



UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS
FACULDADE DE FILOSOFIA

VINÍCIUS RODRIGUES MAIONE

**A NOÇÃO FREGIANA DE “OBJETO ABSTRATO” E A
CRÍTICA AO PSICOLOGISMO**

Vinícius Rodrigues Maione

Orientadora: Prof^a. Dra. Araceli Rosich Soares Velloso

Goiânia

2009

TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO PARA DISPONIBILIZAR AS TESES E DISSERTAÇÕES ELETRÔNICAS (TEDE) NA BIBLIOTECA DIGITAL DA UFG

Na qualidade de titular dos direitos de autor, autorizo a Universidade Federal de Goiás (UFG) a disponibilizar, gratuitamente, por meio da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD/UFG), sem ressarcimento dos direitos autorais, de acordo com a Lei nº 9610/98, o documento conforme permissões assinaladas abaixo, para fins de leitura, impressão e/ou download, a título de divulgação da produção científica brasileira, a partir desta data.

1 1. Identificação do material bibliográfico: **Dissertação** **Tese**

2 2. Identificação da Tese ou Dissertação

Autor (a):	Vinícius Rodrigues Maione		
E-mail:	maonevr@gmail.com		
Seu e-mail pode ser disponibilizado na página?	<input checked="" type="checkbox"/> Sim	<input type="checkbox"/> Não	
Vínculo empregatício do autor	Professor substituto		
Agência de fomento:	Universidade Federal de Goiás	Sigla:	UFG
País:	Brasil	UF:	GO
		CNPJ:	
Título:	A noção fregiana de "objeto abstrato" e a crítica ao psicologismo		
Palavras-chave:	Frege, anti-psicologismo e objeto abstrato		
Título em outra língua:	The fregian notion of "abstract object" and the criticism to psychologism		
Palavras-chave em outra língua:	Frege, anti-psychologism and abstract object		
Área de concentração:	Filosofia		
Data defesa: (02/10/2009)			
Programa de Pós-Graduação:	Mestrado em filosofia		
Orientador (a):	Araceli Rosich Soares Velloso		
E-mail:	ar.velloso@uol.com.br		
Co-orientador (a):			
E-mail:			

3. Informações de acesso ao documento:

Liberção para disponibilização?¹ total parcial

Em caso de disponibilização parcial, assinale as permissões:

Capítulos. Especifique: _____

Outras restrições: _____

Havendo concordância com a disponibilização eletrônica, torna-se imprescindível o envio do(s) arquivo(s) em formato digital PDF ou DOC da tese ou dissertação.

O Sistema da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações garante aos autores, que os arquivos contendo eletronicamente as teses e ou dissertações, antes de sua disponibilização, receberão procedimentos de segurança, criptografia (para não permitir cópia e extração de conteúdo, permitindo apenas impressão fraca) usando o padrão do Acrobat.

Data: 01/07/2010

Assinatura do (a) autor (a)

¹ Em caso de restrição, esta poderá ser mantida por até um ano a partir da data de defesa. A extensão deste prazo suscita justificativa junto à coordenação do curso. Todo resumo e metadados ficarão sempre disponibilizados.

VINÍCIUS RODRIGUES MAIONE

**A NOÇÃO FREGIANA DE “OBJETO ABSTRATO” E A
CRÍTICA AO PSICOLOGISMO**

Dissertação apresentada ao
departamento de filosofia da
Universidade Federal de Goiás, para
obtenção do título de mestre em
filosofia.

Área de concentração: Filosofia.

Orientadora: Prof^a. Dra. Araceli Rosich
Soares Velloso.

Goiânia

2009

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
GPT/BC/UFG

Maione, Vinícius Rodrigues.
M227n A noção fregiana de “objeto abstrato” e a crítica ao
psicologismo [manuscrito] / Vinícius Rodrigues Maione. -
2009.
xv, 117f.

Orientadora: Prof^a. Dr^a. Araceli Rosich Soares Velloso.
Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Goiás,
Faculdade de Filosofia, 2009.
Bibliografia.

