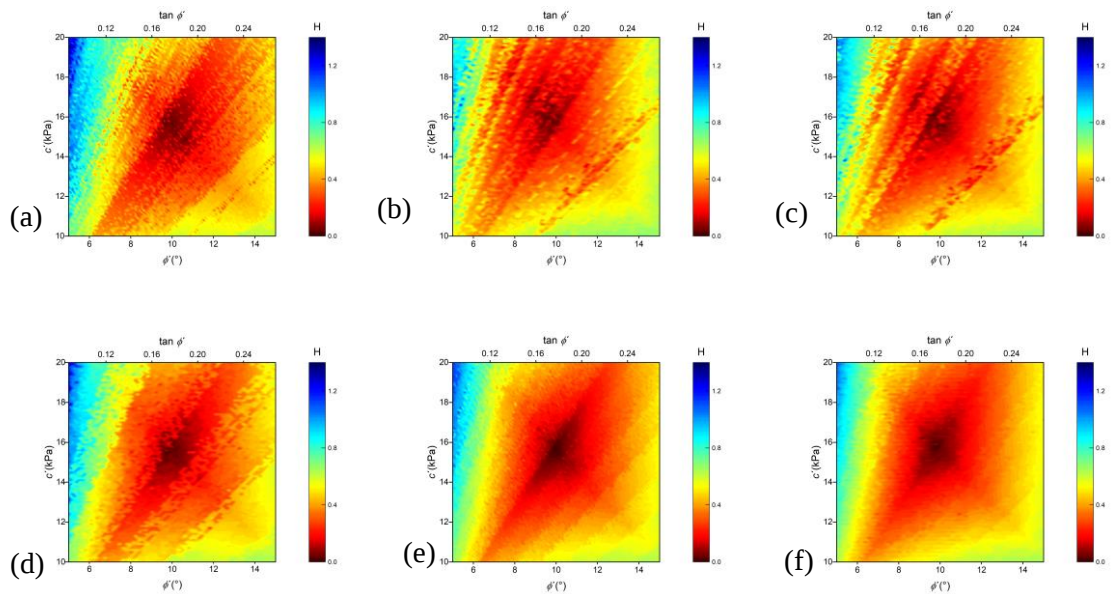


Figura 9 – Função objetivo H do talude homogêneo com ruptura rasa ($c' = 5,98$ kPa, $\phi' = 20^\circ$) utilizando *Entry and Exit*: (a) $N_{inc} = 10$, $N_f = 30$; (b) $N_{inc} = 10$, $N_f = 60$; (c) $N_{inc} = 10$, $N_f = 90$; (d) $N_{inc} = 20$, $N_f = 30$; (e) $N_{inc} = 20$, $N_f = 60$; (f) $N_{inc} = 20$, $N_f = 90$.

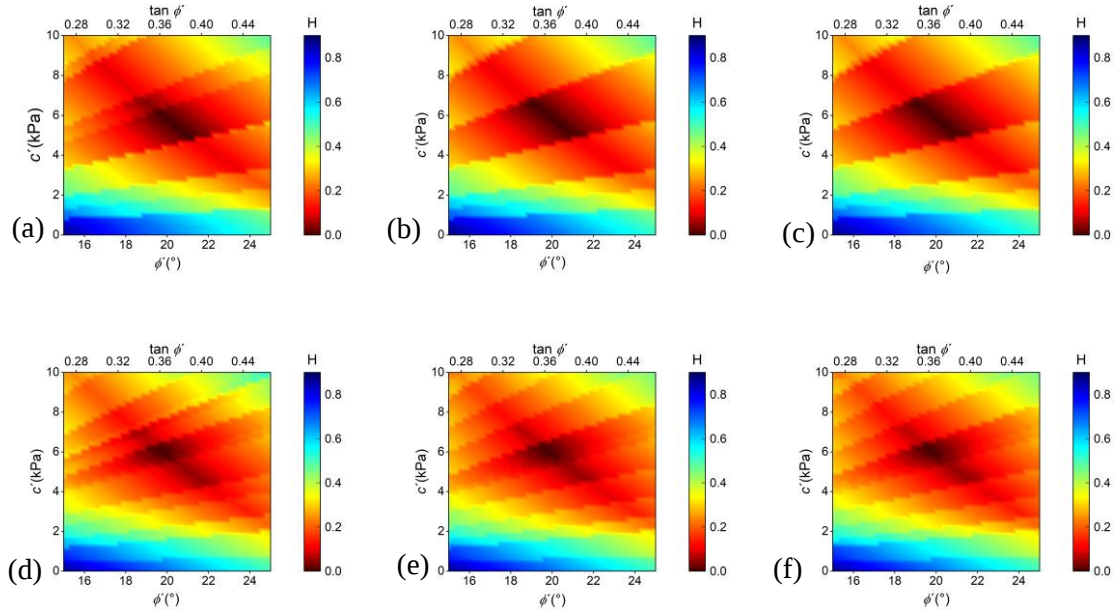
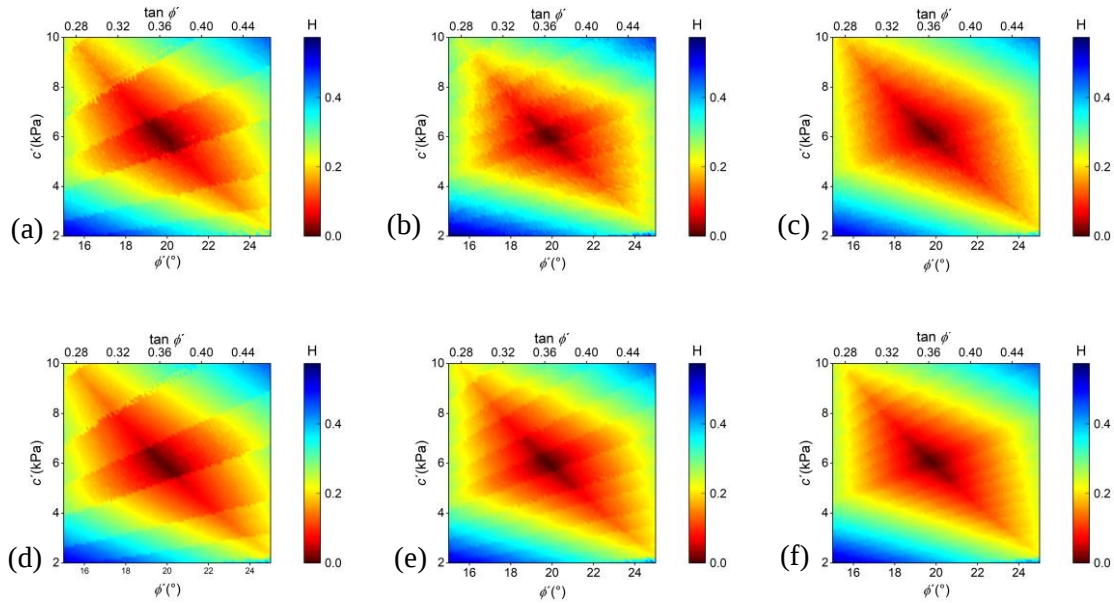


Figura 10 - Função objetivo H do talude homogêneo com ruptura rasa ($c' = 5,98$ kPa, $\phi' = 20^\circ$) utilizando *Cuckoo Search*: (a) $N_i = 1000$, $N_f = 30$; (b) $N_i = 1000$, $N_f = 60$; (c) $N_i = 1000$, $N_f = 90$; (d) $N_i = 3000$, $N_f = 30$; (e) $N_i = 3000$, $N_f = 60$; (f) $N_i = 3000$, $N_f = 90$.



Em relação ao fator de segurança, o aumento de superfícies avaliadas pelos métodos pouco influenciou no valor final, sendo possível observar uma mudança na terceira casa decimal. Porém, se observou que comparando o fator de segurança entre os métodos *Cuckoo Search* e o *Entry and Exit* há variações de até 20%. De acordo com Ducan Wright e Brandon (2014), o fator de segurança pode apresentar variações distintas em função do número de fatias utilizado, dependendo do algoritmo empregado para calcular o peso da superfície e o comprimento da superfície de deslizamento, bem como o centro de gravidade e os braços de momento associados às fatias.

3.2 Retroanálise do talude homogêneo 2D, saturado, com superfície circular

Na Figura 11 pode-se visualizar o resultado do processo de otimização pelo método *Nelder-Mead*, o resultado da otimização através desse método está relacionado à escolha adequada dos valores iniciais (coesão e ângulo de atrito) e o tamanho inicial do simplex (adotou-se 5,0 nessa pesquisa). É notável que o *Cuckoo Search* (Figura 11(a), (b) e (c)) convergiu com um número menor de iterações, contudo os parâmetros de resistência obtidos apresentaram maior desvio ao ótimo do que para o método *Entry and Exit*.

Em contraste, os métodos de otimização global utilizados (Figura 12) empregam estratégias que exploram todo o espaço de busca. Através dos resultados observa-se que os métodos de otimização global precisaram de um maior número de iterações para convergir em relação ao *Nelder-Mead*, devido à abordagem que empregam. O SHGO (Figura 12(c) e Figura 12(f)) demonstrou ser o método menos eficiente, enquanto o *Differential Evolution* (Figura 12(b) e Figura 12(e)) se destacou como o mais eficaz. Notavelmente, no método *Differential Evolution*, o número de iterações para que houvesse convergência diminuiu significativamente à medida que se aumentou tanto o número de superfícies buscadas quanto o número de fatias. Em contrapartida, no *Brute* e SHGO, não foram observados ganhos tão pronunciados com o aumento de fatias e incrementos/iteraões.

Figura 11 - Evolução do processo de otimização Nelder-Mead: (a) $N_i = 3000$, $N_f = 30$ (CS); (b) $N_{inc} = 3000$; $N_f = 60$ (CS); (c) $N_i = 3000$, $N_f = 90$ (CS); (d) $N_{inc} = 20$, $N_f = 30$ (EE); (e) $N_{inc} = 20$, $N_f = 60$ (EE); e (f) $N_{inc} = 20$, $N_f = 90$ (EE).

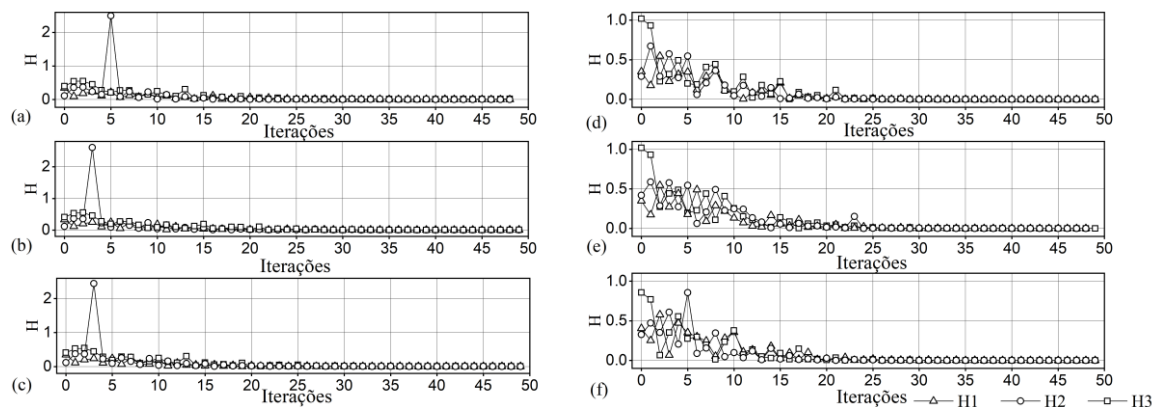
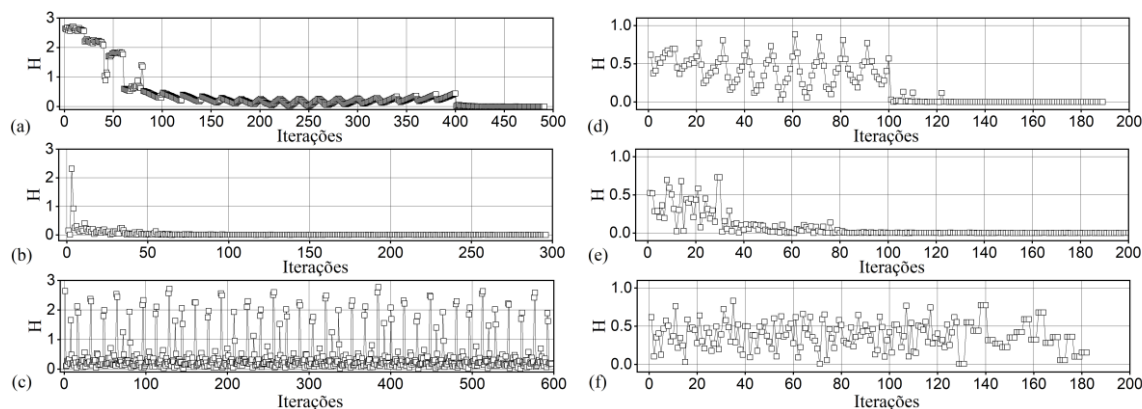


Figura 12 - Evolução do processo de otimização: (a) *Brute*: $N_i = 3000$, $N_f = 90$ (CS); (b) *Differential Evolution*: $N_i = 3000$, $N_f = 90$ (CS); (c) SHGO: $N_i = 3000$, $N_f = 90$ (CS); (d) *Brute*: $N_{inc} = 20$, $N_f = 90$ (EE); (e) *Differential Evolution*: $N_{inc} = 20$, $N_f = 90$ (EE); e (f) SHGO: $N_{inc} = 20$, $N_f = 90$ (EE).



Os resultados das otimizações indicaram que o método de otimização Nelder-Mead foi mais eficiente do que os métodos de otimização global, tanto para taludes com superfície rasa quanto para os de superfície profunda, conforme mostra as Tabelas 5 a 8. Adicionalmente, a maioria dos fatores de segurança obtidos por meio do método de otimização SHGO, para ambos os taludes avaliados, não alcançou o FS unitário. Tanto o método *Brute* quanto o *Differential Evolution* mostraram eficácia na otimização da função objetivo para o método *Entry and Exit*, que se revelou mais estável do que o *Cuckoo Search*, que se mostrou sensível a mudanças nos parâmetros de resistência ao cisalhamento. Observou-se que para a superfície de ruptura do tipo

profunda, a coesão apresentou um desvio significativo em relação ao valor ótimo, enquanto, no caso da superfície rasa, o ângulo de atrito foi o parâmetro que mais variou do ótimo, tanto para os métodos de otimização global quanto para o método de Nelder-Mead.

Observou-se que, ao utilizar o método Nelder-Mead em conjunto com o *Cuckoo Search*, os valores iniciais adotados exerceram influência nos resultados de H (Tabela 5). Essa condição não foi constatada em relação ao método *Entry and Exit*, conforme apresentado na Tabela 6.

Tabela 5 - Resultados das otimizações do talude homogêneo com superfície de deslizamento rasa ($c' = 5,98$ kPa, $\phi' = 20,0^\circ$) empregando o método Nelder-Mead (*Cuckoo Search*).

