

UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS
INSTITUTO DE FÍSICA

**Troca de emaranhamento
e teletransporte controlado
no contexto de rotações de Faraday fotônicas**

Wellison Peixoto Bastos

Goiânia - 2011

UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS
INSTITUTO DE FÍSICA

Troca de emaranhamento e teletransporte controlado no contexto de rotações de Faraday fotônicas

Wellison Peixoto Bastos

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Física da Universidade Federal de Goiás como parte dos requisitos necessários para obtenção do título de Mestre em Física.

ORIENTADOR: *Prof. Dr. Basilio Baseia*

CO-ORIENTADOR: *Prof. Dr. Wesley Bueno Cardoso*

Goiânia - 2011

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

B327t Bastos, Wellison Peixoto
Troca de emaranhamento e teletransporte controlado no contexto de rotações de Faraday fotônicas [manuscrito] / Wellison Peixoto Bastos. - 2011.
xv, 105 f. : il., figs, tabs.

Orientador: Prof. Dr. Basilio Baseia; Co-orientador: Prof. Dr. Wesley Bueno Cardoso.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Goiás, Instituto de Física, 2011.

Bibliografia.

Inclui lista de figuras, abreviaturas, siglas e tabelas.

Apêndices.

1. Rotações de Faraday. 2. Comunicação quântica. 3. Fótons – Teletransporte. I. Título.

CDU: 535.14

“O único homem que está isento de erros é aquele que não arrisca acertar.”

Albert Einstein

A Deus e à minha família.

Agradecimentos

- Primeiro a Deus pela incrível obra que é a Natureza e pela capacidade dada ao homem de estudá-la.
- Os mais sinceros agradecimentos à minha família. Agradeço a Deus por ter tido vocês sempre do meu lado, me dando apoio em todos os momentos, além do carinho e compreensão dispensados incondicionalmente durante esse período. Obrigado.
- Agradeço ao meu orientador Prof. Dr. Basilio Baseia, por ter possibilitado meu início nessa área de pesquisa, já desde o tempo de iniciação científica. Também ao meu co-orientador Prof. Dr. Wesley Bueno Cardoso, pela sugestão do tema e pelas várias discussões que tivemos sobre o trabalho. Aos professores Dr. Ardiley Torres Avelar e Dr. Norton Gomes de Almeida pela disposição em discutir os vários tópicos desta dissertação. Aprendi muito com vocês.
- A todos os amigos do mestrado que proporcionaram um ambiente de estudo bastante agradável e divertido.
- Ao Instituto de Física da UFG pela oportunidade.
- À CAPES pela concessão da bolsa.

Resumo

Aproveitando as rotações de Faraday que ocorrem em um cristal fotônico colocado em uma cavidade óptica com baixo fator de qualidade, propusemos dois esquemas para obter a troca de emaranhamento de estados atômicos, útil em comunicação quântica e computação quântica. Eles empregam átomos de três níveis em uma configuração λ , uma fonte de fótons com polarização linear, um único detector, e uma placa de quarto de onda. Três (quatro) cavidades são usadas no primeiro (segundo) esquema. Um método adicional foi também proposto para obter teletransporte controlado de estados de superposição, teletransporte parcial controlado de estados emaranhados e teletransporte controlado de estados emaranhados. Em todos os esquemas incluímos as imperfeições que afetam o sistema, tais como a transmissão e acoplamento de fótons em componentes ópticos, a fração de fótons com uma polarização desejada, a eficiência quântica da detecção de um único fóton, o ângulo sólido efetivo em que os fótons são coletados e a taxa de fótons emitidos pela fonte. Sob estas condições realistas, estimamos a probabilidade de sucesso de cada processo, incluindo o tempo gasto para sua realização.

Abstract

Taking advantage of the Faraday rotations that occur in a photonic crystal placed in an optical cavity with low quality factor, we proposed two schemes to obtain the swapping of entanglement of atomic states, useful in quantum communication and quantum computation. They employ three-level atoms in a λ -configuration, a linearly polarized photon source, a single detector, and a quarter wave plate. Three (four) cavities are used in the first (second) scheme. An additional scheme was also proposed to obtain controlled teleportation of superposition states, partial controlled teleportation of entangled states and controlled teleportation of entanglement. In all schemes we have included the imperfections that affect the system, such as transmission and coupling of photons in optical components, the fraction of photons with a desired polarization, the quantum efficiency of single photon detection, the effective solid angle where the photons are collected, and the rate of emitted photons by the source. Under these realistic conditions we estimate the success probability of each process, including the time spent for its realization.

Lista de Abreviações

EPR	Einstein, Podolsky e Rosen
GHZ	Greenberg, Horne e Zeilinger
EDQC	Eletrodinâmica Quântica de Cavidades
RFF	Rotação de Faraday Fotônicas
TC	Teletransporte Controlado
TPC	Teletransporte Parcial Controlado
RWA	Rotation Wave Approximation
PS	fonte de fótons (<i>Photon Source</i>)
QWP	placa de quarto de onda (<i>Quarter Wave Plate</i>)
PD	detector de fótons (<i>Photodetector</i>)
MEAF	Medida nos Estados do Átomo e do Fóton
RTE	Resultado da Troca de Emaranhamento
OA	Operação Atômica
QWP1	placa de quarto de onda tipo 1 (<i>Quarter Wave Plate 1</i>)
EC	Estado do Controle
RT	Resultado do Teletransporte
QWP2	placa de quarto de onda tipo 2 (<i>Quarter Wave Plate 2</i>)

Lista de Figuras

2.1	Configuração atômica do átomo de três níveis aprisionado em uma cavidade de baixo fator de qualidade.	19
2.2	Representação esquemática para o processo de entrada e saída de fótons na cavidade óptica.	25
2.3	Configuração atômica do átomo de três níveis aprisionado em uma cavidade de baixo fator de qualidade Q	30
3.1	Representação esquemática para a geração de pares EPR. PS é a fonte de fótons e 1 e 2 representam os átomos aprisionados nas cavidades. QWP é uma placa de quarto de onda, e PD é um fotodetector de polarização.	33
3.2	Esquema representativo da troca de emaranhamento quântico.	37
3.3	Troca de emaranhamento quântico dos estados de átomos aprisionados em cavidades ópticas.	37
3.4	Diagrama esquemático da troca de emaranhamento para o caso 1 usando átomos de três níveis aprisionados nas cavidades A , B , e C , uma fonte de único fóton (PS), uma placa de quarto de onda (QWP), e um fotodetector de polarização (PD).	39
3.5	Diagrama esquemático da troca de emaranhamento para o caso 2, usando a mesma notação da Fig. 3.4, com um átomo adicional confinado na cavidade D	42
3.6	Esquema para teletransporte do estado de superposição atômica em C usando um controle B . PS é uma fonte de fótons, A , B e C representam os átomos aprisionados no interior das cavidades correspondentes. $QWP1$ e PD são a placa de quarto de onda e o fotodetector de polarização, respectivamente.	52
3.7	Representação esquemática para teletransportar um estado atômico superposto com dois controles. PS é a fonte de fóton, A , B , B_1 , e C representa os átomos aprisionados nas cavidades, $QWP2$ é placa de quarto de onda, e PD é o fotodetector de polarização.	54

3.8	Representação esquemática para o teletransporte parcial de estados atômicos emaranhados com um controle. PS representa a fonte de fótons, A , B , C , e D representam os átomos aprisionados dentro das cavidades, $QWP1$ é a placa de quarto de onda, e PD é o fotodetector de polarização.	57
3.9	Representação esquemática para o teletransporte parcial de estados emaranhados com dois controles. PS representa a fonte de fótons, A , B , B_1 , C , e D representam os átomos dentro das cavidades, $QWP2$ é uma a placa de quarto de onda, e PD é um fotodetector de polarização.	59
3.10	Representação esquemática para o teletransporte de estados emaranhados com um controle. PS é a fonte de fótons, A , B , C , D , e E representam os átomos aprisionados nas cavidades, $QWP1$ e $QWP2$ são as placas de quarto de onda, e PD representa o fotodetector de polarização. $F1$ e $F2$ são os dois canais fotônicos.	61
3.11	Representação esquemática para o teletransporte controlado de estados atômicos emaranhados com dois controles. PS são as fontes de fótons, A , B , B_1 , C , D , e E representam os átomos aprisionados nas cavidades, $QWP2$ é a placa de quarto de onda, idêntica para os dois ramos, e PD é o fotodetector de polarização. $F1$ e $F2$ são os dois canais fotônicos.	65

Lista de Tabelas

3.1	Rotações atômicas completando a troca de emaranhamento para o caso 1. A primeira coluna representa a medida no átomo B e nos estados do fóton (MEAF). A segunda coluna é o resultado da troca de emaranhamento (RTE), enquanto que a terceira é a operação atômica (OA) considerando o átomo A (local) representado pelos operadores de Pauli com \mathbb{I} sendo o operador identidade.	41
3.2	Rotações atômicas completando o procedimento para a troca de emaranhamento no caso 2. A primeira coluna representa a medida nos átomos BD mais o estado do fóton (MEAF). A segunda coluna é o resultado da troca de emaranhamento (RTE), enquanto que a terceira representa a operação atômica (OA) para o átomo A (local).	44
3.3	Esquematização da sequência de operações que Bob deve realizar em seu estado para recuperar o estado $ \psi\rangle$, após receber o resultado (via comunicação clássica) da medida de Alice.	47
3.4	Possíveis resultados e rotações correspondentes para completar o procedimento de teletransporte controlado para o caso i). A primeira coluna mostra os resultados possíveis das medidas no estados do átomo C e fóton F . A segunda e a terceira colunas mostram o mesmo para o estado do átomo controle (EC) e para o estado teletransportado (RT). A quarta coluna mostra as matrizes de Pauli correspondentes representando as operações unitárias sobre o estado atômico (OA) requeridas para completar o processo de teletransporte.	53

3.5	Possíveis resultados e rotações correspondentes para completar o procedimento de teletransporte para o caso <i>ii</i>). A primeira coluna mostra os resultados possíveis para as medidas nos estados do átomo C e do fóton F . A segunda e terceira colunas mostram o mesmo para os estados de controle e para o teletransportado (RT). A quarta coluna mostra as matrizes de Pauli representando as operações unitárias no estado atômico (OA) requeridas para completar o processo de teletransporte.	56
3.6	Possíveis resultados e rotações para completar o teletransporte controlado para o caso <i>i</i>). A primeira coluna mostra os possíveis resultados das medidas no átomo C e no fóton F . A segunda e terceira colunas fazem o mesmo para o estado de controle (EC) e para o estado teletransportado (RT). A quarta coluna mostra as matrizes de Pauli, representando as operações unitárias sobre o estado atômico (OA) requeridas para completar o processo de teletransporte.	58
3.7	Possíveis resultados e rotações para completar o procedimento de teletransporte parcial controlado para o caso <i>ii</i>). A primeira coluna mostra os possíveis resultados das medidas nos estados do átomo C e do fóton F . As colunas EC e RT fazem o mesmo para o estado de controle (BB_1) e para o estado teletransportado (AD). A quarta coluna (OA) mostra as matrizes de Pauli correspondentes representando as operações unitárias sobre o estado atômico requeridas para completar o processo de teletransporte.	60
3.8	Possíveis resultados e rotações para completar o teletransporte controlado com um controle, correspondendo ao caso <i>i</i>). A primeira coluna ($2C$) mostra os possíveis resultados das medidas nos estados do átomo C e fóton 2. A segunda coluna refere-se aos possíveis resultados de Alice das medidas no fóton 1 e no átomo E . A coluna EC mostra o estado do controle B . A coluna (RT) faz o mesmo para o estado teletransportado (AD). A quarta coluna (OA) mostra as matrizes de Pauli correspondentes representando as operações unitárias no estado atômico para completar o processo de teletransporte.	64

3.9	Possíveis resultados e rotações para completar o teletransporte controlado com dois controles, correspondendo ao caso <i>ii</i>). A primeira coluna ($2C$) mostra os possíveis resultados das medidas nos estados do átomo C e fóton 2. A segunda coluna refere-se aos possíveis resultados de Alice nas medidas do fóton 1 e átomo E . A coluna EC mostra os estados dos controles B e $B1$. A coluna RT mostra o resultado do estado teletransportado AD . A quarta coluna (OA) mostra as matrizes de Pauli correspondentes representando as operações unitárias no estado atômico para completar o processo de teletransporte.	70
-----	---	----

Conteúdo

Resumo	i
Abstract	ii
Lista de Abreviações	iii
Lista de Figuras	v
Lista de Tabelas	viii
Sumário	x
1 Introdução	1
2 EDQC e rotações de Faraday	6
2.1 Cavidades Ópticas	7
2.2 Aproximação de dipolo	9
2.3 Hamiltoniano de Jaynes-Cummings	13
2.4 Modelo teórico: RFF em cavidades ópticas	18
2.4.1 Coeficientes de reflexão da cavidade	18
2.4.2 Rotação de Faraday na polarização fotônica	28
3 Protocolos usando RFF	31
3.1 Emaranhamento	31
3.2 Geração de pares EPR usando RFF	32
3.3 Troca de emaranhamento	36
3.3.1 Troca de emaranhamento usando RFF	38
3.4 Teletransporte	45
3.4.1 Teletransporte controlado (TC) usando RFF	51
4 Comentários e Conclusões	71

A Eliminação adiabática	74
Referências Bibliográficas	76

Capítulo 1

Introdução

A união da teoria da informação e da mecânica quântica possibilitou o surgimento de uma nova área de pesquisa, a chamada Informação Quântica, que tem sido intensamente investigada atualmente. O objetivo fundamental dessa área é aplicar as leis da mecânica quântica para manipular informação de forma mais eficiente. A teoria quântica prevê a existência de sistemas físicos descritos como superposições lineares de diferentes autoestados de um observável, conforme afirma o princípio da superposição. Segundo esse princípio, não é possível definir em qual autoestado da Hamiltoniana descrevendo o sistema, dentre todos os possíveis, este se encontra. Somente após a medida temos uma das possibilidades efetivada: a medida realizada projeta o sistema em um dos estados compondo o estado superposto; essa projeção é conhecida como colapso da função de onda.

Quando o princípio da superposição é aplicado a sistemas compostos, ele conduz ao importante conceito de emaranhamento, sendo esse o recurso mais fundamental para a informação quântica. Após dois sistemas clássicos interagirem, cada um deles assume um estado individual bem definido, correspondendo ao efeito produzido pela interação. Para o caso de duas partículas quânticas, no entanto, nem sempre é possível saber seus estados individuais, apesar de não estarem mais interagindo. O estado emaranhado (ou entrelaçado) agora difere do produto tensorial de autoestados de observáveis pertencendo às duas partículas, que descreveriam sistemas

independentes com propriedades bem definidas. Ao invés disso, ele fica sendo uma superposição de tais produtos. Nesse caso, o estado de uma partícula é determinado por uma medida feita na outra [1].

O emaranhamento é um tipo muito especial de correlação, um efeito puramente quântico. O emaranhamento implica que há mais informação contida no sistema físico completo do que na soma das informações contidas em cada um de suas partes. Este fenômeno esteve no centro das discussões entre Einstein e Bohr (1935) sobre a validade da teoria quântica na descrição dos níveis mais fundamentais da matéria [2]. Nessa referência, Einstein, Podolsky e Rosen (EPR) defendiam que a mecânica quântica é uma teoria incompleta. A partir desse trabalho é proposta uma descrição em termos das chamadas variáveis ocultas. Nessa interpretação de variáveis ocultas, a mecânica quântica simplesmente ofereceria um conjunto de regras matemáticas capazes de prever corretamente a estatística de um conjunto de partículas, sendo que as variáveis ocultas determinariam o valor das quantidades físicas de cada partícula do conjunto.

O paradoxo EPR está fundamentalmente relacionado ao conceito de realismo local, ou seja, à hipótese de que objetos físicos possuem propriedades definidas que independem do processo de observação na medição, e que uma medida feita por um observador não poderia influenciar em medições feitas por outro observador (estando separados de modo a não poder trocar informação entre si). Notamos que essa hipótese parece contradizer a definição de emaranhamento dada acima.

Abordando questões de fundamento da teoria quântica, John Bell descobriu em 1964, uma incompatibilidade entre a mecânica quântica e o conceito de realismo local [4]. Ele mostrou que é impossível construir um modelo realístico-local de variáveis ocultas compatível com as previsões da mecânica quântica. Matematicamente, essa incompatibilidade tomou a forma de um conjunto de desigualdades,

hoje conhecidas como desigualdades de Bell¹, que podem ser violadas apenas por sistemas quanticamente emaranhados. A violação experimental dessas desigualdades [5, 6] tem sustentado a validade da teoria quântica. Estados mais complexos, como o estado GHZ² [7], também conduzem a violações dessas desigualdades.

No entanto, a importância do emaranhamento excede esse aspecto, sendo base também para aplicações em processamento e transmissão de informação. Nesse sentido, os bits clássicos de informação, que são codificados em dígitos 0's e 1's, podem ser agora codificados em sistemas quânticos de dois níveis chamados de bits quânticos (qubits). Ao contrário dos bits clássicos, o qubit pode ser colocado em um estado quântico superposto de valores lógicos diferentes e também combinados em estados emaranhados. Pares EPR³ desse tipo entre dois qubits podem ser usados para realizar distribuição de chaves criptográficas. Compartilhando esses pares, um remetente e um destinatário podem se comunicar em absoluto segredo [8]. O teletransporte de estados quânticos [9] também usa tais estados com características não-locais para transmitir o estado quântico de uma partícula de um lugar para outro. O emaranhamento pode ser usado ainda para a fatoração de números inteiros [10, 11], buscas aleatórias [12], etc.

O emaranhamento tem sido produzido e explorado no contexto de Óptica Quântica. Nesse domínio, fótons em estados emaranhados podem ser produzidos em processos de conversão paramétrica descendente. Esse efeito é uma consequência de uma interação não-linear entre luz e certos tipos de cristais não-lineares [13]. Além disso, estados de polarização podem ser facilmente manipulados: os fótons se propagam a grandes distâncias sendo facilmente detectados com alta eficiência. Nesse regime, foi realizado experimentalmente o teletransporte quântico de estados nas

¹A desigualdade de Bell mostra que a máxima correlação que pode existir entre dois sistemas físicos, segundo a mecânica quântica, é maior que a máxima correlação clássica permitida por variáveis predeterminadas clássicas.

²O estado GHZ, proposto por Daniel Greenberger, Michael Horne e Anton Zeilinger em 1989, é um estado emaranhado de três partículas, como por exemplo o estado $(|\uparrow\uparrow\uparrow\rangle - |\downarrow\downarrow\downarrow\rangle)/\sqrt{2}$, em que $|\uparrow\rangle$ e $|\downarrow\rangle$ são os estados que fornecem, respectivamente, valor de spin +1 e -1 para medidas no eixo z em um experimento de Stern-Gerlach.

³Os pares EPR são estados emaranhados de duas partículas, como por exemplo, o estado $(|\uparrow\downarrow\rangle \pm |\downarrow\uparrow\rangle)/\sqrt{2}$.

Ref. [14, 15]. Na Ref. [16], foi realizado o teletransporte quântico de estados coerentes ópticos usando emaranhamento de estado comprimido. Outras realizações notáveis com emaranhamento foram realizadas em sistemas de íons armadilhados [17]. Técnicas de esfriamento a laser podem preparar poucos íons no estado fundamental de vibração, possibilitando a geração de estados emaranhados tipo singlete e tripleto. Isso possibilita a realização de portas quânticas. Essas operações de portas quânticas foram reportadas em [18] e a produção de emaranhamento com dois e quatro íons foi obtida em [17] e [19], respectivamente.

No domínio da Eletrodinâmica Quântica de cavidades (EDQC), temos também a alternativa de estudar o sistema acoplado átomo-fóton usando ferramentas para geração, estudo e aplicações do emaranhamento. O regime de acoplamento forte entre um átomo e o campo no interior da cavidade fornece um meio onde a dissipação é suprimida. Isso ocorre porque nesse regime de acoplamento, o fóton interage com o átomo várias vezes antes que saia da cavidade via processo irreversível. Portanto, o fóton perdido é reabsorvido pelo átomo antes de emergir da cavidade. Transições atômicas no domínio óptico e cavidade de alta qualidade fornecem as condições para a obtenção desse regime de acoplamento forte [20] e possibilita a observação de efeitos quânticos interessantes [21, 22]. Alguns experimentos notáveis tem sido realizados com sucesso em cavidades, como exemplos temos aqueles de acoplamento forte [23, 24], os de portas lógicas condicionais [25], a geração eficiente de estados de fótons únicos [26, 27], e assim por diante.

Por outro lado, propostas teóricas recentes foram apresentadas para processamento de informação quântica em cavidades ópticas, mesmo que estas estivessem em um regime de fator de qualidade baixo [28, 29], utilizando as rotações de Faraday fotônicas (RFF). Essas propostas surgiram motivadas por um experimento em microressonadores toroidais [30], que mostrou como realizar processamento de informação tendo um controle ordenado de fótons mesmo que num limite conside-

rado “ruim”. Nesse caso, a perda de fótons no processo é irreversível, oposto ao caso discutido acima para o acoplamento forte. Esse trabalho é interessante, pois mostra não ser obrigatório operar em um regime de acoplamento forte para haver operações controladas, importantes em comunicação e informações quânticas.

Motivados por essas propostas teóricas e alguns sucessos experimentais [31–34], no presente trabalho propomos a troca de emaranhamento e o teletransporte controlado (TC) de estados, no contexto das RFF usando cavidades ópticas. Para alcançar esses objetivos, dividimos a apresentação deste trabalho da seguinte maneira: no capítulo 2 discorremos sobre EDQC, mostrando um pouco do que tem sido feito nesse sistema. No mesmo capítulo usamos a aproximação de dipolo, a partir da qual deduzimos o hamiltoniano de Jaynes-Cummings, essencial para descrever o acoplamento átomo-campo existente nas cavidades. Com isso, explicamos o processo de entrada e saída de fótons em cavidades ópticas (a relação fotônica “*input-output*”). Esse processo, em regime de baixo fator de qualidade, permite a obtenção dos coeficientes de reflexão nas cavidades, intimamente relacionados às referidas RFF.

No capítulo 3, mostramos o esquema para geração de emaranhamento usando RFF, na linha apresentada em [28]. Com isso, prosseguimos para a discussão dos nossos resultados, a saber: a troca de emaranhamento [35], TC de superposição, o teletransporte parcial controlado de emaranhamento (TPC) e, por último, TC de estados emaranhados. Finalizando, no capítulo 4 apresentamos alguns comentários e conclusões.

Capítulo 2

EDQC e rotações de Faraday

Conforme a teoria quântica, o campo eletromagnético é composto de excitações elementares, conhecidas como fótons. Assim, a luz viaja em pacotes discretos compostos de tais excitações. Esse caráter discreto da luz explica vários fenômenos ocorrendo com ela ou em sua presença, incluindo cores de objetos aquecidos, como metais incandescentes, e a razão porque átomos excitados decaem, emitindo luz apenas em certas frequências. Mas, como a matéria interage com esses pacotes? A Óptica Quântica estuda a luz usando a Teoria Quântica e mostra como se dá esse processo de interação e os efeitos que surgem ao tratá-la como composta de fótons.

O protótipo da EDQC é um átomo modelado tendo “dois níveis”, acoplados a um oscilador harmônico (campo de cavidade), cujas excitações são os fótons. Esse esquema fornece uma descrição relativamente simples, enquanto aborda a essência da interação radiação-matéria. Muitos outros sistemas físicos diferentes usam um modelo semelhante de interação. Alguns exemplos são íons [18], semicondutores [36] e circuitos supercondutores [37].

Neste capítulo, iniciamos um estudo básico sobre cavidades ópticas. Depois, citaremos algumas propostas na área de informação quântica, que foram realizadas nesse sistema. Na sequência discutimos a aproximação de dipolo, com base na qual chegamos ao hamiltoniano de Jaynes-Cummings, o qual rege a dinâmica da interação do átomo de dois níveis acoplado com o campo na cavidade. Com

isso, abordamos o modelo tratando a relação entre entrada e saída do campo em cavernas ópticas, que nos leva à compreensão das RFF.

2.1 Cavernas Ópticas

A EDQC tem sido utilizada para demonstrar características quânticas importantes e fundamentais de átomos e fótons. Nesse sistema foi possível verificar propriedades do emaranhamento, bem como gerá-lo e utilizá-lo como fonte para o processamento de informação quântica. As cavernas foram também usadas como plataformas para o entendimento da descoerência de estados, resultante do acoplamento entre o sistema quântico, átomo ou fóton, com os respectivos meios nos quais estão inseridos (reservatórios), o que é fundamental para a compreensão de como se dá a perda das características quânticas do estado do sistema. A dinâmica da descoerência foi também estudada usando um estado do tipo gato de Schrödinger tendo poucos fótons, permitindo uma melhor compreensão sobre a passagem pela fronteira “clássico/quântico” de sistemas físicos (ver a Ref. [1]).

Nesse sentido, temos as cavernas ópticas que serão usadas neste trabalho como meio para a investigação de tais propriedades físicas, bem como para aplicações em informação quântica decorrentes da interação átomo-campo existente nesse sistema. Essas cavernas são do tipo Fabry-Perot, consistindo de dois espelhos dielétricos côncavos com as faces voltadas uma para a outra, separadas por uma distância de $100\mu m$ [38]. A pequena distância entre os espelhos é um requisito essencial para permitir um acoplamento forte entre o átomo e o modo do campo. O pequeno espaçamento tem, no entanto, grande desvantagem: torna pequeno o tempo de meia-vida do fóton, pois aumenta o número de múltiplas travessias do fóton na caverna, em comparação com o caso de grande distância, isto é, mais interações do fóton com os espelhos, acarretando mais perdas. Para compensar este decréscimo, a refletividade dos espelhos deverá ser tão alta quanto possível.

Nessa cavidade, átomos de césio ou rubídio, por exemplo, atravessam transversalmente a cavidade. A velocidade dos átomos é reduzida a um valor perto de zero por técnicas de aprisionamento e esfriamento usando campos magnéticos e feixes laser. Nesse caso, um único átomo permanece na cavidade por muitos segundos, sendo esse tempo limitado pelas colisões com átomos do gás de fundo em um vácuo imperfeito ou pelas flutuações do feixe-laser usado no aprisionamento do átomo. Esse arranjo possibilitou a obtenção de portas de troca de fase controladas entre pulsos de um único fóton refletidos pela cavidade óptica, os processos chamados de entrada-saída (“*input-output*”) de fótons [39]. A fase de saída do qubit fotônico está condicionada ao qubit atômico aprisionado na cavidade, caracterizando as portas de troca de fase. A porta de fase controlada pode ser estendida para vários átomos dentro da cavidade, como mostra a Ref. [40]. Essas duas referências levam em conta o acoplamento forte entre o átomo e o campo na cavidade. Como afirmado anteriormente, à esse acoplamento está relacionado um processo reversível de reabsorção do fóton pelo átomo, garantindo um alto fator de qualidade para a cavidade óptica, sem a qual os esquemas de troca de fase não funcionariam bem ou seriam muito ineficientes.

Algumas simulações foram feitas para verificar a precisão desses processos de entrada e saída de fótons nas cavidades ópticas [41], mostrando que o tempo para a realização de portas quânticas seria muito menor que o tempo de decaimento do campo na cavidade, se desejamos um evento com alta probabilidade de sucesso. No entanto, essa implementação esbarra em dificuldades experimentais, uma vez que para realizar o processo, há a necessidade de uma saída eficiente de fótons, ou seja, o tempo de interação do fóton com o átomo na cavidade, nesse caso, torna-se ainda menor, dificultando a obtenção dessas portas. Recentemente um experimento, que fez uso de microressonadores toroidais [30], mostrou a possibilidade de realizar o bloqueio de fótons levando em conta a alta taxa de perda de fóton no processo. Esse

efeito ocorre assim: um fóton do ressonador interage com o átomo de modo a inibir a transmissão de um segundo fóton, resultando na saída ordenada de fótons. O transporte de fótons é, então, regulado dinamicamente pelo estado do átomo aprisionado, conduzindo a um mecanismo eficiente que é insensível a muitas imperfeições experimentais [30].

Desse experimento, amplia-se a possibilidade de processamento de informação quântica em cavidades ópticas, mesmo que estas sejam operadas em regimes de baixo fator de qualidade. Agora, nesse regime existem relações diferentes para a razão entre os campos de entrada e saída, que diferem significativamente dos casos tratados no regime de acoplamento forte anteriores. Em [28] são mostradas relações para essa razão e como é possível, usando as rotações de Faraday, obter emaranhamento entre átomos separados espacialmente em cavidades diferentes e, a partir daí, realizar algumas importantes tarefas de processamento de informação quântica importantes. Utilizando esses resultados foi investigada a possibilidade de encontrar portas quânticas usando átomos confinados em cavidades de baixo-Q, através das relações de entrada e saída de fótons [42].

As próximas seções objetivam demonstrar como são essas relações entre os campos de entrada e saída em cavidades ópticas de baixo fator de qualidade. Para esse fim, iniciamos pela aproximação de dipolo, a partir da qual demonstramos o hamiltoniano de Jaynes-Cummings. Depois, tratamos o modelo de entrada e saída de fótons e seguimos para a explicação da RFF que ocorre no sistema, apontando alguns experimentos realizados nesse contexto.