1. Filosofia. 2. Frege, Gottlob. 3. Epistemologia –
Psicologismo. I. Título.

CDU: 165.642



UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS

Faculdade de Filosofia

Programa de Pós-Graduação em Filosofia

Ata da sessão de apresentação e defesa da dissertação de conclusão de Mestrado

Data de realização: 02 de outubro de 2009

Mestrando: Vinicius Rodrigues Maione

No dia 02 de outubro de 2009, reuniu-se na sala do Mini-Auditório desta unidade a banca examinadora composta pelos professores Dra. Araceli Rosich Soares Velloso, presidente, Dr. Marcos Henrique da Silva Rosa e Dr. João Vergílio Cuter, membros, para a arguição do mestrando Vinicius Rodrigues Maione a respeito da dissertação de conclusão do curso de **Mestrado em Filosofia**, intitulada: " **A noção fregeana de "objeto abstrato" e a crítica ao psicologismo**". A sessão teve início às 14h, sob a presidência da Profa. Dra. Dra. Araceli Rosich Soares Velloso, que concedeu 30 minutos ao mestrando para expor sinteticamente o trabalho. A seguir, procedeu-se à arguição, finda a qual a sessão foi suspensa e a comissão se reuniu em separado para avaliação e atribuição da nota. Discutido o trabalho e o desempenho do mestrando, foi ele considerado aprovado com a nota 10 e respectivo conceito "A". O candidato foi declarado mestre pelo presidente da banca examinadora. Findos os trabalhos, deu o presidente por encerrada a sessão, agradecendo a participação dos arguidores, do qual se lavrou a presente ata, que foi assinada por todos e entregue à secretaria do Programa de Pós-Graduação em Filosofia, para os fins.

Banca examinadora:

Araceli R. S. Velloso

Profa. Dra. Araceli Rosich Soares Velloso/UFG (presidente)

Marcos Rosa

Prof. Dr. Marcos Henrique da Silva Rosa /UFG (membro)

João Vergílio Cuter

Prof. Dr. João Vergílio Cuter /USP (membro)

AGRADECIMENTOS

A Maria Cândida Rodrigues, minha mãe, pelo apoio em vários aspectos.

A minha orientadora, a professora Araceli Velloso, pelo profissionalismo e dedicação.

Ao professor André Porto, pelas valiosas sugestões no decorrer de todo trabalho; e ao professor Adriano Correia, pelas sugestões no exame de qualificação.

Aos meus amigos Hiury Duarte Correia e Jônatas Dias Teixeira pelas discussões filosóficas extra-acadêmicas.

A minha namorada, Taísa Cardoso Habermann, pelo suporte nos momentos de ansiedade.

Finalmente, ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), pelo financiamento do projeto.

RESUMO

O objetivo dessa dissertação é expor a crítica de Gottlob Frege ao psicologismo na lógica e na matemática. Nossa hipótese de trabalho é a de que a crítica de Frege está fundamentada na sua noção de “objeto abstrato”. Para investigar essa hipótese, contrastaremos as fases pré e pós-paradoxo da filosofia fregiana. Tentaremos mostrar que há uma continuidade entre esses dois períodos e que essa continuidade se dá através da insistência, por parte de Frege, em manter uma noção de “objeto abstrato”, mesmo que numa versão enfraquecida. Nossa dissertação será dividida em três capítulos. No primeiro capítulo, faremos uma caracterização breve do psicologismo, com a finalidade de circunscrever o foco exato das críticas de Frege. No segundo capítulo, discutiremos a noção de “objeto abstrato” na fase pré-paradoxo da filosofia fregiana e sua conexão com o que foi o principal projeto filosófico de Frege: definir número em bases puramente lógicas. Finalmente, no terceiro capítulo, mostraremos como, mesmo sem possuir um método logicamente inatacável para introdução dos objetos lógicos em virtude do paradoxo de Russell, o filósofo não abandona suas teses principais em relação à natureza da lógica e da matemática. Essas teses continuarão baseadas na noção de “objeto abstrato”, embora em uma versão um tanto enfraquecida.

PALAVRAS CHAVE: Frege, anti-psicologismo e objeto abstrato.