Caso	c'_0 (kPa)	ϕ'_0 ($^\circ$)	c' (kPa)	ϕ' ($^\circ$)	tempo (s)	H	FS	d_m (m)	$\sigma c'$	$\sigma \phi'$
$N_i = 1000, N_f = 30$	3	18,0	6,1	19,8	686	0,001	1,000	0,009	-0,12	0,2
	5	22,5	5,9	20,0	757	0,001	1,000	0,006	0,08	0,0
	7,5	27,5	6,1	19,8	981	0,001	1,000	0,006	-0,12	0,2
$N_i = 1000, N_f = 60$	3	18,0	6,1	19,8	917	0,002	1,000	0,009	-0,12	0,2
	5	22,5	5,9	20,0	1631	0,001	1,000	0,008	0,08	0,0
	7,5	27,5	5,8	20,3	1229	0,003	1,000	0,011	0,18	-0,3
$N_i = 1000, N_f = 90$	3	18,0	6,1	19,8	1696	0,004	1,000	0,019	-0,12	0,2
	5	22,5	6,1	19,8	2236	0,005	1,000	0,023	-0,12	0,2
	7,5	27,5	6,2	19,7	1730	0,004	1,000	0,022	-0,22	0,3
$N_i = 3000, N_f = 30$	3	18,0	5,8	20,2	1836	3×10^{-4}	1,000	0,002	0,18	-0,2
	5	22,5	5,9	20,0	1762	0,001	1,000	0,006	0,08	0,0
	7,5	27,5	6,2	19,7	2375	0,002	1,000	0,011	-0,22	0,3
$N_i = 3000, N_f = 60$	3	18,0	5,9	20,1	3486	0,001	1,000	0,005	0,08	-0,1
	5	22,5	5,9	20,1	2232	6×10^{-4}	1,000	0,003	0,08	-0,1
	7,5	27,5	6,0	20,0	2315	6×10^{-4}	1,000	0,002	-0,02	0,0
$N_i = 3000, N_f = 90$	3	18,0	6,1	19,9	3197	0,002	1,000	0,011	-0,12	0,1
	5	22,5	6,0	20,0	3988	0,002	1,000	0,010	-0,02	0,0
	7,5	27,5	6,0	20,0	5885	0,002	1,000	0,004	-0,02	0,0

Tabela 6 - Resultados das otimizações para o talude homogêneo com superfície de deslizamento profunda $c' = 15,68$ kPa, $\phi' = 10,0^\circ$) empregando o método de otimização Nelder-Mead (*Entry and Exit*).

Caso	c'_0 (kPa)	ϕ'_0 ($^\circ$)	c' (kPa)	ϕ' ($^\circ$)	tempo (s)	d_m (m)	FS	H	$\sigma c'$	$\sigma \phi'$
$N_{inc} = 10, N_f = 30$	12,5	12,5	14,9	10,7	851	3×10^{-5}	1,000	$8,0 \times 10^{-5}$	0,75	-0,70
	15,0	7,5	14,9	10,7	884	3×10^{-5}	1,000	$8,0 \times 10^{-5}$	0,75	-0,70
	17,5	5,0	15,2	10,4	852	3×10^{-5}	1,000	$8,0 \times 10^{-5}$	0,45	-0,40
$N_{inc} = 10, N_f = 60$	12,5	12,5	15,0	10,6	1043	3×10^{-5}	1,000	$7,9 \times 10^{-5}$	0,65	-0,60
	15,0	7,5	14,8	10,7	1333	3×10^{-5}	1,000	$7,9 \times 10^{-5}$	0,85	-0,70
	17,5	5,0	15,3	10,3	1264	3×10^{-5}	1,000	$7,9 \times 10^{-5}$	0,35	-0,30
$N_{inc} = 10, N_f = 90$	12,5	12,5	15,0	10,6	1941	$2,9 \times 10^{-5}$	1,000	$7,7 \times 10^{-5}$	0,65	-0,60
	15,0	7,5	14,9	10,7	1812	$2,9 \times 10^{-5}$	1,000	$7,7 \times 10^{-5}$	0,75	-0,70
	17,5	5,0	15,1	10,5	2049	$2,9 \times 10^{-5}$	1,000	$7,7 \times 10^{-5}$	0,55	-0,50
$N_{inc} = 20, N_f = 30$	12,5	12,5	15,4	10,2	3633	3×10^{-4}	1,000	1×10^{-4}	0,25	-0,20
	15,0	7,5	15,5	10,2	3567	3×10^{-4}	1,000	1×10^{-4}	0,15	-0,20
	17,5	5,0	15,2	10,4	3431	3×10^{-4}	1,000	1×10^{-4}	0,45	-0,40
$N_{inc} = 20, N_f = 60$	12,5	12,5	14,9	10,7	6662	3×10^{-4}	1,000	1×10^{-4}	0,75	-0,70
	15,0	7,5	15,5	10,2	7697	3×10^{-4}	1,000	1×10^{-4}	0,15	-0,20
	17,5	5,0	15,2	10,5	7577	3×10^{-4}	1,000	1×10^{-4}	0,45	-0,50
$N_{inc} = 20, N_f = 90$	12,5	12,5	15,8	9,9	9786	$2,9 \times 10^{-4}$	1,000	$9,6 \times 10^{-5}$	-0,15	0,10
	15,0	7,5	16,0	9,7	10620	$2,9 \times 10^{-4}$	1,000	$9,6 \times 10^{-5}$	-0,35	0,30
	17,5	5,0	16,1	9,7	9390	$2,9 \times 10^{-4}$	1,000	$9,6 \times 10^{-5}$	-0,45	0,30

Tabela 7 - Resultados das otimizações para o talude homogêneo com superfície de deslizamento rasa ($c' = 5,98$ kPa, $\phi' = 20,0^\circ$) empregando métodos de otimização de mínimo global (*Cuckoo Search*).

Método	Caso	c' (kPa)	ϕ' ($^\circ$)	tempo (s)	H	FS	d_m (m)	$\sigma c'$	$\sigma \phi'$
Brute	$N_i = 1000, N_f = 30$	5,82	20,17	1842	7×10^{-4}	1,000	0,004	0,16	-0,17
DE		5,97	19,99	4723	5×10^{-5}	1,000	2×10^{-4}	0,01	0,01
SHGO		5,75	20,22	6913	0,004	0,998	0,010	0,23	-0,22
Brute	$N_i = 1000, N_f = 60$	5,83	20,16	2280	0,001	1,000	0,006	0,15	-0,16
DE		5,91	20,11	6852	0,003	1,000	0,010	0,07	-0,11
SHGO		5,74	20,21	8232	0,013	0,997	0,042	0,24	-0,21
Brute	$N_i = 1000, N_f = 90$	6,26	19,67	3578	0,004	1,000	0,020	-0,28	0,33
DE		5,98	20,00	6386	4.7×10^{-5}	1,000	2×10^{-4}	0,0	0,0
SHGO		6,21	19,96	8747	0,017	1,008	0,044	-0,23	0,04
Brute	$N_i = 3000, N_f = 30$	5,78	20,25	3817	0,001	1,000	0,005	0,20	-0,25
DE		6,00	20,00	6346	6×10^{-4}	1,000	0,003	-0,02	0,0
SHGO		5,75	20,22	12490	0,010	0,998	0,043	0,23	-0,22
Brute	$N_i = 3000, N_f = 60$	5,92	20,07	6113	0,001	1,000	0,003	0,06	-0,07
DE		5,90	20,00	12574	1×10^{-4}	1,000	0,001	0,08	0,0
SHGO		5,75	20,22	27892	0,004	0,997	0,005	0,23	-0,22
Brute	$N_i = 3000, N_f = 90$	6,14	19,81	5807	0,001	1,000	0,005	-0,16	0,19
DE		6,10	19,80	13975	0,002	1,000	0,008	-0,12	0,20
SHGO		6,21	19,96	32334	0,012	1,008	0,015	-0,23	0,04

Tabela 8 - Resultados das otimizações para talude homogêneo com superfície de deslizamento profunda ($c' = 15,68$ kPa, $\phi' = 10,0^\circ$) empregando métodos de otimização global (*Entry and Exit*).

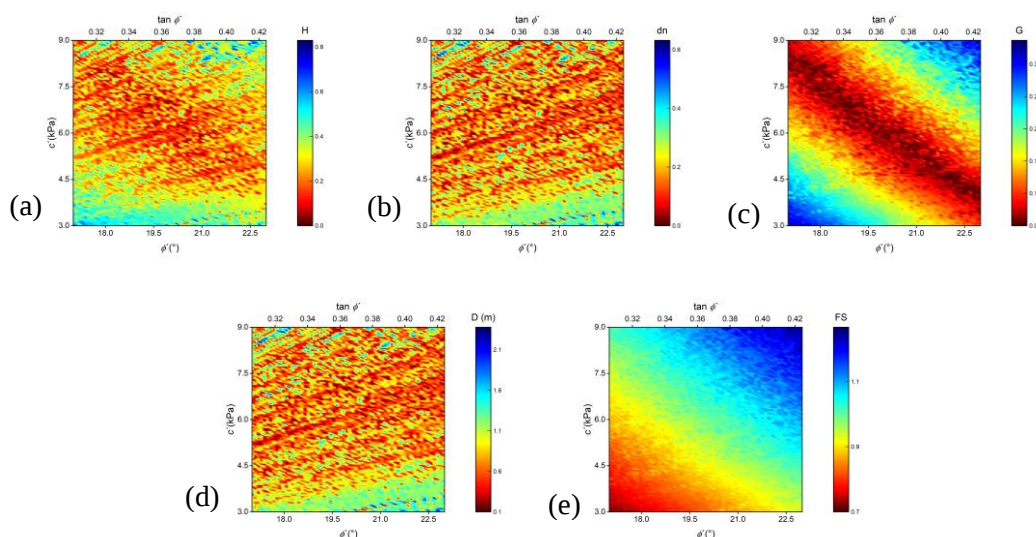
Método	Caso	c' (kPa)	ϕ' ($^\circ$)	tempo (s)	d_m (m)	FS	H	$\sigma c'$	$\sigma \phi'$
Brute	$N_{inc} = 10, N_f = 30$	14,5	11,0	1327	8×10^{-5}	1,000	$3,1 \times 10^{-5}$	1,15	-1,0
DF		15,3	10,3	3011	8×10^{-5}	1,000	$3,1 \times 10^{-5}$	0,35	-0,3
SHGO		15,0	10,0	834	8×10^{-5}	0,976	0,024	0,65	0,0
Brute	$N_{inc} = 10, N_f = 60$	14,9	10,7	2047	7.9×10^{-5}	1,000	3×10^{-5}	0,75	-0,7
DE		15,8	9,90	3757	7.9×10^{-5}	1,000	3×10^{-5}	-0,15	0,1
SHGO		15,6	10,7	1238	7.9×10^{-5}	1,024	0,024	0,05	-0,7
Brute	$N_{inc} = 10, N_f = 90$	14,9	10,7	2690	7.7×10^{-5}	1,000	2.9×10^{-5}	0,75	-0,7
DE		15,8	9,90	5251	7.7×10^{-5}	1,000	2.9×10^{-5}	-0,15	0,1
SHGO		15,6	10,7	1750	7.7×10^{-5}	1,024	0,024	0,05	-0,7
Brute	$N_{inc} = 20, N_f = 30$	14,8	10,7	6409	3.2×10^{-4}	1,000	1.2×10^{-4}	0,85	-0,7
DE		15,5	10,1	6993	3.2×10^{-4}	1,000	1.2×10^{-4}	0,15	-0,1
SHGO		15,0	10,0	3464	3.2×10^{-4}	0,976	0,024	0,65	0,0
Brute	$N_{inc} = 20, N_f = 60$	15,5	10,2	9890	3.2×10^{-4}	1,000	1.2×10^{-4}	0,15	-0,2
DE		15,0	10,1	20331	3.2×10^{-4}	1,000	1.2×10^{-4}	0,65	-0,1
SHGO		15,6	10,7	6558	0,213	1,023	0,085	0,05	-0,7
Brute	$N_{inc} = 20, N_f = 90$	16,2	9,60	13653	2.9×10^{-4}	1,000	9.6×10^{-5}	-0,55	0,4
DE		16,4	9,60	9272	2.9×10^{-4}	1,000	9.6×10^{-5}	-0,75	0,4
SHGO		16,1	9,60	28961	0,242	0,154	0,154	-0,45	0,4

3.3 Retroanálise do talude homogêneo 2D, saturado, com superfície não circular

A função objetivo para o talude homogêneo para superfície de ruptura não circular (Figura 13(a)) exibe vários mínimos locais, tornando-se uma função desafiadora de otimizar. Essa complexidade é atribuída, em parte, ao método de busca empregado, uma vez que o *Cuckoo*

Search é altamente sensível à combinação de parâmetros de resistência ao cisalhamento. Esse algoritmo realiza uma busca global, visando a localização da superfície crítica em uma ampla distribuição espacial, similar ao que foi visto para a superfície circular, embora com uma influência ligeiramente superior para a superfície não circular. A geração de superfícies não circulares é uma tarefa intrinsecamente desafiadora devido à vasta possibilidade de combinações de pontos, resultando em uma variabilidade significativa na distância entre as superfícies geradas e a superfície real fixa. O formato das funções d_n e G , parcelas da função objetivo H , podem ser vistas na Figura 13 (b) e Figura 13 (c), respectivamente.

Figura 13 - Resultados para a superfície não circular: (a) Função objetivo; (b) distância normalizada; (c) Função G ; (d) Distância das superfícies geradas em relação à real; (e) Fator de Segurança.



Considerando que H é uma função com múltiplos mínimos locais, além de ter as restrições de ser não diferenciável e de não possuir jacobiano, a tarefa de otimização tornou-se bastante complexa. Dessa forma, foram utilizados métodos de otimização global e os valores encontrados de coesão e ângulo de atrito obtidos podem ser vistos na Tabela 9, assim como os desvios em relação às soluções utilizadas. Foi necessária uma quantidade significativa de iterações, porém os valores ótimos (c' e ϕ' usados como solução) da função não foram alcançados.

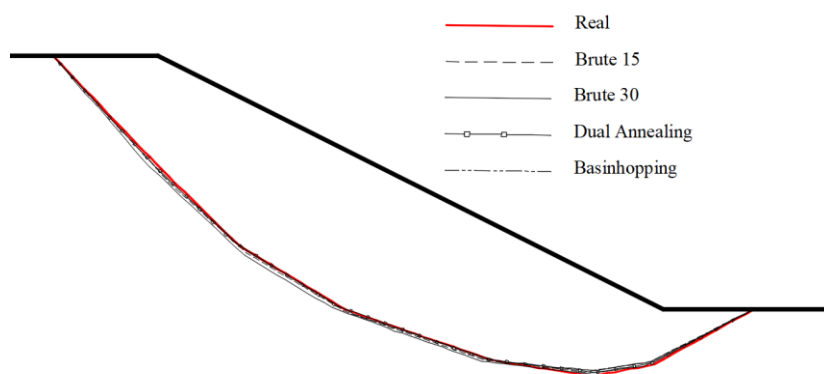
O método que apresentou melhor desempenho foi o *Brute* com subdivisão de 15 em relação ao intervalo dado, o que é interessante, pois também foi utilizado o *Brute* com subdivisão de grade de 30. Por outro lado, o método de otimização *Basinhopping* apresentou um desempenho inferior quando comparado aos demais. É importante ressaltar que o ângulo de atrito foi o parâmetro que registrou o maior desvio em relação ao valor considerado como ótimo.

Tabela 9 - Resultados das otimizações para o talude com superfície não circular.