2.2 Aproximação de dipolo

O estudo da interação entre átomo e campo se dá por meio do uso do modelo de Jaynes-Cummings, que prediz comportamentos sem nenhum análogo semiclássico e que dependem inteiramente da natureza discreta dos fótons. Como

exemplo desse tipo de comportamento, temos as oscilações de Rabi do vácuo, que são o resultado do átomo emitindo espontaneamente um fóton e reabsorvendo-o de forma reversível, mesmo quando ele está no vácuo.

Para explicarmos a aproximação de dipolo supomos, primeiramente, que o hamiltoniano de um elétron ligado a um átomo na ausência de campos externos, na representação das coordenadas, é dado por

$$\hat{H}_0 = \frac{1}{2m} \hat{\mathbf{P}}^2 + V(\mathbf{r}), \quad (2.1)$$

em que \hat{P} é o operador momento linear da partícula e $V(\mathbf{r})$ é a energia potencial coulombiana entre o núcleo atômico e o elétron, com $r = |\mathbf{r}|$ sendo a distância do elétron ao núcleo. Na representação de coordenadas, temos que $\hat{P} = -i\hbar\vec{\nabla}$. Levamos em conta apenas a energia coulombiana, uma vez que tal interação domina sobre outros tipos de interação, como por exemplo, as de origem hiperfina [43]. Na presença de campos externos, esse hamiltoniano é modificado para

$$\hat{H}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2m} [\hat{\mathbf{P}} + e\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)]^2 - e\Phi(\mathbf{r}, t) + V(r) \quad (2.2)$$

em que $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$ e $\Phi(\mathbf{r}, t)$ são, respectivamente, os potenciais vetor e escalar do campo externo, e $-e$ é a carga elétrica do elétron. Das equações de Maxwell, que descrevem a dinâmica do campo eletromagnético, temos os campos elétricos e magnéticos dados por

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) &= -\nabla\Phi(\mathbf{r}, t) - \frac{\partial\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)}{\partial t}, \\ \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) &= \nabla \times \mathbf{A}(\mathbf{r}, t), \end{aligned} \quad (2.3)$$

respectivamente. Esses campos são invariantes sob as transformações de calibre (gauge), ou seja, tais transformações não implicam em mudança na descrição dos campos. As transformações de calibre são

$$\begin{aligned} \Phi'(\mathbf{r}, t) &= \Phi(\mathbf{r}, t) - \frac{\partial\chi(\mathbf{r}, t)}{\partial t}, \\ \mathbf{A}'(\mathbf{r}, t) &= \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) + \nabla\chi(\mathbf{r}, t), \end{aligned} \quad (2.4)$$

com $\chi(\mathbf{r}, t)$ sendo uma função de calibre a ser definida posteriormente de forma conveniente. A equação de Schrödinger dependente do tempo é

$$\hat{H}(\mathbf{r}, t)\Psi(\mathbf{r}, t) = i\hbar\frac{\partial\Psi(\mathbf{r}, t)}{\partial t}. \quad (2.5)$$

Comumente, para simplificar a forma da interação átomo-campo, definimos um operador unitário \hat{R} de forma que $\Psi'(\mathbf{r}, t) \equiv \hat{R}(\mathbf{r}, t)\Psi(\mathbf{r}, t)$. Portanto $\Psi(\mathbf{r}, t) \equiv \hat{R}^\dagger(\mathbf{r}, t)\Psi'(\mathbf{r}, t)$, obtida após multiplicar $\Psi'(\mathbf{r}, t)$ por $\hat{R}^\dagger(\mathbf{r}, t)$ à esquerda. Substituindo na equação de Schrödinger, temos

$$\hat{H}(\hat{R}^\dagger\Psi') = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}(\hat{R}^\dagger\Psi'), \quad (2.6)$$

a qual, após multiplicar pela esquerda por \hat{R} , pode ser reescrita na forma

$$\hat{R}\hat{H}\hat{R}^\dagger\Psi' - i\hbar\hat{R}\frac{\partial\hat{R}^\dagger}{\partial t}\Psi' = i\hbar\frac{\partial\Psi'}{\partial t}. \quad (2.7)$$

Segue da unitariedade de \hat{R} , isto é, $\hat{R}^\dagger\hat{R} = \hat{R}\hat{R}^\dagger = \hat{1}$, que

$$\hat{R}\frac{\partial\hat{R}^\dagger}{\partial t} = -\frac{\partial\hat{R}}{\partial t}\hat{R}^\dagger. \quad (2.8)$$

Portanto, reescrevemos a equação de Schrödinger dada por

$$\hat{H}'(\mathbf{r}, t)\Psi'(\mathbf{r}, t) = i\hbar\frac{\partial\Psi'(\mathbf{r}, t)}{\partial t}, \quad (2.9)$$

sendo \hat{H}' é agora escrito na forma

$$\hat{H}' = \hat{R}\hat{H}\hat{R}^\dagger + i\hbar\frac{\partial\hat{R}}{\partial t}\hat{R}^\dagger. \quad (2.10)$$

Fazendo a escolha $\hat{R} = \hat{1} \exp(-ie\chi(\mathbf{r}, t)/\hbar)$, e sabendo que $\hat{P} = -i\hbar\nabla$, obtemos a

$$\hat{H}'(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2m}[\hat{\mathbf{P}} + e\mathbf{A}'(\mathbf{r}, t)]^2 - e\Phi'(\mathbf{r}, t) + V(r), \quad (2.11)$$

sendo \mathbf{A}' e Φ' dados pela Eq. (2.4). Nesse ponto, optamos pelo calibre de Coulomb (ou de radiação), para o qual, na ausência de fontes de cargas e correntes, $\Phi = 0$ e \mathbf{A} satisfaz a condição de transversalidade $\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$. Embora essa escolha de calibre

não seja invariante sob transformação de Lorentz, como era no calibre de Lorentz, ela é bastante útil no domínio da Óptica Quântica, pois simplifica consideravelmente o problema. Além do mais, é visto que as partículas não se movimentam com velocidades relativísticas durante a interação átomo-campo e as frequências dos campos eletromagnéticos são muito menores que a dos raios gama. A grande vantagem da escolha do gauge de Coulomb é que o campo de radiação agora fica completamente descrito apenas usando o potencial vetor. Com isso, verificamos que o hamiltoniano da Eq. (2.11) pode ser reescrito na forma

$$\hat{H}'(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2m} [\hat{\mathbf{P}} + e(\mathbf{A} + \nabla\chi)]^2 + e\frac{\partial\chi}{\partial t} + V(r). \quad (2.12)$$

Nesse calibre, o potencial vetor, na ausência de fontes de cargas e correntes elétricas próximas ao átomo, satisfaz a equação de onda

$$\nabla^2 \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} = 0, \quad (2.13)$$

sendo a c a velocidade da luz no vácuo, cuja solução tem a seguinte forma

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{A}_0 e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega t)} + \mathbf{A}_0^* e^{-i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega t)}, \quad (2.14)$$

em que $|\mathbf{k}| = 2\pi/\lambda$ é o vetor de onda da radiação e ω é a frequência angular dessa onda. Para $|\mathbf{r}|$ da ordem das dimensões atômicas, $|\mathbf{r}| \approx 10 \text{ \AA}$, e comprimentos de onda λ típicos (poucos nanômetros no intervalo $400 - 800 \text{ nm}$), $\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} \ll 1$ sobre a extensão do átomo, ou seja, o potencial vetor é espacialmente uniforme: $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) \approx \mathbf{A}(t)$. Essa é a chamada aproximação de dipolo, que acarreta em $e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \approx 1$. Fazendo a escolha da função de calibre como $\chi(\mathbf{r}, t) = \mathbf{A}(t) \cdot \mathbf{r}$, obtemos que

$$\begin{aligned} \nabla\chi(\mathbf{r}, t) &= -\mathbf{A}(t), \\ \frac{\partial\chi(\mathbf{r}, t)}{\partial t} &= -\mathbf{r} \cdot \frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t} = \mathbf{r} \cdot \mathbf{E}(t), \end{aligned} \quad (2.15)$$

que nos conduz à

$$\hat{H}' = \frac{\hat{P}^2}{2m} + V(r) + e\mathbf{r} \cdot \mathbf{E}(t). \quad (2.16)$$

Essa equação contém apenas um termo de interação (dentro da aproximação de dipolo). A quantidade $-e\mathbf{r}$ é o momento de dipolo: $\mathbf{d} = -e\mathbf{r}$. Então, escrevemos

$$\hat{H}' = \hat{H}_0 - \hat{\mathbf{d}} \cdot \hat{\mathbf{E}}(t), \quad (2.17)$$

sendo \hat{H}_0 dado pela Eq. (2.1). Portanto consideramos, nessa aproximação, que o campo elétrico é uniforme sobre a extensão do átomo.

Para a obtenção do hamiltoniano acima, omitimos considerações relacionadas às contribuições advindas da interação do átomo com o campo magnético e do movimento do átomo durante a interação com o campo eletromagnético. Na força de Lorentz, que descreve a dinâmica de partículas carregadas na presença de um campo eletromagnético, aparece a dependência do campo magnético, que por ser $B = E/c$, sendo c a velocidade da luz no vácuo, torna-se irrelevante quando comparado com o termo de dipolo elétrico em discussão, tornando a aproximação de dipolo elétrico consistente.

2.3 Hamiltoniano de Jaynes-Cummings

Consideremos, agora, que \hat{H}_0 pode ser escrito na forma

$$\hat{H}_0 = \hat{H}_A + \hat{H}_C, \quad (2.18)$$

sendo que \hat{H}_A , \hat{H}_C são, respectivamente, os hamiltonianos do átomo e do campo de radiação. O hamiltoniano de campo livre quantizado \hat{H}_C é dado em termos dos operadores criação e aniquilação de fótons [44]

$$\hat{H}_C = \sum_{\mathbf{k}, \sigma} \hbar \omega_{\mathbf{k}} \left(a_{\mathbf{k}, \sigma}^\dagger a_{\mathbf{k}, \sigma} + \frac{1}{2} \right), \quad (2.19)$$

em que σ representa a polarização desse campo e o índice \mathbf{k} se refere aos modos normais de vibração do campo eletromagnético cuja frequência angular de oscilação é $\omega_{\mathbf{k}}$, e que $a_{\mathbf{k}}$ e $a_{\mathbf{k}}^\dagger$ são os operadores aniquilação e criação de fótons, respectivamente, e que satisfazem à relação de comutação $[a_{\mathbf{k}}, a_{\mathbf{k}'}^\dagger] = \delta_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'}$.

O hamiltoniano do átomo é um operador hermitiano, tal que seus autoestados satisfazem a equação de autovalor $\hat{H}_A|i\rangle = E_i|i\rangle$, com E_i sendo as possíveis energias do elétron nos níveis atômicos. Portanto, seus autoestados $\{|i\rangle\}$ formam uma base de autovetores, ou seja, é válida a relação de completudeza $\sum_i |i\rangle\langle i| = \hat{I}$. Logo, usando essa relação, podemos expressar o hamiltoniano \hat{H}_A em termos dos operadores de transição atômica $\sigma_{ij} = |i\rangle\langle j|$, resultando em

$$\hat{H}_A = \hat{I}\hat{H}_A\hat{I} = \sum_i E_i|i\rangle\langle i| = \sum_i E_i\sigma_{ii}. \quad (2.20)$$

Além disso, o termo de dipolo elétrico $\mathbf{d} = e\mathbf{r}$, também pode ser escrito da mesma forma acima se usarmos a relação de completudeza, resultando que

$$\hat{\mathbf{d}} = \sum_{i,j} |i\rangle\langle i|\hat{\mathbf{d}}|j\rangle\langle j| = \sum_{i,j} \mathbf{d}_{ij}\sigma_{ij}, \quad (2.21)$$

em que $\mathbf{d}_{ij} = e\langle i|\mathbf{r}|j\rangle$ representa os elementos da matriz da transição do dipolo elétrico referente aos níveis atômicos $|i\rangle$ e $|j\rangle$.

O operador de campo elétrico quantizado pode ser escrito em termos de $a_{\mathbf{k}}$ e $a_{\mathbf{k}}^\dagger$

$$\mathbf{E} = i \sum_{\mathbf{k}} \hat{\epsilon}_{\mathbf{k}}\epsilon_{\mathbf{k}}(a_{\mathbf{k}} - a_{\mathbf{k}}^\dagger), \quad (2.22)$$

em que $\epsilon_{\mathbf{k}} = (\hbar\omega_{\mathbf{k}}/2\epsilon_0V)^{1/2}$ e $\hat{\epsilon}_{\mathbf{k}}$ é a polarização que, por simplicidade, consideramos linear e real.

Se substituirmos as equações (2.19), (2.20), (2.21) e (2.22) na Eq. (2.17), temos

$$\hat{H} = \sum_{\mathbf{k}} \hbar\omega_{\mathbf{k}}a_{\mathbf{k}}^\dagger a_{\mathbf{k}} + \sum_i E_i\sigma_{ii} + i\hbar \sum_{i,j} \sum_{\mathbf{k}} \lambda_{\mathbf{k}}^{ij}\sigma_{ij}(a_{\mathbf{k}} - a_{\mathbf{k}}^\dagger), \quad (2.23)$$

em que $\lambda_{\mathbf{k}}^{ij} = \mathbf{d}_{ij} \cdot \hat{\epsilon}_{\mathbf{k}}\epsilon_{\mathbf{k}}\hbar/\hbar$ é a constante de acoplamento entre os níveis atômicos $|i\rangle \leftrightarrow |j\rangle$ e o modo normal \mathbf{k} de vibração do campo. Na expressão acima, omitimos a energia de ponto zero do primeiro termo, $\hbar\omega_{\mathbf{k}}/2$ e, por simplicidade, supomos que \mathbf{d}_{ij} seja real, uma vez que essa quantidade pode, também, ser imaginária.

Se considerarmos a frequência da luz incidente coincidindo com apenas uma das transições atômicas na banda óptica, podemos desconsiderar todos os outros níveis levando em conta apenas dois deles. Com isto, o átomo é modelado para ter apenas dois níveis, com $\hat{\mathbf{d}}$ sendo um operador hermitiano, ou seja, $\mathbf{d}_{ab} = \mathbf{d}_{ba}$. Então, podemos escrever $\lambda_{\mathbf{k}} = \lambda_{\mathbf{k}}^{ab} = \lambda_{\mathbf{k}}^{ba}$. Segue, portanto, que o hamiltoniano fica da forma

$$\hat{H} = \sum_{\mathbf{k}} \hbar\omega_{\mathbf{k}} a_{\mathbf{k}}^{\dagger} a_{\mathbf{k}} + (E_a \sigma_{aa} + E_b \sigma_{bb}) + i\hbar \sum_{\mathbf{k}} \lambda_{\mathbf{k}} (\sigma_{ab} + \sigma_{ba}) (a_{\mathbf{k}} - a_{\mathbf{k}}^{\dagger}). \quad (2.24)$$

Podemos escrever o segundo termo desse hamiltoniano como

$$E_a \sigma_{aa} + E_b \sigma_{bb} = \frac{1}{2}(E_a - E_b)(\sigma_{aa} - \sigma_{bb}) + \frac{1}{2}(E_a + E_b)\hat{1}, \quad (2.25)$$

na qual foi usado $\sigma_{aa} + \sigma_{bb} = \hat{1}$. A diferença entre os dois níveis pode ser escrita como $E_a - E_b = \hbar\omega_0$ e o termo $\frac{1}{2}(E_a + E_b)$, que é constante, pode ser negligenciado, pois não influenciará na dinâmica do sistema. Se usamos a seguinte notação

$$\sigma_z = \sigma_{aa} - \sigma_{bb} = |a\rangle\langle a| - |b\rangle\langle b|, \quad (2.26)$$

$$\sigma_+ = \sigma_{ab} = |a\rangle\langle b|, \quad (2.27)$$

$$\sigma_- = \sigma_{ba} = |b\rangle\langle a|, \quad (2.28)$$

o hamiltoniano passa a ser escrito na forma

$$\hat{H} = \sum_{\mathbf{k}} \hbar\omega_{\mathbf{k}} a_{\mathbf{k}}^{\dagger} a_{\mathbf{k}} + \frac{1}{2}\hbar\omega_0 \sigma_z + i\hbar \sum_{\mathbf{k}} \lambda_{\mathbf{k}} (\sigma_+ + \sigma_-) (a_{\mathbf{k}} - a_{\mathbf{k}}^{\dagger}). \quad (2.29)$$

Os operadores σ_+ , σ_- e σ_z satisfazem a álgebra de spin-1/2 das matrizes de Pauli:

$$\begin{aligned} [\sigma_-, \sigma_+] &= -\sigma_z \\ [\sigma_{\mp}, \sigma_z] &= \pm 2\sigma_{\mp}. \end{aligned} \quad (2.30)$$

Por exemplo, se $|b\rangle$ é estado de mais baixa energia desse átomo de dois níveis, então

$$\begin{aligned} \sigma_+ |b\rangle &= |a\rangle\langle b|b\rangle = |a\rangle, \\ \sigma_- |a\rangle &= |b\rangle\langle a|a\rangle = |b\rangle, \\ \sigma_z |a\rangle &= |a\rangle\langle a|a\rangle - |b\rangle\langle b|a\rangle = |a\rangle. \end{aligned} \quad (2.31)$$

Portanto, σ_- é interpretado como o operador que abaixa o estado energético do átomo, enquanto σ_+ é responsável por aumentá-lo e σ_z deixa o átomo no estado em que estava e, caso esse estado seja $|b\rangle$, muda sua fase para π .

A energia de interação na Eq. (2.29) consiste de quatro termos. O termo $a_{\mathbf{k}}^\dagger \sigma_-$ descreve o processo em que o átomo é levado do estado mais alto para o mais baixo e um fóton é criado no modo \mathbf{k} . O termo $a_{\mathbf{k}} \sigma_+$ descreve o processo inverso, ou seja, o átomo absorve um fóton do modo e vai para o estado mais alto. A energia é conservada em ambos os processos. O termo $a_{\mathbf{k}} \sigma_-$ mostra que o átomo vai do estado mais alto para o mais baixo aniquilando um fóton do campo, resultando em uma perda de aproximadamente $2\hbar\omega$ na energia. Similarmente, $a_{\mathbf{k}}^\dagger \sigma_+$ resulta em um ganho de $2\hbar\omega$. Vale ressaltar que essas discussões são válidas apenas quando as atuações de a e a^\dagger são realizadas em estados representados na base de número $|n\rangle$ ($\hat{n} = a^\dagger a$) [45], que é o caso que abordamos aqui. A soma dessas contribuições também conduz à conservação de energia. A (usual) omissão desses últimos termos constitui-se no que se chama aproximação de onda girante (“Rotating Wave Approximation”, RWA). Para justificar essa aproximação, usaremos a equação de Schrödinger na representação de interação, a qual elimina termos referentes ao átomo e campo livres:

$$H_I(t)|\psi(t)\rangle_I = i\hbar \frac{d}{dt} |\psi(t)\rangle_I, \quad (2.32)$$

cuja solução formal é do tipo $|\psi(t)\rangle_I = \hat{U}(t)|\psi(t_0)\rangle_I$, com $\hat{U}(t)$ sendo o operador evolução do sistema, que nesse caso é obtido na forma

$$\begin{aligned} \hat{U}(t) = & 1 + \left(\frac{1}{i\hbar}\right) \int_{t_0}^t H_I(\tau) d\tau + \left(\frac{1}{i\hbar}\right)^2 \int_{t_0}^t d\tau_2 \int_{t_0}^{\tau_2} d\tau_1 H_I(\tau_2) H_I(\tau_1) + \dots \\ & + \left(\frac{1}{i\hbar}\right)^n \int_{t_0}^t d\tau_n \int_{t_0}^{\tau_n} d\tau_{n-1} \dots \int_{t_0}^{\tau_2} d\tau_1 H_I(\tau_n) \dots H_I(\tau_1) + \dots \end{aligned} \quad (2.33)$$

Nessa representação temos que o operador $H_I(t)$ fica escrito em termos dos operadores do átomo e do campo, no modo \mathbf{k} , agora escritos com dependência temporal.

Então, temos

$$H_I(t) = \hbar g \{ a_{\mathbf{k}}^\dagger(t) \sigma_+(t) + a_{\mathbf{k}}^\dagger(t) \sigma_-(t) + a_{\mathbf{k}}(t) \sigma_+(t) + a_{\mathbf{k}}(t) \sigma_-(t) \}, \quad (2.34)$$

com os produtos do segundo membro proporcionais a

$$\begin{aligned} \sigma_+ a_{\mathbf{k}} &\approx e^{i(\omega_0 - \omega_{\mathbf{k}} t)} \\ \sigma_- a_{\mathbf{k}}^\dagger &\approx e^{-i(\omega_0 - \omega_{\mathbf{k}} t)} \\ \sigma_+ a_{\mathbf{k}}^\dagger &\approx e^{i(\omega_0 + \omega_{\mathbf{k}} t)} \\ \sigma_- a_{\mathbf{k}} &\approx e^{-i(\omega_0 + \omega_{\mathbf{k}} t)}. \end{aligned} \quad (2.35)$$

Substituindo essas expressões no operador evolução do sistema, Eq. (2.33), e integrando, resultam termos do tipo $\omega_0 + \omega_{\mathbf{k}}$ ou $\omega_0 - \omega_{\mathbf{k}}$ aparecem como denominadores. No caso em que a frequência do campo considerado tende à do átomo, ou seja, tende ao caso ressonante, podemos desprezar os termos que levam em conta $\omega_0 + \omega_{\mathbf{k}}$, ou seja, a desprezar o termos $\sigma_+ a_{\mathbf{k}}^\dagger$ e $\sigma_- a_{\mathbf{k}}$, uma vez que a contribuição dos outros dois termos será dominante na evolução do sistema. Isso justifica a aproximação apresentada. O hamiltoniano, portanto, resulta na seguinte forma

$$H = \sum_{\mathbf{k}} \hbar \omega_{\mathbf{k}} a_{\mathbf{k}}^\dagger a_{\mathbf{k}} + \frac{1}{2} \hbar \omega_0 \sigma_z + i \hbar \sum_{\mathbf{k}} \lambda_{\mathbf{k}} (\sigma_+ a_{\mathbf{k}} - a_{\mathbf{k}}^\dagger \sigma_-), \quad (2.36)$$

que descreve a interação de um único átomo com um campo multimodal e que é o ponto de partida de muitos cálculos no campo de óptica quântica. Por exemplo, em EDQC, dos vários modos discretos presentes dentro da cavidade, consideramos, para simplificar, que apenas um com frequência igual a $\omega = \omega_c$ se acoplará ao átomo, cuja frequência é ω_0 . Portanto, é conveniente escrevermos o hamiltoniano anterior como

$$H = \hbar \omega_c a^\dagger a + \frac{1}{2} \hbar \omega_0 \sigma_z + i \hbar \lambda (\sigma_+ a - a^\dagger \sigma_-), \quad (2.37)$$

que é conhecido como o hamiltoniano de Jaynes-Cummings. Com base nesse hamiltoniano, mostramos, na próxima seção, as equações de movimento para os ope-

radores $a(t)$ e $\sigma_-(t)$, fundamentais para o entendimento da relação de entrada e saída de fótons na cavidade óptica considerada na sequência do trabalho.

2.4 Modelo teórico: RFF em cavidades ópticas

Neste modelo, tratamos de uma cavidade óptica na qual se insere um átomo de três níveis, sendo que dois deles são degenerados (veja Fig. 2.1). As transições para o estado excitado desse átomo são acessadas via um fóton que pode estar polarizado circularmente para a esquerda ou direita. Além disso, tratamos com reservatórios distintos para o átomo e campo, com os quais o sistema pode interagir gradualmente, atingindo um estado de equilíbrio.

Essa cavidade é esquematizada com uma parede totalmente refletora, a outra apenas parcialmente, o que permite que o campo entre e, após interagir com o átomo, saia pelo lado parcialmente refletor da cavidade. Nosso objetivo, é, pois, determinar os efeitos de um átomo aprisionado na cavidade para a estatística quântica do campo de saída.

Para tal, demonstramos uma relação para o coeficiente de reflexão para o sistema átomo-campo $r(\omega_p)$, que evidencia a razão existente entre o campo de saída e o campo de entrada. Fica clara a dependência dessa relação com os parâmetros de acoplamento entre o átomo e o modo do campo aprisionado, e também com a frequência do pulso injetado na cavidade. Além disso, ele depende, ainda, das taxas de decaimento do átomo e do campo armazenado no interior da cavidade. Partindo dessa expressão, explicamos a rotação de Faraday, que é caracterizada por um acréscimo de fase no estado de polarização do fóton de saída, dependendo do estado do átomo no interior da cavidade.

2.4.1 Coeficientes de reflexão da cavidade

O átomo inserido na cavidade óptica tem a configuração eletrônica esquemati-

zada na Fig. 2.1 a seguir. Os níveis $|0\rangle$ e $|1\rangle$ são degenerados e $|L\rangle$ e $|R\rangle$ são as polarizações do pulso de único fóton inserido na cavidade que se acoplam com tais transições. O nível $|e\rangle$ representa o estado excitado do átomo.

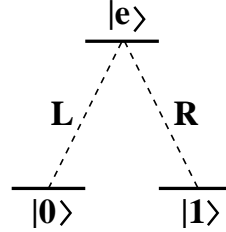


Figura 2.1: Configuração atômica do átomo de três níveis aprisionado em uma cavidade de baixo fator de qualidade.

Para descrever a evolução do sistema átomo-campo, começamos apresentando o hamiltoniano envolvido no processo. Escrevemos o hamiltoniano total na forma

$$H^j = H_{JC}^j + H_{Rc}^j + H_{Ra}^j + H_{Ic}^j + H_{Ia}^j, \quad (2.38)$$

em que H_{JC} é o hamiltoniano de Jaynes-Cummings (2.37)

$$H_{JC}^j = \frac{\hbar\omega_0}{2}\sigma_{jz} + \hbar\omega_c a_j^\dagger a_j + i\hbar\lambda(a_j\sigma_{j+} - a_j^\dagger\sigma_{j-}), \quad (2.39)$$

sendo que $j = L, R$ são as possíveis polarizações da luz que interagem com o átomo dentro da cavidade, como mostra a figura acima. Portanto, abordaremos a demonstração para o caso geral, que se resume em desenvolver o modelo para o caso de um átomo de dois níveis e estendê-lo para qualquer um dos dois possíveis $j = L, R$ acima.

O hamiltoniano H_{Rc}^j representa os modos livres do reservatório para o campo na cavidade. Esses são os vários modos do campo de radiação do vácuo, para os quais os modos da cavidade óptica podem decair através dos espelhos parcialmente transmissores. O reservatório para o átomo é considerado em H_{Ra}^j . Este, por sua vez, pode ser interpretado como os vários modos para os quais um átomo excitado na cavidade pode decair via emissão espontânea. As expressões para esses reservatórios

são [46]

$$H_{Rc}^j = \hbar \int_0^{\infty} \omega b_j^\dagger(\omega) b_j(\omega) d\omega \quad (2.40)$$

e

$$H_{Ra}^j = \hbar \int_0^{\infty} \omega c_j^\dagger(\omega) c_j(\omega) d\omega, \quad (2.41)$$

sendo que os operadores b_j (c_j) e b_j^\dagger (c_j^\dagger) representam os operadores de aniquilação e criação de fótons do campo representando os reservatórios citados acima e ω é a respectiva frequência. Esses operadores obedecem as seguintes relações de comutação

$$[a_j, a_{j'}^\dagger] = \delta_{jj'}, \quad (2.42)$$

$$[b_j(\omega), b_{j'}^\dagger(\omega')] = \delta(\omega - \omega') \delta_{jj'} \quad (2.43)$$

e

$$[c_j(\omega), c_{j'}^\dagger(\omega')] = \delta(\omega - \omega') \delta_{jj'}. \quad (2.44)$$

A interação do campo e do átomo com tais reservatórios é considerada via os hamiltonianos H_{Ic}^j e H_{Ia}^j , respectivamente, dados por

$$H_{Ic}^j = i\hbar \int_0^{\infty} \alpha(\omega) [b_j^\dagger(\omega) + b_j(\omega)] (a_j - a_j^\dagger) d\omega \quad (2.45)$$

e

$$H_{Ia}^j = i\hbar \int_0^{\infty} \beta(\omega) [c_j^\dagger(\omega) + c_j(\omega)] (\sigma_{j-} - \sigma_{j+}) d\omega. \quad (2.46)$$

Nesse caso, $\alpha(\omega)$ está relacionado ao acoplamento existente entre os modos do reservatório H_{Rc}^j e o modo no interior da cavidade, representado por a_j , enquanto $\beta(\omega)$ define o acoplamento entre o átomo e o seu respectivo reservatório, H_{Ra}^j .