ABSTRACT

The objective of this dissertation is to present Gottlob Frege's criticism of psychologism in Mathematics and Logic. Our working hypothesis is that Frege's criticism is based on his notion of an "abstract object". In order to investigate this hypothesis we will contrast the pre and post paradox phases of Fregean's philosophy. We will try to show that there is a continuity between these two periods, and that this continuity depends on Frege's insistence in maintaining the notion of an "abstract object", even if in a somewhat weakened version. Our dissertation will be divided into three chapters. In the first chapter, we will make a brief characterization of psychologism in order to circumscribe the exact focus of Frege's criticism. In the second chapter we will discuss the notion of an "abstract object" in the pre-paradox period of Frege's philosophy and its connection to Frege's main concern: that of defining number upon a pure logical basis. Eventually, in the third chapter, we will show how, even without a logically unassailable method of introducing logical objects, due to Russell's paradox, the philosopher does not give up his main theses concerning the nature of logic and mathematics. They are still grounded on the notion of an "abstract object", even though in a somewhat feebler form.

KEY WORDS: Frege, anti-psychologism, abstract object.

Conteúdo

INTRODUÇÃO.....	9
1. O PSICOLOGISMO.....	13
1.1. INTRODUÇÃO.....	13
1.2. O PSICOLOGISMO.....	15
1.3. O PSICOLOGISMO TRANSCENDENTAL DE IMMANUEL KANT.....	20
1.4. O PSICOLOGISMO EMPIRISTA DE JOHN STUART MILL.....	28
1.5. CONCLUSÃO.....	37
2. A O ANTI-PSICOLOGISMO DE FREGE NA FASE PRÉ-PARADOXO.....	40
2.1. INTRODUÇÃO.....	40
2.2. CONCEITO E OBJETO.....	42
2.2.1. Definições e propriedades.....	42
2.2.2. Função e argumento, conceito e objeto.....	46
2.3. A PRIMAZIA LÓGICA DAS PROPRIEDADES.....	56
2.4. A DEFINIÇÃO FREGIANA DE NÚMERO E O PARADOXO DE RUSSELL.....	61
2.4.1. A definição fregiana de número.....	61
2.4.2. O Paradoxo de Russell.....	70
2.5. CONCLUSÃO.....	72
3. O ANTI-PSICOLOGISMO DE FREGE NA FASE PÓS-PARADOXO.....	76
3.1. INTRODUÇÃO.....	76
3.2. O ÂMBITO DE ESTUDO DA LÓGICA.....	78
3.2.1. A natureza das leis da lógica.....	78
3.2.2. Leis da lógica e o psicologismo.....	82

3.3. LÓGICA E VERDADE.	88
3.3.1. A relação entre lógica e verdade antes do Paradoxo de Russell.	88
3.3.2. A relação entre lógica e verdade depois do Paradoxo de Russell.	91
3.3.3. Lógica, verdade e o psicologismo.	97
3.4. PENSAMENTO E CONTEÚDOS MENTAIS.	101
3.4.1. Representação e solipsismo.	101
3.4.2. A prova que nem tudo pode ser uma representação na mente de um sujeito.	105
3.4.3. O terceiro reino.....	109
3.4.4. Conclusão.	113
CONCLUSÃO.....	119
BIBLIOGRAFIA.	121

INTRODUÇÃO.

O filósofo e matemático Gottlob Frege é notoriamente conhecido pelas alterações na lógica que propusera a partir de seu livro de 1879 intitulado *Begriffsschrift*. Essas foram as primeiras alterações substanciais desde o *Órganon* de Aristóteles, que são: a introdução dos quantificadores, o cálculo de predicados vero-funcional, um sistema de lógica nas quais as derivações são levadas a cabo apenas pela forma das expressões e uma noção puramente lógica de seqüência matemática. O propósito do filósofo com essas alterações era o de fornecer um aparato conceitual para a apresentação de uma proposta de fundamentação da aritmética na lógica. Para Frege, em virtude de seus elementos poéticos e retóricos, as linguagens ordinárias eram ambíguas, e, portanto, não adequadas para a exposição de tal projeto, o que fez com que ele criasse uma linguagem na qual esses elementos fossem deixados de lado, uma linguagem que exprimisse apenas os conceitos, sem ambigüidades. Nosso trabalho será desenvolvido tendo como norte uma das alterações destacadas por nós, qual seja, a substituição da análise lógica da proposição em termos de sujeito e predicado por função e argumento.