Método	Caso	c' (kPa)	ϕ' (°)	H	FS	d_m (m)	$\sigma c'$	$\sigma \phi'$
<i>Basinhopping</i>	$N_i = 3000, N_f = 90$	7,60	18,52	0,047	1,000	0,155	0,79	1,48
<i>Brute 15</i>		6,81	19,39	0,028	1,000	0,101	0,00	0,61
<i>Brute 30</i>		6,55	19,47	0,021	1,000	0,077	0,26	0,53
<i>Dual Annealing</i>		6,82	19,29	0,027	0,998	0,098	0,01	0,71

As localizações das superfícies de ruptura obtidas através de cada método de otimização podem ser vistas na Figura 14. A superfície mais próxima da real foi para o método *Brute* com subdivisão de grade 30 (0,077m), e a mais distante para o método *Basinhopping* (0,155m). No entanto, todas se encontram na zona de cisalhamento (área onde há deformação e movimento relativo do solo).

Figura 14 - Localização da superfície real e das superfícies não circulares encontradas através de otimização.

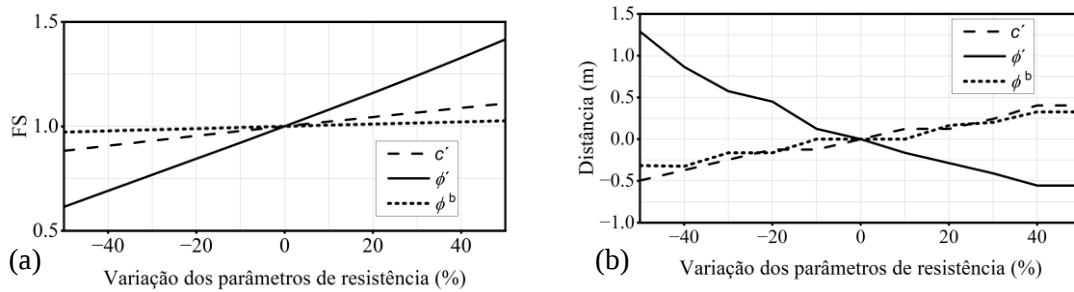


3.4 Retroanálise do talude homogêneo 2D, saturado, com superfície não circular

Para funções com mais de duas variáveis, a representação gráfica direta torna-se desafiadora. Para avaliar a viabilidade do método de retroanálise utilizando a função H para o talude não saturado, foi necessário realizar uma análise de sensibilidade, uma abordagem crucial para compreender como as mudanças nas variáveis de entrada afetam as de saída ou os resultados de uma função. Os resultados dessa avaliação, apresentados na Figura 15, indicaram a existência de combinações de parâmetros que satisfazem ambas as parcelas da função objetivo H , ou seja, $FS=1$ e distância entre a superfície real e a crítica igual a 0. Outra informação relevante da análise de sensibilidade é que ϕ' teve a influência mais significativa nas métricas

analisadas para o talude estudado, conforme mostra a Figura 15. Por outro lado, o parâmetro ϕ^b demonstrou ser o menos influente nas métricas avaliadas.

Figura 15 - Análise de sensibilidade para o talude não saturado.



Os resultados indicaram que os algoritmos de busca global *Brute* e *Differential Evolution* encontraram valores mais próximos do ótimo do que o algoritmo Nelder-Mead para o talude com solo não saturado, seja para o CS ou o EE, como pode ser visualizado na Tabela 10. Outro ponto a ser destacado é que as distâncias encontradas utilizando o método EE foram menores que as encontradas utilizando o CS para todos os casos avaliados, assim como os valores de H encontrados foram menores na maioria dos casos. Os casos que encontraram valores mais próximos do ótimo ($c' = 4.79$ kPa, $\phi' = 20$, $\phi^b = 15$) foram o H5 para o EE e o H6 para o CS.

O parâmetro com maior desvio em relação ao ótimo foi ϕ^b , com uma diferença de até 8,42, e o que menos demonstrou influência nas análises de sensibilidade. Enquanto o ângulo de atrito teve menores desvios em relação ao valor ótimo estipulado.

Tabela 10 - Resultados das otimizações para o talude homogêneo não saturado.

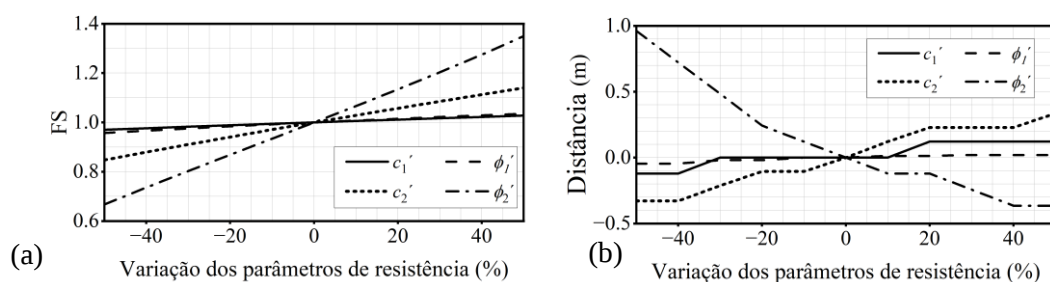
Método	Caso	c'_0 (kPa)	ϕ'_0 (°)	ϕ^b_0 (°)	c' (kPa)	ϕ' (°)	ϕ^b (°)	tempo (s)	H	FS	d_m (m)	σ_c	$\sigma_{\phi'}$	σ_{ϕ^b}
Valores iniciais					Valores obtidos									
EE	H1	7,5	12,5	6,25	6,26	19,11	5,79	47490	0,022	1,000	0,083	1,47	0,89	9,21
	H2	7,5	27,5	13,75	3,86	20,66	20,00	53247	0,011	1,000	0,041	0,93	0,66	5,00
	H3	2,5	27,5	13,75	3,83	20,70	19,81	45874	0,011	1,000	0,041	0,96	0,70	4,81
	H4	2,5	12,5	6,25	5,49	19,63	9,99	105375	0,011	1,000	0,041	0,70	0,37	5,01
	Brute	H5	-	-	4,89	20,05	13,17	71960	6,3x10 ⁻⁵	1,000	2x10 ⁻⁴	0,10	0,05	1,83
	DE	H6	-	-	5,05	19,88	13,02	245505	6,3x10 ⁻⁵	1,000	2x10 ⁻⁴	0,26	0,12	1,98
CS	H1	7,5	12,5	6,25	6,39	18,88	6,58	43124	0,022	1,000	0,103	1,60	1,12	8,42
	H2	7,5	27,5	13,75	3,67	20,88	20,00	59666	0,015	1,000	0,070	1,12	0,88	5,00
	H3	2,5	27,5	13,75	4,29	20,40	17,16	62975	0,011	1,000	0,052	0,50	0,40	2,16
	H4	2,5	12,5	6,25	5,07	19,86	13,04	67029	0,007	1,000	0,032	0,28	0,14	1,96
	Brute	H5	-	-	5,07	19,85	13,06	90573	0,007	1,000	0,032	0,28	0,15	1,94
	DE	H6	-	-	4,87	19,93	14,83	62504	0,001	1,000	0,003	0,08	0,07	0,17

3.5 Retroanálise do talude com duas camadas 2D, saturado, com superfície circular

Foi conduzida uma análise de sensibilidade para o talude composto por duas camadas de solo, com o objetivo de avaliar a viabilidade da otimização da função objetivo em um espaço de quatro dimensões. Ao explorar variações nos quatro parâmetros, observou-se um ponto específico em que o FS alcançou o valor desejado de 1 (Figura 16(a)), enquanto a distância se aproximou de zero (Figura 16(b)). Essa observação destacou a sensibilidade da função objetivo a diferentes configurações de parâmetros e indicou claramente a existência de um conjunto de valores que podem ser otimizados para atingir as condições desejadas.

Além disso, por meio dessa análise, é possível compreender quais parâmetros exercem maior influência nas métricas em estudo. Os resultados indicam que a camada superior, com a superfície crítica de menor extensão, exerce uma influência menor sobre o FS e a posição da superfície crítica. Em contrapartida, na segunda camada (inferior), onde a superfície crítica é mais extensa, observa-se que o ângulo de atrito desempenha um papel mais significativo na variação do FS, enquanto a coesão exerce uma influência mais pronunciada na determinação da posição da superfície crítica em comparação com a camada superior.

Figura 16 - Análise de sensibilidade para o talude com duas camadas.



A partir da constatação, pela análise de sensibilidade, de que a otimização é viável para a função objetivo H com quatro dimensões, procedeu-se com o uso do método de otimização Nelder-Mead (Simplex igual a 5). Dado que este método requer valores iniciais para os parâmetros a serem otimizados, foram analisados quatro casos distintos (H1, H2, H3 e H4) para avaliar a influência dos valores iniciais nos resultados finais de H. Os valores adotados para c' e ϕ' em cada camada podem ser consultados na Tabela 11.

Os resultados destacam que, mesmo utilizando os limites (valores mínimos e máximos de c' e ϕ'), os valores iniciais dos parâmetros exercem uma significativa influência no resultado da otimização (Tabela 11). Vale ressaltar que o caso H1, utilizando o método EE, e o caso H3, utilizando o CS, foram os que mais se aproximaram do valor ótimo predefinido ($c_1' = 3,96\text{kPa}$, $\phi_1' = 15,0^\circ$, $c_2' = 6,0\text{kPa}$, $\phi_2' = 25,0^\circ$). O caso H4 se aproximou mais dos valores ideais da camada 2 (inferior), corroborando com a análise de sensibilidade que apontou que essa camada exerce maior influência sobre FS e a distância entre as superfícies real e crítica. Importante destacar que, mesmo utilizando os limites e valores iniciais, a otimização para CS e EE produziu resultados finais diferentes, conforme Tabela 11.

Tabela 11 - Resultados das otimizações para o talude com duas camadas pelo método Nelder-Mead.

	Caso	c_1' (kPa)	ϕ_1' (°)	c_2' (kPa)	ϕ_2' (°)	c_1' (kPa)	ϕ_1' (°)	c_2'	ϕ_2' (°)	tempo (s)	H	FS	d_m (m)
		Valores iniciais				Valores obtidos							
EE	H1	5	20,0	5	20,0	4,39	15,38	5,47	25,63	67417	4.3x10-5	1,000	2x10-4
	H2	5	22,5	27,5	22,5	0,29	29,53	6,45	23,48	75638	0,044	1,000	0,246
	H3	2,5	22,5	5	27,5	5,71	17,89	4,74	25,81	70124	0,013	1,000	0,074
	H4	6	12,5	3	22,5	4,58	12,18	5,89	25,37	76263	4.3x10-5	1,000	2x10-4
CS	H1	5	20,0	5	20,0	2,24	17,68	6,67	24,19	99246	0,002	1,000	0,016
	H2	5	22,5	27,5	22,5	1,50	27,91	6,00	25,05	108125	0,032	1,000	0,197
	H3	2,5	22,5	5	27,5	4,46	14,66	5,85	25,04	100826	0,001	1,000	0,006
	H4	6	12,5	3	22,5	6,65	11,86	5,06	25,77	117602	0,002	1,000	0,010

3.6 Retroanálises tridimensionais para os taludes homogêneos

Foram realizadas otimizações para as 3 geometrias tridimensionais (3D) criadas com o intuito de explorar possíveis correlações entre os resultados bidimensionais, o talude utilizado como *benchmark* foi o homogêneo saturado ($c' = 5,98\text{kPa}$ e $\phi' = 20^\circ$), de raio de 19,262 m. Devido à eficiência observada para o método Nelder-Mead, em conjunto com o método de busca de superfície crítica *Entry and Exit*, estes foram empregados nas análises. Os resultados das otimizações conduzidas nas geometrias 3D obtiveram fatores de segurança unitários para todos os casos estudados, porém os valores de coesão encontrados foram menores, e o ângulo de atrito foi maior que as otimizações 2D (Tabela 12).

Em relação ao raio de curvatura, o talude côncavo, com um raio de curvatura de 50 metros, apresentou as menores variações nos parâmetros de resistência ao cisalhamento em relação ao ótimo esperado. As menores distâncias e o valor da função objetivo H foram encontrados para o talude convexo com raio de 100 metros, assim como os maiores desvios em relação aos valores ótimos. Observou-se para todos os casos estudados que o aumento do número de divisões no espaço de entrada e saída, juntamente com o incremento de fatias, não resultou em

valores menores para H. O caso H2, referente ao talude criado através da técnica de extrusão, com metade do número de incrementos e fatias em comparação com o caso H1, apresentou valores mais satisfatórios.

Tabela 12 - Resultados das otimizações para os taludes tridimensionais.

Raio (m)	Caso	Caso	c' (kPa)	ϕ' (°)	tempo (s)	H	FS	d_m (m)	σ_c'	σ_ϕ'
50 (côncavo)	H1	$N_{inc} = 40, N_f = 180, N_c = 180$ (EE)	4,11	21,45	104565	0,059	1,000	0,333	1,87	-1,45
	H2	$N_{inc} = 40, N_f = 90, N_c = 90$ (EE)	4,32	21,11	60087	0,041	1,000	0,236	1,66	-1,11
	H3	$N_{inc} = 40, N_f = 250, N_c = 250$ (EE)	4,11	21,41	207629	0,061	1,000	0,333	1,87	-1,41
100 (convexo)	H1	$N_{inc} = 40, N_f = 180, N_c = 180$ (EE)	2,95	21,22	63733	0,037	1,000	0,210	3,03	-1,22
	H2	$N_{inc} = 45, N_f = 180, N_c = 180$ (EE)	2,84	21,39	54885	0,037	1,000	0,225	3,14	-1,39
	H3	$N_{inc} = 40, N_f = 180, N_c = 180$ (D de inc = 20m)	2,61	21,75	35510	0,036	1,000	0,231	3,37	-1,75
Extrusão	H1	$N_{inc} = 40, N_f = 180, N_c = 180$ (EE)	3,27	21,59	217577	0,054	1,000	0,314	2,71	-1,59
	H2	$N_{inc} = 20, N_f = 90, N_c = 90$ (EE)	3,59	21,09	11256	0,038	1,000	0,210	2,39	-1,09

Conclusões

1. A eficácia do método de retroanálise foi comprovada pelos resultados, que alcançaram, na maioria dos casos, os valores ótimos de forma eficiente. Devido a função objetivo ser composta por duas parcelas (d_n e G), é essencial analisar os resultados por meio de mais de um processo de otimização, pois, em alguns casos, somente o $FS = 1$ é alcançado. Além disso, é necessário validar os resultados obtidos com dados de laboratório e campo. Este método é introduzido como uma ferramenta complementar às abordagens convencionais, devendo ser utilizado com cautela, pois cada tipo de solo apresenta particularidades.
2. Para superfícies circulares em taludes homogêneos saturados, os métodos de otimização global tornaram-se dispensáveis devido à clara definição do mínimo. Isso simplificou o processo de busca por soluções ótimas, destacando a importância de considerar cuidadosamente os valores iniciais de x_0 , uma tolerância adequada para obter parâmetros de resistência ao cisalhamento satisfatórios e um intervalo de resistência apropriado para a aplicação do método de retroanálise, independentemente das condições do talude.
3. A otimização da função objetivo H para o talude homogêneo com superfície não circular não foi possível devido à presença de múltiplos mínimos locais, acentuando a dificuldade e complexidade das superfícies não circulares. Os resultados de otimização utilizando métodos globais revelaram que o método *Brute* (subdivisão 15), foi o mais eficiente, enquanto o *Basinhopping* registrou desempenho inferior, especialmente em relação ao ângulo de atrito.