Em sistemas ópticos quânticos, apenas frequências altas estão envolvidas. Então a dependência temporal de a_j^\dagger é, por exemplo, do tipo $e^{i\omega_c t}$ e termos do tipo $b_j^\dagger a_j^\dagger$ tem uma dependência temporal da forma $e^{i(\omega+\omega_c)t}$, que sempre oscila rapidamente,

enquanto que $b_j^\dagger a_j$ tem a dependência temporal proporcional à $e^{i(\omega-\omega_c)t}$ que é aproximadamente constante quando $\omega \approx \omega_c$, ou seja, perto da ressonância. Essencialmente, apenas termos perto da ressonância são importantes, como argumentado na Seção 2.3. Isso nos permite estender o limite inferior das integrais de ω para $-\infty$. Embora isso seja formalmente absurdo, os termos adicionados são não-ressonantes, e contribuem muito pouco. Isso só faz sentido se a aproximação RWA tiver sido feita, caso contrário, $e^{i(\omega+\omega_c)t}$ seria ressonante em $\omega = -\omega_c$. Levando isso em consideração, podemos reescrever as equações (2.40), (2.41), (2.45) e (2.46), respectivamente, da seguinte maneira

$$H_{Rc}^j = \hbar \int_{-\infty}^{\infty} b_j^\dagger(\omega) b_j(\omega) d\omega, \quad (2.47)$$

$$H_{Ra}^j = \hbar \int_{-\infty}^{\infty} c_j^\dagger(\omega) c_j(\omega) d\omega, \quad (2.48)$$

$$H_{Ic}^j = i\hbar \int_{-\infty}^{\infty} \alpha(\omega) [b_j^\dagger(\omega) a_j - a_j^\dagger b_j(\omega)] d\omega \quad (2.49)$$

e

$$H_{Ia}^j = i\hbar \int_{-\infty}^{\infty} \beta(\omega) [c_j^\dagger(\omega) \sigma_{j-} - \sigma_{j+} c_j(\omega)] d\omega. \quad (2.50)$$

Devido a presença de um campo de bombeio para dentro da cavidade por uma fibra óptica pode-se mudar, de forma conveniente, para o referencial girante com respeito a esse campo, com frequência ω_p , usando a seguinte transformação unitária:

$$H_{eff}^j = U^{j\dagger} H^j U^j - \left\{ \hbar\omega_p a_j^\dagger a_j + \frac{\hbar\omega_p}{2} \sigma_{jz} \right\}, \quad (2.51)$$

sendo que o operador U é dado por

$$U^j = \exp \left\{ -i \left[\omega_p (a_j^\dagger a_j + b_j^\dagger b_j + c_j^\dagger c_j) + \frac{\omega_p}{2} \sigma_{jz} \right] \right\}. \quad (2.52)$$

Ao realizar o produto $U^\dagger H U$, nota-se que os termos a serem calculados se resumem a

$$\begin{aligned}
U^{j\dagger} H^j U^j = & i\hbar\lambda \left\{ \left(e^{i\omega_p a_j^\dagger a_j} a_j e^{-i\omega_p a_j^\dagger a_j} \right) \left(e^{i\omega_p \sigma_{jz}/2} \sigma_{j+} e^{-i\omega_p \sigma_{jz}/2} \right) - c.c. \right\} + \\
& i\hbar \int_{-\infty}^{\infty} \alpha(\omega) \left\{ \left(e^{i\omega_p a_j^\dagger a_j} a_j e^{-i\omega_p a_j^\dagger a_j} \right) \left(e^{i\omega_p b_j^\dagger b_j} b_j^\dagger e^{-i\omega_p b_j^\dagger b_j} \right) - c.c. \right\} d\omega + \\
& i\hbar \int_{-\infty}^{\infty} \beta(\omega) \left\{ \left(e^{i\omega_p a_j^\dagger a_j} a_j e^{-i\omega_p a_j^\dagger a_j} \right) \left(e^{i\omega_p \sigma_{jz}/2} \sigma_{j-} e^{-i\omega_p \sigma_{jz}/2} \right) - c.c. \right\} d\omega,
\end{aligned} \tag{2.53}$$

sendo que c.c. representa o complexo conjugado do termo anterior. Com uso das relações de comutação (2.30) e da relação (de Baker-Campbell-Hausdorff):

$$e^{\alpha \hat{A}} \hat{B} e^{-\alpha \hat{A}} = \hat{B} + \alpha [\hat{A}, \hat{B}] + \frac{\alpha^2}{2!} [\hat{A}, [\hat{A}, \hat{B}]] + \dots, \tag{2.54}$$

obtemos

$$H_{eff}^j = H_{JC}^j + H_{Rc}^j + H_{Ra}^j + H_{Ic}^j + H_{Ia}^j, \tag{2.55}$$

em que H_{JC}^j é o hamiltoniano de Jaynes-Cummings com as seguintes dessintonias

$$H_{JC}^j = \frac{\hbar(\omega_0 - \omega_p)}{2} \sigma_{jz} + \hbar(\omega_c - \omega_p) a_j^\dagger a_j + i\hbar\lambda (a_j \sigma_{j+} - a_j^\dagger \sigma_{j-}). \tag{2.56}$$

Uma vez estabelecido o hamiltoniano efetivo para o sistema átomo-campo com as respectivas interações com os reservatórios citados, podemos agora obter a forma da evolução temporal dos operadores a_j e σ_{j-} nesse referencial. Começando com o operador aniquilação de fótons a_j , temos:

$$\dot{a}_j = \frac{i}{\hbar} [H_{eff}^j, a_j], \tag{2.57}$$

que é a equação de Heisenberg para a evolução temporal do operador a_j . Com o auxílio da relação de comutação da Eq. (2.42), podemos organizar o comutador da expressão acima tal que

$$\dot{a}_j = -i(\omega_c - \omega_p) a_j - \lambda \sigma_{j-} - \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \alpha(\omega) b_j(\omega). \tag{2.58}$$

Fica evidente a dependência dessa expressão com os operadores $b_j(\omega)$. Portanto, de forma semelhante a que fizemos para a_j , podemos obter uma expressão para a evolução de $b_j(\omega)$. Nesse caso, temos

$$\dot{b}_j(\omega) = \frac{i}{\hbar}[H_{eff}^j, b_j(\omega)] = -i\omega b_j(\omega) + \alpha(\omega)a_j. \quad (2.59)$$

Para resolver a equação anterior, começamos reescrevendo-a da seguinte maneira:

$$\frac{d}{dt}(b_j e^{i\omega t}) = \alpha(\omega)a_j(t)e^{i\omega t}. \quad (2.60)$$

Integrando em relação ao tempo, temos

$$(b_j e^{i\omega t})|_{t_0}^t = \alpha(\omega) \int_{t_0}^t a_j(t') e^{i\omega t'} dt', \quad (2.61)$$

que, após a aplicação dos limites, passa a ser dada

$$b_j(\omega) = e^{-i\omega(t-t_0)} b_{j0}(\omega) + \alpha(\omega) \int_{t_0}^t e^{-i\omega(t-t')} a_j(t') dt', \quad (2.62)$$

em que $t_0 < t$ e $b_{j0}(\omega)$ é o valor de $b_j(\omega)$ para $t = t_0$. Por outro lado, se tivermos $t < t_1$, obteremos

$$b_j(\omega) = e^{-i\omega(t-t_1)} b_{j1}(\omega) + \alpha(\omega) \int_t^{t_1} e^{-i\omega(t-t')} a_j(t') dt', \quad (2.63)$$

no qual $b_{j1}(\omega)$ é o valor de $b_j(\omega)$ para $t = t_1$. Nessas equações, t é o tempo de duração da interação entre o fóton de frequência ω_p e o átomo na cavidade. Portanto, podemos definir duas escalas de tempo para o processo de interação: t_0 anterior a t , ou seja, antes de a interação iniciar e, t_1 , após a interação no interior da cavidade.

Inserindo a solução (2.62) em (2.58), temos

$$\begin{aligned} \dot{a}_j = & -(\omega_c - \omega_p)a_j - \lambda\sigma_- - \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \alpha(\omega) e^{-i\omega(t-t_0)} b_{j0}(\omega) \\ & - \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \alpha(\omega)^2 \int_{t_0}^t e^{-i\omega(t-t')} a_j(t') d\omega. \end{aligned} \quad (2.64)$$

Agora assumimos que $\alpha(\omega)$ não varia no intervalo de frequências em torno de ω_c . Isso consiste na primeira aproximação necessária para se obter um processo de Markov. Portanto, colocamos

$$\alpha(\omega)^2 = \kappa/2\pi, \quad (2.65)$$

para obter

$$\begin{aligned} \dot{a}_j = & -(\omega_c - \omega_p)a_j - \lambda\sigma_- - \sqrt{\frac{\kappa}{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega e^{-i\omega(t-t_0)} b_{j0}(\omega) \\ & - \frac{\kappa}{2\pi} \int_{t_0}^t a_j(t') dt' \int_{-\infty}^{\infty} d\omega e^{-i\omega(t-t')}. \end{aligned} \quad (2.66)$$

Definindo um operador de campo de entrada por

$$a_{jen}(t) \equiv \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega e^{-i\omega(t-t_0)} b_{j0}(\omega), \quad (2.67)$$

sabendo que

$$\int_{-\infty}^{\infty} d\omega e^{-i\omega(t-t')} = 2\pi\delta(t-t'), \quad (2.68)$$

e

$$\int_{t_0}^t f(t')\delta(t-t')dt' = \int_t^{t_1} f(t')\delta(t-t')dt' = \frac{1}{2}f(t), \quad (2.69)$$

no intervalo em que $t_0 < t < t_1$, conseguimos obter a evolução de a_j , dada pela seguinte equação

$$\dot{a}_j(t) = - \left[i(\omega_c - \omega_p) + \frac{\kappa}{2} \right] a_j(t) - \lambda\sigma_-(t) - \sqrt{\kappa}a_{jen}(t). \quad (2.70)$$

Portanto, temos a equação de movimento do operador de campo na cavidade ótica. Notamos na Eq. (2.70), que o fator κ está relacionado com a taxa de decaimento do campo na cavidade; este termo vem da interação dos modos a do campo aprisionado na cavidade com os vários b do reservatório H_{Rc} (Eq. (2.47)). Mais especificamente, esse termo vem do hamiltoniano H_{Ic} (Eq. (2.49)).

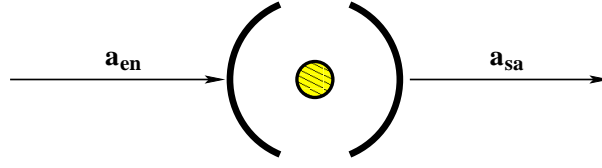


Figura 2.2: Representação esquemática para o processo de entrada e saída de fótons na cavidade óptica.

A Fig. 2.2 exemplifica o esquema de entrada e saída de fótons na cavidade óptica. De forma semelhante, podemos substituir (2.63) em (2.58), para obter outra equação, dada por

$$\dot{a}_j(t) = - \left[i(\omega_c - \omega_p) - \frac{\kappa}{2} \right] a_j(t) - \lambda \sigma_-(t) - \sqrt{\kappa} a_{j\text{sa}}(t), \quad (2.71)$$

na qual o campo de saída é escrito na forma

$$a_{j\text{sa}}(t) \equiv \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega e^{-i\omega(t-t_1)} b_{j1}(\omega). \quad (2.72)$$

Uma relação entre os campos externos e o campo intracavidade pode ser obtida subtraindo (2.71) de (2.70), resultando

$$a_{j\text{sa}}(t) = a_{j\text{en}}(t) + \sqrt{\kappa} a_j(t). \quad (2.73)$$

A Eq. (2.73) é uma condição de contorno relacionando cada uma das amplitudes de saída da cavidade com o seu campo interno. Portanto, termos de interferência entre os campos de entrada e o campo da cavidade, representado por $a_j(t)$, podem contribuir para os campos de saída.

Seguindo um procedimento análogo ao mostrado acima, conseguimos obter a evolução do operador de abaixamento do estado atômico

$$\dot{\sigma}_{j-}(t) = - \left[i(\omega_0 - \omega_p) + \frac{\gamma}{2} \right] \sigma_{j-}(t) - \lambda \sigma_{jz}(t) a_j(t) + \sqrt{\gamma} \sigma_z c_{j\text{en}}(t), \quad (2.74)$$

sendo que $c_{j\text{en}}(t)$ é o campo de entrada do vácuo sentido pelo átomo de dois ou três níveis com relação de comutação $[c_{j\text{en}}(t), c_{j\text{en}}^\dagger(t')] = \delta(t - t')$, e γ é a taxa de

decaimento desse átomo. Este último termo segue da interação do átomo com o reservatório dos modos c_j , dado pelo termo H_{Ia} do hamiltoniano total (Eq. (2.50)).

Uma vez que definimos as taxas de decaimento do campo e do átomo, é conveniente definirmos uma escala de tempo característica para a dinâmica do sistema átomo-campo. A interação é dita estar no limite de acoplamento forte quando $\lambda \gg (\kappa, \gamma)$, em que (κ, γ) representa o maior entre κ e γ . Reciprocamente, temos o limite de acoplamento fraco quando $\lambda \ll (\kappa, \gamma)$. No limite de acoplamento forte, o fóton interage várias vezes com o átomo antes que saia do modo cavidade. Isso torna a emissão de fóton um processo reversível em que o fóton é reabsorvido pelo átomo antes que seja perdido da cavidade. No limite de acoplamento fraco, ao contrário, a emissão do fóton pelo átomo é um processo irreversível, como em uma emissão espontânea no espaço livre normal, mas a taxa é afetada pela cavidade. Nesse regime diz-se que o fator de qualidade da cavidade é baixo, uma vez que está relacionado com κ pela expressão $Q = \omega_c/\kappa$. Esse é o limite que adotaremos na sequência do trabalho e também nos resultados propostos posteriormente.

Retomando as equações (2.70) e (2.74), agora no regime de acoplamento fraco, podemos considerar κ grande o bastante para tornar claro que temos uma excitação fraca pelo pulso de único fóton no átomo preparado inicialmente no estado fundamental (excitação virtual), isto é, consideramos $\langle \sigma_{jz} \rangle \approx -1$ (e $\sigma_{jz}(t)a_j(t) = -a_j(t)$), uma vez que $\sigma_{jz} = |e\rangle\langle e| - |g\rangle\langle g|$. Portanto, o átomo fica em seu estado fundamental na maioria do tempo. Com isso, podemos eliminar adiabaticamente o modo na cavidade. Isso equivale a fazermos $\dot{a}_j = 0$, como demonstrado no Apêndice A.

Agora, se usamos aplicamos $\dot{a}_j = 0$ na Eq. (2.71), chegamos à seguinte expressão

$$\lambda \sigma_{j-}(t) = - \left[i(\omega_c - \omega_p) + \frac{\kappa}{2} \right] a_j(t) - \sqrt{\kappa} a_{jen}(t). \quad (2.75)$$

Portanto, se derivamos com relação ao tempo essa expressão obtemos $\dot{\sigma}_{j-}(t) =$

0, já que $\dot{a}_{jen}(t) = 0$, pois o campo no reservatório, modelado como tendo infinito modos, permanece constante. Se aplicamos esse resultado à Eq. (2.74), multiplicando toda expressão por λ , obtemos

$$- \left[i(\omega_0 - \omega_p) + \frac{\gamma}{2} \right] \lambda \sigma_{j-}(t) + \lambda^2 a_j(t) - \lambda \sqrt{\gamma} \sigma_{jz} c_{jen}(t) = 0. \quad (2.76)$$

Substituindo a Eq. (2.75) na expressão acima e considerando que c_{jen} fornece uma contribuição desprezível (ou seja, campo da cavidade e do reservatório para o átomo inicialmente preparados no vácuo), temos

$$- \left[(\omega_0 - \omega_p) + \frac{\gamma}{2} \right] \left[(\omega_c - \omega_p) + \frac{\kappa}{2} \right] a_j(t) = \sqrt{\kappa} \left[1 - \left[(\omega_0 - \omega_p) + \frac{\gamma}{2} \right] \right] a_{jen}(t). \quad (2.77)$$

Podemos, ainda, considerar esse desenvolvimento no domínio de frequência, fazendo o uso da transformação de Fourier:

$$G(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega t} G(\omega) d\omega. \quad (2.78)$$

Inserindo a dependência na frequência nas últimas etapas e multiplicando toda a expressão 2.77 por $\sqrt{\kappa}$ e substituindo a relação entre os campos internos e externos da cavidade dada pela Eq. (2.73), temos

$$r_j(\omega_p) = \frac{[i(\omega_c - \omega_p) - \frac{\kappa}{2}][i(\omega_0 - \omega_p) + \frac{\gamma}{2}] + \lambda^2}{[i(\omega_c - \omega_p) + \frac{\kappa}{2}][i(\omega_0 - \omega_p) + \frac{\gamma}{2}] + \lambda^2}, \quad (2.79)$$

em que $r_j(\omega_p) = \frac{a_{jsa}(\omega_p)}{a_{jen}(\omega_p)}$ é o coeficiente de reflexão para o sistema átomo-cavidade. Se consideramos, agora, a cavidade vazia, ou seja, $\lambda = 0$ [44], obtemos

$$r_{j0}(\omega_p) = \frac{i(\omega_c - \omega_p) - \frac{\kappa}{2}}{i(\omega_c - \omega_p) + \frac{\kappa}{2}}. \quad (2.80)$$

Essas equações ajustam-se aos resultados obtidos em [30], que lida com um regime considerado de acoplamento fraco, como discutido anteriormente. Além disso, as trocas de fase controladas apresentadas em [39, 40] também podem ser explicadas tomando o caso limite de acoplamento forte nessas expressões, que é

o regime usado nessas referências. Portanto, se $\lambda \gg (\kappa, \gamma)$, $r(\omega_p)$ tende para 1, implicando que o fóton de entrada permanece invariável, ou seja, sua fase não muda ao sair pelo lado parcialmente refletivo da cavidade. Por outro lado, se o fóton de entrada estiver na mesma frequência do modo do campo, ou seja, $\omega_p = \omega_c$, e a diferença entre as frequências da cavidade e do átomo for grande comparada com λ , temos que $r(\omega_p) = -1$, implicando em uma fase adicional π . Desse modo, a troca de fase controlada mostrada em [39, 40] aparece como um caso especial da Eq. (2.79).

De fato, a condição essencial para a Eq. (2.79) é que $\langle \sigma_z \rangle = -1$. Não obstante κ ser grande o bastante, tornando a relação $\langle \sigma_z \rangle = -1$ sempre satisfeita, a Eq. (2.79) valeria bem mesmo se λ é muito maior que κ . Fica claro dessa equação também que é possível encontrar coeficientes de reflexão com ângulos diferentes de 0 e π , conforme mostram as Refs. [28, 29]. Uma dessas possibilidades será discutida nos resultados obtidos em nosso estudo.

2.4.2 Rotação de Faraday na polarização fotônica

O efeito Faraday é a rotação da direção de polarização experimentada pela luz quando esta atravessa um meio transparente sob ação do campo magnético. A rotação de Faraday foi originalmente estudada em um meio ressonante com uma divisão de níveis Zeeman devido a radiação de uma luz linearmente polarizada [47]. O efeito tem sido também observado experimentalmente em nuvens de átomos frios [48]. A Ref. [49] trata da realização experimental de um emaranhamento de longa duração de dois objetos macroscópicos, cada um consistindo de uma amostra de gás de césio contendo em torno de 10^{12} átomos. O emaranhamento é gerado via interação da amostra com um pulso de luz polarizada, que realiza uma medida de Bell não-local nos spins coletivos das amostras. O pulso de luz está relacionado ao efeito Faraday, isto é, está relacionado com a rotação da polarização do feixe de

saída após a interação com os momentos angulares de spin da amostra, submetida a um campo magnético [49].

Para explicar o mecanismo da rotação de Faraday em eletrodinâmica quântica de cavidades, podemos considerar o átomo com a estrutura de níveis mostrada na Fig. 2.1. Vale ressaltar que as rotações de Faraday no contexto de cavidades é uma analogia ao fenômeno discutido no parágrafo anterior, caso em que se considera um meio na presença de um campo magnético. Nesse sentido, considere os estados $|0\rangle$ e $|1\rangle$ que correspondem aos subníveis de Zeeman de um átomo alcalino no estado fundamental degenerado, e $|e\rangle$ é o estado excitado. Supomos que as transições de $|e\rangle \leftrightarrow |0\rangle$ e $|e\rangle \leftrightarrow |1\rangle$ são devidas ao acoplamento dos dois modos degenerados da cavidade a_L e a_R com a polarização circular à esquerda (L) e à direita (R), respectivamente. Se o átomo está inicialmente em $|0\rangle$, a única transição possível é $|0\rangle \leftrightarrow |e\rangle$, implicando que apenas o pulso de fóton único $|L\rangle$ polarizado à esquerda atuará na transição. Da Eq. (2.79) temos que o pulso de saída está relacionado com o pulso de entrada, ω_p , na forma

$$|\Psi_{sa}\rangle_L = r(\omega_p)|L\rangle \approx e^{i\phi}|L\rangle \quad (2.81)$$

em que ϕ é a troca de fase correspondente. Essa fase depende da frequência de transição do átomo ω_0 , da frequência do pulso do fóton inserido ω_p e da frequência do modo aprisionado na cavidade ω_c . Além desses fatores, explícitos na equação para $r(\omega_p)$ da seção anterior, temos que essa troca de fase varia também com os parâmetros relativos às taxas de decaimento do átomo e da cavidade. Esses fatores são ajustados de forma a se obter a desejada rotação. Portanto, se o átomo está em $|0\rangle$, o pulso aplicado polarizado à direita $|R\rangle$ “sente” a cavidade vazia, pois a transição para esse caso só ocorre se o fóton está na polarização $|L\rangle$. Nesse caso, a saída correspondente é governada pela Eq. (2.80)

$$|\Psi_{sa}\rangle_R = r_0(\omega_p)|R\rangle = e^{i\phi_0}|R\rangle, \quad (2.82)$$

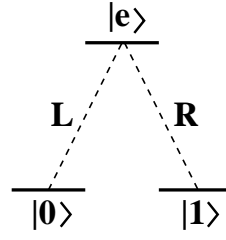


Figura 2.3: Configuração atômica do átomo de três níveis aprisionado em uma cavidade de baixo fator de qualidade Q .

sendo que $e^{i\phi_0}$ pode ser diferente de $e^{i\phi}$, já que $r_0(\omega_p)$ e $r(\omega_p)$ não são necessariamente iguais. Conseqüentemente, para um pulso de fóton polarizado linearmente, $|\Psi_{en}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|L\rangle + |R\rangle)$, o pulso de saída é

$$|\Psi_{sa}\rangle_- = \frac{1}{\sqrt{2}}(e^{i\phi}|L\rangle + e^{i\phi_0}|R\rangle), \quad (2.83)$$

caso o átomo esteja no estado $|0\rangle$. Similarmente, se o átomo está inicialmente em $|1\rangle$, então apenas o fóton circularmente polarizado R “sentiria” a presença do átomo. Nesse caso, o fóton polarizado circularmente L que “sente” a cavidade vazia. Desse modo, teremos

$$|\Psi_{sa}\rangle_+ = \frac{1}{\sqrt{2}}(e^{i\phi_0}|L\rangle + e^{i\phi}|R\rangle). \quad (2.84)$$

Uma vez estabelecido o entendimento das rotações de Faraday fotônicas, podemos partir para a geração de estados emaranhados nesse regime de cavidades ópticas de baixo fator de qualidade. No próximo capítulo, mostraremos a possibilidade de realizar tarefas de processamento de informação quântica, tais como a troca de emaranhamento e o teletransporte, discutidos no próximo capítulo.

Capítulo 3

Protocolos usando RFF

Neste capítulo, com o uso de RFF, estudamos a geração de estados atômicos emaranhados em cavidades ópticas de baixo fator de qualidade separadas espacialmente. Seguem desse ponto, os resultados que obtivemos usando as RFF. O primeiro deles é a troca de emaranhamento, cuja definição também é abordada. Em seguida, após apresentarmos o protocolo original de teletransporte, aplicamos a rotação de Faraday para obter o teletransporte controlado (TC) de estados de superposição, o teletransporte parcial controlado (TPC) e, finalmente, o TC de estados emaranhados.

3.1 Emaranhamento

Considere um sistema quântico composto pelos subsistemas \mathcal{A} e \mathcal{B} , cujos espaços de Hilbert associados são \mathcal{H}_A e \mathcal{H}_B , respectivamente. Um estado puro $|\psi\rangle \in \mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B$ é dito separável se puder ser expresso como:

$$|\psi\rangle = |\psi_A\rangle \otimes |\psi_B\rangle, \quad (3.1)$$

sendo $|\psi_A\rangle \in \mathcal{H}_A$ e $|\psi_B\rangle \in \mathcal{H}_B$. Um exemplo de estado separável é o estado $|\psi\rangle = |00\rangle = |0\rangle \otimes |0\rangle$. Exemplos de estados emaranhados são os chamados estados de Bell:

$$|\phi^\pm\rangle = \frac{(|00\rangle \pm |11\rangle)}{\sqrt{2}} \quad (3.2)$$

e

$$|\psi^\pm\rangle = \frac{(|01\rangle \pm |10\rangle)}{\sqrt{2}}. \quad (3.3)$$

Note que esses quatro estados formam uma base ortonormal dos subsistemas \mathcal{A} e \mathcal{B} , a chamada base de Bell. É interessante notar que não há sentido falar no estado de cada sub-sistema, fato que contrasta claramente com o mecânica clássica, em que sempre podemos considerar estados individuais de cada parte do sistema em qualquer situação. Isto é, onde conhecer o todo implica em conhecer as partes.

3.2 Geração de pares EPR usando RFF

Usando a rotação de Faraday discutida no capítulo anterior, pode-se gerar um emaranhamento entre estados de átomos em cavidades separadas espacialmente [28]. Para emaranhar estados de átomos confinados nessas cavidades, consideramos as estruturas de níveis atômicos da forma mostrada na Fig. 2.3, e a esquematização das cavidades da forma da Fig. 3.1. Um único fóton é bombeado pela fonte (PS) para dentro da cavidade 1, onde ocorre uma rotação de Faraday como resultado da interação com o átomo 1 lá inserido. Em seguida, o fóton sai dessa cavidade por uma fibra ótica, através da qual entra na cavidade 2, onde ocorre outra rotação de Faraday fotônica, via interação com o átomo 2. Ao sair desta última cavidade, outra fibra ótica coduz esse fóton em direção à uma placa de quarto de onda (QWP). Após a placa, o detector de fótons (PD) realiza a medida do estado de polarização do fóton.

Matematicamente, considere que o fóton inserido na primeira cavidade encontra-se em uma superposição de polarizações para a esquerda e para a direita, isto é, $|\Psi_{en}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|L\rangle + |R\rangle)$. Suporemos que os dois átomos estão nas superposições

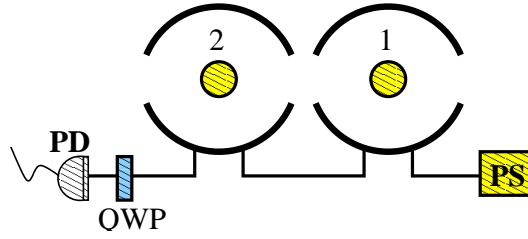


Figura 3.1: Representação esquemática para a geração de pares EPR. PS é a fonte de fótons e 1 e 2 representam os átomos aprisionados nas cavidades. QWP é uma placa de quarto de onda, e PD é um fotodetector de polarização.

arbitrárias

$$|\psi_1\rangle = \alpha_1|0\rangle_1 + \beta_1|1\rangle_1,$$

$$|\psi_2\rangle = \alpha_2|0\rangle_2 + \beta_2|1\rangle_2,$$

(3.4)

sendo que $|\alpha_i|^2 + |\beta_i|^2 = 1$, com $i = 1, 2$.