Na mesma época em que Frege desenvolvia seu projeto matemático-filosófico, eram desenvolvidas outras formas de fundamentação de toda a ciência, o que inclui também a aritmética. Dentre as formas de fundamentação destacaremos: uma idealista, que chamaremos de —transcendental” e outra empirista. Para o filósofo alemão, ambas as correntes filosóficas incorriam no erro de incorporar na análise matemática elementos que não só não eram relevantes para ela, mas que conduziam a uma concepção enganosa da referida ciência. De acordo com Frege, os elementos erroneamente introduzidos por esses tipos de análise eram elementos de caráter psicológico. Chamaremos de psicologistas as duas posições filosóficas que destacamos, a transcendental e a empirista, justamente pela incorporação de elementos de análise psicológica à análise matemática.

Para empreender objetivo de nosso trabalho, que é expor a crítica de Frege ao psicologismo na lógica e na matemática, partiremos da seguinte hipótese

de trabalho: a de que a crítica de Frege ao psicologismo está fundamentada na sua noção de “objeto abstrato”. Para investigar essa hipótese, contrastaremos as fases pré e pós-paradoxo da filosofia fregiana no que diz respeito a essa noção. Tentaremos mostrar que há uma continuidade entre esses dois períodos e que essa continuidade se dá através da insistência, por parte de Frege, em manter uma noção de “objeto abstrato”, mesmo que numa versão enfraquecida. Nossa dissertação será dividida em três capítulos.

No primeiro capítulo, faremos uma caracterização breve do psicologismo, com a finalidade de circunscrever o foco exato das críticas de Frege. Tal caracterização justifica-se, uma vez que o propósito de nossa dissertação consiste na crítica de Frege a essa posição filosófica através da noção de “objeto abstrato”. Como já adiantamos, segundo nossa análise, a crítica do filósofo alemão incide sobre duas diferentes formas de psicologismo, uma que chamamos de psicologismo transcendental e outra que batizamos de psicologismo empirista. Ambas as vertentes do psicologismo foram criticadas pelo filósofo por, de alguma forma, comprometerem a objetividade da matemática.

Segundo Frege, a objetividade da ciência em questão estaria comprometida por essas duas formas de psicologismo em virtude da intromissão de elementos de análise psicológica no tratamento de questões de lógica e na matemática. As duas formas de psicologismo destacadas por nós no parágrafo anterior, o psicologismo transcendental e psicologismo empirista, serão caracterizadas, respectivamente, através das posições filosóficas de Immanuel Kant e John Stuart Mill em relação à natureza da lógica e da matemática. Para tanto, dividiremos o primeiro capítulo em três seções. Na primeira seção trataremos do conceito de psicologismo e formularemos uma definição para o mesmo. A partir dela, investigaremos qual a natureza da lógica, levando em consideração os três períodos dessa disciplina. Na segunda seção, caracterizaremos o que batizamos de psicologismo transcendental, e o faremos exposição circunscrita da posição de Kant em relação à natureza da matemática. Na terceira e última seção, caracterizamos o que batizamos de psicologismo empirista, através da análise da perspectiva filosófica de John Stuart Mill em relação à natureza da lógica.

No segundo capítulo, discutiremos a noção de “objeto abstrato” na fase pré-paradoxo da filosofia fregiana e sua conexão com o que foi o principal projeto filosófico de Frege: uma definição de número em bases puramente lógicas. Como já dissemos, para empreender tal tarefa o filósofo propôs alterações na lógica que foram as primeiras desde Aristóteles. Dentre essas alterações uma é fundamental em nossa análise da concepção fregiana de “objeto abstrato” na sua fase pré-paradoxo, a saber, a que destacamos como norte de nosso trabalho, a substituição da análise lógica da linguagem, em termos de sujeito e predicado, por função e argumento. Nosso interesse nessa alteração em específico é justificado, pois julgamos que essa substituição na forma da análise lógica do discurso seja uma nova forma de falar sobre objetos, que não envolva, necessariamente, em seu fundamento, conteúdos empíricos ou faculdades cognitivas. Mas, principalmente, julgamos que essa nova perspectiva lógica funda também um novo critério para admissão de entidades, em especial as entidades matemáticas, pois o filósofo alemão propõe em sua obra que os números devam ser tratados através de definições de caráter abstrato.