4. Para o talude homogêneo não saturado, recomenda-se empregar métodos de otimização global, como o *Brute* e o *Differential Evolution*, os quais foram utilizados neste artigo. Isso se deve ao fato de que o método Nelder-Mead apresentou desvios significativos em relação aos valores ótimos, mesmo obtendo um FS unitário. Adicionalmente, observou-se que o método de busca de superfície crítica *Entry and Exit* apresentou resultados mais satisfatórios em comparação ao *Cuckoo Search*, indicando maior eficácia em taludes não saturados.
5. Foi observado no talude de duas camadas, que à medida que os parâmetros com maior influência sobre a distância e no FS se aproximam dos valores ótimos, a função objetivo é minimizada com sucesso. Isso ocorre mesmo quando os parâmetros de menor influência apresentam desvios significativos em relação aos valores ótimos.
6. Os resultados das otimizações para os taludes tridimensionais apresentaram uma redução nos valores de coesão e um aumento nos ângulos de atrito em comparação com as otimizações 2D. O aumento no número de divisões e fatias não resultou em valores menores para d_m e para a função objetivo H. O talude côncavo, com um raio de curvatura de 50 metros, apresentou as menores variações nos parâmetros de resistência ao cisalhamento em relação ao ótimo esperado. Por outro lado, as menores distâncias e o valor da função objetivo H foram identificados no talude convexo com raio de 100 metros.

Referências

BENTLEY SYSTEMS. **PLAXIS LE: General Information Manual**. In: Theory Manual, 2021.

DUNCAN, J. M., WRIGHT, Stephen G.; BRANDON, Thomas L. **Soil strength and slope stability**. John Wiley & Sons, 2014.

FATHANI, T. F.; NAKAMURA, H. A new method for estimating the shear strength parameters at the critical slip surface. **Journal of the Japan Landslide Society**, v. 42, n. 2, p. 159-168, 2005.

GILBERT, Robert B.; WRIGHT, Stephen G.; LIEDTKE, Eric. Uncertainty in back analysis of slopes: Kettleman Hills case history. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, v. 124, n. 12, p. 1167-1176, 1998.

GRECO, V. R. Back-analysis procedure for failed slopes. In: **Proceedings of the 7th International Symposium on Landslides, Trondheim**, 1996. p. 435-440.

IRELAND, H. O. Stability analysis of the Congress Street open cut in Chicago. **Géotechnique**, v. 4, n. 4, p. 163-168, 1954.

JIANG, J.-C.; YAMAGAMI, T.; UETA, Y. Back analysis of unsaturated shear strength from a circular slope failure. In: **Slope Stability Engineering**. 1999. p. 305-310.

JIANG, J.-C.; YAMAGAMI, T. A new back analysis of strength parameters from single slips. **Computers and Geotechnics**, v. 35, n. 2, p. 286-291, 2008a.

JIANG, J.-C.; YAMAGAMI, T. Charts for estimating strength parameters from slips in homogeneous slopes. **Computers and Geotechnics**, v. 33, n. 6-7, p. 294-304, 2006.

JIANG, J.-C.; YAMAGAMI, T. Strength parameters from back analysis of slips in two-layer slopes. In: **Landslides and Engineered Slopes. From the Past to the Future**. CRC press, p. 769-776, 2008b.

LI, T. D.; ZHAO, Z. S. A method of back analysis of the shear strength parameters for the first-time slide of the slope of fissured clay. In: **Proc., 4th Int. Symposium on Landslides**. 1984. p. 127-129.

LIN, H.; CHEN, J. Back analysis method of homogeneous slope at critical state. **KSCE Journal of Civil Engineering**, v. 21, n. 3, p. 670-675, 2017.

NGUYEN, V. U. Back calculations of slope failures by the secant method. **Géotechnique**, v. 34, n. 3, p. 423-427, 1984.

Pham, H.T. and Fredlund, D.G. The application of dynamic programming to slope stability analysis. **Canadian Geotechnical Journal**, 40(4), pp.830-847, 2003.

SAITO, M. A Proposal for Reverse Calculation Method to Obtain Cohesion and Internal Friction Separately on a Slip Surface. **OYO Technical Report**, 1980.

SAUER, E. K.; FREDLUND, D. G. Effective stress, limit equilibrium back-analysis of failed slopes: Guidelines. In: **International symposium on landslides**. 5. 1988. p. 763-770.

STARK, Timothy D.; AKHTAR, Kamran; HUSSAIN, Manzoor. Stability analysis for a landfill experiencing elevated temperatures. In: **GeoFlorida 2010: Advances in Analysis, Modeling & Design**. 2010. p. 3110-3119.

TANG, W. H.; STARK, T. D.; ANGULO, M. Reliability in back analysis of slope failures. **Soils and Foundations**, v. 39, n. 5, p. 73-80, 1999.

WESLEY, L. D.; LEELARATNAM, V. Shear strength parameters from back-analysis of single slips. **Géotechnique**, v. 51, n. 4, p. 373-374, 2001.

ZHANG, J.; TANG, Wilson H.; ZHANG, Limin M. Efficient probabilistic back-analysis of slope stability model parameters. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, v. 136, n. 1, p. 99-109, 2010.

Zhang, L. L., Zhang, J., Zhang, L. M., & Tang, W. H. Back analysis of slope failure with Markov chain Monte Carlo simulation. **Computers and Geotechnics**, v. 37, n. 7-8, p. 905-912, 2010.

CONCLUSÕES

O método de retroanálise abordado neste estudo mostrou-se eficaz na determinação dos parâmetros de resistência ao cisalhamento em casos de talude homogêneo saturado e não saturado, talude composto por duas camadas, assim como para taludes tridimensionais. Observou-se que o método pode ser aplicado considerando diferentes números de fatias e o método de localização de superfície crítica. No entanto, foi visto que a escolha do método de otimização em conjunto com o método de localização de superfície crítica é crucial para obter os desejados parâmetros ótimos. A aplicação do método de localização de superfície crítica *Entry and Exit* na retroanálise mostrou-se mais eficaz do que o algoritmo *Cuckoo Search*. A eficácia do método de retroanálise não se limitou à determinação do fator de segurança unitário, alcançando também parâmetros próximos ao desejado. Este método deve ser utilizado como uma forma complementar às abordagens convencionais, necessitando de cautela devido às particularidades de cada tipo de solo.

Em superfícies circulares de taludes homogêneos saturados, métodos de otimização global são dispensáveis ao usar o *Entry and Exit*, pois métodos como o Nelder-Mead exigem menos iterações e alcançam eficientemente parâmetros ótimos. Contudo, quando se utiliza o *Cuckoo Search*, os valores iniciais influenciam os resultados das otimizações, e os métodos globais demonstraram ser melhores em minimizar a função objetivo H para o CS. A otimização da função objetivo H para taludes homogêneos com superfície não circular apresentou desafios e não encontrou o valor ótimo desejado, sendo que o método *Brute* (subdivisão 15) destacou-se pela eficiência, enquanto o *Basinhopping* teve desempenho inferior.

Para taludes homogêneos não saturados, recomenda-se o uso de métodos globais como *Brute* e *Differential Evolution*, devido aos grandes desvios encontrados ao utilizar o método Nelder-Mead, mesmo atingindo um fator de segurança unitário. No talude composto por duas camadas, foi observado que os valores iniciais dos parâmetros exercem uma significativa influência no resultado da otimização. Em taludes tridimensionais, observou uma redução na coesão e aumento no ângulo de atrito em comparação com otimizações 2D. O talude côncavo (raio de curvatura de 50 metros) apresentou os melhores parâmetros, enquanto o convexo (raio de 100 metros) teve as menores distâncias e valor da função objetivo H.

SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Trabalhos futuros podem complementar a pesquisa realizada abordando os seguintes tópicos:

1. Exploração do método de retroanálise em estudos de casos históricos.
2. Condução de uma análise de sensibilidade para avaliar o impacto dos valores iniciais adotados pelos métodos de otimização, especialmente para taludes com duas camadas, taludes não saturados e taludes saturados com superfície de ruptura não circular.
3. Investigação de alternativas para os métodos de busca de superfície de crítica, além do *Cuckoo Search* e *Entry and Exit*, visando avaliar a eficácia e a robustez da retroanálise.

REFERÊNCIAS

BJERRUM, Laurits; KJAERNSLI, B. Analysis of the stability of some Norwegian natural clay slopes. **Geotechnique**, v. 7, n. 1, p. 1-16, 1957.

CIVIDINI, Annamaria; JURINA, Lorenzo; GIODA, Giancarlo. Some aspects of 'characterization' problems in geomechanics. In: **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts**. Pergamon, 1981. p. 487-503.

DESCHAMPS, R.; YANKEY, G. Limitations in the back-analysis of strength from failures. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, v. 132, n. 4, p. 532-536, 2006.

DUNCAN, J. M. Use of back analysis to reduce slope failure risk. **Civil Engineering Practice**, v. 14, n. 1, p. 75-91, 1999.

Duncan, J. M., and Stark, T. D. Soil strengths from back analysis of slope failures. **Proc., Stability and Performance of Slopes and Embankments II**, ASCE, New York, 890-904, 1992.

DUNCAN, J. M., WRIGHT, Stephen G.; BRANDON, Thomas L. **Soil strength and slope stability**. John Wiley & Sons, 2014.

FATHANI, T. F.; NAKAMURA, H. A new method for estimating the shear strength parameters at the critical slip surface. **Journal of the Japan Landslide Society**, v. 42, n. 2, p. 159-168, 2005.

FEDERICO, A.; POPESCU, M.; ELIA, G.; FIDELIBUS, C.; INTERNÒ, G.; MURIANNI, A. Prediction of time to slope failure: a general framework. **Environmental Earth Sciences**, v. 66, n. 1, p. 245-256, 2012.

GARCIA-FERIA, Mauricio; COLMENARES, Julio E. Back-Analysis of an Infinite Unsaturated Soil Slope Using a Bayesian Framework. In: **Geotechnical Engineering in the XXI Century: Lessons learned and future challenges**. IOS Press, 2019. p. 708-715.

GIODA, Giancarlo; MAIER, Giulio. Direct search solution of an inverse problem in elastoplasticity: identification of cohesion, friction angle and in situ stress by pressure tunnel

tests. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 15, n. 12, p. 1823-1848, 1980.

GRECO, V. R. Back-analysis procedure for failed slopes. In: **Proceedings of the 7th International Symposium on Landslides, Trondheim**, 1996. p. 435-440.

Huang, Y. H. **Slope stability analysis by the limit equilibrium method: Fundamentals and methods**. American Society of Civil Engineers, 2014.

HWANG, Richard N. **Back analyses in forensic geotechnical engineering. Forensic Geotechnical Engineering**, p. 131-143, 2016.

JIANG, J.-C.; YAMAGAMI, T. Strength parameters from back analysis of slips in two-layer slopes. In: **Landslides and Engineered Slopes. From the Past to the Future**. CRC press, 2008b. p. 769-776.

JIANG, J.-C.; YAMAGAMI, T.; UETA, Y. Back analysis of unsaturated shear strength from a circular slope failure. In: **Slope Stability Engineering**. 1999. p. 305-310.

JIANG, J.-C.; YAMAGAMI, T. A new back analysis of strength parameters from single slips. **Computers and Geotechnics**, v. 35, n. 2, p. 286-291, 2008a.

JIANG, J.-C.; YAMAGAMI, T. Charts for estimating strength parameters from slips in homogeneous slopes. **Computers and Geotechnics**, v. 33, n. 6-7, p. 294-304, 2006. (17)

KIM, D. H.; GRATCHEV, I.; BALASUBRAMANIAM, A. Back analysis of a natural jointed rock slope based on the photogrammetry method. **Landslides**, v. 12, n. 1, p. 147-154, 2015.

Kirsten, H. A. D. **Determination of rock mass elastic moduli by back analysis of deformation measurements**. 1976.

KONDOH, T.; SHINJI, M. Back analysis of assessing for slope stability based on displacement measurements. In: **Proceedings of the International Symposium on Engineering in Complex Rock Formations**. Pergamon, 1988. p. 809-815.

LEROUEIL S.; TAVENAS F. Pitfalls of back-analyses. In: Proceedings of the 10th international conference. **Soil Mechanics and Foundation Engineering**, p. 185–190, 1981.

LI, T. D.; ZHAO, Z. S. A method of back analysis of the shear strength parameters for the first-time slide of the slope of fissured clay. In: **Proc., 4th Int. Symposium on Landslides**. 1984. p. 127-129.

LIN, H.; CHEN, J. Back analysis method of homogeneous slope at critical state. **KSCE Journal of Civil Engineering**, v. 21, n. 3, p. 670-675, 2017.

NGUYEN, V. U. Back calculations of slope failures by the secant method. **Géotechnique**, v. 34, n. 3, p. 423-427, 1984.

ÖGE, İ. F. Investigation of design parameters of a failed soil slope by back analysis. **Engineering Failure Analysis**, v. 82, p. 266-279, 2017.

POPESCU, M. E.; SCHAEFER, V. R. Back Analysis of Slope Failures to Design Landslide Stabilizing Piles. In: **Forensic Geotechnical Engineering**. Springer, New Delhi, 2016. p. 119-130.

POPESCU, M. E.; YAMAGAMI, T. Back analysis of slope failures-a possibility or a challenge?. In: **International congress International Association of Engineering Geology**. 1994. p. 4737-4744.

SAITO, M. A Proposal for Reverse Calculation Method to Obtain Cohesion and Internal Friction Separately on a Slip Surface. **OYO Technical Report**, 1980.

SAKURAI, S. **Back Analysis in Rock Engineering**. CRC Press, 2017.

SAUER, E. K.; FREDLUND, D. G. Effective stress, limit equilibrium back-analysis of failed slopes: Guidelines. In: **International symposium on landslides**. 5. 1988. p. 763-770.

SIVAKUMAR BABU, G. L.; SINGH, V. P. Back Analyses in Geotechnical Engineering. In: **Forensic Geotechnical Engineering**. Springer, New Delhi, 2016. p. 113-118.

TANG, W. H.; STARK, T. D.; ANGULO, M. Reliability in back analysis of slope failures. **Soils and Foundations**, v. 39, n. 5, p. 73-80, 1999.

WESLEY, L. D.; LEELARATNAM, V. Shear strength parameters from back-analysis of single slips. **Géotechnique**, v. 51, n. 4, p. 373-374, 2001.

Zhang, L.L.; Zhang, J.; Zhang, L.M.; Tang, W.H. Back analysis of slope failure with Markov chain Monte Carlo simulation. **Computers and Geotechnics**, v. 37, n. 7-8, p. 905-912, 2010.