Para simplificar a abordagem, antes de o fóton entrar em na cavidade 1, podemos representar o estado do sistema átomo 1 -fóton por

$$|\psi_{en}\rangle \otimes |\psi_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(\alpha_1|L\rangle|0\rangle_1 + \beta_1|L\rangle|1\rangle_1 + \alpha_1|R\rangle|0\rangle_1 + \beta_1|R\rangle|1\rangle_1). \quad (3.5)$$

A rotação de Faraday na cavidade 1 leva o sistema a:

$$|\delta\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(\alpha_1 e^{i\phi}|L\rangle|0\rangle_1 + \beta_1 e^{i\phi_0}|L\rangle|1\rangle_1 + \alpha_1 e^{i\phi_0}|R\rangle|0\rangle_1 + \beta_1 e^{i\phi}|R\rangle|1\rangle_1), \quad (3.6)$$

de acordo com o Capítulo 2. Esta expressão pode ser reescrita da seguinte maneira

$$|\delta\rangle = \alpha_1|0\rangle_1|\Psi_{sa}\rangle_- + \beta_1|1\rangle_1|\Psi_{en}\rangle_+, \quad (3.7)$$

que evidencia o emaranhamento existente entre os qubits fotônico e atômico, resultado das diferentes rotações de Faraday, devido ao fato de ϕ e ϕ_0 não serem necessariamente iguais. Para facilitar o entendimento das etapas posteriores, antes

de o fóton entrar na cavidade 2, podemos escrever agora o estado todo na forma

$$\begin{aligned}
|\delta\rangle \otimes |\psi_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \bigg\{ & \alpha_1\alpha_2 e^{i\phi} |L\rangle |0\rangle_1 |0\rangle_2 + \alpha_1\beta_2 e^{i\phi} |L\rangle |0\rangle_1 |1\rangle_2 \\
& + \beta_1\alpha_2 e^{i\phi_0} |L\rangle |1\rangle_1 |0\rangle_2 + \beta_1\beta_2 e^{i\phi_0} |L\rangle |1\rangle_1 |1\rangle_2 \\
& + \alpha_1\alpha_2 e^{i\phi_0} |R\rangle |0\rangle_1 |0\rangle_2 + \alpha_1\beta_2 e^{i\phi_0} |R\rangle |0\rangle_1 |1\rangle_2 \\
& + \beta_1\alpha_2 e^{i\phi} |R\rangle |1\rangle_1 |0\rangle_2 + \beta_1\beta_2 e^{i\phi} |R\rangle |1\rangle_1 |1\rangle_2 \bigg\}. \quad (3.8)
\end{aligned}$$

Após a rotação na polarização fotônica na cavidade 2, esse sistema evolui, tal que passa a ser escrito como

$$\begin{aligned}
|\delta_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \bigg\{ & \alpha_1\alpha_2 e^{i(\phi+\phi')} |L\rangle |0\rangle_1 |0\rangle_2 + \alpha_1\beta_2 e^{i(\phi+\phi')} |L\rangle |0\rangle_1 |1\rangle_2 \\
& + \beta_1\alpha_2 e^{i(\phi_0+\phi')} |L\rangle |1\rangle_1 |0\rangle_2 + \beta_1\beta_2 e^{i(\phi_0+\phi')} |L\rangle |1\rangle_1 |1\rangle_2 \\
& + \alpha_1\alpha_2 e^{i(\phi_0+\phi')} |R\rangle |0\rangle_1 |0\rangle_2 + \alpha_1\beta_2 e^{i(\phi_0+\phi')} |R\rangle |0\rangle_1 |1\rangle_2 \\
& + \beta_1\alpha_2 e^{i(\phi+\phi')} |R\rangle |1\rangle_1 |0\rangle_2 + \beta_1\beta_2 e^{i(\phi+\phi')} |R\rangle |1\rangle_1 |1\rangle_2 \bigg\}. \quad (3.9)
\end{aligned}$$

Se ajustarmos a frequência do pulso de entrada para $\omega_p = \omega_c - \kappa/2$, $\lambda = \kappa/2$ e $\omega_0 = \omega_c$, da Eq. (2.79) temos

$$r_j(\omega_p) = \frac{(i-1)(i+\gamma/\kappa)+1}{(i+1)(i+\gamma/\kappa)+1}. \quad (3.10)$$

Usando os valores obtidos experimentalmente na Ref. [30], isto é, $\kappa = 165$ MHz e $\gamma = 2.6$ MHz, podemos considerar que $\kappa \gg \gamma$, o que nos conduz a $r_j = -1$, indicando um ganho de fase dado por $\phi = \pi$. Para r_{0j} , da Eq. (2.80), obtemos

$$r_{0j}(\omega_p) = \frac{(i-1)}{(i+1)} = i, \quad (3.11)$$

e, portanto, $\phi_0 = \pi/2$. Estendendo esse resultado para ϕ' e ϕ'_0 , ou seja, fazendo $\phi = \phi' = \pi$ e $\phi_0 = \phi'_0 = \pi/2$, podemos reescrever a Eq. (3.9) na forma

$$\begin{aligned}
|\delta_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \bigg\{ & \alpha_1\alpha_2 (|L\rangle - |R\rangle) |0\rangle_1 |0\rangle_2 - i\alpha_1\beta_2 (|L\rangle + |R\rangle) |0\rangle_1 |1\rangle_2 \\
& - i\beta_1\alpha_2 (|L\rangle + |R\rangle) |1\rangle_1 |0\rangle_2 - \beta_1\beta_2 (|L\rangle - |R\rangle) |1\rangle_1 |1\rangle_2 \bigg\}. \quad (3.12)
\end{aligned}$$

Em seguida, o fóton é refletido para fora da cavidade 2 e atravessa a placa de quarto de onda. Essa placa realiza as seguintes operações sobre a polarização do fóton

$$(|L\rangle + |R\rangle)\sqrt{2} \rightarrow |L\rangle, \quad (3.13)$$

$$(|L\rangle - |R\rangle)\sqrt{2} \rightarrow |R\rangle. \quad (3.14)$$

Desse modo, o estado do sistema evolui para

$$\begin{aligned} |\delta_2\rangle = & |R\rangle(\alpha_1\alpha_2|0\rangle_1|0\rangle_2 - \beta_1\beta_2|1\rangle_1|1\rangle_2) \\ & - i|L\rangle(\alpha_1\beta_2|0\rangle_1|1\rangle_2 + \beta_1\alpha_2|1\rangle_1|0\rangle_2). \end{aligned} \quad (3.15)$$

Podemos considerar, por exemplo, a detecção do fóton no estado $|L\rangle$, projetando o estado atômico em

$$|\Phi\rangle_{12} = \frac{1}{N_1}(\alpha_1\beta_2|0\rangle_1|1\rangle_2 + \beta_1\alpha_2|1\rangle_1|0\rangle_2), \quad (3.16)$$

em que N_1 é uma constante de normalização. Por outro lado, se considerarmos a detecção em $|R\rangle$, temos

$$|\Phi'\rangle_{12} = \frac{1}{N_2}(\alpha_1\alpha_2|0\rangle_1|0\rangle_2 - \beta_1\beta_2|1\rangle_1|1\rangle_2), \quad (3.17)$$

sendo N_2 uma outra constante de normalização. Ambas equações, (3.16) e (3.17), representam um estado emaranhado entre os átomos 1 e 2, separados espacialmente um do outro.

A Ref. [28] mostra como realizar algumas tarefas em processamento de informação quântica usando esses estados emaranhados de qubits atômicos. Nesse trabalho, evidencia-se a possibilidade de converter emaranhamento de estados atômicos para qubits fotônicos. Dessa forma, o esquema criaria uma fonte de fótons emaranhados. Outro esquema, mostrado na Ref. [28], leva a uma transferência de estado de qubit fotônico para qubit atômico via emaranhamento. Por último, outra proposta é a transferência de estado de um qubit atômico para outro átomo, também usando o emaranhamento apresentado acima.

3.3 Troca de emaranhamento

O protocolo de troca de emaranhamento foi inicialmente proposto por Żukowski *et. al.* [50]. Esse protocolo pode ser também interpretado como teletransporte de estado emaranhado, desde que os estados apresentem coeficientes desconhecidos. O objetivo é emaranhar dois qubits de partículas que nunca interagiram entre si. Isso difere do caso atual, que para estabelecer emaranhamento quântico entre estados de partículas, elas devem ser coletadas da mesma fonte [51, 52], como no caso de emaranhamento de fótons gêmeos, ou fazê-las interagirem entre si [53] e então obter o estado emaranhado depois de uma conveniente evolução temporal. O esquema para essa tarefa de troca de emaranhamento é ilustrado na Fig. 3.2. Suponha que Alice (A) e Charlie (C) compartilhem um estado emaranhado, dito $|\psi^+\rangle_{12}$. Esse é um dos estados da base de Bell da Eq. (3.3).

Assim, Alice possui a partícula 1 desse par, por exemplo, e Charlie a partícula 2. Agora, considere que Bob (B) também compartilhe com Charlie um estado emaranhado da mesma forma que o anterior, dado por $|\psi^+\rangle_{34}$. Charlie possui então as partículas 2 e 3. O estado global do sistema pode ser escrito como:

$$\left(\frac{|0_A\rangle|1_C\rangle + |1_A\rangle|0_C\rangle}{\sqrt{2}} \right) \otimes \left(\frac{|0_C\rangle|1_B\rangle + |1_C\rangle|0_B\rangle}{\sqrt{2}} \right) = |\psi^+\rangle_{12} \otimes |\psi^+\rangle_{34}. \quad (3.18)$$

A troca de emaranhamento se realiza da seguinte maneira: Charlie realiza uma medida sobre os dois qubits que ficaram com ele (2 e 3) em termos da base de Bell. Dependendo do resultado da medida feita por Charlie, o estado do qubit 1 e do qubit 4 poderão colapsar para um dos quatro estados possíveis:

$$|00\rangle \rightarrow |\phi^+\rangle_{14} = \frac{(|0_A\rangle|0_B\rangle + |1_A\rangle|1_B\rangle)}{\sqrt{2}}, \quad (3.19)$$

$$|01\rangle \rightarrow |\psi^+\rangle_{14} = \frac{(|0_A\rangle|1_B\rangle + |1_A\rangle|0_B\rangle)}{\sqrt{2}}, \quad (3.20)$$

$$|10\rangle \rightarrow |\phi^-\rangle_{14} = \frac{(|0_A\rangle|0_B\rangle - |1_A\rangle|1_B\rangle)}{\sqrt{2}}, \quad (3.21)$$

$$|11\rangle \rightarrow |\psi^-\rangle_{14} = \frac{(|0_A\rangle|1_B\rangle - |1_A\rangle|0_B\rangle)}{\sqrt{2}}. \quad (3.22)$$

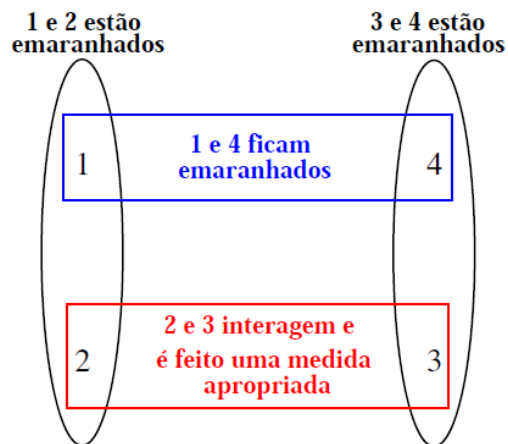


Figura 3.2: Esquema representativo da troca de emaranhamento quântico.

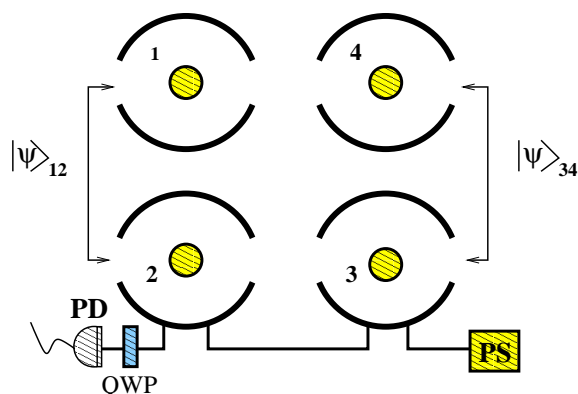


Figura 3.3: Troca de emaranhamento quântico dos estados de átomos aprisionados em cavidades ópticas.

Em todas as quatro possibilidades, os qubits 1 e 4, que nunca interagiram entre si em nenhum momento do protocolo, ficarão em um estado maximamente emaranhados. Note que Alice e Bob não sabem qual estado emaranhado possuem. Isso é esquematizado na Fig. 3.2. A Fig. 3.3 ilustra um dos esquemas que propomos para a troca de emaranhamento no contexto de cavidades ópticas usando as RFF. Nesse caso, as medidas são feitas nos estados dos átomos 2 e 3, e é necessário o resultado da medida da polarização do fóton, que é fornecido pelo fotodetector PD. Na próxima seção isso será mais detalhado.

Como a transmissão de qubits por meios físicos reais através de grandes distâncias está sempre limitada pelos efeitos da descoerência, a troca de emaranhamento aparece como um importante protocolo que permite emaranhar qubits separados por grandes distâncias. Como um exemplo, no âmbito experimental, temos a realização da troca de emaranhamento efetuada a grandes distâncias em fibras ópticas [31]. Nesse caso, dois fótons separados por mais de 2 km de fibras ópticas são emaranhados, embora nunca tivessem interagido antes. No contexto da desigualdade de Bell, a troca de emaranhamento pode ser utilizada para testar o realismo local entre

partículas remotamente separadas. Em 2002, Jenewein *et al.* [54], realizaram um experimento em que dois fótons originados de fontes independentes foram emaranhados e a violação da desigualdade de Bell entre eles foi observada.

Em 2003, troca de emaranhamento foi realizada experimentalmente no contexto de ressonância magnética nuclear, sendo feita em um qubit quádruplo no estado líquido [55]. Em 2004, troca de emaranhamento usando variáveis contínuas foi também realizada experimentalmente [56]. Motivados por tais aplicações, propomos a troca de emaranhamento no contexto de cavidades ópticas de baixo-Q, usando três e quatro cavidades, levando em consideração as RFF.

3.3.1 Troca de emaranhamento usando RFF

Nesta seção consideramos dois esquemas, usando três e quatro cavidades, respectivamente, com o auxílio de um fóton polarizado.

Caso # 1 - Primeiramente, consideramos o estado previamente emaranhado dos átomos confinados na cavidades A e B, escrito da forma

$$|\psi\rangle_{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle_{AB} + |10\rangle_{AB}). \quad (3.23)$$

Esse emaranhamento entre estados atômicos pode ser gerado usando as RFF, conforme apresentado na Seção 3.2. A interação de um fóton linearmente polarizado no estado $|\psi\rangle_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(|L\rangle_1 + |R\rangle_1)$ com um átomo de três níveis preparado previamente no estado $|\psi\rangle_C = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle_C + |1\rangle_C)$, produz o seguinte estado

$$|\psi_1\rangle \otimes |\psi_2\rangle = \frac{1}{2}(|L0\rangle_C + |L1\rangle_C + |R0\rangle_C + |R1\rangle_C). \quad (3.24)$$

Na cavidade C, esse sistema evolui, após uma rotação de Faraday, para este outro estado

$$|\psi\rangle = \frac{1}{2}(e^{i\phi}|L0\rangle_C + e^{i\phi_0}|L1\rangle_C + e^{i\phi_0}|R0\rangle_C + e^{i\phi}|R1\rangle_C), \quad (3.25)$$

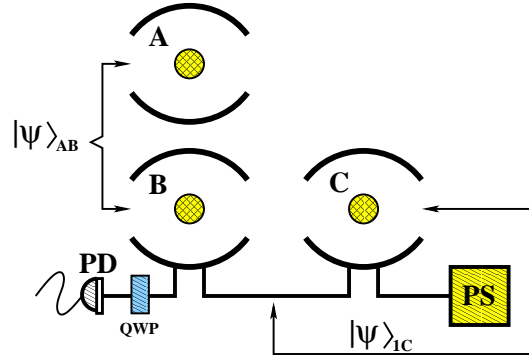


Figura 3.4: Diagrama esquemático da troca de emaranhamento para o caso 1 usando átomos de três níveis aprisionados nas cavidades A , B , e C , uma fonte de único fóton (PS), uma placa de quarto de onda (QWP), e um fotodetector de polarização (PD).

que pode ser reescrito na forma

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle_C|\Psi_{sa}\rangle_- + |1\rangle_C|\Psi_{sa}\rangle_+), \quad (3.26)$$

mostrando um emaranhamento entre os qubits atômico e fotônico devido as rotações de Faraday. Esse esquema é ilustrado na Fig. 3.4.

O fóton que sai de C interage com o átomo aprisionado em B . Nessa cavidade, ao ganhar uma rotação de Faraday devido a interação, o estado do sistema evolui para

$$\begin{aligned} |\psi'\rangle = & \frac{1}{2\sqrt{2}} \left[|00\rangle_{AC}(e^{i(\phi+\phi_0)}|L\rangle_1 + e^{i(\phi+\phi_0)}|R\rangle_1)|1\rangle_B \right. \\ & + |01\rangle_{AC}(e^{2i\phi_0}|L\rangle_1 + e^{2i\phi}|R\rangle_1)|1\rangle_B \\ & + |10\rangle_{AC}(e^{2i\phi}|L\rangle_1 + e^{2i\phi_0}|R\rangle_1)|0\rangle_B \\ & \left. + |11\rangle_{AC}(e^{i(\phi+\phi_0)}|L\rangle_1 + e^{i(\phi+\phi_0)}|R\rangle_1)|0\rangle_B \right]. \end{aligned} \quad (3.27)$$

Ainda em B , aplica-se em seguida uma operação Hadamard no átomo e no fóton. Para realizar essa operação no átomo, aplica-se um pulso de laser que leva às seguintes evoluções

$$\begin{aligned} |0\rangle_B & \rightarrow \frac{|0\rangle_B + |1\rangle_B}{\sqrt{2}}, \\ |1\rangle_B & \rightarrow \frac{|0\rangle_B - |1\rangle_B}{\sqrt{2}}. \end{aligned} \quad (3.28)$$

Usando a configuração Raman, a operação Hadamard no átomo pode ser realizada usando dois feixes de laser dessintonizados de $|0\rangle \leftrightarrow |e\rangle$ e $|1\rangle \leftrightarrow |e\rangle$ com o átomo. No caso do fóton, essa operação é realizada usando uma placa de quarto de onda (QWP) colocada na saída da cavidade B, conforme Fig. 3.4, tal que

$$\begin{aligned} |L\rangle &\rightarrow \frac{|L\rangle + |R\rangle}{\sqrt{2}}, \\ |R\rangle &\rightarrow \frac{|L\rangle - |R\rangle}{\sqrt{2}}. \end{aligned} \quad (3.29)$$

Em seguida, após a escolha $\phi = \pi$ e $\phi_0 = \pi/2$ (Eqs. 3.10 e 3.11, respectivamente), obtemos o estado

$$\begin{aligned} |\psi''\rangle &= \frac{1}{2\sqrt{2}} [-i|L0\rangle_{1B}(|00\rangle_{AC} + |11\rangle_{AC}) \\ &+ i|L1\rangle_{1B}(|00\rangle_{AC} - |11\rangle_{AC}) \\ &- |R0\rangle_{1B}(|01\rangle_{AC} - |10\rangle_{AC}) \\ &+ |R1\rangle_{1B}(|01\rangle_{AC} + |10\rangle_{AC})]. \end{aligned} \quad (3.30)$$

Essa escolha é possível uma vez que podemos ajustar o pulso de entrada para $\omega_p = \omega_c - \kappa/2$, com $g = \kappa/2$ e $\omega_0 = \omega_c$, como fizemos na geração de pares EPR. Também nesta seção, consideramos que as fases adicionadas após a rotação de Faraday eram as mesmas nas cavidades. Finalmente, uma detecção apropriada no estado do átomo na cavidade B e no fóton polarizado permitem a conclusão da troca de emaranhamento. Essa medida dos estados atômicos pode ser realizada por um laser ressonante. Por exemplo, após bombearmos, no átomo, um laser polarizado em L, o fóton emerge da cavidade deixando o átomo na cavidade no estado $|0\rangle$. Por outro lado, se o feixe do laser estiver em R, o átomo estará no estado $|1\rangle$.

Na Tabela I, temos as operações a serem realizadas sobre a partícula A para recuperarmos um estado do tipo: $\frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle_{AC} + |10\rangle_{AC})$, que tem a mesma forma que aquele da Eq. (3.23) compartilhado inicialmente pelos átomos das cavidades A e B. Portanto, se o fóton que sai da cavidade B tem a polarização $|L\rangle$ e o átomo nessa

MEAF	RTE	OA
$ L0\rangle_{1B}$	$ 00\rangle_{AC} + 11\rangle_{AC}$	σ_x
$ L1\rangle_{1B}$	$ 00\rangle_{AC} - 11\rangle_{AC}$	$\sigma_x\sigma_z$
$ R0\rangle_{1B}$	$ 01\rangle_{AC} - 10\rangle_{AC}$	σ_z
$ R1\rangle_{1B}$	$ 01\rangle_{AC} + 10\rangle_{AC}$	\mathbb{I}

Tabela 3.1: Rotações atômicas completando a troca de emaranhamento para o caso 1. A primeira coluna representa a medida no átomo B e nos estados do fóton (MEAF). A segunda coluna é o resultado da troca de emaranhamento (RTE), enquanto que a terceira é a operação atômica (OA) considerando o átomo A (local) representado pelos operadores de Pauli com \mathbb{I} sendo o operador identidade.

mesma cavidade for detectado no estado $|0\rangle$, será necessária uma operação do tipo σ_x . Agora, se o estado do fóton estiver em $|L\rangle$ e o átomo em $|1\rangle$, será necessária a sequência de operações: $\sigma_x\sigma_z$. Por outro lado, se o conjunto átomo B e fóton estão no estado $|R0\rangle_{1B}$, é necessária uma operação σ_z . Por último, se esse conjunto estiver no estado $|R1\rangle_{1B}$, não é necessária operação adicional. Essas rotações para completar a troca de emaranhamento podem ser realizadas utilizando um pulso π de laser de microondas [32]. Note que cada medida da polarização do fóton e do estado do átomo da cavidade, faz com que o estado do sistema AC colapse em um dos estados de Bell, como representado pela parte RTE da Tabela 3.1. Ao realizar cada uma das operações unitárias sobre o átomo A, obtemos que AC vai para o mesmo estado de Bell.

Caso # 2 - Neste exemplo, começamos com dois pares de átomos, separados nas cavidades A, B, C e D, previamente preparados nos estados emaranhados:

$$\begin{aligned}
|\psi\rangle_{AB} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle_{AB} + |10\rangle_{AB}), \\
|\psi\rangle_{CD} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle_{CD} + |10\rangle_{CD}).
\end{aligned} \tag{3.31}$$

Esse esquema é resumido na Fig. 3.5.

Primeiramente, um fóton auxiliar é enviado para interagir com o átomo confinado na cavidade D, de tal forma que, após uma rotação de Faraday, teremos o

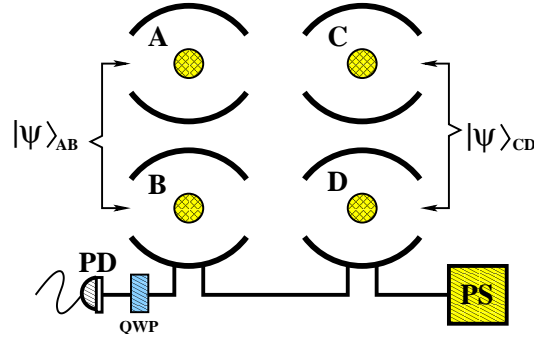


Figura 3.5: Diagrama esquemático da troca de emaranhamento para o caso 2, usando a mesma notação da Fig. 3.4, com um átomo adicional confinado na cavidade D .

estado

$$|\varphi\rangle = \frac{1}{2}(|01\rangle_{AB} + |10\rangle_{AB}) \otimes (|01\rangle_{CD}|\Psi_1\rangle_+ + |10\rangle_{CD}|\Psi_1\rangle_-), \quad (3.32)$$

no qual

$$\begin{aligned} |\Psi_1\rangle_- &= \frac{1}{\sqrt{2}}(e^{i\phi}|L\rangle_1 + e^{i\phi_0}|R\rangle_1) \\ |\Psi_1\rangle_+ &= \frac{1}{\sqrt{2}}(e^{i\phi_0}|L\rangle_1 + e^{i\phi}|R\rangle_1). \end{aligned} \quad (3.33)$$

Em seguida, aplica-se uma operação Hadamard no átomo D , levando o estado do sistema para

$$\begin{aligned} |\varphi'\rangle &= \frac{1}{4} [e^{i\phi_0}|L010\rangle_{ABC}(|0\rangle_D - |1\rangle_D) + e^{i\phi}|L011\rangle_{ABC}(|0\rangle_D + |1\rangle_D) \\ &+ e^{i\phi}|R010\rangle_{ABC}(|0\rangle_D - |1\rangle_D) + e^{i\phi_0}|R011\rangle_{ABC}(|0\rangle_D + |1\rangle_D) \\ &+ e^{i\phi_0}|L100\rangle_{ABC}(|0\rangle_D - |1\rangle_D) + e^{i\phi}|L101\rangle_{ABC}(|0\rangle_D + |1\rangle_D) \\ &+ e^{i\phi}|R100\rangle_{ABC}(|0\rangle_D - |1\rangle_D) + e^{i\phi_0}|R101\rangle_{ABC}(|0\rangle_D + |1\rangle_D)]. \end{aligned} \quad (3.34)$$

Na sequência, o fóton que saiu da cavidade D é enviado para interagir com o átomo na cavidade B , na qual ocorre outra rotação de Faraday. Logo após um tempo necessário para o fóton escapar dessa cavidade, é realizada uma operação

Hadamard no átomo B e no fóton tal que

$$\begin{aligned}
|\varphi''\rangle = & \frac{1}{8} \left\{ [(e^{2i\phi} + e^{2i\phi_0})|L\rangle_1 - (e^{2i\phi} - e^{2i\phi_0})|R\rangle_1] |00\rangle_{AC} \right. \\
& \times (|00\rangle_{BD} - |01\rangle_{BD} - |10\rangle_{BD} + |11\rangle_{BD}) \\
& + [(e^{2i\phi} + e^{2i\phi_0})|L\rangle_1 + (e^{2i\phi} - e^{2i\phi_0})|R\rangle_1] |11\rangle_{AC} \\
& \times (|00\rangle_{BD} + |01\rangle_{BD} + |10\rangle_{BD} + |11\rangle_{BD}) \\
& + 2e^{i(\phi+\phi_0)} |L\rangle_1 |01\rangle_{AC} (|00\rangle_{BD} + |01\rangle_{BD} - |10\rangle_{BD} - |11\rangle_{BD}) \\
& \left. + 2e^{i(\phi+\phi_0)} |L\rangle_1 |10\rangle_{AC} (|00\rangle_{BD} - |01\rangle_{BD} + |10\rangle_{BD} - |11\rangle_{BD}) \right\}, \quad (3.35)
\end{aligned}$$

e com a escolha única $\phi = \pi$ e $\phi_0 = \pi/2$, teremos

$$\begin{aligned}
|\varphi'''\rangle = & \frac{1}{4} [|R00\rangle_{BD} (|11\rangle_{AC} - |00\rangle_{AC}) + |R01\rangle_{BD} (|11\rangle_{AC} + |00\rangle_{AC}) \\
& + |R10\rangle_{BD} (|11\rangle_{AC} + |00\rangle_{AC}) + |R11\rangle_{BD} (|11\rangle_{AC} - |00\rangle_{AC}) \\
& - i|L00\rangle_{BD} (|01\rangle_{AC} + |10\rangle_{AC}) - i|L01\rangle_{BD} (|01\rangle_{AC} - |10\rangle_{AC}) \\
& + i|L10\rangle_{BD} (|01\rangle_{AC} - |10\rangle_{AC}) + i|L11\rangle_{BD} (|01\rangle_{AC} + |10\rangle_{AC})] . \quad (3.36)
\end{aligned}$$

Portanto, com uma detecção de polarização do fóton e medidas atômicas separadas nos átomos B e D, concluímos a troca de emaranhamento com o uso das rotações de Faraday, após a realização das operações necessárias sobre o átomo A para que se obtenha um dos estados da Eq. (3.31) (ver Tabela 3.2).

Até aqui, apresentamos dois protocolos para troca de emaranhamento de estados atômicos em CQED usando RFF (casos #1 e #2). Consideramos apenas as excitações virtuais dos átomos nas cavidades de baixo-Q, fotodetectores ideais e fibras sem absorção. Porém, na prática existem imperfeições experimentais devido a perda de fótons e ineficiência nos detectores, tornando probabilísticos os protocolos aqui sugeridos. Nesse sentido, podemos estimar a probabilidade de sucesso dos esquemas levando em conta as perdas mencionadas acima, baseando-nos na Ref. [32]. Especificamente, podemos atribuir ao acoplamento e à transmissão de fóton através de um único modo da fibra ótica uma probabilidade $T_f = 0, 2$, e à transmissão de

MEAF	RTE	OA
$ R00\rangle_{BD}$	$ 11\rangle_{AC} - 00\rangle_{AC}$	$\sigma_z \sigma_x$
$ R01\rangle_{BD}$	$ 11\rangle_{AC} + 00\rangle_{AC}$	σ_x
$ R10\rangle_{BD}$	$ 11\rangle_{AC} + 00\rangle_{AC}$	σ_x
$ R11\rangle_{BD}$	$ 11\rangle_{AC} - 00\rangle_{AC}$	$\sigma_z \sigma_x$
$ L00\rangle_{BD}$	$ 01\rangle_{AC} + 10\rangle_{AC}$	\mathbb{I}
$ L01\rangle_{BD}$	$ 01\rangle_{AC} - 10\rangle_{AC}$	σ_z
$ L10\rangle_{BD}$	$ 01\rangle_{AC} - 10\rangle_{AC}$	σ_z
$ L11\rangle_{BD}$	$ 01\rangle_{AC} + 10\rangle_{AC}$	\mathbb{I}

Tabela 3.2: Rotações atômicas completando o procedimento para a troca de emaranhamento no caso 2. A primeira coluna representa a medida nos átomos BD mais o estado do fóton (MEAF). A segunda coluna é o resultado da troca de emaranhamento (RTE), enquanto que a terceira representa a operação atômica (OA) para o átomo A (local).

cada fóton através de outros componentes óticos, um valor $T_0 = 0,95$. Podemos ainda estimar a fração de fótons com polarização correta como sendo $p_\pi = 0,5$, a eficiência quântica do detector de único fóton como $\eta = 0,15$ e o ângulo sólido da coleta de luz como $\Delta\Omega/4\pi = 0,02$. Reforçamos que esses valores estimados são os mesmos considerados na Ref. [32]. Desse modo, a probabilidade de sucesso total pode ser estimada por

$$P = p_{Bell} \times T_f \times T_0 \times p_\pi \times \eta \times \Delta\Omega/4\pi \approx 7,125 \times 10^{-5}, \quad (3.37)$$

considerando $p_{Bell} = 0,25$ como a probabilidade da medida do estado de Bell ideal sem necessidade de rotações adicionais. Essa é a probabilidade de que um único evento, com um único fóton no processo, termine na troca de emaranhamento desejada. Nesse caso, para realizar o protocolo com sucesso, precisaríamos de ≈ 14035 eventos. Consideramos aqui uma fonte com uma taxa de emissão de 75 KHz, como mostrada em Ref. [32], isto é, 75000 eventos a cada segundo. Estimamos o tempo para realização da troca de emaranhamento dado por $\approx 0,19$ s. No entanto, a perda de fótons em nossos esquemas não afeta a fidelidade, uma vez que os átomos são apenas virtualmente excitados.