Nosso objetivo nesse segundo capítulo será o de compreender a noção de “objeto abstrato” na filosofia pré-paradoxo de Frege em conexão com o projeto filosófico para o qual ela fora introduzida, qual seja, uma definição de número em bases puramente lógicas. Ao expormos a definição fregiana de número, também chamada de “definição logicista”, pretendemos mostrar como tal definição figura-se como uma alternativa eficaz em relação às propostas psicologistas para a fundamentação da matemática. Para tanto, dividimos esse capítulo em três seções. Na primeira seção, investigaremos as noções que julgamos essenciais a ela, noções como: “definição”, “propriedade”, “função”, “argumento”, “conceito”, e “objeto”; bem como sua consequência mais famosa: a substituição da análise lógica da linguagem em termos de sujeito e predicado, por expressão funcional e argumento. A segunda seção desse capítulo será uma investigação acerca da primazia lógica conferida à noção de “propriedade”. Finalmente, na terceira seção, mostraremos a definição fregiana de número e o paradoxo inerente a ela, o célebre Paradoxo de Russell.

Finalmente, no terceiro capítulo, mostraremos como, mesmo sem possuir um método logicamente inatacável para introdução dos objetos lógicos, em virtude do paradoxo de Russell, o filósofo não abandona suas teses principais em relação à natureza da lógica e da matemática. Essas teses continuarão baseadas na noção de “objeto abstrato”, embora em uma versão um tanto enfraquecida. Como veremos Frege encontra uma alternativa, a seu ver menos satisfatória, mas ainda assim fiel a suas antigas intuições, para manter a sua noção de objeto abstrato e com ela a objetividade da lógica e da matemática.

Empreenderemos nossa investigação em três seções. Na primeira, exporemos a noção de “lei” e a discussão de Frege sobre o seu caráter principalmente em relação às leis da lógica. A partir de nossa exposição de como o filósofo compreende as leis da lógica, discutiremos de que forma sua posição filosófica acerca dessas leis figura-se como uma crítica às posições psicologistas descritas no primeiro capítulo. Na segunda seção, faremos uma comparação entre a concepção de Frege sobre a verdade nos seus escritos médios e aquela defendida num de seus últimos artigos, de 1918, —“Pensamento. Uma investigação lógica”. Na terceira, finalmente, apresentaremos a crítica fregiana a um possível caráter psicologista da lógica via distinção entre pensamento e representação; em seguida exporemos o argumento de Frege contra uma posição cética que visa estabelecer as representações como únicos “objetos” de contemplação de um sujeito. Encerraremos o terceiro capítulo com a apresentação da alternativa proposta por Frege: a postulação de um terceiro reino de entidades. Essa solução, apesar de não muito satisfatória, ainda mantém vivas suas contundentes críticas ao psicologismo.

1. O PSICOLOGISMO.

1.1. INTRODUÇÃO.

Esse capítulo tem como objetivo uma apresentação breve do que é o psicologismo. Tal apresentação justifica-se, uma vez que o propósito de nossa dissertação consiste na crítica de Frege a essa posição filosófica através da noção de “objeto abstrato”. Segundo nossa análise, a crítica do filósofo alemão incide sobre duas diferentes formas de psicologismo. Uma que chamamos de psicologismo transcendental e outra que batizamos de psicologismo empirista. Ambas as vertentes do psicologismo foram criticadas pelo filósofo por, de alguma forma, comprometerem a objetividade da matemática. Segundo Frege, a objetividade da referida ciência estaria comprometida por essas duas formas de psicologismo em virtude da intromissão de elementos de análise psicológica na lógica e na matemática.

As duas formas de psicologismo destacadas por nós no parágrafo anterior, o psicologismo transcendental e psicologismo empirista, serão caracterizadas, respectivamente, através das posições filosóficas de Immanuel Kant e John Stuart Mill em relação à natureza da lógica e da matemática. O motivo pelo qual empreenderemos tal caracterização é que, Kant e Mill, foram criticados diretamente por Frege em seu livro Fundamentos da Aritmética. Para caracterizar as posições de Kant e Mill recorreremos tanto a exemplos de matemática quanto de lógica, expondo os aspectos da filosofia de Mill com relação à lógica e aspectos da filosofia kantiana relativos à matemática. Nossa meta, com essa breve caracterização das posições filosóficas de Kant e Mill, é a de mostrar como esses autores introduziram elementos de análise psicológica na lógica e na matemática.