ÂPENDICE A

CÓDIGO DE FORÇA BRUTA 2D

```
import json # Importa a biblioteca 'json' para trabalhar com dados em formato JSON.
import pandas as pd # Importa a biblioteca 'pandas' com um alias 'pd' para manipulação de dados.
import numpy as np # Importa a biblioteca 'numpy' com um alias 'np' para operações numéricas.
from plxle.analysis_settings import * # Importa classes e funções específicas do módulo 'analysis_settings'.
from plxle.material import * # Importa classes e funções específicas do módulo 'material'.
from plxle.model import * # Importa classes e funções específicas do módulo 'model'.
from plxle.water import * # Importa classes e funções específicas do módulo 'water'.
from joblib import Parallel, delayed # Importa 'Parallel' e 'delayed' do módulo 'joblib' para processamento paralelo.
from time import time # Importa a função 'time' do módulo 'time' para medir o tempo de execução.
import plxle # Importa o módulo 'plxle' inteiro.
from os.path import join, dirname, abspath # Importa funções específicas para trabalhar com caminhos de arquivo.

# Cria um DataFrame vazio com nomes de colunas específicos.
table = pd.DataFrame(columns=['cohesion', 'phi', 'distance', 'fos', 'x', 'y', 'radius', 'tempo'])

# Lê dados de um arquivo Excel e seleciona uma planilha específica.
excel = pd.read_excel('pontos-10_90f.xlsx', sheet_name='Planilha1')

# Define valores mínimos e máximos para 'phi' e 'cohesion'.
phi_min = 10.0
phi_max = 20.01
cohesion_min = 0
cohesion_max = 10.01

# Gera arrays 'c' e 'phi' com incremento específico.
c = np.arange(cohesion_min, cohesion_max, 0.1)
phi = np.arange(phi_min, phi_max, 0.1)

# Cria uma grade de valores 'c' e 'phi' usando a função meshgrid
X, Y = np.meshgrid(c, phi)
XY = np.array([X.flatten(), Y.flatten()]).T

# Registra o tempo inicial para medir o tempo de execução.
tempo_inicial = time()

# Define uma função para criar um modelo com configurações e parâmetros específicos.
def create_model(c, phi):
    # Cria as configurações do modelo 2D com o nome "Talude-2D", unidades métricas e direção de escorregamento da esquerda para a direita.
    model_settings = ModelSettings2D("Talude-2D", Units.Metric, SlipDirection.LeftToRight)

    # Define as configurações de análise com o método de cálculo GLE e configurações de convergência.
```

```

analysis_settings =
AnalysisSettings([CalculationMethod.GLE],convergence_settings=ConvergenceSettings(num_slices=
90, tolerance=0.001,max_iterations=50))

# Define critérios de pesquisa para entrada e saída em relação às linhas e incremento de raio.
search = EntryExitSearch(EntryExitLine((11, 25), (21, 24), 10), EntryExitLine((37, 16.5), (47, 15),
10),radius_increment=10)

# Cria uma análise 2D única com base nos critérios de pesquisa.
analysis = SingleAnalysis2D(search)

# Define as propriedades do material de Mohr-Coulomb, incluindo a densidade, coesão, ângulo de
atrito e cor.
soil = MohrCoulombMaterial("S1", unit_weight=18.0, c=c, phi=phi, color=Color(60, 179, 113))

# Define a região 2D com um nome e uma lista de pontos que a definem.
R1 = Region2D("r1", [(0, 25.0), (20, 25), (40.0, 15.0), (70, 15.0), (70.0, 0.0), (0.0, 0.0)])

# Lê um arquivo 'DatFilePWP' de um caminho absoluto.
pwp = DatFilePWP(abspath(join(dirname(__file__), "Fluxo.dat")))

# Define uma lista de regiões e materiais e uma atribuição de material à região.
region = [R1]
materials = [soil]
material_assignment = {R1: soil}

# Cria um modelo 2D com as configurações e parâmetros definidos.
model = Model2D(model_settings, analysis_settings, analysis, materials, region,
material_assignment, pwp)

# Retorna o modelo criado.
return model

# Define uma função para executar uma análise com base nos valores de 'c' e 'phi'
def run_analysis(c, phi):
    # Cria um modelo com as configurações de 'c' e 'phi'.
    model = create_model(c, phi)

    # Resolve o modelo usando o 'plxle' e obtém o valor de fator de segurança.
    result = plxle.solve(model, auto_exit=True, hide_window=True, solver_path=None)
    fos = result.fos

    # Converte as informações do modelo em um formato JSON.
    resultado = json.loads(result.model_info)

    # Itera sobre os resultados obtidos.
    for a in resultado["Results"]:
        b = (a["ResultsSummary"])

        # Extrai e formata o valor do raio.
        r = str((b["Radius"].split(" ")[0]))
        rad = float(r)

        # Extrai e formata as coordenadas do centro de rotação.

```

```
x = str((b["Rotation Center"].split(" ")[0]))
y = str((b["Rotation Center"].split(" ")[1]))
xx = (x.replace(",", "", 1))
xf = float(xx)
yf = float(y)

# Calcula a distância e acumula os resultados.
excel['distance'] = rad - (((excel['x'] - xf) ** 2) + ((excel['y'] - yf) ** 2)) ** 0.5
excel['Soma_acumulada'] = (((excel['distance']) ** 2) ** 0.5).cumsum()
soma = (excel['Soma_acumulada'])

# Calcula a média da distância acumulada.
d = (soma[(len(excel)) - 1]) / len(excel)
# Calcula o tempo total da análise subtraindo o tempo inicial do tempo atual.
tempo_final = time() - tempo_inicial # Calculando o tempo de execução de cada modelo

# Imprime o tempo de execução.
print('tempo=', tempo_final) # Mostrando o tempo de cada análise na tela

# Adiciona os resultados ao DataFrame 'table'.
table.loc[len(table)] = [c, phi, d, fos, xf, yf, rad, tempo_final] # Dispondo cada resultado em uma
linha do DataFrame

# Imprime o DataFrame 'table'.
print(table)

# Salva os resultados em um arquivo Excel.
return table.to_excel('resultado_pontos-10_90f.xlsx', index=False)

# Executa análises para todas as combinações de 'c' e 'phi' em paralelo usando 'joblib'.
resultado = Parallel(n_jobs=1)(delayed(run_analysis)(c, phi) for c, phi in XY)

# Imprime os resultados
print(resultado)
```

ÂPENDICE B

CÓDIGO DE CÁLCULO DA FUNÇÃO OBJETIVO H

```
import plxle
from plxle.analysis_settings import *
from plxle.material import *
from plxle.model import *
from plxle.water import *
import pandas as pd
import json
from os.path import join, dirname, abspath

# Lê os dados da planilha 'Planilha1' no arquivo 'TESTE1.xlsx' e os armazena em um DataFrame
chamado "excel".
excel = pd.read_excel('TESTE1.xlsx', sheet_name='Planilha1')

# Cria um DataFrame vazio chamado "table" com colunas específicas para armazenar os resultados.
table = pd.DataFrame(columns=['cohesion', 'phi', 'distance', 'FS', 'dn', 'H1'])

# Função para criar um modelo geotécnico com configurações desejadas.
def create_model(c, phi):
    # Configura as definições do modelo, análise e materiais.
    model_settings = ModelSettings2D("non-circular-homogeneous", Units.Metric,
    SlipDirection.LeftToRight)
    analysis_settings = AnalysisSettings([CalculationMethod.GLE],
    convergence_settings=ConvergenceSettings(num_slices=90, tolerance=0.001, max_iterations=50))
    search = CuckooSearch(3000, non_circular=True)
    analysis = SingleAnalysis2D(search)
    soil = MohrCoulombMaterial("S1", unit_weight=18.0, c=c, phi=phi, color=Color(60, 179, 113))
    R1 = Region2D("r1", [(0, 25.0), (20, 25), (40.0, 15.0), (70, 15.0), (70.0, 0.0), (0.0, 0.0)])
    pwp = DatFilePWP(abspath(join(dirname(__file__), "Fluxo.dat")))
    region = [R1]
    materials = [soil]
    material_assignment = {R1: soil}
    model = Model2D(model_settings, analysis_settings, analysis, materials, region,
    material_assignment, pwp)
    return model

# CÁLCULO DE DMAX

# Lista de tuplas contendo valores de coesão e ângulo de atrito interno.
lista = ((10, 30), (30, 10))
auxiliar = 0
dmax = 0

for l in lista:
    cohesion = l[0]
    a_phi = l[1]

    # Cria um modelo geotécnico com os valores de coesão e ângulo de atrito interno.
    create_model(cohesion, a_phi)
    model = create_model(cohesion, a_phi)
```

```
version = plxle.get_version()

# Resolve o modelo geotécnico para obter os resultados.
result = plxle.solve(model, auto_exit=True, hide_window=False, solver_path=None)
resultado = json.loads(result.model_info)

# Extrai as coordenadas da superfície de deslizamento dos resultados.
for a in resultado["Results"]:
    cx = (a["ResultsSummary"])
    lista1a = (cx["Slip Surface X Coordinates"].split(',')) # Substituir a primeira vírgula do valor do
raio por ponto
    cy = (a["ResultsSummary"])
    lista2a = (cy["Slip Surface Y Coordinates"].split(',')) # Substituir a primeira vírgula do valor do
raio por ponto

    i = maiord = menord = d = dfinal = 0
    lista1 = lista1a[1:-1]
    lista2 = lista2a[1:-1]

    # Cálculo das distâncias e determinação de dmax.
    for ps in range(0, len(excel) - 1, 1):
        for pex in range(0, len(excel), 1):
            xx = float(lista1[ps])
            yy = float(lista2[ps])
            d = (((excel['x'][pex] - xx) ** 2)) + (((excel['y'][pex] - yy) ** 2))) ** 0.5
            if pex == 0:
                maiord = menord = d
            else:
                if d > maiord:
                    maiord = d
                if d < menord:
                    menord = d

        dfinal = dfinal + menord

    dfinal = dfinal / len(excel)

    # Atualiza o valor de dmax.
    if dfinal > auxiliar:
        auxiliar = dfinal
        dmax = dfinal
    else:
        dmax = auxiliar

print('dmax=', dmax)

# Função para calcular H1 com base no modelo geotécnico.
def calculo_de_H1(x):
    c = x[0]
    phi = x[1]

    # Cria um modelo geotécnico com os valores de coesão e ângulo de atrito interno.
    create_model(c, phi)
    model = create_model(c, phi)
```

```

# Resolve o modelo geotécnico para obter os resultados.
result = plxle.solve(model, auto_exit=True, hide_window=True, solver_path=None)
resultado = json.loads(result.model_info)

# Extrai as coordenadas da superfície de deslizamento dos resultados.
for a in resultado["Results"]:
    cx = a["ResultsSummary"]
    lista1a = cx["Slip Surface X Coordinates"].split(',') # Substituir a primeira vírgula do valor do raio
por ponto
    cy = a["ResultsSummary"]
    lista2a = cy["Slip Surface Y Coordinates"].split(',') # Substituir a primeira vírgula do valor do raio
por ponto

    maiord = menord = d = dfinal = 0
    lista1 = lista1a[1:-1]
    lista2 = lista2a[1:-1]

# Cálculo das distâncias.
for ps in range(len(excel) - 1):
    for pex in range(len(excel)):
        xx = float(lista1[ps])
        yy = float(lista2[ps])
        d = ((excel['x'][pex] - xx) ** 2 + (excel['y'][pex] - yy) ** 2) ** 0.5
        if pex == 0:
            maiord = menord = d
        else:
            if d > maiord:
                maiord = d
            if d < menord:
                menord = d

    dfinal += menord

FS = result.fos
G1 = abs(1 - FS)
d0 = dfinal / len(excel)
dn0 = d0 / dmax

# Cálculo de H1 e impressão dos resultados.
H1 = dn0 + G1
print(f'c= {c}, phi= {phi}, G1= {G1}, e H1= {H1}, FS= {FS}, distancia_norm= {dn0}, distancia=
{d0}')

# Armazena os resultados em uma linha do DataFrame "table".
table.loc[len(table)] = [c, phi, d0, FS, dn0, H1]

# Exporta os resultados para um arquivo Excel chamado 'TESTE.xlsx'.
return table.to_excel('TESTE.xlsx', index=False)

```

ÂPENDICE C

Tabela C.1 - Configurações dos códigos de otimizações utilizados.

Método de otimização	Parâmetros adotados para cada método de otimização
<i>Brute</i>	<code>Solution=opt.brute(obj.calculo_de_H1,([10.0, 20.0], [5.0,15.0]), args=(), Ns = 10, full_output = 0, disp = False, workers = 1)</code>
<i>Differential Evolution</i>	<code>Solution = opt.differential_evolution(obj.calculo_de_H1, ([10,20],[5,15]), args=(), strategy='best1bin', maxiter=50, popsize=5, tol=0.0001, mutation=(0.5, 1), recombination=0.7)</code>
<i>Nelder-Meald</i>	<pre># Valores iniciais e tolerância x0 = np.array([c_0, phi_0]) tol = 1e-6 # Definir o tamanho do deslocamento para os vértices do initial simplex delta = 5.0 # Criar os vértices do initial simplex com base no ponto inicial simplex_vertices = [x0] for i in range(len(x0)): vertex = x0.copy() vertex[i] += delta simplex_vertices.append(vertex) # Converter a lista de vértices em um array numpy initial_simplex = np.array(simplex_vertices) Solution = opt.minimize(obj.calculo_de_H1, x0, args=(), method='Nelder-Mead', bounds=boundary, tol=tol,options={'disp': True, 'maxiter': None, 'maxfev': None, 'return_all': True, 'initial_simplex':initial_simplex, 'xatol': 1e-6, 'fatol': 1e-6, 'adaptive': True})</pre>
<i>Powell</i>	<code>Solution = opt.minimize(obj.calculo_de_H1, x0, args=(), method='Powell', bounds=boundary, tol=None, callback=None)</code>
<i>SHGO</i>	<code>Solution = opt.shgo(calculo_de_H1, bounds, n=200, iters=5, sampling_method='sobol')</code>
<i>Dual Annealing</i>	<code>opt.dual_annealing(obj.calculo_de_H1, ([0,10], [15,25]), args=(), maxiter=500)</code>
<i>Basinhopping</i>	<code>Solution= opt.basinhopping(obj.calculo_de_H1, x0, niter=100, T=1.0, stepsize=0.5)</code>

ÂPENDICE D

Figura D.1 - Fator de Segurança para o talude homogêneo com ruptura profunda ($c' = 15.65$ kPa, $\phi' = 10^\circ$) utilizando *Entry and Exit*: a) $N_{inc} = 10$, $N_f = 30$; b) $N_{inc} = 10$, $N_f = 60$; c) $N_{inc} = 10$, $N_f = 90$; d) $N_{inc} = 20$, $N_f = 30$; e) $N_{inc} = 20$, $N_f = 60$; f) $N_{inc} = 20$, $N_f = 90$.

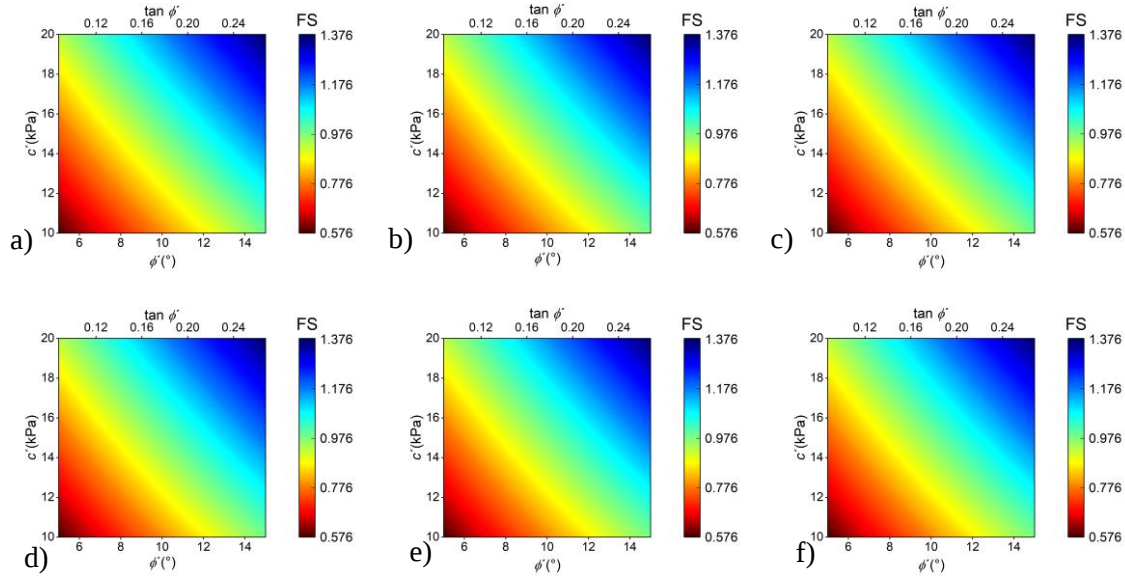


Figura D.2 - Fator de Segurança para o talude homogêneo com ruptura profunda ($c' = 15.65$ kPa, $\phi' = 10^\circ$) utilizando *Cuckoo Search*: a) $N_i = 1000$, $N_f = 30$; b) $N_i = 1000$, $N_f = 60$; c) $N_i = 1000$, $N_f = 90$; d) $N_i = 3000$, $N_f = 30$; e) $N_i = 3000$, $N_f = 60$; f) $N_i = 3000$, $N_f = 90$.