3.4 Teletransporte

O primeiro teletransporte de estados quânticos foi proposto por Bennett *et al.* [9], em 1993. O processo consiste em transferir informação de estados quânticos, usualmente armazenada em uma partícula ou fóton (ou conjunto de fótons), para outra partícula em outro lugar via emaranhamento quântico. Nesse processo não há transporte de matéria ou energia e nem transmissão de informação com velocidade superior à velocidade da luz no vácuo. Uma característica interessante do teletransporte quântico é que ele permite também transmitir informação de uma superposição de estados quânticos, constituindo-se numa ferramenta muito importante e útil para o desenvolvimento da computação [57] e comunicação quânticas [58].

Em seguida, vamos resumir o processo de teletransporte da Ref. [9]. Para isso, suponha que no processo existam duas partes envolvidas: Alice (A), o remetente, e Bob (B), o destinatário. Suponha que Alice tem uma outra partícula (C) em algum estado quântico desconhecido $|\psi_C\rangle$, e que ela deseja enviá-lo para Bob. Esse estado pode ser representado por

$$|\psi_C\rangle = a|0_C\rangle + b|1_C\rangle \quad (3.38)$$

com $|a|^2 + |b|^2 = 1$. Além disso, considere que as partículas A e B compartilhem um estado emaranhado da forma

$$|\Psi_{AB}^-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle_{AB} - |10\rangle_{AB}). \quad (3.39)$$

sendo A uma partícula dada a Alice e B outra dada a Bob. Note que esse estado constitui um dos estados da base de Bell, conforme Eq. (3.3).

Até este momento, o estado das partículas A, B e C pode ser escrito na forma

$$|\Psi_{ABC}\rangle = |\psi_C\rangle \otimes |\Psi_{AB}^-\rangle, \quad (3.40)$$

que reorganizada, fica da seguinte maneira

$$|\Psi_{ABC}\rangle = \frac{a}{\sqrt{2}}(|0_C\rangle|01\rangle_{AB} - |0_C\rangle|10\rangle_{AB}) + \frac{b}{\sqrt{2}}(|1_C\rangle|01\rangle_{AB} - |1_C\rangle|10\rangle_{AB}). \quad (3.41)$$

Em seguida, Alice emaranha a partícula A com a partícula C e realiza uma medida conjunta nessas partículas. Essa medida é definida pelas chamadas bases de Bell. Reescrevendo a base em termos das partículas A e C, temos

$$|\Psi_{AC}^{\pm}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0_A\rangle|1_C\rangle \pm |1_A\rangle|0_C\rangle) \quad (3.42)$$

e

$$|\Phi_{AC}^{\pm}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0_A\rangle|0_C\rangle \pm |1_A\rangle|1_C\rangle). \quad (3.43)$$

Reescrevendo (3.41) em termos de (3.42) e (3.43), obtemos:

$$\begin{aligned} |\Psi_{ABC}\rangle = \frac{1}{2} & \left[|\Psi_{AC}^{-}\rangle (a|0_B\rangle + b|1_B\rangle) + |\Psi_{AC}^{+}\rangle (a|0_B\rangle - b|1_B\rangle) \right. \\ & \left. + |\Phi_{AC}^{-}\rangle (a|1_B\rangle + b|0_B\rangle) + |\Phi_{AC}^{+}\rangle (a|1_B\rangle - b|0_B\rangle) \right]. \end{aligned} \quad (3.44)$$

Assim, quando Alice faz a medida sobre esse sistema constituído pelas partículas A e C, projetando-as em um dos vetores da base de Bell, os quatro resultados possíveis são igualmente prováveis, cada um com probabilidade de ocorrência $\frac{1}{4}$. Como cada um desses quatro possíveis resultados está relacionado com o estado inicial que se desejava teletransportar, quando Alice faz a medida, ela informa a Bob através de um canal clássico qual dos quatro resultados ela encontrou e Bob deverá realizar uma transformação unitária para converter o estado da partícula C em sua mão em uma réplica do estado (3.38).

Se Alice informa a Bob que o estado medido é $|\Psi_{AC}^{-}\rangle$, Bob sabe que seu qubit já está no estado desejado e ele não precisa fazer nada. “Fazer nada” equivale a uma operação unitária dada pelo operador identidade \mathbb{I} . Isso equivale a uma operação unitária trivial dada pelo operador identidade \mathbb{I} . Por outro lado, se Alice informa que o resultado de sua medida é $|\Psi_{AC}^{+}\rangle$, Bob envia seu qubit através de uma porta unitária, dada pela matriz de Pauli abaixo, para recuperar o estado desejado.

$$\sigma_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

No caso de Alice medir $|\Phi_{AC}^-\rangle$, Bob aplica a porta unitária abaixo e recupera o estado desejado.

$$\sigma_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Por último, se Alice informa que o estado, após a medida, é $|\Phi_{AC}^+\rangle$, Bob usa a seguinte operação unitária

$$\sigma_3\sigma_1 = i\sigma_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix},$$

de forma a recuperar o estado $|\psi\rangle$ desejado. A Tabela 3.3 esquematiza essas operações. Completadas todas essas operações, o estado de uma partícula que Alice tinha em mãos, $|\psi\rangle = a|0\rangle + b|1\rangle$, foi teletransportado para a partícula de Bob, encerrando o processo de teletransporte.

Medida de Alice	Estado de Bob	Operação de Bob
$ \Psi^-\rangle$	$a 0\rangle + b 1\rangle$	\mathbb{I}
$ \Psi^+\rangle$	$a 0\rangle - b 1\rangle$	σ_3
$ \Phi^+\rangle$	$a 1\rangle + b 0\rangle$	σ_1
$ \Phi^-\rangle$	$a 1\rangle - b 0\rangle$	$\sigma_3\sigma_1$

Tabela 3.3: Esquematização da sequência de operações que Bob deve realizar em seu estado para recuperar o estado $|\psi\rangle$, após receber o resultado (via comunicação clássica) da medida de Alice.

Após esse trabalho de Bennett *et al.*, em 1993, surgiram várias propostas teóricas e experimentais. Dentre as propostas teóricas podemos citar o trabalho de Vaidman de 1994, em que ele propõe um método para generalizar o teletransporte original [9] de um estado quântico para um sistema de variáveis contínuas [59]. Após esse trabalho, ainda em 1994, Davidovich *et al.* propuseram um esquema para teletransportar um estado atômico entre duas cavidades usando campos de micro-ondas não-locais [60]. O esquema era constituído por duas cavidades, três fontes de átomos de Rydberg, zonas de Ramsey e detectores seletivos de estados atômicos. Cirac e Parkins apresentaram em dezembro de 1994 dois esquemas para teletransportar um estado atômico, um adaptado aos experimentos com átomos de Rydberg e

outro no regime ótico [61]. Esses esquemas consistiam de duas cavidades, uma para preparar o estado atômico emaranhado (o canal quântico) e outra para a realização da medida conjunta requerida.

Ainda teoricamente, um esquema para medir uma versão óptica dos operadores de Bell, usando uma generalização do interferômetro de Hong-Ou-Mandel, foi proposto em 1995 por Braunstein e Mann [62]. Eles mostraram que isto é suficiente para permitir o teletransporte de estados de polarização de um fóton com uma eficiência que se aproxima de 100%. Para isso, são necessárias fontes de fótons gêmeos gerados por conversão paramétrica descendente, divisores de feixes e detectores de fótons.

Um outro esquema teórico importante foi apresentado por Moussa em 1996 consistindo de um esquema alternativo para o teletransporte do estado de superposição de zero, um e dois fótons de um modo do campo em uma cavidade [63]. Moussa também mostrou em 1997 que é possível realizar teletransporte com intercâmbio de estados entre dois sistemas quânticos [64]. O esquema emprega EDQC e pode ser usado para realizar este processo de “intercâmbio de identidade” entre partículas emaranhadas e até mesmo para teletransportar um emaranhamento de um sistema de partículas para outro.

Vários esquemas para teletransporte diferentes do protocolo original - no sentido de que medidas explícitas dos estados de Bell não são empregadas - foram propostos: na Ref. [65], Zheng propõe um teletransporte aproximado de estados de superposição de zero e um fóton de uma cavidade para outra, com fidelidade de aproximadamente 99%. Essa proposta considerou um único modo do campo armadilhado em uma cavidade interagindo com um único átomo de dois níveis através do hamiltoniano de Jaynes-Cummings. Cardoso *et al.* [66], em 2005, propuseram um procedimento para implementar um teletransporte condicional aproximado de um estado emaranhado desconhecido de zero e um fóton armadilhado em uma cavi-

dade bimodal para outra. Recentemente, a Chen *et al.* [29] propôs um esquema para o teletransporte de um estado arbitrário de várias partes, usando as RFF discutidas. O esquema teórico é baseado no processo de entrada e saída de pulsos de um único fóton em cavidades de baixo-Q, envolvendo apenas excitações virtuais dos átomos, o que torna o processo insensível tanto à taxa de decaimento da cavidade, quanto à emissão espontânea do átomo.

No âmbito experimental, em 1997, Bouwmeester *et al.* [14], usando pares de fótons emaranhados, teletransportaram o estado de polarização de um fóton para outro. Outro experimento usando fótons foi abordado na Ref. [15]. Nesse trabalho, foi mostrado o teletransporte de estados de um fóton linearmente polarizado e de um estado elipticamente polarizado. Boschi *et al.* mostram como um estado desconhecido para Alice pode ser desmontado em informações puramente clássicas e correlações puramente não-locais do tipo de EPR e então reconstruído em uma localização distante. No procedimento de reconstrução é tomada uma visão essencialmente passiva das transformações unitárias, ou seja, Bob não realiza transformações unitárias para recuperação do estado teletransportado, o que limita a probabilidade de sucesso a 25%.

O teletransporte também foi realizado utilizando átomos. Em 2004, Riebe *et al.* [67], realizaram um teletransporte de estado quântico entre um par de íons de cálcio armadilhados. Seguindo o protocolo original [9], eles criaram um par de íons altamente emaranhados e realizaram uma medida de Bell completa envolvendo um íon desse par e uma terceira fonte de íon. A fidelidade obtida nesse caso foi 75%, mostrando, inequivocamente, a natureza quântica do processo. Na Ref. [32], Olmschenk *et al.* reportam um teletransporte de informação quântica entre memórias quânticas atômicas separadas uma da outra por um distância de aproximadamente 1 metro. Um qubit armazenado em um íon de itérbio (Yb^+) é teletransportado para um segundo átomo de Yb^+ com uma fidelidade média de 90%.

A ressonância magnética nuclear também foi utilizada para teletransportar um estado quântico [68]. O procedimento nesse contexto consistiu em teletransportar o estado de um núcleo de carbono para um núcleo de hidrogênio em moléculas de tricloroetileno, explorando a decoerência da fase natural dos núcleos de carbono. Esse esquema de teletransporte pode ser usado como uma sequência de dados em grande escala para a computação e comunicação quânticas.

Em 1998, Karlsson e Bourennane [69] generalizaram a idéia de Bennett *et al.* usando um estado emaranhado de três qubits, o estado GHZ, ao invés de um par EPR. Nesse artigo, de caráter teórico, eles mostraram que um estado desconhecido arbitrário de um qubit poderia ser teletransportado para um dos dois receptores, mas apenas um dos dois (qualquer um deles) pode reconstruir completamente o estado do qubit condicionado pela medida feita pelo outro receptor. Daí vem o nome: teletransporte controlado de estados. Depois desse trabalho, Hillery *et al.* [70], pela primeira vez, propuseram a idéia de compartilhamento secreto quântico (CSQ), também teórico. Esse compartilhamento consiste em dividir a mensagem em várias partes tal que não é suficiente ter apenas um subconjunto das partes para que se conheça toda a mensagem. É necessário ter todo o conjunto. Eles mostraram como um qubit de informação pode ser secretamente compartilhado por dois agentes via um estado GHZ e também generalizaram esse procedimento para dividir um qubit de informação entre mais que dois agentes.

Na Ref. [71], Yang *et al.* propõem a idéia de um teletransporte de informação de vários qubits de um remetente para um receptor distante, condicionado agora a muitos agentes no processo, isto é, condicionado à colaboração de todos esses agentes através de suas operações locais e de comunicação clássica. Recentemente, foi introduzido o conceito de teletransporte parcial controlado (TPC) através de um esquema factível no domínio de íons armadilhados [72].

Na Ref. [33], Tittel *et al.* apresentam uma demonstração experimental do CSQ.

Eles apresentam um aparato para o CSQ baseado no emaranhamento energia-tempo. Em oposição às implementações conhecidas usando estados GHZ [70], a idéia desse experimento é usar pares emaranhados de fóton produzidos via conversão paramétrica descendente. Em [34], Schmid *et al.* mostram um protocolo experimental para realização de CSQ de N partes, em que a comunicação de qubits únicos é usada. Experimentalmente, um CSQ de quatro partes usando o emaranhamento de quatro fótons é reportado na Ref. [73].

3.4.1 Teletransporte controlado (TC) usando RFF

Nesta parte, motivados pelas crescentes aplicações encontradas em operações controladas [33, 34, 69–73], propomos vários esquemas para realizar experimentalmente (TC) de estados superpostos e de emaranhamento, bem como TPC, no contexto de cavidades ópticas conectadas por fibras ópticas, usando RFF [28].

TC de superposição

Aqui nos referimos a estados de superposição com um, dois, ou mais controles.

i) Um controle: neste esquema lidamos com três átomos cada um deles aprisionado dentro de três cavidades, tendo baixos fatores de qualidade Q (A , B , and C , respectivamente). Os átomos são previamente preparados em estados específicos, tais que, $|\psi_A\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle_A + |1\rangle_A)$, $|\psi_B\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle_B + |1\rangle_B)$, $|\psi_C\rangle = \alpha|0\rangle_C + \beta|1\rangle_C$, com α e β são coeficientes desconhecidos que obedecem $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$, e os subíndices representam o átomo aprisionado na cavidade. Igualmente, consideramos um fóton linearmente polarizado no estado $|\psi_p\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|L\rangle + |R\rangle)$, em que $|L\rangle$ ($|R\rangle$) representa o estado com direção de polarização para a esquerda (direita). O esquema experimental é exibido na Fig. 3.6 abaixo.

O canal não-local é criado depois da interação do fóton com o átomo aprisionado na cavidade A. Devido a baixa qualidade da cavidade o fóton é rapidamente perdido,

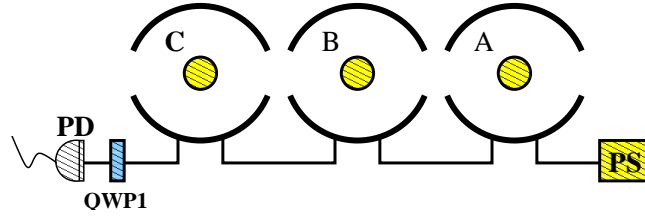


Figura 3.6: Esquema para teletransporte do estado de superposição atômica em C usando um controle B . PS é uma fonte de fótons, A , B e C representam os átomos aprisionados no interior das cavidades correspondentes. $QWP1$ e PD são a placa de quarto de onda e o fotodetector de polarização, respectivamente.

escapando através de uma fibra ótica direcionada para a cavidade B . Essa interação provoca uma rotação de Faraday no estado fotônico (veja Eqs. (2.81) e (2.82)) conduzindo ao estado átomo-fóton para

$$|\phi_1\rangle = \frac{1}{2}(e^{i\phi}|L0\rangle_A + e^{i\phi_0}|L1\rangle_A + e^{i\phi_0}|R0\rangle_A + e^{i\phi}|R1\rangle_A), \quad (3.45)$$

em que as fases ϕ and ϕ_0 são obtidas pelos coeficientes nas Eqs. (2.79) e (2.80).

Depois que o fóton interagiu com o átomo B e considerando os ajustes $\omega_p = \omega_c - \kappa/2$, $g = \kappa/2$ e $\omega_0 = \omega_c$ (consistindo em $\phi = \pi$ e $\phi_0 = \pi/2$), temos

$$|\phi_2\rangle = \frac{1}{2\sqrt{2}} \left\{ |0\rangle_B [|L\rangle|0\rangle_A - i|L\rangle|1\rangle_A - |R\rangle|0\rangle_A - i|R\rangle|1\rangle_A] + |1\rangle_B [-i|L\rangle|0\rangle_A - |L\rangle|1\rangle_A - i|R\rangle|0\rangle_A + |R\rangle|1\rangle_A] \right\}. \quad (3.46)$$

Em seguida, o fóton interage com o átomo dentro da cavidade C , o que conduz o sistema total para

$$|\phi_3\rangle = \frac{1}{2\sqrt{2}} \left\{ |0\rangle_B \left[-\alpha(|L\rangle + i|R\rangle)|0\rangle_A|0\rangle_C + i\alpha(|L\rangle - i|R\rangle)|1\rangle_A|0\rangle_C + i\beta(|L\rangle - i|R\rangle)|0\rangle_A|1\rangle_C + \beta(|L\rangle + i|R\rangle)|1\rangle_A|1\rangle_C \right] + |1\rangle_B \left[i\alpha(|L\rangle - i|R\rangle)|0\rangle_A|0\rangle_C + \alpha(|L\rangle + i|R\rangle)|1\rangle_A|0\rangle_C + \beta(|L\rangle + i|R\rangle)|0\rangle_A|1\rangle_C - i\beta(|L\rangle - i|R\rangle)|1\rangle_A|1\rangle_C \right] \right\}. \quad (3.47)$$

Em sequência, o fóton atravessa uma placa de quarto de onda ($QWP1$ in Fig.

3.6), sofrendo uma rotação no estado de polarização (operação Hadamard) tal que

$$(|L\rangle + i|R\rangle)\sqrt{2} \rightarrow |L\rangle, \quad (3.48a)$$

$$(|L\rangle - i|R\rangle)\sqrt{2} \rightarrow |R\rangle. \quad (3.48b)$$

Além disso, incluindo uma operação Hadamard no estado do átomo C, o sistema evolui para

$$\begin{aligned} |\phi_4\rangle = & \frac{1}{2\sqrt{2}} \left\{ |0\rangle_B \left[-|L0\rangle_C(\alpha|0\rangle_A - \beta|1\rangle_A) - |L1\rangle_C(\alpha|0\rangle_A + \beta|1\rangle_A) \right. \right. \\ & \left. \left. + i|R0\rangle_C(\alpha|1\rangle_A + \beta|0\rangle_A) + i|R1\rangle_C(\alpha|1\rangle_A - \beta|0\rangle_A) \right] + \right. \\ & \left. |1\rangle_B \left[|L0\rangle_C(\alpha|1\rangle_A + \beta|0\rangle_A) + |L1\rangle_C(\alpha|1\rangle_A - \beta|0\rangle_A) + \right. \right. \\ & \left. \left. i|R0\rangle_C(\alpha|0\rangle_A - \beta|1\rangle_A) + i|R1\rangle_C(\alpha|0\rangle_A + \beta|1\rangle_A) \right] \right\} \quad (3.49) \end{aligned}$$

Então, medindo o estado de polarização do fóton mais o estado dos átomos aprisionados nas cavidades B e C, é possível reconstruir o estado teletransportado via rotações atômicas apropriadas, como resumidas na Tabela 3.4. Note que o teletransporte é concluído se, e apenas se, o resultado do estado do átomo na cavidade B é conhecido. Então, o átomo B aqui está sendo tratado como um agente de controle para o esquema de teletransporte.

MEAF	EC	RT	OA
$ L0\rangle_{FC}$	$ 0\rangle_B$	$\alpha 0\rangle_A - \beta 1\rangle_A$	σ_z
$ L1\rangle_{FC}$	$ 0\rangle_B$	$\alpha 0\rangle_A + \beta 1\rangle_A$	\mathbb{I}
$ R0\rangle_{FC}$	$ 0\rangle_B$	$\alpha 1\rangle_A + \beta 0\rangle_A$	σ_x
$ R1\rangle_{FC}$	$ 0\rangle_B$	$\alpha 1\rangle_A - \beta 0\rangle_A$	$\sigma_z\sigma_x$
$ L0\rangle_{FC}$	$ 1\rangle_B$	$\alpha 1\rangle_A + \beta 0\rangle_A$	σ_x
$ L1\rangle_{FC}$	$ 1\rangle_B$	$\alpha 1\rangle_A - \beta 0\rangle_A$	$\sigma_z\sigma_x$
$ R0\rangle_{FC}$	$ 1\rangle_B$	$\alpha 0\rangle_A - \beta 1\rangle_A$	σ_z
$ R1\rangle_{FC}$	$ 1\rangle_B$	$\alpha 0\rangle_A + \beta 1\rangle_A$	\mathbb{I}

Tabela 3.4: Possíveis resultados e rotações correspondentes para completar o procedimento de teletransporte controlado para o caso *i*). A primeira coluna mostra os resultados possíveis das medidas no estados do átomo C e fóton F. A segunda e a terceira colunas mostram o mesmo para o estado do átomo controle (EC) e para o estado teletransportado (RT). A quarta coluna mostra as matrizes de Pauli correspondentes representando as operações unitárias sobre o estado atômico (OA) requeridas para completar o processo de teletransporte.

ii) Dois controles: Este esquema é similar ao mostrado acima. Aqui, um átomo, que funcionará como um novo controle, é adicionado a uma nova cavidade (B_1).

Um átomo é previamente preparado no estado $|\psi_{B_1}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle_{B_1} + |1\rangle_{B_1})$ enquanto os outros são como antes. A arranjo experimental é mostrado em Fig. 3.7. Depois de o fóton interagir com os átomos nas cavidades A and B , nesta após aquela, usando os mesmos ajustes considerados em i), o estado do sistema total será como aquele que o átomo C possuía anteriormente (veja i)). O próximo passo consiste na interação do fóton, saindo da cavidade B , com o átomo dentro da cavidade B_1 . Assim, depois da rotação de Faraday, o estado total do sistema é dado por

$$\begin{aligned}
|\phi_3\rangle = \frac{1}{4} \{ & |00\rangle_{BB_1} (-|L0\rangle_A + i|L1\rangle_A - i|R0\rangle_A + |R1\rangle_A) \\
& + |01\rangle_{BB_1} (i|L0\rangle_A + |L1\rangle_A + |R0\rangle_A + i|R1\rangle_A) \\
& + |10\rangle_{BB_1} (i|L0\rangle_A + |L1\rangle_A + |R0\rangle_A + i|R1\rangle_A) \\
& - |11\rangle_{BB_1} (-|L0\rangle_A + i|L1\rangle_A - i|R0\rangle_A + |R1\rangle_A) \}. \tag{3.50}
\end{aligned}$$

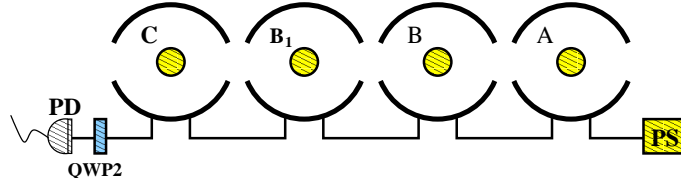


Figura 3.7: Representação esquemática para teletransportar um estado atômico superposto com dois controles. PS é a fonte de fóton, A , B , B_1 , e C representa os átomos aprisionados nas cavidades, $QWP2$ é placa de quarto de onda, e PD é o fotodetector de polarização.

Próximo passo, o fóton é deixado interagir com o átomo aprisionado na cavidade C , de maneira tal que o estado do sistema total toma a seguinte forma

$$\begin{aligned}
|\phi'_3\rangle = \frac{1}{4} \{ & |00\rangle_{BB_1} [\alpha(|L\rangle + |R\rangle)|0\rangle_A|0\rangle_C - i\alpha(|L\rangle - |R\rangle)|1\rangle_A|0\rangle_C \\
& - i\beta(|L\rangle - |R\rangle)|0\rangle_A|1\rangle_C - \beta(|L\rangle + |R\rangle)|1\rangle_A|1\rangle_C] \\
& + |01\rangle_{BB_1} [-i\alpha(|L\rangle - |R\rangle)|0\rangle_A|0\rangle_C - \alpha(|L\rangle + |R\rangle)|1\rangle_A|0\rangle_C \\
& - \beta(|L\rangle + |R\rangle)|0\rangle_A|1\rangle_C + i\beta(|L\rangle - |R\rangle)|1\rangle_A|1\rangle_C] \\
& + |10\rangle_{BB_1} [-i\alpha(|L\rangle - |R\rangle)|0\rangle_A|0\rangle_C - \alpha(|L\rangle + |R\rangle)|1\rangle_A|0\rangle_C \\
& - \beta(|L\rangle + |R\rangle)|0\rangle_A|1\rangle_C + i\beta(|L\rangle - |R\rangle)|1\rangle_A|1\rangle_C] \\
& - |11\rangle_{BB_1} [\alpha(|L\rangle + |R\rangle)|0\rangle_A|0\rangle_C - i\alpha(|L\rangle - |R\rangle)|1\rangle_A|0\rangle_C \\
& - i\beta(|L\rangle - |R\rangle)|0\rangle_A|1\rangle_C - \beta(|L\rangle + |R\rangle)|1\rangle_A|1\rangle_C] \}. \tag{3.51}
\end{aligned}$$

Em seguida, o fóton deixa a cavidade C e atravessa uma placa de quarto de onda (*QWP2* na Fig. 3.7). Esta realiza as seguintes operações sobre seu estado

$$(|L\rangle + |R\rangle)\sqrt{2} \rightarrow |L\rangle, \quad (3.52a)$$

$$(|L\rangle - |R\rangle)\sqrt{2} \rightarrow |R\rangle. \quad (3.52b)$$

Com uma operação Hadamard no estado atômico C, teremos

$$\begin{aligned} |\phi_4\rangle = & \frac{1}{4} \left\{ |00\rangle_{BB_1} \left[|L0\rangle_{FC}(\alpha|0\rangle_A - \beta|1\rangle_A) + |L1\rangle(\alpha|0\rangle_A + \beta|1\rangle_A) \right. \right. \\ & \left. \left. - i|R0\rangle_{FC}(\alpha|1\rangle_A + \beta|0\rangle_A) - i|R1\rangle_{FC}(\alpha|1\rangle_A - \beta|0\rangle_A) \right] \right. \\ & + |01\rangle_{BB_1} \left[-|L0\rangle_{FC}(\alpha|1\rangle_A + \beta|0\rangle_A) - |L1\rangle_{FC}(\alpha|1\rangle_A - \beta|0\rangle_A) \right. \\ & \left. - i|R0\rangle_{FC}(\alpha|0\rangle_A + \beta|1\rangle_A) - i|R1\rangle_{FC}(\alpha|0\rangle_A - \beta|1\rangle_A) \right] \\ & + |10\rangle_{BB_1} \left[-|L0\rangle_{FC}(\alpha|1\rangle_A + \beta|0\rangle_A) - |L1\rangle_{FC}(\alpha|1\rangle_A - \beta|0\rangle_A) \right. \\ & \left. - i|R0\rangle_{FC}(\alpha|0\rangle_A + \beta|1\rangle_A) - i|R1\rangle_{FC}(\alpha|0\rangle_A - \beta|1\rangle_A) \right] \\ & + |11\rangle_{BB_1} \left[-|L0\rangle_{FC}(\alpha|0\rangle_A - \beta|1\rangle_A) - |L1\rangle_{FC}(\alpha|0\rangle_A + \beta|1\rangle_A) \right. \\ & \left. \left. + i|R0\rangle_{FC}(\alpha|1\rangle_A + \beta|0\rangle_A) + i|R1\rangle_{FC}(\alpha|1\rangle_A - \beta|0\rangle_A) \right] \right\}. \quad (3.53) \end{aligned}$$

As operações adequadas, influenciadas pelas medidas nos sistemas de controle para obter o estado teletransportado, são resumidas na Tabela 3.5.

Assim como no processo de troca de emaranhamento apresentada na Subseção 3.3.1, podemos estimar a probabilidade de sucesso dos casos *i* e *ii* como $P = 7.125 \times 10^{-5}$ (Eq. (3.37)), o que conduzirá ao mesmo valor para o tempo de realização do procedimento, que é de $\simeq 0.19$ s.

iii) Generalização: Um procedimento para generalizar o número de controles no esquema de teletransporte controlado de estados de superposição pode ser feito pela adição de novos átomos aprisionados em outras cavidades e usando placas de quarto de onda específicas após a última cavidade. Nesse caso, se o número de controles é ímpar, é necessária uma placa do tipo QWP1 com rotações dadas pelas Eqs.

MEAF	EC	RT	OA	MEAF	EC	RT	OA
$ L0\rangle_{FC}$	$ 00\rangle_{BB_1}$	$\alpha 0\rangle_A - \beta 1\rangle_A$	σ_z	$ L0\rangle_{FC}$	$ 10\rangle_{BB_1}$	$\alpha 1\rangle_A + \beta 0\rangle_A$	σ_x
$ L1\rangle_{FC}$	$ 00\rangle_{BB_1}$	$\alpha 0\rangle_A + \beta 1\rangle_A$	\mathbb{I}	$ L1\rangle_{FC}$	$ 10\rangle_{BB_1}$	$\alpha 1\rangle_A - \beta 0\rangle_A$	$\sigma_z\sigma_x$
$ R0\rangle_{FC}$	$ 00\rangle_{BB_1}$	$\alpha 1\rangle_A + \beta 0\rangle_A$	σ_x	$ R0\rangle_{FC}$	$ 10\rangle_{BB_1}$	$\alpha 0\rangle_A + \beta 1\rangle_A$	\mathbb{I}
$ R1\rangle_{FC}$	$ 00\rangle_{BB_1}$	$\alpha 1\rangle_A - \beta 0\rangle_A$	$\sigma_z\sigma_x$	$ R1\rangle_{FC}$	$ 10\rangle_{BB_1}$	$\alpha 0\rangle_A - \beta 1\rangle_A$	σ_z
$ L0\rangle_{FC}$	$ 01\rangle_{BB_1}$	$\alpha 1\rangle_A + \beta 0\rangle_A$	σ_x	$ L0\rangle_{FC}$	$ 11\rangle_{BB_1}$	$\alpha 0\rangle_A - \beta 1\rangle_A$	σ_z
$ L1\rangle_{FC}$	$ 01\rangle_{BB_1}$	$\alpha 1\rangle_A - \beta 0\rangle_A$	$\sigma_z\sigma_x$	$ L1\rangle_{FC}$	$ 11\rangle_{BB_1}$	$\alpha 0\rangle_A + \beta 1\rangle_A$	\mathbb{I}
$ R0\rangle_{FC}$	$ 01\rangle_{BB_1}$	$\alpha 0\rangle_A + \beta 1\rangle_A$	\mathbb{I}	$ R0\rangle_{FC}$	$ 11\rangle_{BB_1}$	$\alpha 1\rangle_A + \beta 0\rangle_A$	σ_x
$ R1\rangle_{FC}$	$ 01\rangle_{BB_1}$	$\alpha 0\rangle_A - \beta 1\rangle_A$	σ_z	$ R1\rangle_{FC}$	$ 11\rangle_{BB_1}$	$\alpha 1\rangle_A - \beta 0\rangle_A$	$\sigma_z\sigma_x$

Tabela 3.5: Possíveis resultados e rotações correspondentes para completar o procedimento de teletransporte para o caso *ii*). A primeira coluna mostra os resultados possíveis para as medidas nos estados do átomo *C* e do fóton *F*. A segunda e terceira colunas mostram o mesmo para os estados de controle e para o teletransportado (*RT*). A quarta coluna mostra as matrizes de Pauli representando as operações unitárias no estado atômico (*OA*) requeridas para completar o processo de teletransporte.

((3.48a)) e ((3.48b)); se o número de controles é par, requer-se uma placa do tipo QWP2 com rotações dadas pelas Eqs. ((3.52a)) e ((3.52b)). Portanto, com rotações adequadas, podemos recuperar o estado teletransportado, tendo o conhecimento dos resultados de todos os controles.

TC parcial de emaranhamento

Como dito anteriormente, o TPC foi primeiramente proposto na Ref. [72]. O procedimento para esse teletransporte é resumido da seguinte maneira. Considere que inicialmente Alice tenha uma partícula A, que está emaranhada com outra partícula B, dada a Bob. A intenção é teletransportar parcialmente esse estado. Para entender melhor em que consiste esse processo, considere um canal quântico composto de um emaranhamento de três partículas que é compartilhado entre as partículas A', de Alice, B', de Bob e uma terceira, C', de Chris. Alice então realiza uma medida de Bell nos estados de suas partículas A e A' e Chris realiza uma medida no estado da partícula C. Se agora eles informam os resultados de suas medidas a Bob, sua partícula B' pode, após as rotações usuais sobre seu estado, adquirir exatamente o papel da partícula A no emaranhamento anteriormente com-

partilhado entre A e B. Como o emaranhamento entre as partículas A e B é destruído pela medida em A, um novo emaranhamento entre B e B' é criado, dependendo da colaboração de Alice e Bob. Este procedimento é caracterizado como teletransporte parcial controlado.

Em seguida, descrevemos alguns esquemas para TPC com diferentes números de controles levando em conta o cenário de cavidades de baixo Q com rotações de Faraday.

i) *Um controle*: Para realizar TPC, são necessárias quatro cavidades como mostradas na Fig. 3.8. As cavidades A e B são previamente preparadas em estados superpostos $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$, enquanto os átomos nas cavidades C e D são previamente preparados no estado emaranhado que queremos teletransportar, dado por

$$|\psi\rangle_{CD} = \alpha|01\rangle_{CD} + \beta|10\rangle_{CD}. \quad (3.54)$$

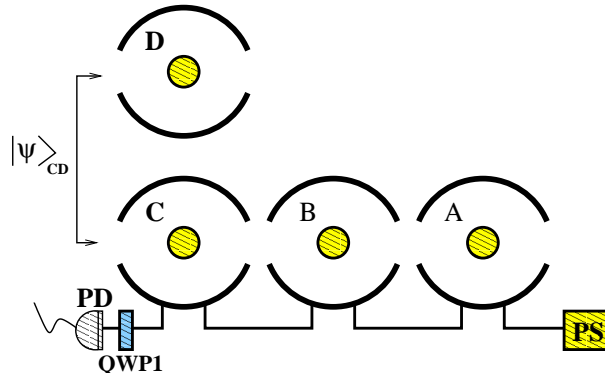


Figura 3.8: Representação esquemática para o teletransporte parcial de estados atômicos emaranhados com um controle. *PS* representa a fonte de fótons, *A*, *B*, *C*, e *D* representam os átomos aprisionados dentro das cavidades, *QWP1* é a placa de quarto de onda, e *PD* é o fotodetector de polarização.

Aqui seguiremos o mesmo procedimento dos esquemas abordados anteriormente de TC de superposição: o fóton, previamente preparado em uma superposição dos estados de polarização, entra na cavidade A e interage com o átomo. Em seguida, este fóton é enviado para interagir com o átomo aprisionado na cavidade B. Na sequência, o fóton interage com o átomo C, o que se resume no seguinte estado

$$\begin{aligned}
|\delta_1\rangle = \frac{1}{2\sqrt{2}} \left\{ & |0\rangle_B \left[-\alpha|0\rangle_A|01\rangle_{CD}(|L\rangle + i|R\rangle) + i\alpha|1\rangle_A|01\rangle_{CD}(|L\rangle - i|R\rangle) \right. \right. \\
& \left. \left. + i\beta|0\rangle_A|10\rangle_{CD}(|L\rangle - i|R\rangle) + \beta|1\rangle_A|10\rangle_{CD}(|L\rangle + i|R\rangle) \right] \right. \\
& \left. + |1\rangle_B \left[i\alpha|0\rangle_A|01\rangle_{CD}(|L\rangle - i|R\rangle) + \alpha|1\rangle_A|01\rangle_{CD}(|L\rangle + i|R\rangle) \right. \right. \\
& \left. \left. + \beta|0\rangle_A|10\rangle_{CD}(|L\rangle + i|R\rangle) - i\beta|1\rangle_A|10\rangle_{CD}(|L\rangle - i|R\rangle) \right] \right\}. \quad (3.55)
\end{aligned}$$

Depois da rotação de Faraday no fóton que acontece na cavidade C, e também após esse fóton passar pela placa QWP1, o estado da equação anterior vai para

$$\begin{aligned}
|\delta_2\rangle = \frac{1}{2\sqrt{2}} \left\{ & |0\rangle_B \left[-|L0\rangle_C(\alpha|01\rangle_{AD} - \beta|10\rangle_{AD}) - |L1\rangle_C(\alpha|01\rangle_{AD} + \beta|10\rangle_{AD}) \right. \right. \\
& \left. \left. - i|R0\rangle_C(\alpha|11\rangle_{AD} + \beta|00\rangle_{AD}) + i|R1\rangle_C(\alpha|11\rangle_{AD} - \beta|00\rangle_{AD}) \right] + \right. \\
& \left. |1\rangle_B \left[|L0\rangle_C(\alpha|11\rangle_{AD} + \beta|00\rangle_{AD}) + |L1\rangle_C(\alpha|11\rangle_{AD} - \beta|00\rangle_{AD}) \right. \right. \\
& \left. \left. + i|R0\rangle_C(\alpha|01\rangle_{AD} - \beta|10\rangle_{AD}) + i|R1\rangle_C(\alpha|01\rangle_{AD} + \beta|10\rangle_{AD}) \right] \right\}, \quad (3.56)
\end{aligned}$$

Então, o teletransporte controlado é concluído depois das operações descritas na Tabela 3.6. Note que o conhecimento do estado do átomo que atua como controle é essencial para completar o processo de teletransporte.

MEAF	EC	RT	OA
$ L0\rangle_{FC}$	$ 0\rangle_B$	$\alpha 01\rangle_{AD} - \beta 10\rangle_{AD}$	$\sigma_z \otimes \mathbb{I}$
$ L1\rangle_{FC}$	$ 0\rangle_B$	$\alpha 01\rangle_{AD} + \beta 10\rangle_{AD}$	$\mathbb{I} \otimes \mathbb{I}$
$ R0\rangle_{FC}$	$ 0\rangle_B$	$\alpha 11\rangle_{AD} + \beta 00\rangle_{AD}$	$\sigma_x \otimes \mathbb{I}$
$ R1\rangle_{FC}$	$ 0\rangle_B$	$\alpha 11\rangle_{AD} - \beta 00\rangle_{AD}$	$\sigma_z \sigma_x \otimes \mathbb{I}$
$ L0\rangle_{FC}$	$ 1\rangle_B$	$\alpha 11\rangle_{AD} + \beta 00\rangle_{AD}$	$\sigma_x \otimes \mathbb{I}$
$ L1\rangle_{FC}$	$ 1\rangle_B$	$\alpha 11\rangle_{AD} - \beta 00\rangle_{AD}$	$\sigma_z \sigma_x \otimes \mathbb{I}$
$ R0\rangle_{FC}$	$ 1\rangle_B$	$\alpha 01\rangle_{AD} - \beta 10\rangle_{AD}$	$\sigma_z \otimes \mathbb{I}$
$ R1\rangle_{FC}$	$ 1\rangle_B$	$\alpha 01\rangle_{AD} + \beta 10\rangle_{AD}$	$\mathbb{I} \otimes \mathbb{I}$

Tabela 3.6: Possíveis resultados e rotações para completar o teletransporte controlado para o caso *i*). A primeira coluna mostra os possíveis resultados das medidas no átomo *C* e no fóton *F*. A segunda e terceira colunas fazem o mesmo para o estado de controle (*EC*) e para o estado teletransportado (*RT*). A quarta coluna mostra as matrizes de Pauli, representando as operações unitárias sobre o estado atômico (*OA*) requeridas para completar o processo de teletransporte.

ii) Dois controles: Este esquema é similar aquele mostrado acima. Seja B_1 o novo controle, como exibido na Fig. 3.9. Os átomos C e D compartilham um

estado emaranhado previamente preparado a ser teletransportado, enquanto B e B₁ são os dois controles. No final deste esquema para TPC o parceiro C do estado emaranhado composto por C e D será teletransportado para A, com A e D tornando o estado emaranhado tal com o da Eq. (3.54). Para explicar melhor o procedimento, aproveitaremos o esquema anterior da subseção *i*). Assumimos os átomos C e D no estado dado pela Eq. (3.54). O fóton, previamente preparado em um estado superposto de polarização, entra na cavidade A e interage com o átomo. Depois, o fóton é enviado a interagir com os átomos aprisionados nas cavidades B e B₁. Após interagir com o átomo em C, uma operação Hadamard é aplicada ao átomo e o fóton passa pela placa QWP2. Assim,

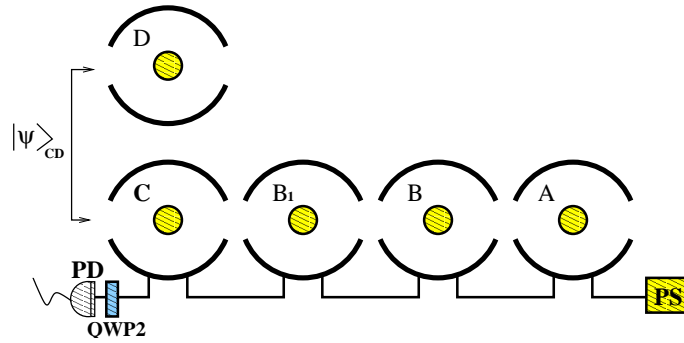


Figura 3.9: Representação esquemática para o teletransporte parcial de estados emaranhados com dois controles. *PS* representa a fonte de fótons, *A*, *B*, *B*₁, *C*, e *D* representam os átomos dentro das cavidades, *QWP2* é uma placa de quarto de onda, e *PD* é um fotodetector de polarização.

$$\begin{aligned}
 |\delta_3\rangle = \frac{1}{4} & \left\{ |00\rangle_{BB_1} \left[|L0\rangle_{FC} (\alpha|01\rangle_{AD} - \beta|10\rangle_{AD}) + |L1\rangle_{FC} (\alpha|01\rangle_{AD} + \beta|10\rangle_{AD}) \right. \right. \\
 & - i|R0\rangle_{FC} (\alpha|11\rangle_{AD} + \beta|00\rangle_{AD}) - i|R1\rangle_{FC} (\alpha|11\rangle_{AD} - \beta|00\rangle_{AD}) \left. \right] \\
 & + |01\rangle_{BB_1} \left[-|L0\rangle_{FC} (\alpha|11\rangle_{AD} + \beta|00\rangle_{AD}) - |L1\rangle_{FC} (\alpha|11\rangle_{AD} - \beta|00\rangle_{AD}) \right. \\
 & - i|R0\rangle_{FC} (\alpha|01\rangle_{AD} - \beta|10\rangle_{AD}) - i|R1\rangle_{FC} (\alpha|01\rangle_{AD} + \beta|10\rangle_{AD}) \left. \right] \\
 & + |10\rangle_{BB_1} \left[-|L0\rangle_{FC} (\alpha|11\rangle_{AD} + \beta|00\rangle_{AD}) - |L1\rangle_{FC} (\alpha|11\rangle_{AD} - \beta|00\rangle_{AD}) \right. \\
 & - i|R0\rangle_{FC} (\alpha|01\rangle_{AD} - \beta|10\rangle_{AD}) - i|R1\rangle_{FC} (\alpha|01\rangle_{AD} + \beta|10\rangle_{AD}) \left. \right] \\
 & - |11\rangle_{BB_1} \left[|L0\rangle_{FC} (\alpha|01\rangle_{AD} - \beta|10\rangle_{AD}) + |L1\rangle_{FC} (\alpha|01\rangle_{AD} + \beta|10\rangle_{AD}) \right. \\
 & \left. \left. - i|R0\rangle_{FC} (\alpha|11\rangle_{AD} + \beta|00\rangle_{AD}) - i|R1\rangle_{FC} (\alpha|11\rangle_{AD} - \beta|00\rangle_{AD}) \right] \right\}. \quad (3.57)
 \end{aligned}$$

Para concluir o teletransporte parcial de estados emaranhados, é necessária uma medida no estado do fóton e do átomo da cavidade C. Além disso, os estados dos controles B e B_1 devem ser conhecidos por Bob. Para obter um teletransporte de sucesso, Bob também precisa fazer as rotações dadas pela Tabela 3.7. O estimativa para o tempo de realização do processo permanece igual à discutida para o caso da troca de emaranhamento e também para os casos anteriores de TC de estados superpostos e esse último de TPC com apenas um controle (Eq. 3.37).

MEAF	EC	RT	OA
$ L0\rangle_{FC}$	$ 00\rangle_{BB_1}$	$\alpha 01\rangle_{AD} - \beta 10\rangle_{AD}$	$\sigma_z \otimes \mathbb{I}$
$ L1\rangle_{FC}$	$ 00\rangle_{BB_1}$	$\alpha 01\rangle_{AD} + \beta 10\rangle_{AD}$	$\mathbb{I} \otimes \mathbb{I}$
$ R0\rangle_{FC}$	$ 00\rangle_{BB_1}$	$\alpha 11\rangle_{AD} + \beta 00\rangle_{AD}$	$\sigma_x \otimes \mathbb{I}$
$ R1\rangle_{FC}$	$ 00\rangle_{BB_1}$	$\alpha 11\rangle_{AD} - \beta 00\rangle_{AD}$	$\sigma_z \sigma_x \otimes \mathbb{I}$
$ L0\rangle_{FC}$	$ 01\rangle_{BB_1}$	$\alpha 11\rangle_{AD} + \beta 00\rangle_{AD}$	$\sigma_x \otimes \mathbb{I}$
$ L1\rangle_{FC}$	$ 01\rangle_{BB_1}$	$\alpha 11\rangle_{AD} - \beta 00\rangle_{AD}$	$\sigma_z \sigma_x \otimes \mathbb{I}$
$ R0\rangle_{FC}$	$ 01\rangle_{BB_1}$	$\alpha 01\rangle_{AD} - \beta 10\rangle_{AD}$	$\sigma_z \otimes \mathbb{I}$
$ R1\rangle_{FC}$	$ 01\rangle_{BB_1}$	$\alpha 01\rangle_{AD} + \beta 10\rangle_{AD}$	$\mathbb{I} \otimes \mathbb{I}$
$ L0\rangle_{FC}$	$ 10\rangle_{BB_1}$	$\alpha 11\rangle_{AD} + \beta 00\rangle_{AD}$	$\sigma_x \otimes \mathbb{I}$
$ L1\rangle_{FC}$	$ 10\rangle_{BB_1}$	$\alpha 11\rangle_{AD} - \beta 00\rangle_{AD}$	$\sigma_z \sigma_x \otimes \mathbb{I}$
$ R0\rangle_{FC}$	$ 10\rangle_{BB_1}$	$\alpha 01\rangle_{AD} - \beta 10\rangle_{AD}$	$\sigma_z \otimes \mathbb{I}$
$ R1\rangle_{FC}$	$ 10\rangle_{BB_1}$	$\alpha 01\rangle_{AD} + \beta 10\rangle_{AD}$	$\mathbb{I} \otimes \mathbb{I}$
$ L0\rangle_{FC}$	$ 11\rangle_{BB_1}$	$\alpha 01\rangle_{AD} - \beta 10\rangle_{AD}$	$\sigma_z \otimes \mathbb{I}$
$ L1\rangle_{FC}$	$ 11\rangle_{BB_1}$	$\alpha 01\rangle_{AD} + \beta 10\rangle_{AD}$	$\mathbb{I} \otimes \mathbb{I}$
$ R0\rangle_{FC}$	$ 11\rangle_{BB_1}$	$\alpha 11\rangle_{AD} + \beta 00\rangle_{AD}$	$\sigma_x \otimes \mathbb{I}$
$ R1\rangle_{FC}$	$ 11\rangle_{BB_1}$	$\alpha 11\rangle_{AD} - \beta 00\rangle_{AD}$	$\sigma_z \sigma_x \otimes \mathbb{I}$

Tabela 3.7: Possíveis resultados e rotações para completar o procedimento de teletransporte parcial controlado para o caso *ii*). A primeira coluna mostra os possíveis resultados das medidas nos estados do átomo C e do fóton F . As colunas EC e RT fazem o mesmo para o estado de controle (BB_1) e para o estado teletransportado (AD). A quarta coluna (OA) mostra as matrizes de Pauli correspondentes representando as operações unitárias sobre o estado atômico requeridas para completar o processo de teletransporte.

iii) Generalização: Para generalizar o número de controles no esquema, insere-se uma placa QWP após o último controle como segue: QWP_1 para controles ímpares e QWP_2 para controles pares.

TC de emaranhamento

Aqui apresentamos um esquema para o teletransporte controlado (TC) de estados emaranhados. A diferença entre o presente esquema e aquele da subseção acima, é que agora o teletransporte é total, isto é, um estado emaranhado desconhecido, que se quer teletransportar, é compartilhado entre duas partículas e, após o procedimento, é destruído e outro par diferente de partículas, depois de operações apropriadas de rotação em seus qubits, reconstróem o estado emaranhado desejado, desde que se conheça o resultado da medida realizada sobre o estado do átomo de controle.

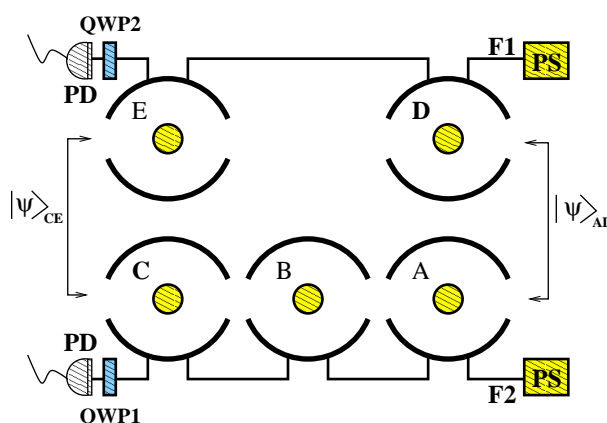


Figura 3.10: Representação esquemática para o teletransporte de estados emaranhados com um controle. *PS* é a fonte de fótons, *A*, *B*, *C*, *D*, e *E* representam os átomos aprisionados nas cavidades, *QWP1* e *QWP2* são as placas de quarto de onda, e *PD* representa o fotodetector de polarização. *F1* e *F2* são os dois canais fotônicos.

i) Um controle: neste caso lidamos com dois fótons, 1 e 2, que entram nas cavidades *D* e *A*, respectivamente. Como mostrado na Fig. 3.10, uma *QWP2* é colocada depois da cavidade *E*. O átomo dentro da cavidade *B* desempenha o papel de controle enquanto os átomos nas cavidades *C* e *E* compartilham o estado emaranhado dado por

$$|\psi\rangle_{CE} = \alpha|01\rangle_{CE} + \beta|10\rangle_{CE}. \quad (3.58)$$

Os outros átomos e fótons do esquema são todos previamente preparados em uma superposição de $|0\rangle$ e $|1\rangle$ ou $|L\rangle$ e $|R\rangle$, respectivamente. O esquema também

requer uma placa QWP₁ depois da cavidade C.

Iniciamos com o fóton no ramo inferior da Fig. 3.10, atravessando as cavidades A, B e C, com a mesma fase adicionada pelas respectivas rotações de Faraday. Neste ponto, o sistema pode ser escrito como

$$\begin{aligned}
|\psi_2\rangle = \frac{1}{2\sqrt{2}} \left\{ |0\rangle_B \left[-\alpha|0\rangle_A|0\rangle_C|1\rangle_E (|L\rangle_2 + i|R\rangle_2) + i\alpha|1\rangle_A|0\rangle_C|1\rangle_E (|L\rangle_2 - i|R\rangle_2) \right. \right. \\
+ i\beta|0\rangle_A|1\rangle_C|0\rangle_E (|L\rangle_2 - i|R\rangle_2) + \beta|1\rangle_A|1\rangle_C|0\rangle_E (|L\rangle_2 + i|R\rangle_2) \left. \right] + \\
|1\rangle_B \left[i\alpha|0\rangle_A|0\rangle_C|1\rangle_E (|L\rangle_2 - i|R\rangle_2) + \alpha|1\rangle_A|0\rangle_C|1\rangle_E (|L\rangle_2 + i|R\rangle_2) \right. \\
\left. \left. + \beta|0\rangle_A|1\rangle_C|0\rangle_E (|L\rangle_2 + i|R\rangle_2) - i\beta|1\rangle_A|1\rangle_C|0\rangle_E (|L\rangle_2 - i|R\rangle_2) \right] \right\} \quad (3.59)
\end{aligned}$$

Agora, indo para o ramo superior, onde o fóton F1 atravessa as cavidades D e E e considerando isso na última equação, temos

$$\begin{aligned}
|\psi'_2\rangle = \frac{1}{4\sqrt{2}} \left\{ |0\rangle_B \left[-\alpha|0\rangle_A|0\rangle_C|1\rangle_E (|L\rangle_2 + i|R\rangle_2) \left[-i(|L\rangle_1 + |R\rangle_1)|0\rangle_D - (|L\rangle_1 - |R\rangle_1)|1\rangle_D \right] \right. \right. \\
+ i\alpha|1\rangle_A|0\rangle_C|1\rangle_E (|L\rangle_2 - i|R\rangle_2) \left[-i(|L\rangle_1 + |R\rangle_1)|0\rangle_D - (|L\rangle_1 - |R\rangle_1)|1\rangle_D \right] \\
+ i\beta|0\rangle_A|1\rangle_C|0\rangle_E (|L\rangle_2 - i|R\rangle_2) \left[(|L\rangle_1 - |R\rangle_1)|0\rangle_D - i(|L\rangle_1 + |R\rangle_1)|1\rangle_D \right] \\
+ \beta|1\rangle_A|1\rangle_C|0\rangle_E (|L\rangle_2 + i|R\rangle_2) \left[(|L\rangle_1 - |R\rangle_1)|0\rangle_D - i(|L\rangle_1 + |R\rangle_1)|1\rangle_D \right] \left. \right] + \\
|1\rangle_B \left[i\alpha|0\rangle_A|0\rangle_C|1\rangle_E (|L\rangle_2 - i|R\rangle_2) \left[-i(|L\rangle_1 + |R\rangle_1)|0\rangle_D - (|L\rangle_1 - |R\rangle_1)|1\rangle_D \right] \right. \\
+ \alpha|1\rangle_A|0\rangle_C|1\rangle_E (|L\rangle_2 + i|R\rangle_2) \left[-i(|L\rangle_1 + |R\rangle_1)|0\rangle_D - (|L\rangle_1 - |R\rangle_1)|1\rangle_D \right] \\
+ \beta|0\rangle_A|1\rangle_C|0\rangle_E (|L\rangle_2 + i|R\rangle_2) \left[(|L\rangle_1 - |R\rangle_1)|0\rangle_D - i(|L\rangle_1 + |R\rangle_1)|1\rangle_D \right] \\
\left. \left. - i\beta|1\rangle_A|1\rangle_C|0\rangle_E (|L\rangle_2 - i|R\rangle_2) \left[(|L\rangle_1 - |R\rangle_1)|0\rangle_D - i(|L\rangle_1 + |R\rangle_1)|1\rangle_D \right] \right] \right\} \quad (3.60)
\end{aligned}$$

Depois, os fótons F1 e F2 sofrem uma operação Hadamard pelas placas QWP2 e QWP1, respectivamente. Além disso, outras operações Hadamard nos átomos E e C conduzem o estado do sistema para

$$\begin{aligned}
|\psi_3\rangle = \frac{\sqrt{2}}{4} & \left\{ |0\rangle_B \left[|R0\rangle_{2C}|L0\rangle_{1E}(\alpha|10\rangle_{AD} + \beta|01\rangle_{AD}) + |R1\rangle_{2C}|L0\rangle_{1E}(\alpha|10\rangle_{AD} - \beta|01\rangle_{AD}) \right. \right. \\
& - |R0\rangle_{2C}|L1\rangle_{1E}(\alpha|10\rangle_{AD} - \beta|01\rangle_{AD}) - |R1\rangle_{2C}|L1\rangle_{1E}(\alpha|10\rangle_{AD} + \beta|01\rangle_{AD}) \\
& - i|R0\rangle_{2C}|R0\rangle_{1E}(\alpha|11\rangle_{AD} - \beta|00\rangle_{AD}) + i|R0\rangle_{2C}|R1\rangle_{1E}(\alpha|11\rangle_{AD} + \beta|00\rangle_{AD}) \\
& - i|R1\rangle_{2C}|R0\rangle_{1E}(\alpha|11\rangle_{AD} + \beta|00\rangle_{AD}) + i|R1\rangle_{2C}|R1\rangle_{1E}(\alpha|11\rangle_{AD} - \beta|00\rangle_{AD}) \\
& + i|L0\rangle_{2C}|L0\rangle_{1E}(\alpha|00\rangle_{AD} - \beta|11\rangle_{AD}) - i|L0\rangle_{2C}|L1\rangle_{1E}(\alpha|00\rangle_{AD} + \beta|11\rangle_{AD}) \\
& + i|L1\rangle_{2C}|L0\rangle_{1E}(\alpha|00\rangle_{AD} + \beta|11\rangle_{AD}) - i|L1\rangle_{2C}|L1\rangle_{1E}(\alpha|00\rangle_{AD} - \beta|11\rangle_{AD}) \\
& + |L0\rangle_{2C}|R0\rangle_{1E}(\alpha|01\rangle_{AD} + \beta|10\rangle_{AD}) - |L0\rangle_{2C}|R1\rangle_{1E}(\alpha|01\rangle_{AD} - \beta|10\rangle_{AD}) \\
& \left. + |L1\rangle_{2C}|R0\rangle_{1E}(\alpha|01\rangle_{AD} - \beta|10\rangle_{AD}) - |L1\rangle_{2C}|R1\rangle_{1E}(\alpha|01\rangle_{AD} + \beta|10\rangle_{AD}) \right] + \\
& |1\rangle_B \left[|R0\rangle_{2C}|L0\rangle_{1E}(\alpha|00\rangle_{AD} - \beta|11\rangle_{AD}) - |R0\rangle_{2C}|L1\rangle_{1E}(\alpha|00\rangle_{AD} + \beta|11\rangle_{AD}) \right. \\
& + |R1\rangle_{2C}|L0\rangle_{1E}(\alpha|00\rangle_{AD} + \beta|11\rangle_{AD}) - |R1\rangle_{2C}|L1\rangle_{1E}(\alpha|00\rangle_{AD} - \beta|11\rangle_{AD}) \\
& - i|R0\rangle_{2C}|R0\rangle_{1E}(\alpha|01\rangle_{AD} + \beta|10\rangle_{AD}) + i|R0\rangle_{2C}|R1\rangle_{1E}(\alpha|01\rangle_{AD} - \beta|10\rangle_{AD}) \\
& - i|R1\rangle_{2C}|R0\rangle_{1E}(\alpha|01\rangle_{AD} - \beta|10\rangle_{AD}) + i|R1\rangle_{2C}|R1\rangle_{1E}(\alpha|01\rangle_{AD} + \beta|10\rangle_{AD}) \\
& - i|L0\rangle_{2C}|L0\rangle_{1E}(\alpha|10\rangle_{AD} + \beta|01\rangle_{AD}) + i|L0\rangle_{2C}|L1\rangle_{1E}(\alpha|10\rangle_{AD} - \beta|01\rangle_{AD}) \\
& - i|L1\rangle_{2C}|R0\rangle_{1E}(\alpha|10\rangle_{AD} - \beta|01\rangle_{AD}) + i|L1\rangle_{2C}|R1\rangle_{1E}(\alpha|10\rangle_{AD} + \beta|01\rangle_{AD}) \\
& - |L0\rangle_{2C}|R0\rangle_{1E}(\alpha|11\rangle_{AD} - \beta|00\rangle_{AD}) + |L0\rangle_{2C}|R1\rangle_{1E}(\alpha|11\rangle_{AD} + \beta|00\rangle_{AD}) \\
& \left. - |L1\rangle_{2C}|R0\rangle_{1E}(\alpha|11\rangle_{AD} + \beta|00\rangle_{AD}) + |L0\rangle_{2C}|R1\rangle_{1E}(\alpha|11\rangle_{AD} - \beta|00\rangle_{AD}) \right] \left. \right\} \quad (3.61)
\end{aligned}$$

O procedimento pode ser concluído com os resultados das medidas nos estados dos fótons 1 e 2 e dos átomos C e E, mais o resultado do estado atômico do controle (B). Os resultados prováveis são resumidos na Tabela 3.8 a seguir.