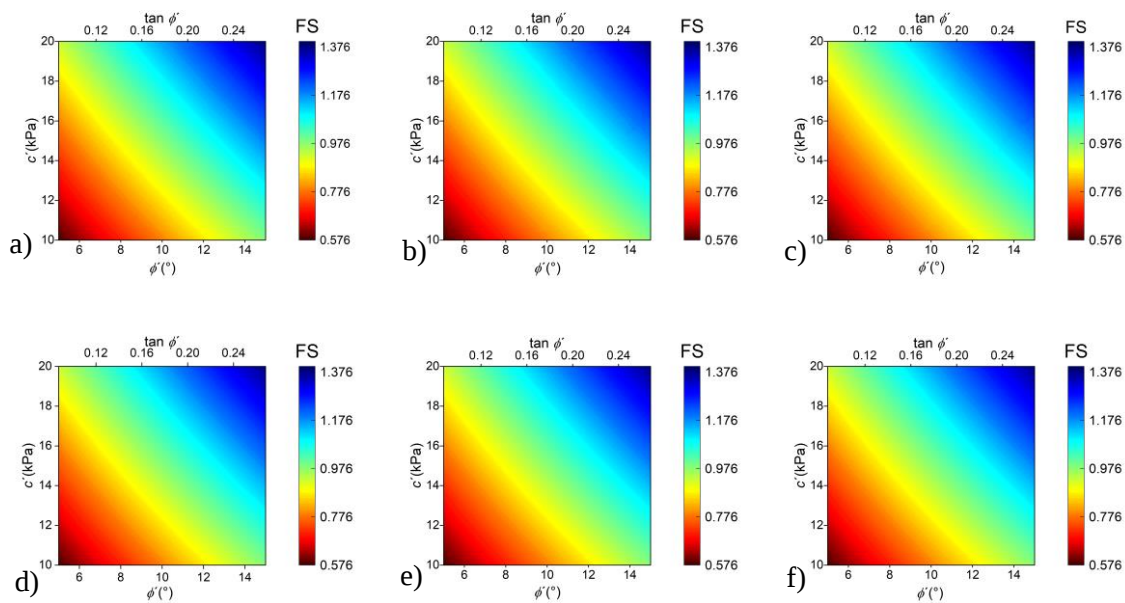


Figura D.3 - Fator de Segurança talude homogêneo com ruptura rasa ($c' = 5.98$ kPa, $\phi' = 20^\circ$) utilizando *Entry and Exit*: a) $N_{inc} = 10$, $N_f = 30$; b) $N_{inc} = 10$, $N_f = 60$; c) $N_{inc} = 10$, $N_f = 90$; d) $N_{inc} = 20$, $N_f = 30$; e) $N_{inc} = 20$, $N_f = 60$; f) $N_{inc} = 20$, $N_f = 90$.

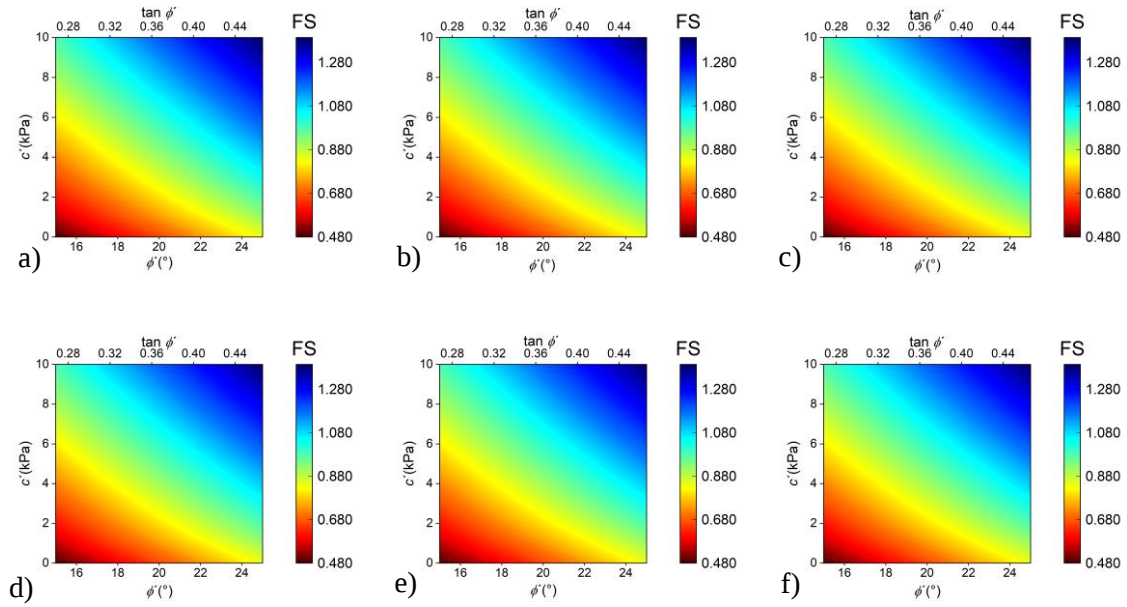


Figura D.4 - Fator de Segurança para o talude homogêneo com ruptura rasa ($c' = 5.98$ kPa, $\phi' = 20^\circ$) utilizando *Cuckoo Search*: a) $N_i = 1000$, $N_f = 30$; b) $N_i = 1000$, $N_f = 60$; c) $N_i = 1000$, $N_f = 90$; d) $N_i = 3000$, $N_f = 30$; e) $N_i = 3000$, $N_f = 60$; f) $N_i = 3000$, $N_f = 90$.

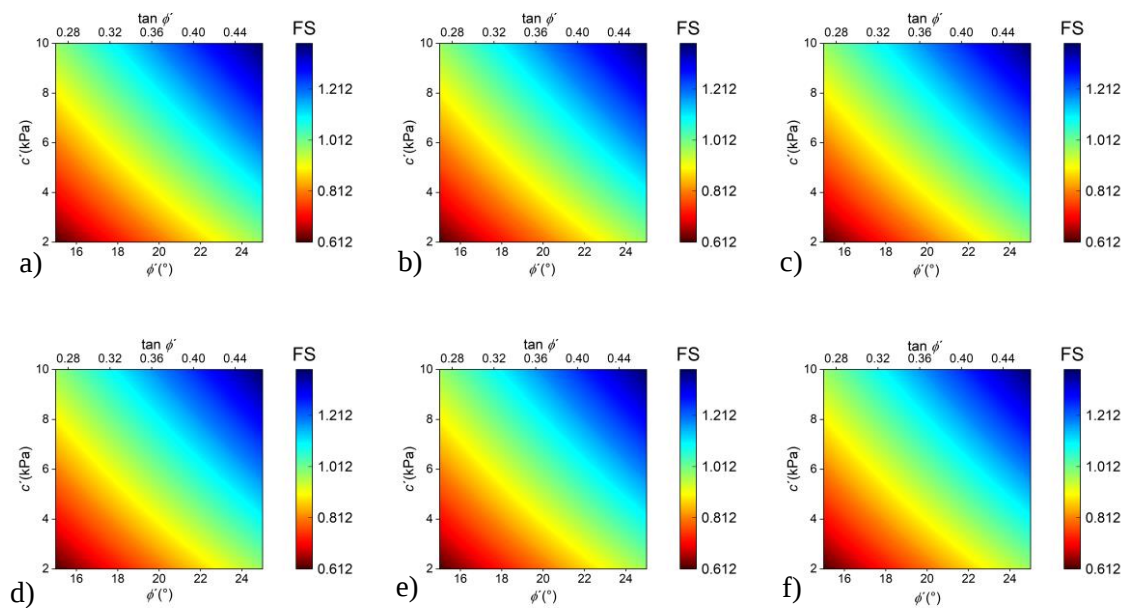


Figura D.5 - Distância para o talude homogêneo com ruptura profunda ($c' = 15.65$ kPa, $\phi' = 10^\circ$) utilizando *Entry and Exit*: a) $N_{inc} = 10$, $N_f = 30$; b) $N_{inc} = 10$, $N_f = 60$; c) $N_{inc} = 10$, $N_f = 90$; d) $N_{inc} = 20$, $N_f = 30$; e) $N_{inc} = 20$, $N_f = 60$; f) $N_{inc} = 20$, $N_f = 90$.

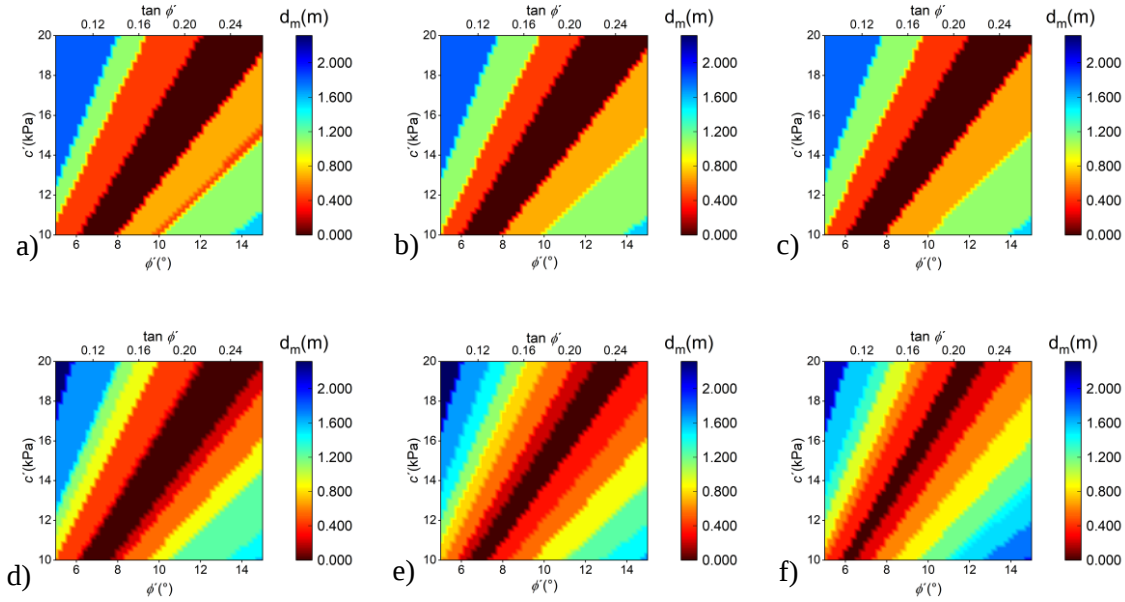


Figura D.6 - Distância para o talude homogêneo com ruptura profunda ($c' = 15.65$ kPa, $\phi' = 10^\circ$) utilizando *Cuckoo Search*: a) $N_i = 1000$, $N_f = 30$; b) $N_i = 1000$, $N_f = 60$; c) $N_i = 1000$, $N_f = 90$; d) $N_i = 3000$, $N_f = 30$; e) $N_i = 3000$, $N_f = 60$; f) $N_i = 3000$, $N_f = 90$.

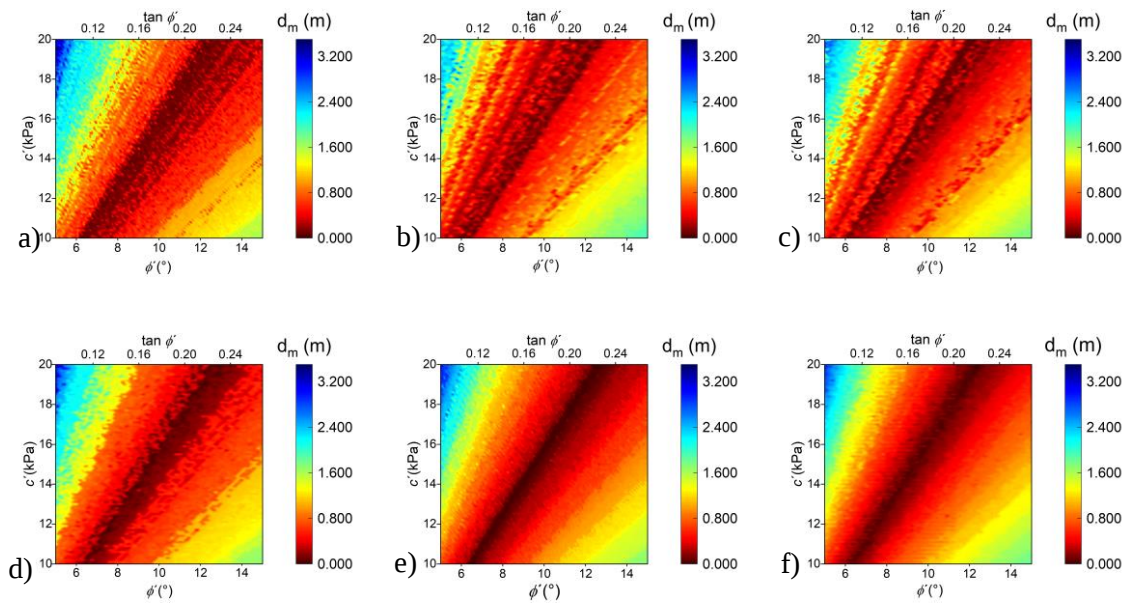


Figura D.7 - Distância para o talude homogêneo com ruptura rasa ($c' = 5.98$ kPa, $\phi' = 20^\circ$) utilizando *Entry and Exit*: a) $N_{inc} = 10$, $N_f = 30$; b) $N_{inc} = 10$, $N_f = 60$; c) $N_{inc} = 10$, $N_f = 90$; d) $N_{inc} = 20$, $N_f = 30$; e) $N_{inc} = 20$, $N_f = 60$; f) $N_{inc} = 20$, $N_f = 90$.