2C	1E	EC	RT	OA
$ R0\rangle_{2C}$	$ L0\rangle_{1E}$	$ 0\rangle_B$	$\alpha 10\rangle_{AD} + \beta 01\rangle_{AD}$	$\sigma_x \otimes \sigma_x$
$ R1\rangle_{2C}$	$ L1\rangle_{1E}$	$ 0\rangle_B$	$\alpha 10\rangle_{AD} - \beta 01\rangle_{AD}$	$\sigma_z \sigma_x \otimes \sigma_x$
$ R0\rangle_{2C}$	$ L1\rangle_{1E}$	$ 0\rangle_B$	$\alpha 10\rangle_{AD} - \beta 01\rangle_{AD}$	$\sigma_z \sigma_x \otimes \sigma_x$
$ R1\rangle_{2C}$	$ L1\rangle_{1E}$	$ 0\rangle_B$	$\alpha 10\rangle_{AD} + \beta 01\rangle_{AD}$	$\sigma_x \otimes \sigma_x$
$ R0\rangle_{2C}$	$ R0\rangle_{1E}$	$ 0\rangle_B$	$\alpha 11\rangle_{AD} - \beta 00\rangle_{AD}$	$\sigma_z \sigma_x \otimes \mathbb{I}$
$ R0\rangle_{2C}$	$ R1\rangle_{1E}$	$ 0\rangle_B$	$\alpha 11\rangle_{AD} + \beta 00\rangle_{AD}$	$\sigma_x \otimes \mathbb{I}$
$ R1\rangle_{2C}$	$ R0\rangle_{1E}$	$ 0\rangle_B$	$\alpha 11\rangle_{AD} + \beta 00\rangle_{AD}$	$\sigma_x \otimes \mathbb{I}$
$ R1\rangle_{2C}$	$ R1\rangle_{1E}$	$ 0\rangle_B$	$\alpha 11\rangle_{AD} - \beta 00\rangle_{AD}$	$\sigma_z \sigma_x \otimes \mathbb{I}$
$ L0\rangle_{2C}$	$ L0\rangle_{1E}$	$ 0\rangle_B$	$\alpha 00\rangle_{AD} - \beta 11\rangle_{AD}$	$\mathbb{I} \otimes \sigma_x \sigma_z$
$ L0\rangle_{2C}$	$ L1\rangle_{1E}$	$ 0\rangle_B$	$\alpha 00\rangle_{AD} + \beta 11\rangle_{AD}$	$\mathbb{I} \otimes \sigma_x$
$ L1\rangle_{2C}$	$ L0\rangle_{1E}$	$ 0\rangle_B$	$\alpha 00\rangle_{AD} + \beta 11\rangle_{AD}$	$\mathbb{I} \otimes \sigma_x$
$ L1\rangle_{2C}$	$ L1\rangle_{1E}$	$ 0\rangle_B$	$\alpha 00\rangle_{AD} - \beta 11\rangle_{AD}$	$\mathbb{I} \otimes \sigma_x \sigma_z$
$ L0\rangle_{2C}$	$ R0\rangle_{1E}$	$ 0\rangle_B$	$\alpha 01\rangle_{AD} + \beta 10\rangle_{AD}$	$\mathbb{I} \otimes \mathbb{I}$
$ L0\rangle_{2C}$	$ R1\rangle_{1E}$	$ 0\rangle_B$	$\alpha 01\rangle_{AD} - \beta 10\rangle_{AD}$	$\sigma_z \otimes \mathbb{I}$
$ L1\rangle_{2C}$	$ R0\rangle_{1E}$	$ 0\rangle_B$	$\alpha 01\rangle_{AD} - \beta 10\rangle_{AD}$	$\sigma_z \otimes \mathbb{I}$
$ L1\rangle_{2C}$	$ R1\rangle_{1E}$	$ 0\rangle_B$	$\alpha 01\rangle_{AD} + \beta 10\rangle_{AD}$	$\mathbb{I} \otimes \mathbb{I}$
$ R0\rangle_{2C}$	$ L0\rangle_{1E}$	$ 1\rangle_B$	$\alpha 00\rangle_{AD} - \beta 11\rangle_{AD}$	$\mathbb{I} \otimes \sigma_x \sigma_z$
$ R0\rangle_{2C}$	$ L1\rangle_{1E}$	$ 1\rangle_B$	$\alpha 00\rangle_{AD} + \beta 11\rangle_{AD}$	$\mathbb{I} \otimes \sigma_x$
$ R1\rangle_{2C}$	$ L0\rangle_{1E}$	$ 1\rangle_B$	$\alpha 00\rangle_{AD} + \beta 11\rangle_{AD}$	$\mathbb{I} \otimes \sigma_x$
$ R1\rangle_{2C}$	$ L1\rangle_{1E}$	$ 1\rangle_B$	$\alpha 00\rangle_{AD} - \beta 11\rangle_{AD}$	$\mathbb{I} \otimes \sigma_x \sigma_z$
$ R0\rangle_{2C}$	$ R0\rangle_{1E}$	$ 1\rangle_B$	$\alpha 01\rangle_{AD} + \beta 10\rangle_{AD}$	$\mathbb{I} \otimes \mathbb{I}$
$ R0\rangle_{2C}$	$ R1\rangle_{1E}$	$ 1\rangle_B$	$\alpha 01\rangle_{AD} - \beta 10\rangle_{AD}$	$\sigma_z \otimes \mathbb{I}$
$ R1\rangle_{2C}$	$ R0\rangle_{1E}$	$ 1\rangle_B$	$\alpha 01\rangle_{AD} - \beta 10\rangle_{AD}$	$\sigma_z \otimes \mathbb{I}$
$ R1\rangle_{2C}$	$ R1\rangle_{1E}$	$ 1\rangle_B$	$\alpha 01\rangle_{AD} + \beta 10\rangle_{AD}$	$\mathbb{I} \otimes \mathbb{I}$
$ L0\rangle_{2C}$	$ L0\rangle_{1E}$	$ 1\rangle_B$	$\alpha 10\rangle_{AD} + \beta 01\rangle_{AD}$	$\sigma_x \otimes \sigma_x$
$ L0\rangle_{2C}$	$ L1\rangle_{1E}$	$ 1\rangle_B$	$\alpha 10\rangle_{AD} - \beta 01\rangle_{AD}$	$\sigma_z \sigma_x \otimes \sigma_x$
$ L1\rangle_{2C}$	$ L0\rangle_{1E}$	$ 1\rangle_B$	$\alpha 10\rangle_{AD} - \beta 01\rangle_{AD}$	$\sigma_z \sigma_x \otimes \sigma_x$
$ L1\rangle_{2C}$	$ L1\rangle_{1E}$	$ 1\rangle_B$	$\alpha 10\rangle_{AD} + \beta 01\rangle_{AD}$	$\sigma_x \otimes \sigma_x$
$ L0\rangle_{2C}$	$ R0\rangle_{1E}$	$ 1\rangle_B$	$\alpha 11\rangle_{AD} - \beta 00\rangle_{AD}$	$\sigma_z \sigma_x \otimes \mathbb{I}$
$ L0\rangle_{2C}$	$ R1\rangle_{1E}$	$ 1\rangle_B$	$\alpha 11\rangle_{AD} + \beta 00\rangle_{AD}$	$\sigma_x \otimes \mathbb{I}$
$ L1\rangle_{2C}$	$ R0\rangle_{1E}$	$ 1\rangle_B$	$\alpha 11\rangle_{AD} + \beta 00\rangle_{AD}$	$\sigma_x \otimes \mathbb{I}$
$ L1\rangle_{2C}$	$ R1\rangle_{1E}$	$ 1\rangle_B$	$\alpha 11\rangle_{AD} - \beta 00\rangle_{AD}$	$\sigma_z \sigma_x \otimes \mathbb{I}$

Tabela 3.8: Possíveis resultados e rotações para completar o teletransporte controlado com um controle, correspondendo ao caso *i*). A primeira coluna (2C) mostra os possíveis resultados das medidas nos estados do átomo *C* e fóton 2. A segunda coluna refere-se aos possíveis resultados de Alice das medidas no fóton 1 e no átomo *E*. A coluna *EC* mostra o estado do controle *B*. A coluna (*RT*) faz o mesmo para o estado teletransportado (*AD*). A quarta coluna (*OA*) mostra as matrizes de Pauli correspondentes representando as operações unitárias no estado atômico para completar o processo de teletransporte.

ii) Dois controles: Neste caso, consideramos uma cavidade adicional B_1 , com um átomo aprisionado, funcionando como o novo controle no processo de tele-

transporte. O esquema é ilustrado na Fig. 3.11. Note que o procedimento de cima não é modificado. Por outro lado, o estado do subsistema no ramo inferior, após a interação do fóton 2 com os átomos dentro das cavidades A, B, B₁, e C, respectivamente, é dado por

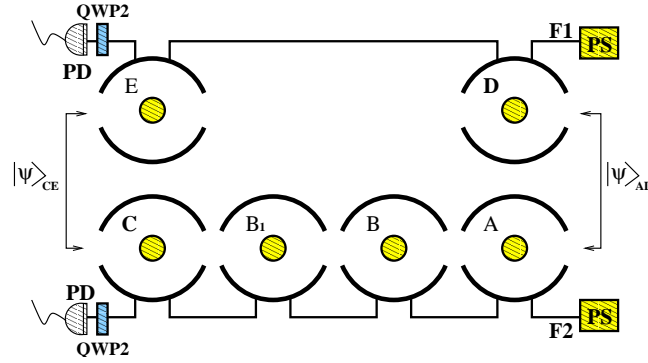


Figura 3.11: Representação esquemática para o teletransporte controlado de estados atômicos emaranhados com dois controles. *PS* são as fontes de fótons, *A*, *B*, *B*₁, *C*, *D*, e *E* representam os átomos aprisionados nas cavidades, *QWP2* é a placa de quarto de onda, idêntica para os dois ramos, e *PD* é o fotodetector de polarização. *F1* e *F2* são os dois canais fotônicos.

$$\begin{aligned}
 |\phi'_3\rangle = \frac{1}{4} \left\{ & |00\rangle_{BB_1} \left[\alpha(|L\rangle_2 + |R\rangle_2) |0\rangle_A |01\rangle_{CE} - i\alpha(|L\rangle_2 - |R\rangle_2) |1\rangle_A |01\rangle_{CE} \right. \right. \\
 & \left. \left. - i\beta(|L\rangle_2 - |R\rangle_2) |0\rangle_A |10\rangle_{CE} - \beta(|L\rangle_2 + |R\rangle_2) |1\rangle_A |10\rangle_{CE} \right] \right. \\
 & + |01\rangle_{BB_1} \left[-i\alpha(|L\rangle_2 - |R\rangle_2) |0\rangle_A |01\rangle_{CE} - \alpha(|L\rangle_2 + |R\rangle_2) |1\rangle_A |01\rangle_{CE} \right. \\
 & \left. - \beta(|L\rangle_2 + |R\rangle_2) |0\rangle_A |10\rangle_{CE} + i\beta(|L\rangle_2 - |R\rangle_2) |1\rangle_A |10\rangle_{CE} \right] \\
 & + |10\rangle_{BB_1} \left[-i\alpha(|L\rangle_2 - |R\rangle_2) |0\rangle_A |01\rangle_{CE} - \alpha(|L\rangle_2 + |R\rangle_2) |1\rangle_A |01\rangle_{CE} \right. \\
 & \left. - \beta(|L\rangle_2 + |R\rangle_2) |0\rangle_A |10\rangle_{CE} + i\beta(|L\rangle_2 - |R\rangle_2) |1\rangle_A |10\rangle_{CE} \right] \\
 & \left. - |11\rangle_{BB_1} \left[\alpha(|L\rangle_2 + |R\rangle_2) |0\rangle_A |01\rangle_{CE} - i\alpha(|L\rangle_2 - |R\rangle_2) |1\rangle_A |01\rangle_{CE} \right. \right. \\
 & \left. \left. - i\beta(|L\rangle_2 - |R\rangle_2) |0\rangle_A |10\rangle_{CE} - \beta(|L\rangle_2 + |R\rangle_2) |1\rangle_A |10\rangle_{CE} \right] \right\}. \quad (3.62)
 \end{aligned}$$

Agora, depois de o fóton *F1* ter interagido com os átomos em *D* e *E*, o estado do

sistema pode ser escrito como

$$\begin{aligned}
|\phi_3''\rangle = & \frac{1}{8} \left\{ |00\rangle_{BB_1} \left[\alpha(|L\rangle_2 + |R\rangle_2) |0\rangle_A |01\rangle_{CE} \left[-i(|L\rangle_1 + |R\rangle_1) |0\rangle_D - (|L\rangle_1 - |R\rangle_1) |1\rangle_D \right] \right. \\
& - i\alpha(|L\rangle_2 - |R\rangle_2) |1\rangle_A |01\rangle_{CE} \left[-i(|L\rangle_1 + |R\rangle_1) |0\rangle_D - (|L\rangle_1 - |R\rangle_1) |1\rangle_D \right] \\
& - i\beta(|L\rangle_2 - |R\rangle_2) |0\rangle_A |10\rangle_{CE} \left[(|L\rangle_1 - |R\rangle_1) |0\rangle_D - i(|L\rangle_1 + |R\rangle_1) |1\rangle_D \right] \\
& \left. - \beta(|L\rangle_2 + |R\rangle_2) |1\rangle_A |10\rangle_{CE} \left[(|L\rangle_1 - |R\rangle_1) |0\rangle_D - i(|L\rangle_1 + |R\rangle_1) |1\rangle_D \right] \right] \\
& + |01\rangle_{BB_1} \left[-i\alpha(|L\rangle_2 - |R\rangle_2) |0\rangle_A |01\rangle_{CE} \left[-i(|L\rangle_1 + |R\rangle_1) |0\rangle_D - (|L\rangle_1 - |R\rangle_1) |1\rangle_D \right] \right. \\
& - \alpha(|L\rangle_2 + |R\rangle_2) |1\rangle_A |01\rangle_{CE} \left[-i(|L\rangle_1 + |R\rangle_1) |0\rangle_D - (|L\rangle_1 - |R\rangle_1) |1\rangle_D \right] \\
& - \beta(|L\rangle_2 + |R\rangle_2) |0\rangle_A |10\rangle_{CE} \left[(|L\rangle_1 - |R\rangle_1) |0\rangle_D - i(|L\rangle_1 + |R\rangle_1) |1\rangle_D \right] \\
& \left. + i\beta(|L\rangle_2 - |R\rangle_2) |1\rangle_A |10\rangle_{CE} \left[(|L\rangle_1 - |R\rangle_1) |0\rangle_D - i(|L\rangle_1 + |R\rangle_1) |1\rangle_D \right] \right] \\
& + |10\rangle_{BB_1} \left[-i\alpha(|L\rangle_2 - |R\rangle_2) |0\rangle_A |01\rangle_{CE} \left[-i(|L\rangle_1 + |R\rangle_1) |0\rangle_D - (|L\rangle_1 - |R\rangle_1) |1\rangle_D \right] \right. \\
& - \alpha(|L\rangle_2 + |R\rangle_2) |1\rangle_A |01\rangle_{CE} \left[-i(|L\rangle_1 + |R\rangle_1) |0\rangle_D - (|L\rangle_1 - |R\rangle_1) |1\rangle_D \right] \\
& - \beta(|L\rangle_2 + |R\rangle_2) |0\rangle_A |10\rangle_{CE} \left[(|L\rangle_1 - |R\rangle_1) |0\rangle_D - i(|L\rangle_1 + |R\rangle_1) |1\rangle_D \right] \\
& \left. + i\beta(|L\rangle_2 - |R\rangle_2) |1\rangle_A |10\rangle_{CE} \left[(|L\rangle_1 - |R\rangle_1) |0\rangle_D - i(|L\rangle_1 + |R\rangle_1) |1\rangle_D \right] \right] \\
& - |11\rangle_{BB_1} \left[\alpha(|L\rangle_2 + |R\rangle_2) |0\rangle_A |01\rangle_{CE} \left[-i(|L\rangle_1 + |R\rangle_1) |0\rangle_D - (|L\rangle_1 - |R\rangle_1) |1\rangle_D \right] \right. \\
& - i\alpha(|L\rangle_2 - |R\rangle_2) |1\rangle_A |01\rangle_{CE} \left[-i(|L\rangle_1 + |R\rangle_1) |0\rangle_D - (|L\rangle_1 - |R\rangle_1) |1\rangle_D \right] \\
& - i\beta(|L\rangle_2 - |R\rangle_2) |0\rangle_A |10\rangle_{CE} \left[(|L\rangle_1 - |R\rangle_1) |0\rangle_D - i(|L\rangle_1 + |R\rangle_1) |1\rangle_D \right] \\
& \left. - \beta(|L\rangle_2 + |R\rangle_2) |1\rangle_A |10\rangle_{CE} \left[(|L\rangle_1 - |R\rangle_1) |0\rangle_D - i(|L\rangle_1 + |R\rangle_1) |1\rangle_D \right] \right] \left. \right\}. \quad (3.63)
\end{aligned}$$

Em seguida, considerando a ação das placas QWP2 para F1 e F2, mais as operações

Para concluir o teletransporte controlado de estados emaranhados, é necessário medir os dois estados de polarização dos fótons F1 e F2 mais os estados dos controles (B and B₁). As rotações adequadas são exibidas na Tabela 3.9.

A estimativa da probabilidade de sucesso para esse caso muda de forma expressiva, uma vez que lidamos com dois fótons, F1 e F2, e estabelecemos dois ramos de fibras óticas, dois detectores de fóton, acrescentando mais imperfeições ao processo. Nesse caso obtemos a seguinte probabilidade de sucesso

$$P = p_{Bell} \times |T_f \times T_0 \times p_\pi \times \eta \times \Delta\Omega/4\pi|^2 \approx 2,031 \times 10^{-8}. \quad (3.65)$$

Segue que agora precisamos de $\simeq 49236829$ eventos, caso queiramos o evento ocorrendo com total sucesso. Isso implica em um tempo de realização do TC de emaranhamento proposto em torno de $\simeq 11$ min. Para chegarmos a esse valor, usamos como proposta de fonte de fótons, a mesma do esquema de troca de emaranhamento, que emite fótons a uma taxa de 75 KHz.

iii) Generalização: a generalização do teletransporte controlado de estados emaranhados pode ser feita usando uma placa QWP₁ ou uma QWP₂ no ramo inferior (ver Fig. 3.11), conforme o esquema use um número ímpar ou par de controles, respectivamente.

2C	1E	EC	RT	OA
$ L0\rangle_{2C}$	$ L0\rangle_{1E}$	$ 00\rangle_{BB_1}$	$\alpha 00\rangle_{AD} - \beta 11\rangle_{AD}$	$\mathbb{I} \otimes \sigma_z \sigma_x$
$ L0\rangle_{2C}$	$ L1\rangle_{1E}$	$ 00\rangle_{BB_1}$	$\alpha 00\rangle_{AD} + \beta 11\rangle_{AD}$	$\mathbb{I} \otimes \sigma_x$
$ L1\rangle_{2C}$	$ L0\rangle_{1E}$	$ 00\rangle_{BB_1}$	$\alpha 00\rangle_{AD} + \beta 11\rangle_{AD}$	$\mathbb{I} \otimes \sigma_x$
$ L1\rangle_{2C}$	$ L1\rangle_{1E}$	$ 00\rangle_{BB_1}$	$\alpha 00\rangle_{AD} - \beta 11\rangle_{AD}$	$\mathbb{I} \otimes \sigma_z \sigma_x$
$ L0\rangle_{2C}$	$ R0\rangle_{1E}$	$ 00\rangle_{BB_1}$	$\alpha 01\rangle_{AD} + \beta 10\rangle_{AD}$	$\mathbb{I} \otimes \mathbb{I}$
$ L0\rangle_{2C}$	$ R1\rangle_{1E}$	$ 00\rangle_{BB_1}$	$\alpha 01\rangle_{AD} - \beta 10\rangle_{AD}$	$\mathbb{I} \otimes \sigma_z$
$ L1\rangle_{2C}$	$ R0\rangle_{1E}$	$ 00\rangle_{BB_1}$	$\alpha 01\rangle_{AD} - \beta 10\rangle_{AD}$	$\mathbb{I} \otimes \sigma_z$
$ L1\rangle_{2C}$	$ R1\rangle_{1E}$	$ 00\rangle_{BB_1}$	$\alpha 01\rangle_{AD} + \beta 10\rangle_{AD}$	$\mathbb{I} \otimes \mathbb{I}$
$ R0\rangle_{2C}$	$ L0\rangle_{1E}$	$ 00\rangle_{BB_1}$	$\alpha 10\rangle_{AD} + \beta 01\rangle_{AD}$	$\sigma_x \otimes \sigma_x$
$ R0\rangle_{2C}$	$ L1\rangle_{1E}$	$ 00\rangle_{BB_1}$	$\alpha 10\rangle_{AD} - \beta 01\rangle_{AD}$	$\sigma_z \sigma_x \otimes \sigma_x$
$ R1\rangle_{2C}$	$ L0\rangle_{1E}$	$ 00\rangle_{BB_1}$	$\alpha 10\rangle_{AD} - \beta 01\rangle_{AD}$	$\sigma_z \sigma_x \otimes \sigma_x$
$ R1\rangle_{2C}$	$ L1\rangle_{1E}$	$ 00\rangle_{BB_1}$	$\alpha 10\rangle_{AD} + \beta 01\rangle_{AD}$	$\sigma_x \otimes \sigma_x$
$ R0\rangle_{2C}$	$ R0\rangle_{1E}$	$ 00\rangle_{BB_1}$	$\alpha 11\rangle_{AD} - \beta 00\rangle_{AD}$	$\sigma_z \sigma_x \otimes \mathbb{I}$
$ R0\rangle_{2C}$	$ R1\rangle_{1E}$	$ 00\rangle_{BB_1}$	$\alpha 11\rangle_{AD} + \beta 00\rangle_{AD}$	$\sigma_x \otimes \mathbb{I}$
$ R1\rangle_{2C}$	$ R0\rangle_{1E}$	$ 00\rangle_{BB_1}$	$\alpha 11\rangle_{AD} + \beta 00\rangle_{AD}$	$\sigma_x \otimes \mathbb{I}$
$ R1\rangle_{2C}$	$ R1\rangle_{1E}$	$ 00\rangle_{BB_1}$	$\alpha 11\rangle_{AD} - \beta 00\rangle_{AD}$	$\sigma_z \sigma_x \otimes \mathbb{I}$
$ L0\rangle_{2C}$	$ L0\rangle_{1E}$	$ 01\rangle_{BB_1}$	$\alpha 10\rangle_{AD} + \beta 01\rangle_{AD}$	$\sigma_x \otimes \sigma_x$
$ L0\rangle_{2C}$	$ L1\rangle_{1E}$	$ 01\rangle_{BB_1}$	$\alpha 10\rangle_{AD} - \beta 01\rangle_{AD}$	$\sigma_z \sigma_x \otimes \sigma_x$
$ L1\rangle_{2C}$	$ L0\rangle_{1E}$	$ 01\rangle_{BB_1}$	$\alpha 10\rangle_{AD} - \beta 01\rangle_{AD}$	$\sigma_z \sigma_x \otimes \sigma_x$
$ L1\rangle_{2C}$	$ L1\rangle_{1E}$	$ 01\rangle_{BB_1}$	$\alpha 10\rangle_{AD} + \beta 01\rangle_{AD}$	$\sigma_x \otimes \sigma_x$
$ L0\rangle_{2C}$	$ R0\rangle_{1E}$	$ 01\rangle_{BB_1}$	$\alpha 11\rangle_{AD} - \beta 00\rangle_{AD}$	$\sigma_z \sigma_x \otimes \mathbb{I}$
$ L0\rangle_{2C}$	$ R1\rangle_{1E}$	$ 01\rangle_{BB_1}$	$\alpha 11\rangle_{AD} + \beta 00\rangle_{AD}$	$\sigma_x \otimes \mathbb{I}$
$ L1\rangle_{2C}$	$ R0\rangle_{1E}$	$ 01\rangle_{BB_1}$	$\alpha 11\rangle_{AD} + \beta 00\rangle_{AD}$	$\sigma_x \otimes \mathbb{I}$
$ L1\rangle_{2C}$	$ R1\rangle_{1E}$	$ 01\rangle_{BB_1}$	$\alpha 11\rangle_{AD} - \beta 00\rangle_{AD}$	$\sigma_z \sigma_x \otimes \mathbb{I}$
$ R0\rangle_{2C}$	$ L0\rangle_{1E}$	$ 01\rangle_{BB_1}$	$\alpha 00\rangle_{AD} - \beta 11\rangle_{AD}$	$\mathbb{I} \otimes \sigma_z \sigma_x$
$ R0\rangle_{2C}$	$ L1\rangle_{1E}$	$ 01\rangle_{BB_1}$	$\alpha 00\rangle_{AD} + \beta 11\rangle_{AD}$	$\mathbb{I} \otimes \sigma_x$
$ R1\rangle_{2C}$	$ L0\rangle_{1E}$	$ 01\rangle_{BB_1}$	$\alpha 00\rangle_{AD} + \beta 11\rangle_{AD}$	$\mathbb{I} \otimes \sigma_x$
$ R1\rangle_{2C}$	$ L1\rangle_{1E}$	$ 01\rangle_{BB_1}$	$\alpha 00\rangle_{AD} - \beta 11\rangle_{AD}$	$\mathbb{I} \otimes \sigma_z \sigma_x$
$ R0\rangle_{2C}$	$ R0\rangle_{1E}$	$ 01\rangle_{BB_1}$	$\alpha 01\rangle_{AD} + \beta 10\rangle_{AD}$	$\mathbb{I} \otimes \mathbb{I}$
$ R0\rangle_{2C}$	$ R1\rangle_{1E}$	$ 01\rangle_{BB_1}$	$\alpha 01\rangle_{AD} - \beta 10\rangle_{AD}$	$\sigma_z \otimes \mathbb{I}$
$ R1\rangle_{2C}$	$ R0\rangle_{1E}$	$ 01\rangle_{BB_1}$	$\alpha 01\rangle_{AD} - \beta 10\rangle_{AD}$	$\sigma_z \otimes \mathbb{I}$
$ R1\rangle_{2C}$	$ R1\rangle_{1E}$	$ 01\rangle_{BB_1}$	$\alpha 01\rangle_{AD} + \beta 10\rangle_{AD}$	$\mathbb{I} \otimes \mathbb{I}$