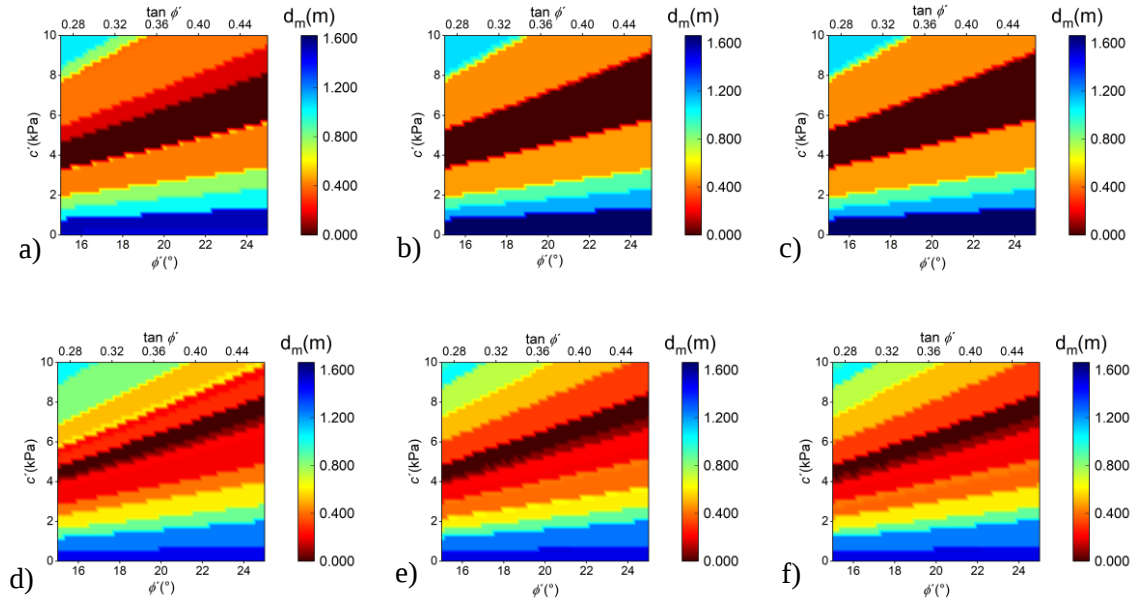


Figura D.8 - Distância para o talude homogêneo com ruptura rasa ($c' = 5.98$ kPa, $\phi' = 20^\circ$) utilizando *Entry and Exit*: a) $N_i = 10$, $N_f = 30$; b) $N_i = 10$, $N_f = 60$; c) $N_i = 10$, $N_f = 90$; d) $N_i = 20$, $N_f = 30$; e) $N_i = 20$, $N_f = 60$; f) $N_i = 20$, $N_f = 90$.

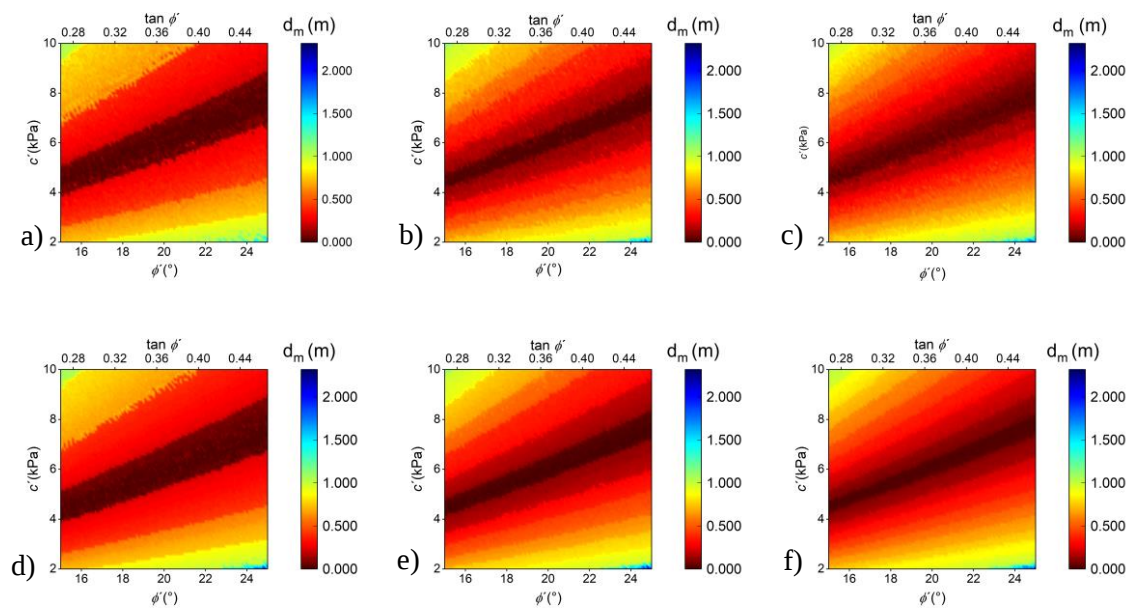


Figura D.9 - Função G do talude homogêneo com ruptura profunda ($c' = 15.65$ kPa, $\phi' = 10^\circ$) utilizando *Entry and Exit*: a) $N_i = 10$, $N_f = 30$; b) $N_i = 10$, $N_f = 60$; c) $N_i = 10$, $N_f = 90$; d) $N_i = 20$, $N_f = 30$; e) $N_i = 20$, $N_f = 60$; f) $N_i = 20$, $N_f = 90$.

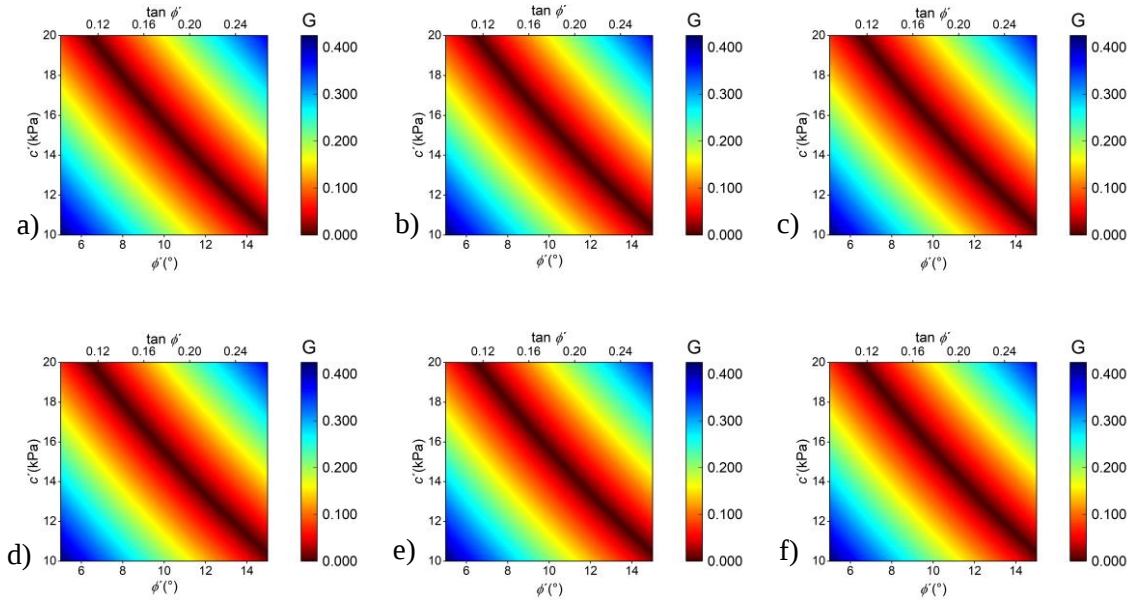


Figura D.10 - Função G do talude homogêneo com ruptura profunda ($c' = 15.65$ kPa, $\phi' = 10^\circ$) utilizando *Cuckoo Search*: a) $N_i = 10$, $N_f = 30$; b) $N_i = 10$, $N_f = 60$; c) $N_i = 10$, $N_f = 90$; d) $N_i = 20$, $N_f = 30$; e) $N_i = 20$, $N_f = 60$; f) $N_i = 20$, $N_f = 90$.

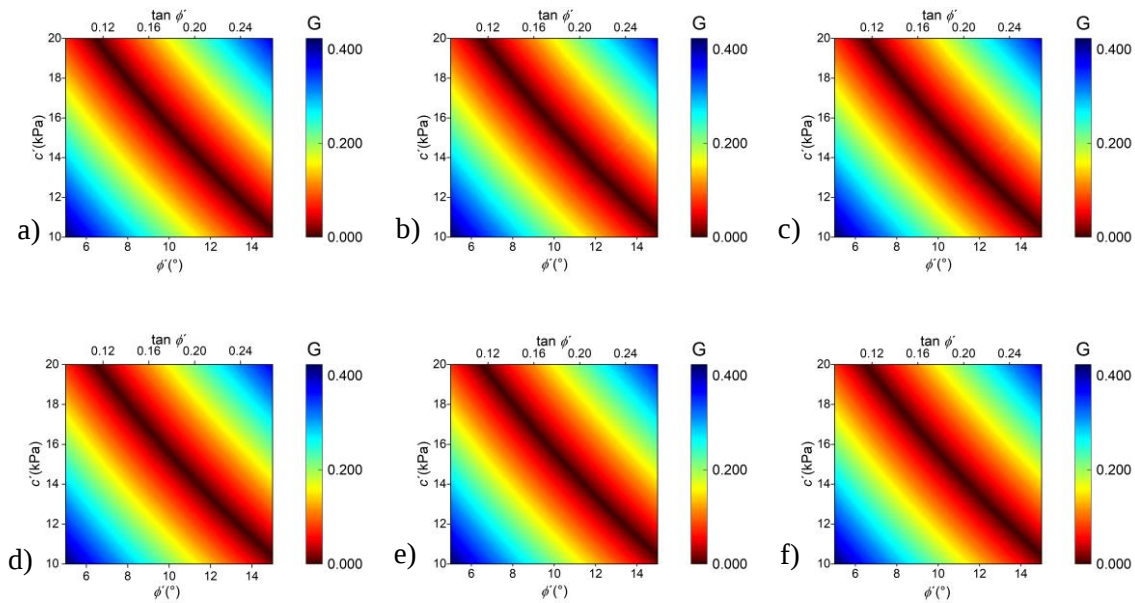


Figura D.11 - Função G do talude homogêneo com ruptura rasa ($c' = 5.98$ kPa, $\phi' = 20^\circ$) utilizando *Entry and Exit*: a) $N_i = 10$, $N_f = 30$; b) $N_i = 10$, $N_f = 60$; c) $N_i = 10$, $N_f = 90$; d) $N_i = 20$, $N_f = 30$; e) $N_i = 20$, $N_f = 60$; f) $N_i = 20$, $N_f = 90$.

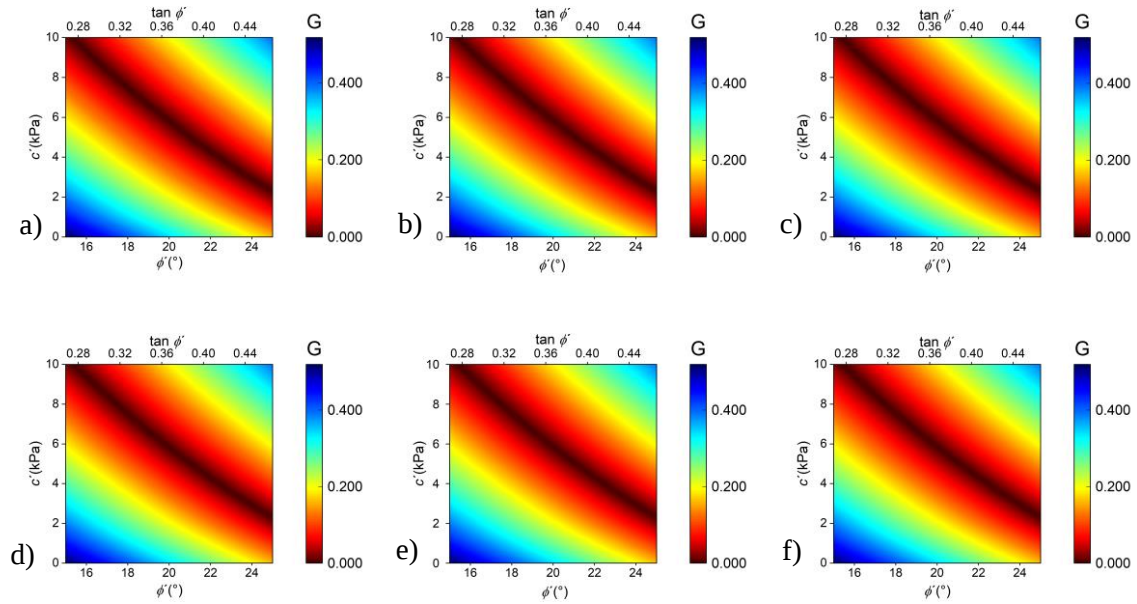


Figura D.12 - Função G para o talude homogêneo com ruptura rasa ($c' = 5.98$ kPa, $\phi' = 20^\circ$) utilizando *Cuckoo Search*: a) $N_i = 1000$, $N_f = 30$; b) $N_i = 1000$, $N_f = 60$; c) $N_i = 1000$, $N_f = 90$; d) $N_i = 3000$, $N_f = 30$; e) $N_i = 3000$, $N_f = 60$; f) $N_i = 3000$, $N_f = 90$.

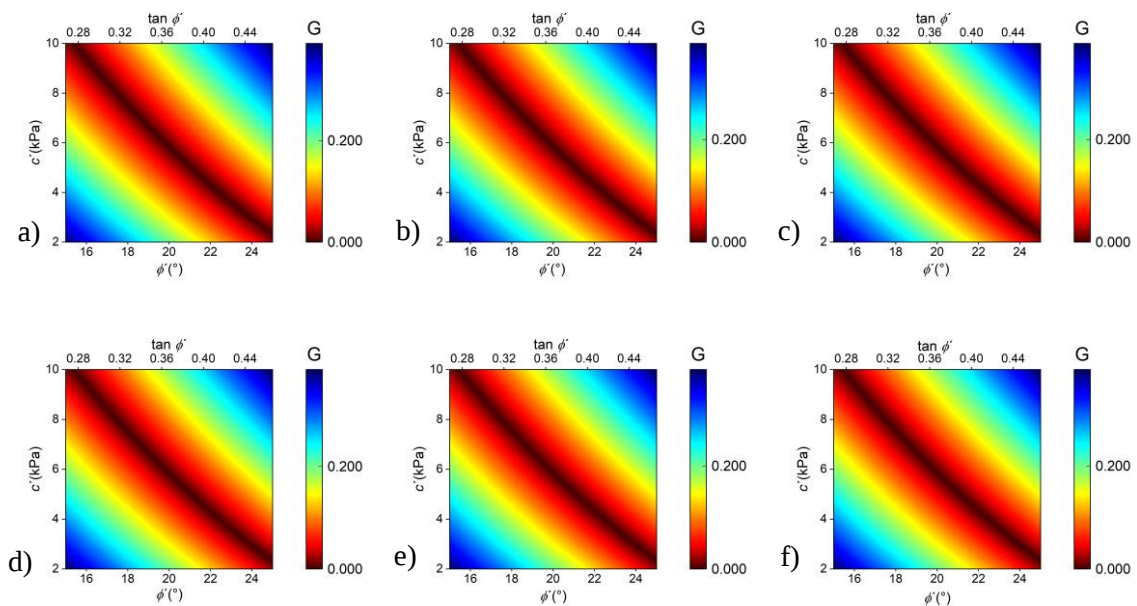


Figura D.13 - Função d_n do talude homogêneo com ruptura profunda ($c' = 15.65$ kPa, $\phi' = 10^\circ$) utilizando *Entry and Exit*: a) $N_i = 10$, $N_f = 30$; b) $N_i = 10$, $N_f = 60$; c) $N_i = 10$, $N_f = 90$; d) $N_i = 20$, $N_f = 30$; e) $N_i = 20$, $N_f = 60$; f) $N_i = 20$, $N_f = 90$.

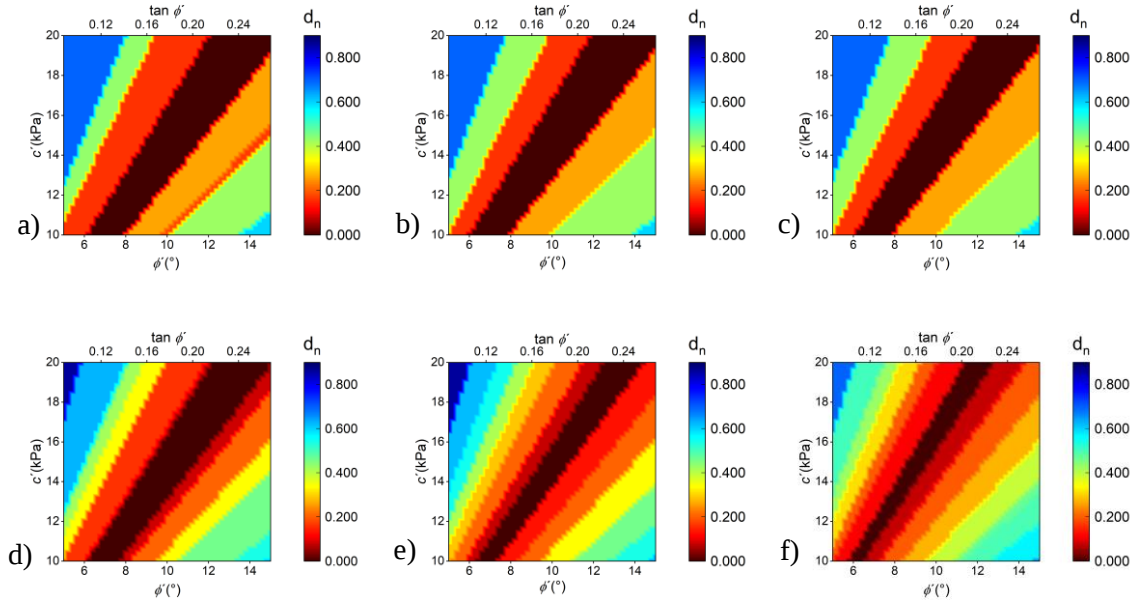


Figura D.14 - Figura D.5 - Função d_n do talude homogêneo com ruptura profunda ($c' = 15.65$ kPa, $\phi' = 10^\circ$) utilizando *Cuckoo Search*: a) $N_i = 10$, $N_f = 30$; b) $N_i = 10$, $N_f = 60$; c) $N_i = 10$, $N_f = 90$; d) $N_i = 20$, $N_f = 30$; e) $N_i = 20$, $N_f = 60$; f) $N_i = 20$, $N_f = 90$.

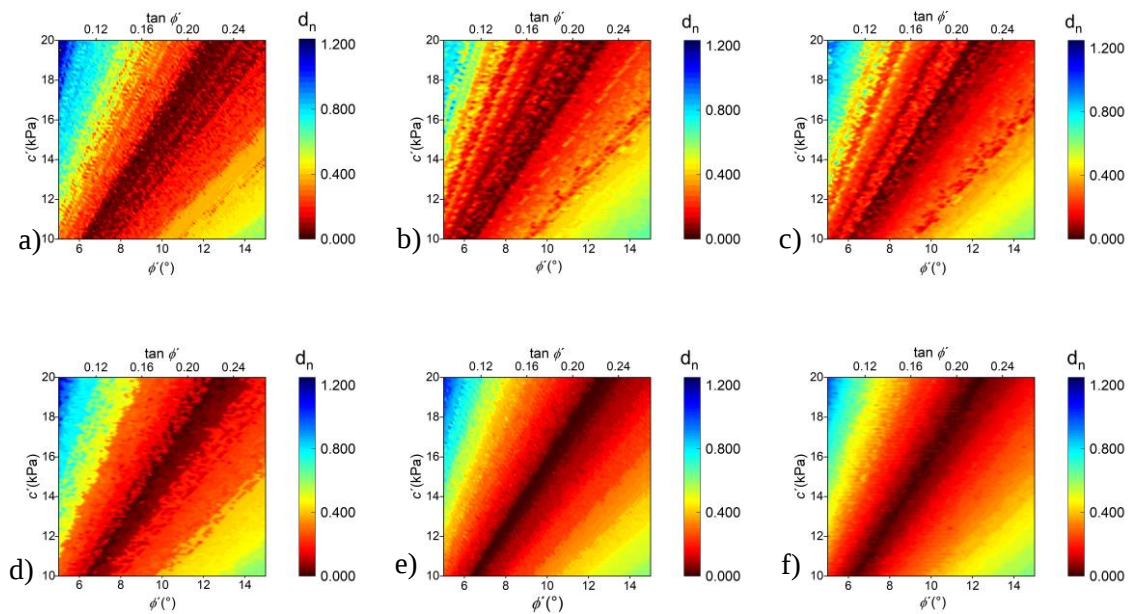


Figura D.15 - Função dn do talude homogêneo com ruptura rasa ($c' = 5.98$ kPa, $\phi' = 20^\circ$) utilizando *Entry and Exit*: a) $N_i = 10$, $N_f = 30$; b) $N_i = 10$, $N_f = 60$; c) $N_i = 10$, $N_f = 90$; d) $N_i = 20$, $N_f = 30$; e) $N_i = 20$, $N_f = 60$; f) $N_i = 20$, $N_f = 90$.

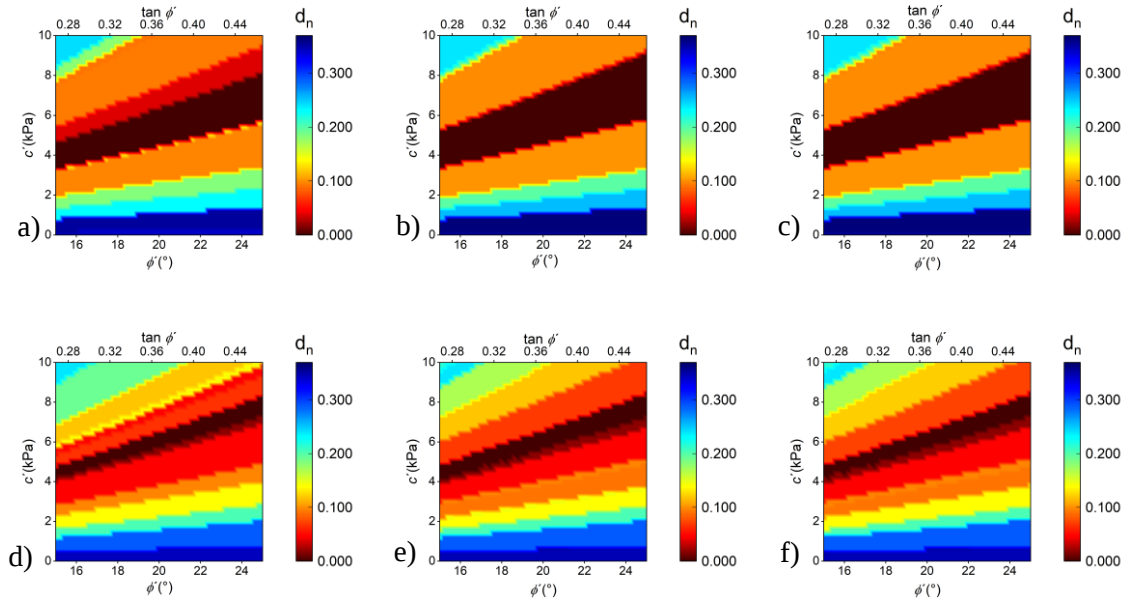
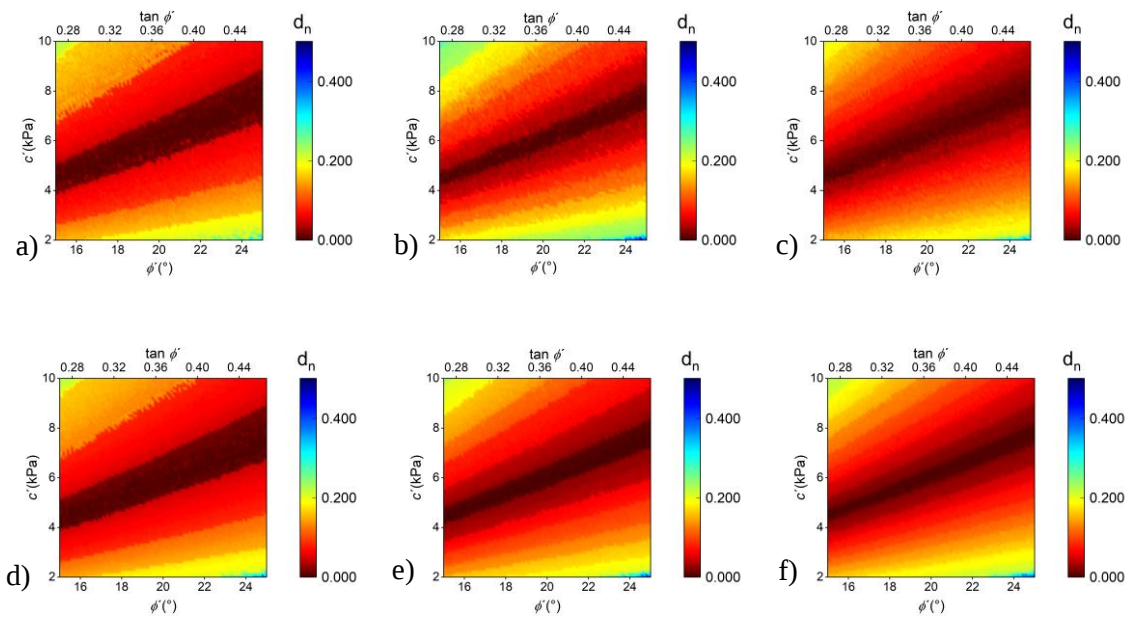


Figura D.16 - Função dn para o talude homogêneo com ruptura rasa ($c' = 5.98$ kPa, $\phi' = 20^\circ$) utilizando *Cuckoo Search*: a) $N_i = 1000$, $N_f = 30$; b) $N_i = 1000$, $N_f = 60$; c) $N_i = 1000$, $N_f = 90$; d) $N_i = 3000$, $N_f = 30$; e) $N_i = 3000$, $N_f = 60$; f) $N_i = 3000$, $N_f = 90$.



ÂPENDICE E

FERRAMENTA NÚMERICA ADOTADA

Como ferramenta numérica para realizar as análises, utilizou-se o *software* de equilíbrio limite PLAXIS LE, que engloba um conjunto abrangente de funcionalidades destinadas à análise de estabilidade de taludes compostos por solos e/ou rochas, de forma tanto determinística quanto probabilística. O software abrange diversos módulos, incluindo *Slope Stability* (estabilidade de taludes), *Groundwater* (fluxo de águas subterrâneas), *Consolidation* (adensamento) e *Dynamics* (no qual é possível simular o comportamento de estruturas e solos sujeitos a carregamentos dinâmicos, como terremotos, por exemplo).

Contemplando variados modelos constitutivos de solos e rochas, como *Mohr-Coulomb* e *Hoek-Brown*, o *software* disponibiliza diversas opções para a localização da superfície mais crítica em um talude, independentemente da geometria e formato (Tabela E1). Essas opções incluem superfícies circulares, não circulares e compostas (uma combinação das duas formas mencionadas anteriormente).

Tabela E 1 - Métodos de busca para superfícies críticas disponíveis no *software* PLAXIS LE.

Método de busca	Circular	Composta	Não Circular	Global	Local
<i>Auto Refine</i>	x	x		x	
<i>Block Search (Block, Line, Point e Polyline)</i>			x	x	
<i>Cuckoo Search</i>	x	x	x	x	
<i>Dynamic Programming</i>			x		x
<i>Entry and Exit</i>	x	x			x
<i>Fully Specified</i>	x	x	x		x
<i>Grid and Line</i>	x	x			x
<i>Grid and Point</i>	x	x			x
<i>Grid and Tangent</i>	x	x			x
<i>Greco Search</i>			x		x
<i>Path Search</i>			x	x	
<i>Slope Search</i>	x	x		x	

O PLAXIS 3D LE constitui-se como uma extensão do PLAXIS 2D LE, com todas as aplicabilidades da versão 2D, mas voltado para análises em três dimensões. A análise de estabilidade de taludes 2D e 3D pode se basear em diversos métodos rigorosos e não rigorosos

das fatias (Tabela E2), cada um projetado para avaliar a estabilidade de taludes naturais ou artificiais.

Tabela E 2 - Métodos das fatias disponíveis no *software* PLAXIS LE.

Método das Fatias	Equilíbrio de Força		Equilíbrio de Momento	Rigorous
	Horizontal (x)	Vertical (y)		
Bishop Simplificado	x		x	
Corps of Engineers I	x	x		
Corps of Engineers II	x	x		
Fellenius (Ordinário)			x	
GLE	x	x	x	x
Janbu Simplificado	x	x		
Lowe-Karafiath	x	x		
Morgenstern-Price	x	x	x	x
Sarma	x	x	x	x
Spencer	x	x	x	x

O PLAXIS LE 2D/3D também oferece a opção de construir modelos por meio da linguagem de programação Python, representando uma alternativa avançada à interface gráfica. No entanto, essa funcionalidade encontra-se restrita ao módulo estabilidade de taludes (*Slope Stability*). Em relação a cada operação disponível no módulo *Slope Stability* do PLAXIS LE (por exemplo, adição de materiais), é possível identificar um comando Python correspondente. Isso possibilita aos usuários descobrirem quais comandos podem ser empregados para projetar modelos e extrair informações. O software oferece um pacote Python próprio, intitulado "plxle", contendo comandos exclusivos. Os principais submódulos desse pacote estão apresentados na Tabela E3; vale destacar que a omissão destes no *script* impede a realização da operação a que se destinam.

Tabela E 3 - Módulos básicos do PLAXIS LE.

Submódulo	Função
plxle.analysis_settings	Configurações de análise comuns a todos os modelos
plxle.load	Cargas lineares (2D), cargas pontuais (3D) e cargas distribuídas (2D/3D)
plxle.material	Propriedades dos materiais
plxle.model	Definições e configurações de modelos 2D ou 3D
plxle.result	Resultados das análises
plxle.seismic	Opções de análise sísmica
plxle.solver	Módulo para interagir com o solucionador do PLAXIS LE
plxle.support	Contenções (geogrelhas e suportes)
plxle.water	Configurações de poropressão

Para a elaboração dos modelos 3D, empregou-se o software *PLAXIS Designer*, uma ferramenta desenvolvida para a criação de modelos conceituais tridimensionais. Este *software* é utilizado na concepção de estruturas geotécnicas complexas, como barragens de rejeitos e cavas de mineração, entre outras aplicações. Os modelos desenvolvidos podem ser facilmente exportados para o PLAXIS 3D LE ou o PLAXIS 2D LE (quando se deseja analisar somente uma seção transversal da estrutura). Para criar um modelo (Figura E.1(a)), é fundamental a definição de, pelo menos, uma malha ou grid (estruturas regulares e simplificadas em relação à malha) e uma região, conforme mostrado na Figura E.1(b). Neste trabalho, foi necessário criar apenas uma malha superior e uma inferior para cada modelo. Essas malhas foram exportadas no formato ".obj", um formato de dados simples que representa apenas as geometrias tridimensionais, para que fosse possível a criação dos mesmos modelos utilizando a linguagem de programação Python.

Figura E 1 - (a) Exemplo de malha e região; (b) Exemplo de um modelo criado no *PLAXIS Designer*.