2C	1E	EC	RT	OA
$ L0\rangle_{2C}$	$ L0\rangle_{1E}$	$ 10\rangle_{BB_1}$	$\alpha 10\rangle_{AD} + \beta 01\rangle_{AD}$	$\sigma_x \otimes \sigma_x$
$ L0\rangle_{2C}$	$ L1\rangle_{1E}$	$ 10\rangle_{BB_1}$	$\alpha 10\rangle_{AD} - \beta 01\rangle_{AD}$	$\sigma_z \sigma_x \otimes \sigma_x$
$ L1\rangle_{2C}$	$ L0\rangle_{1E}$	$ 10\rangle_{BB_1}$	$\alpha 10\rangle_{AD} - \beta 01\rangle_{AD}$	$\sigma_z \sigma_x \otimes \sigma_x$
$ L1\rangle_{2C}$	$ L1\rangle_{1E}$	$ 10\rangle_{BB_1}$	$\alpha 10\rangle_{AD} + \beta 01\rangle_{AD}$	$\sigma_x \otimes \sigma_x$
$ L0\rangle_{2C}$	$ R0\rangle_{1E}$	$ 10\rangle_{BB_1}$	$\alpha 11\rangle_{AD} - \beta 00\rangle_{AD}$	$\sigma_z \sigma_x \otimes \mathbb{I}$
$ L0\rangle_{2C}$	$ R1\rangle_{1E}$	$ 10\rangle_{BB_1}$	$\alpha 11\rangle_{AD} + \beta 00\rangle_{AD}$	$\sigma_x \otimes \mathbb{I}$
$ L1\rangle_{2C}$	$ R0\rangle_{1E}$	$ 10\rangle_{BB_1}$	$\alpha 11\rangle_{AD} + \beta 00\rangle_{AD}$	$\sigma_x \otimes \mathbb{I}$
$ L1\rangle_{2C}$	$ R1\rangle_{1E}$	$ 10\rangle_{BB_1}$	$\alpha 11\rangle_{AD} - \beta 00\rangle_{AD}$	$\sigma_z \sigma_x \otimes \mathbb{I}$
$ R0\rangle_{2C}$	$ L0\rangle_{1E}$	$ 10\rangle_{BB_1}$	$\alpha 00\rangle_{AD} - \beta 11\rangle_{AD}$	$\mathbb{I} \otimes \sigma_z \sigma_x$
$ R0\rangle_{2C}$	$ L1\rangle_{1E}$	$ 10\rangle_{BB_1}$	$\alpha 00\rangle_{AD} + \beta 11\rangle_{AD}$	$\mathbb{I} \otimes \sigma_x$
$ R1\rangle_{2C}$	$ L0\rangle_{1E}$	$ 10\rangle_{BB_1}$	$\alpha 00\rangle_{AD} + \beta 11\rangle_{AD}$	$\mathbb{I} \otimes \sigma_x$
$ R1\rangle_{2C}$	$ L1\rangle_{1E}$	$ 10\rangle_{BB_1}$	$\alpha 00\rangle_{AD} - \beta 11\rangle_{AD}$	$\mathbb{I} \otimes \sigma_z \sigma_x$
$ R0\rangle_{2C}$	$ R0\rangle_{1E}$	$ 10\rangle_{BB_1}$	$\alpha 01\rangle_{AD} + \beta 10\rangle_{AD}$	$\mathbb{I} \otimes \mathbb{I}$
$ R0\rangle_{2C}$	$ R1\rangle_{1E}$	$ 10\rangle_{BB_1}$	$\alpha 01\rangle_{AD} - \beta 10\rangle_{AD}$	$\sigma_z \otimes \mathbb{I}$
$ R1\rangle_{2C}$	$ R0\rangle_{1E}$	$ 10\rangle_{BB_1}$	$\alpha 01\rangle_{AD} - \beta 10\rangle_{AD}$	$\sigma_z \otimes \mathbb{I}$
$ R1\rangle_{2C}$	$ R1\rangle_{1E}$	$ 10\rangle_{BB_1}$	$\alpha 01\rangle_{AD} + \beta 10\rangle_{AD}$	$\mathbb{I} \otimes \mathbb{I}$
$ L0\rangle_{2C}$	$ L0\rangle_{1E}$	$ 11\rangle_{BB_1}$	$\alpha 00\rangle_{AD} - \beta 11\rangle_{AD}$	$\mathbb{I} \otimes \sigma_z \sigma_x$
$ L0\rangle_{2C}$	$ L1\rangle_{1E}$	$ 11\rangle_{BB_1}$	$\alpha 00\rangle_{AD} + \beta 11\rangle_{AD}$	$\mathbb{I} \otimes \sigma_x$
$ L1\rangle_{2C}$	$ L0\rangle_{1E}$	$ 11\rangle_{BB_1}$	$\alpha 00\rangle_{AD} + \beta 11\rangle_{AD}$	$\mathbb{I} \otimes \sigma_x$
$ L1\rangle_{2C}$	$ L1\rangle_{1E}$	$ 11\rangle_{BB_1}$	$\alpha 00\rangle_{AD} - \beta 11\rangle_{AD}$	$\mathbb{I} \otimes \sigma_z \sigma_x$
$ L0\rangle_{2C}$	$ R0\rangle_{1E}$	$ 11\rangle_{BB_1}$	$\alpha 01\rangle_{AD} + \beta 10\rangle_{AD}$	$\mathbb{I} \otimes \mathbb{I}$
$ L0\rangle_{2C}$	$ R1\rangle_{1E}$	$ 11\rangle_{BB_1}$	$\alpha 01\rangle_{AD} - \beta 10\rangle_{AD}$	$\mathbb{I} \otimes \sigma_z$
$ L1\rangle_{2C}$	$ R0\rangle_{1E}$	$ 11\rangle_{BB_1}$	$\alpha 01\rangle_{AD} - \beta 10\rangle_{AD}$	$\mathbb{I} \otimes \sigma_z$
$ L1\rangle_{2C}$	$ R1\rangle_{1E}$	$ 11\rangle_{BB_1}$	$\alpha 01\rangle_{AD} + \beta 10\rangle_{AD}$	$\mathbb{I} \otimes \mathbb{I}$
$ R0\rangle_{2C}$	$ L0\rangle_{1E}$	$ 11\rangle_{BB_1}$	$\alpha 10\rangle_{AD} + \beta 01\rangle_{AD}$	$\sigma_x \otimes \sigma_x$
$ R0\rangle_{2C}$	$ L1\rangle_{1E}$	$ 11\rangle_{BB_1}$	$\alpha 10\rangle_{AD} - \beta 01\rangle_{AD}$	$\sigma_z \sigma_x \otimes \sigma_x$
$ R1\rangle_{2C}$	$ L0\rangle_{1E}$	$ 11\rangle_{BB_1}$	$\alpha 10\rangle_{AD} - \beta 01\rangle_{AD}$	$\sigma_z \sigma_x \otimes \sigma_x$
$ R1\rangle_{2C}$	$ L1\rangle_{1E}$	$ 11\rangle_{BB_1}$	$\alpha 10\rangle_{AD} + \beta 01\rangle_{AD}$	$\sigma_x \otimes \sigma_x$
$ R0\rangle_{2C}$	$ R0\rangle_{1E}$	$ 11\rangle_{BB_1}$	$\alpha 11\rangle_{AD} - \beta 00\rangle_{AD}$	$\sigma_z \sigma_x \otimes \mathbb{I}$
$ R0\rangle_{2C}$	$ R1\rangle_{1E}$	$ 11\rangle_{BB_1}$	$\alpha 11\rangle_{AD} + \beta 00\rangle_{AD}$	$\sigma_x \otimes \mathbb{I}$
$ R1\rangle_{2C}$	$ R0\rangle_{1E}$	$ 11\rangle_{BB_1}$	$\alpha 11\rangle_{AD} + \beta 00\rangle_{AD}$	$\sigma_x \otimes \mathbb{I}$
$ R1\rangle_{2C}$	$ R1\rangle_{1E}$	$ 11\rangle_{BB_1}$	$\alpha 11\rangle_{AD} - \beta 00\rangle_{AD}$	$\sigma_z \sigma_x \otimes \mathbb{I}$

Tabela 3.9: Possíveis resultados e rotações para completar o teletransporte controlado com dois controles, correspondendo ao caso *ii*). A primeira coluna (2C) mostra os possíveis resultados das medidas nos estados do átomo *C* e fóton 2. A segunda coluna refere-se aos possíveis resultados de Alice nas medidas do fóton 1 e átomo *E*. A coluna *EC* mostra os estados dos controles *B* e *B1*. A coluna *RT* mostra o resultado do estado teletransportado *AD*. A quarta coluna (*OA*) mostra as matrizes de Pauli correspondentes representando as operações unitárias no estado atômico para completar o processo de teletransporte.

Capítulo 4

Comentários e Conclusões

Neste trabalho, vimos que a união da teoria da informação com a mecânica quântica possibilitou o surgimento de uma nova área de pesquisa, a Informação Quântica. Dentro desse novo cenário, o emaranhamento é um recurso fundamental, uma vez que um sistema emaranhado armazena mais informação do que a soma das informações contidas em cada uma de suas partes. Desse modo, diferentes sistemas físicos buscam aplicar o emaranhamento para a efetivação de tarefas fundamentais em comunicação e computação quânticas.

Com esse intuito, seguimos considerando um desses sistemas, a EDQC no regime ótico. Para isso, deduzimos o hamiltoniano de Jaynes-Cummings, que mostra como se dá a interação de um átomo, modelado para ter dois níveis, com o campo, ambos aprisionados no interior de uma cavidade. Tendo isso, demonstramos como se dá a relação de entrada e saída de fótons para uma cavidade óptica, quando a consideramos com um baixo fator de qualidade. Esse resultado nos propiciou obter as rotações de Faraday fotônicas.

Abordamos também a troca de emaranhamento e o teletransporte controlado de estados quânticos. Apresentamos suas definições e as inserimos no contexto de RFF em cavidades ópticas. Para a troca de emaranhamento de estados atômicos, introduzimos dois protocolos, usando três e quatro cavidades de baixo-Q. A princípio, durante nossa abordagem, consideramos apenas excitações virtuais dos átomos, com

fotodetectores ideais e fibras óticas sem absorção.

Na prática, no entanto, existem imperfeições experimentais associadas à perda de fótons, bem como à ineficiência dos detectores, o que torna os protocolos probabilísticos. Nesse sentido, estimamos a probabilidade de sucesso dos esquemas, levando em consideração essas perdas. Por exemplo, consideramos o acoplamento e transmissão de fótons através da fibra ótica de único modo, dado por $T_f = 0,2$, e a transmissão de cada fóton através de cada componente ótico $T_0 = 0,95$. Além disso, a fração de fótons com polarização correta pode ser colocada como sendo $p_\pi = 0,5$ e a eficiência quântica do detector de único fóton dada por $\eta = 0,15$. Ainda, o ângulo sólido de coleta do feixe de fóton na fibra ótica pode ser colocado como $\Delta\Omega/4\pi = 0,02$ [32]. Desse modo, podemos estimar a probabilidade de sucesso como $P = p_{Bell} \times T_f \times T_0 \times p_\pi \times \eta \times \Delta\Omega/4\pi \simeq 7,125 \times 10^{-5}$, considerando $p_{Bell} = 0,25$ como a probabilidade de uma medida de Bell ideal sem necessidade de rotações adicionais. Essa estimativa resulta também, como discutimos neste trabalho, a duração de cada troca de emaranhamento com sucesso em torno de $\simeq 0,19$ s. Esse valor foi obtido assumindo uma taxa de único fóton para dentro da cavidade como sendo dada por 75 KHz [32]. Vale ressaltar que essa estimativa para o tempo também permanece válida para a geração do estado emaranhado, que estabelecemos no início de nossos esquemas.

Essas considerações, tanto para a probabilidade de sucesso quanto para o tempo de execução do procedimento, são mantidas para o caso do TC de superposição de estados e para o TPC propostos. Agora, no caso de TC de emaranhamento, que faz uso de dois detectores, dois fótons envolvidos e fibras óticas adicionais, tivemos que escrever a probabilidade de sucesso como sendo $P = p_{Bell} \times |T_f \times T_0 \times p_\pi \times \eta \times \Delta\Omega/4\pi|^2 \simeq 2,031 \times 10^{-8}$. Para esse caso específico, resultou um tempo para realização do teletransporte em torno de $\simeq 11$ min.

Além desses aspectos práticos em nossos resultados, propusemos também a

generalização de cada esquema para o caso de um número qualquer, par ou ímpar, de controles. Isso foi feito alternando as placas que realizavam a porta Hadamard na polarização do fóton entre QWP1 e QWP2. A primeira era inserida após a última cavidade caso tivéssemos um número ímpar de controles. No caso de esse número ser par, inseríamos uma placa do tipo QWP2, também após a última cavidade do ramo inferior do esquema. Vale ressaltar que para o caso do teletransporte controlado de emaranhamento, que foi o último resultado discutido no Capítulo 3, essa variação nas placas era feita somente no ramo inferior dos esquemas, isto é, no ramo em que passava o fóton F2.

Em resumo, investigamos neste trabalho a troca de emaranhamento, o teletransporte controlado de estados de superposição, o teletransporte parcial de emaranhamento e o teletransporte controlado de emaranhamento. Os resultados foram obtidos no contexto de cavidades realísticas, tendo baixo fator de qualidade, usando as rotações de Faraday fotônicas e ainda levando em consideração outras imperfeições experimentais que aparecem na implementação dos esquemas.

Apêndice A

Eliminação adiabática

Como vimos, a Eq. 2.70 é a equação de movimento do operador de aniquilação de fótons no interior da cavidade ótica, que é escrita como

$$\dot{a}(t) = - \left[i(\omega_c - \omega_p) + \frac{\kappa}{2} \right] a(t) - g\sigma_-(t) - \sqrt{\kappa}\sigma_z a_{en}(t), \quad (\text{A.1})$$

em que suprimos o índice j e κ representa a taxa de amortecimento da cavidade. Essa expressão pode ser interpretada como um caso particular da seguinte equação

$$\dot{A}(t) = \alpha A + \beta B + \gamma C + \dots, \quad (\text{A.2})$$

em que B, C, seriam os operadores também dependentes do tempo do nosso caso. Partindo dessa equação, queremos mostrar que, se α é grande, $\dot{A} = 0$.

Chamando de Ω a maior das constantes β, γ, \dots , temos

$$\dot{A} = \alpha A + \Omega F. \quad (\text{A.3})$$

Se $\dot{A} = 0$, então $A = -\frac{\Omega}{\alpha} F$.

Reescrevendo Eq. A.3 na forma

$$\frac{d}{dt}(Ae^{-\alpha t}) = \Omega F e^{-\alpha t}, \quad (\text{A.4})$$

e integrando, temos

$$Ae^{-\alpha t} \Big|_0^t = \Omega \int_0^t F(t') e^{-\alpha t'} dt' \quad (\text{A.5})$$

$$A(t) = A(0)e^{\alpha t} + \Omega \int_0^t F(t') e^{\alpha(t-t')} dt'. \quad (\text{A.6})$$

Resolvendo a integral da expressão anterior por partes, temos

$$I(t) = -\frac{F(t')e^{\alpha(t-t')}}{\alpha} \Big|_0^t + \frac{1}{\alpha} \int_0^t F'(t')e^{\alpha(t-t')} dt' \quad (\text{A.7})$$

resultando em

$$I(t) = -\frac{F(t)}{\alpha} + \frac{F(0)}{\alpha} + \frac{1}{\alpha} \int_0^t F'(t')e^{\alpha(t-t')} dt'. \quad (\text{A.8})$$

Substituindo A.8 na Eq. A.6, chegamos a

$$A(t) = A(0) + \Omega \left[-\frac{F(t)}{\alpha} + \frac{F(0)}{\alpha} + \frac{1}{\alpha} \int_0^t F'(t')e^{\alpha(t-t')} dt' \right]. \quad (\text{A.9})$$

O último termo deve ser resolvido novamente por partes e assim sucessivamente. O resultado, já agrupando termos semelhantes, é

$$A(t) = \left[A(0) + \frac{\Omega}{\alpha} F(0) + F(t') \right] e^{\alpha t} + \left[-\frac{\Omega}{\alpha} F(t) + \frac{\Omega}{\alpha^2} F'(t') + \frac{\Omega}{\alpha^2} I_1 \right], \quad (\text{A.10})$$

sendo que $I_1 = \int_0^t F'(t')e^{\alpha(t-t')} dt'$.

O primeiro colchete contem termos que oscilam rapidamente, portanto são negligenciados. Como α é grande, temos que

$$A(t) \equiv -\frac{\Omega}{\alpha} F(t), \quad (\text{A.11})$$

mostrando que $\dot{A} = 0$. No nosso caso, o que garante α ser grande é o fato de a cavidade possuir um κ grande, isto é, baixo fator Q.

Bibliografia

- [1] J. M. Raimond, M. Brune, S. Haroche, *Colloquium: Manipulating quantum entanglement with atoms and photons in a cavity*, Rev. Mod. Phys. **53**, 565 (2001).
- [2] A. Einstein, B. Podolsky, N. Rosen, *Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?*, Phys. Rev. **47**, 777 (1935).
- [3] N. Bohr, *Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality be Considered Complete?*, Phys. Rev. **48**, 696 (1935).
- [4] J. S. Bell, *On the Einstein-Podolsky-Rosen paradox*, Physics (Long Island City, N.Y.) **1**, 195 (1964).
- [5] A. Zeilinger, *Experiment and the foundations of quantum physics*, Rev. Mod. Phys. **71**, S288 (1998).
- [6] A. Aspect, *Bell's inequality test: more ideal than ever*, Nature (London) **398**, 189 (1999).
- [7] D. M. Greenberger, M. Horne, A. Zeilinger, *Going beyond Bell's theorem*, in Bell's Theorem, Quantum Theory, and Conceptions of the Universe, edited by M. Kafatos (Kluwer Academic, Dordrecht, The Netherlands, 1989), pg. a 73-76.
- [8] A. Ekert, *Quantum Cryptography Based on Bell's Theorem*, Phys. Rev. Lett. **67**, 661 (1991).
- [9] C. H. Bennett, G. Brassard, C. Crépeau, R. Jozsa, A. Peres, W. K. Wootters, *Teleporting an unknown quantum state via dual classical and Einstein-Podolsky-Rosen channels*, Phys. Rev. Lett. **70**, 1895 (1993).

- [10] P. W. Shor, in *Proceedings of the 35th Annual Symposium on the Foundations of Computer Science*, edited by S. Goldwasser (IEEE Computer Society) (1994).
- [11] A. Ekert, R. Josza, *Quantum computation and Shor's factoring algorithm*, Rev. Mod. Phys. **68**, 733 (1996).
- [12] L. K. Grover, *Quantum Mechanics Helps in Searching for a Needle in a Haystack*, Phys. Rev. Lett. **79**, 325 (1997).
- [13] Y. H. Shih, C. O. Alley, *New Type of Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm Experiment Using Pairs of light Quanta Produced by Optical Parametric Down Conversion*, Phys. Rev. Lett, **61**, 26 (1988).
- [14] D. Bouwmeester, J.-W. Pan, K. Mattle, M. Eibl, H. Weinfurter, A. Zeilinger, *Experimental quantum teleportation*, Nature **390**, 575 (1997).
- [15] D. Boschi, S. Branca, F. De Martini, L. Hardy, S. Popescu, *Experimental Realization of Teleporting an Unknown Pure Quantum State via Dual Classical and Einstein-Podolsky-Rosen Channels*, Phys. Rev. Lett. **80**, 1121 (1998).
- [16] A. Furusawa, J. L. Sorensen, S. L. Braunstein, C. A. Fuchs, H. J. Kimble, E. S. Polzik, *Unconditional Quantum Teleportation*, Science **282**, 706 (1998).
- [17] Q. A. Turchette, C. S. Wood, B. E. King, C. J. Myatt, D. Leibfried, W. M. Itano, C. Monroe, D. J. Wineland, *Deterministic Entanglement of Two Trapped Ions*, Phys. Rev. Lett. **81**, 3631 (1998).
- [18] C. Monroe, D. M. Meekhof, B. E. King, W. M. Itano, D. J. Wineland, *Demonstration of a Fundamental Quantum Logic Gate*, Phys. Rev. Lett. **75**, 4714 (1995).
- [19] C. A. Sackett, D. Kielpinski, B. E. King, C. Langer, V. Meyer, C. J. Myatt, M. Rowe, Q. A. Turchette, W. M. Itano, D. J. Wienland, C. Monroe, *Experimental entanglement of four particles*, Nature **404**, 256 (2000).
- [20] R. J. Thompson, G. Rempe, H. J. Kimble, *Observation of Normal-Mode Splitting for an Atom in a Optical Cavity*, Phys. Rev. Lett. **68**, 1132 (1992).

- [21] P. Münstermann, T. Fischer, P. Maunz, P. W. H. Pinkse, G. Rempe, *Dynamics of Single-Atom Motion Observed in a High-Finesse Cavity*, Phys. Rev. Lett. **82**, 3791 (1999).
- [22] C. J. Hood, T. W. Lynn, A. C. Doherty, A. S. Parkins, H. J. Kimble, *The Atom-Cavity Microscope: Single Atoms Bound in Orbit by Single Photons*, Science **287**, 1447 (2000).
- [23] K. M. Birnbaum, A. Boca, R. Miller, A. D. Boozer, T. E. Northup, H. J. Kimble, *Theory of Photon Blockade by an Optical Cavity with One Trapped Atom*, Nature **436**, 87 (2005).
- [24] T. Wilk, S. C. Webster, A. Kuhn, G. Rempe, *Single-Atom Single-Photon Quantum Interface*, Science **317**, 488 (2007).
- [25] A. Rauschenbeutel, G. Nogues, S. Osnaghi, P. Bertet, M. Brune, J. M. Raimond, S. Haroche, *Coherent Operation of a Tunable Quantum Phase Gate in Cavity QED*, Phys. Rev. Lett. **83**, 5166 (1999).
- [26] M. Keller, B. Lange, K. Hayasaka, W. Lange, H. Walther, *Continuous generation of single photons with controlled waveform in an ion-trap cavity system*, Nature **431**, 1075 (2004).
- [27] M. Hijlkema, B. Weber, H. P. Specht, S. C. Webster, A. Kuhn, G. Rempe, *A Single-Photon Server with Just One Atom*, Nat. Phys. **3**, 253 (2007).
- [28] J.-H. An, M. Feng, C. H. Oh, *Quantum-information processing with a single photon by an input-output process with respect to low- Q cavities*, Phys. Rev. A **79**, 032303 (2009).
- [29] J.-J. Chen, J.-H. An, M. Feng, G. Liu, *Teleportation of an arbitrary multipartite state via photonic Faraday rotation*, J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. **43**, 095505 (2010).
- [30] B. Dayan, A. S. Parkins, T. Aoki, E. P. Ostby, K. I. Vahala, H. J. Kimble, *A Photon Turnstile Dynamically Regulated by One Atom*, Science **319**, 1062 (2008).

- [31] H. de Riedmatten, I. Marcikic, J. A. W. van Houwelingen, W. Tittel, H. Zbinden, N. Gisin, *Long-distance entanglement swapping with photons from separated sources*, Phys. Rev. A **71**, 050302 (2005).
- [32] S. Olmschenk, D. N. Matsukevich, P. Maunz, D. Hayes, L.-M. Duan, C. Monroe, *Quantum Teleportation Between Distant Matter Qubits*, Science **323**, 486 (2009).
- [33] W. Tittel, H. Zbinden, N. Gisin, *Experimental demonstration of quantum secret sharing*, Phys. Rev. A **63**, 042301 (2001).
- [34] C. Schmid, P. Trojek, M. Bourennane, C. Kurtsiefer, M. Żukowski, H. Weinfurter *Experimental Single Qubit Quantum Secret Sharing*, Phys. Rev. Lett. **95**, 230505 (2005).
- [35] W. P. Bastos, W. B. Cardoso, A. T. Avelar, B. Baseia, *Entanglement swapping of atomic states through the photonic Faraday rotation*, arXiv:1005.1189v1 2010. (Aceito no Quant. Inf. Process.)
- [36] T. Yoshie, A. Scherer, J. Hendrickson, G. Khitrova, H. M. Gibbs, G. Rupper, C. Ell, O. B. Shchekin, D. G. Deppe, *Vacuum Rabi splitting with a single quantum dot in a photonic crystal nanocavity*, Nature **432**, 200 (2004).
- [37] A. Blais, R. S. Huang, A. Wallraff, S. Girvin, R. J. Schoelkopf, *Cavity quantum electrodynamics for superconducting electrical circuits: An architecture for quantum computation*, Phys. Rev. A **69**, 062320 (2004).
- [38] S. Haroche, J.-M. Raimond, *Exploring the Quantum: Atoms, Cavities and Photons* (Oxford University Press, New York, 2006).
- [39] L.-M. Duan, H. J. Kimble, *Scalable Photonic Quantum Computation through Cavity-Assisted Interactions*, Phys. Rev. Lett. **92**, 127902 (2004).
- [40] X.-M. Lin, Z.-W. Zhou, M.-Y. Ye, Y.-F. Xiao, G.-C. Guo, *One-step implementation of a multiqubit controlled-phase-flip gate*, Phys. Rev. A **73**, 012323 (2006).

- [41] H. Goto, K. Ichimura, *Quantum trajectory simulation of controlled phase-flip gates using the vacuum Rabi splitting*, Phys. Rev. A **72**, 054301 (2005).
- [42] Q. Chen, M. Chen, *Quantum gating on neutral atoms in low- Q cavities by a single-photon input-output process*, Phys. Rev. A **79**, 064304 (2009).
- [43] C. J. Pethick, H. Smith, *Bose-Einstein Condensation in Dilute Gases* (Cambridge University Press, 2002).
- [44] D. F. Walls, G. J. Milburn, *Quantum Optics* (Springer-Verlag, Berlin, 1994).
- [45] S. S. Mizrahi, V. V. Dodonov, *Creating quanta with an 'annihilation' operator*, J. Phys. A: Math. Gen. **35** (2002) 8847.
- [46] H. J. Carmichael, *Statistical Methods in Quantum Optics 2: Non-Classical Fields* (Springer-Verlag, Berlin, 2008).
- [47] E. Courtens, *Giant Faraday Rotations in self-induced transparency*, Phys. Rev. Lett. **21**, 3 (1968).
- [48] G. Labeyrie, C. Miniatura, R. Kaiser, *Large Faraday rotation of resonant light in a cold atomic cloud*, Phys. Rev. A **64**, 033402 (2001).
- [49] B. Julsgaard, A. Kozhekin, E. S. Polzik, *Experimental long-lived entanglement of two macroscopic objects*, Nature **413**, 400 (2001).
- [50] M. Żukowski, A. Zeilinger, M. A. Horne, A. K. Ekert, *Event-ready-detectors Bell experiment via entanglement swapping*, Phys. Rev. Lett. **71**, 4287 (1993).
- [51] S. J. Freedman, J. F. Clauser, *Experimental Test of Local Hidden-Variable Theories*, Phys. Rev. Lett. **28**, 938 (1972).
- [52] J. G. Rarity, P. R. Tapster, *Experimental violation of Bell's inequality based on phase and momentum*, Phys. Rev. Lett. **64**, 2495 (1990).
- [53] E. Hagley, X. Maître, G. Nogues, C. Wunderlich, M. Brune, J. M. Raimond, S. Haroche, *Generation of Einstein-Podolsky-Rosen Pairs of Atoms*, Phys. Rev. Lett. **79**, 1 (1997).
- [54] T. Jennewein, G. Weihs, J. W. Pan, A. Zeilinger, *Experimental nonlocality proof of quantum teleportation and entanglement swapping*, Phys. Rev. Lett. **88**, 017903 (2002).

- [55] N. Boulant, K. Edmonds, J. Yang, M. A. Pravia, D. G. Cory, *Experimental demonstration of an entanglement swapping operation and improved control in NMR quantum-information processing*, Phys. Rev. A **68**, 032305 (2003).
- [56] X.-J. Jia, X.-L. Su, Q. Pan, J.-R. Gao, C.-D. Xie, K.-C. Peng, *Experimental Demonstration of Unconditional Entanglement Swapping for Continuous Variables*, Phys. Rev. Lett. **93**, 250503 (2004).
- [57] D. Gottesman, I. L. Chuang, *Demonstrating the viability of universal quantum computation using teleportation and single-qubit operations.*, Nature **402**, 390 (1999).
- [58] J. I. Cirac, P. Zoller, H. J. Kimble, H. Mabuchi, *Quantum State Transfer and Entanglement Distribution among Distant Nodes in a Quantum Network.*, Phys. Rev. Lett. **78**, 3221 (1997).
- [59] L. Vaidman, *Teleportation of quantum states*, Phys. Rev. A **49**, 2 (1994).
- [60] L. Davidovich, N. Zagury, M. Brune, J. M. Raimond, S. Haroche, *Teleportation of an atomic state between two cavities using nonlocal microwave fields*, Phys. Rev. A **50**, R895 (1994).
- [61] J. I. Cirac, A. S. Parkins, *Schemes for atomic-state teleportation*, Phys. Rev. A **50**, R4441 (1994).
- [62] S. L. Braunstein, A. Mann, *Measurement of the Bell operator and quantum teleportation*, Phys. Rev. A **51**, R1727 (1995).
- [63] M. H. Y. Moussa, *Teleportation of a cavity-radiation-field state: An alternative scheme*, Phys. Rev. A **54**, 4661 (1996).
- [64] M. H. Y. Moussa, *Teleportation with identity interchange of quantum states*, Phys. Rev. A **55**, R3287 (1997).
- [65] S.-B. Zheng, *Scheme for approximate conditional teleportation of an unknown atomic state without the Bell-state measurement*, Phys. Rev. A **69**, 064302 (2004).

- [66] W. B. Cardoso, A. T. Avelar, B. Baseia, N. G. de Almeida, *Teleportation of entangled states without Bell-state measurement*, Phys. Rev. A **72**, 045802 (2005).
- [67] M. Riebe, H. Haffner, C. F. Roos, W. Hansel, J. Benhelm, G. P. T. Lancaster, T. W. Korber, C. Becher, F. Schmidt-Kaler, D. F. V. James, R. Blatt, *Deterministic quantum teleportation with atoms*, Nature **429**, 734 (2004).
- [68] M. A. Nielsen, E. Knill, R. Laflamme, *Complete quantum teleportation by nuclear magnetic resonance*, Nature **396**, 52 (1998).
- [69] A. Karlsson, M. Bourennane, *Quantum teleportation using three-particle entanglement*, Phys. Rev. A **58**, 4394 (1998).
- [70] M. Hillery, V. Bužek, A. Berthiaume, *Quantum secret sharing*, Phys. Rev. A **59**, 1829 (1999).
- [71] C.-P. Yang, S.-I. Chu, S. Han, *Efficient many-party controlled teleportation of multiqubit quantum information via entanglement*, Phys. Rev. A **70**, 022329 (2004).
- [72] W. B. Cardoso, N. G. de Almeida, *Controlled partial teleportation of entangled states*, Phys. Scr. **80**, 045001 (2009);
W. B. Cardoso, N. G. de Almeida, *Teleportation of Entangled States through Divorce of Entangled Pair Mediated by a Weak Coherent Field in a High-Q Cavity*, Chin. Phys. Lett. **25**, 2488 (2008).
- [73] S. Gaertner, C. Kurtsiefer, M. Bourennane, H. Weinfurter, *Experimental Demonstration of Four-Party Quantum Secret Sharing*, Phys. Rev. A **98**, 20503 (2007).