Ao negar o caráter psicológico da lógica e da matemática, Frege tinha uma preocupação fundamental, qual seja, a de garantir a objetividade e assim o caráter necessário de cada uma dessas ciências. Ambas as características se

encontravam abaladas, segundo ele, pelas perspectivas psicologistas. Nesse capítulo, nos esforçaremos em caracterizar de forma breve, simples e concisa, os aspectos das filosofias de Kant e Mill que comprometeriam tal caráter objetivo e, portanto, necessário das mencionadas ciências, levando em consideração, é claro, a complexidade e envergadura de cada um desses filósofos. E é justamente pela importância e complexidade dos referidos autores, Kant e Mill, que frisamos mais uma vez que nosso intuito nesse capítulo não é uma exposição detalhada e nem uma discussão aprofundada sobre esses filósofos, mas o de estabelecer os interlocutores aos quais as críticas fregianas incidem.

Para tanto, dividimos esse capítulo em três seções. Na primeira seção trataremos do conceito de psicologismo. Formularemos uma definição para o mesmo a partir da definição proposta pelo professor de Cambridge Martin Kusch em seu artigo "Psychologism". A partir dela investigaremos qual a natureza da lógica levando em consideração os três períodos dessa disciplina. Na segunda seção, caracterizaremos o que batizamos de psicologismo transcendental, e o faremos através da exposição de como Kant concebeu a natureza da matemática. Na terceira e última seção, caracterizaremos o que batizamos de psicologismo empirista, através da análise da perspectiva filosófica de John Stuart Mill em relação à natureza da lógica.

1.2. O PSICOLOGISMO.

Como dissemos anteriormente, o propósito desta seção é de caracterizarmos o psicologismo, a partir da definição proposta pelo professor Kusch e da análise dos três períodos da história da lógica. Todavia, antes de partirmos para uma definição propriamente dita, gostaríamos de citar duas diferentes opiniões com relação à origem do termo. Segundo Kusch, o termo —psicologismo” tem origem na tradução da palavra alemã —*Psychologismus*”¹ (KUSCH, 2007, p.01) e foi cunhado pelo filósofo de orientação hegeliana Johann Eduard Erdmann para caracterizar, de forma crítica, a posição de Eduard Beneke². Edmund Husserl, por outro lado, em seu *Logical Investigations* atribui o termo a Stumpf na obra *Psychology and Theory of Knowledge*.

Kusch caracteriza o psicologismo como uma posição filosófica adotada por muitos autores, segundo a qual, entidades psicológicas são identificadas, de forma equivocada, como entidades não psicológicas. Contudo, essa é uma caracterização muito ampla, e, para nossos interesses, o problema pode ser abordado de forma mais circunscrita se, ao invés de falarmos sobre entidades não psicológicas, restringirmo-nos apenas às entidades lógicas. Adotando tal restrição, podemos formular uma definição reescrevendo a caracterização feita por Kusch, como se segue: muitos autores usam o termo —psicologismo” para identificar posições filosóficas que reduzem, de modo equivocado, entidades lógicas a psicológicas. Entretanto, de acordo com o próprio texto de Kusch, para muitos

¹ Kusch, em seu texto, diz : —*Psychologism*” entered the English language as a translation of the German Word —*Psychologismus*”.

² Kusch apenas cita os referidos pensadores, mas não define o que cada um defende. Segundo o verbete sobre Beneke da *Britannica Encyclopedia*, Beneke sustentava a tese de que todo conhecimento dependia de uma análise psicológica. Tal análise, que segundo ele era o único instrumento de inquirição filosófica, consistia em uma redução de todos os dados a elementos subjetivos, que seriam analisados por introspecção.

autores tal redução não é equivocada; as entidades lógicas são entidades psicológicas.³

Ao reescrever a definição de Kusch, caracterizamos o psicologismo como uma redução equivocada de entidades lógicas a entidades psicológicas e a apresentamos em termos que julgamos condizerem com a posição do próprio Frege. A possibilidade de tal redução, no entanto, poderia ser discutida de uma nova forma se partíssemos de uma questão inicial: qual seria a natureza da lógica? Consideramos que partir dessa questão inicial seja um método adequado de investigação, pois o esclarecimento da natureza da lógica lança luz sobre o problema atribuído por Frege às posições psicologistas, qual seja, a redução de entidades lógicas a entidades psicológicas.

A questão sobre qual seria a natureza da lógica, por sua vez, torna-se mais clara tendo em vista a divisão dos períodos da história dessa disciplina. Tal divisão é relevante para nossa análise, pois, a partir dela, podemos tornar mais clara a perspectiva psicologista com relação à natureza da lógica. Podemos torná-la mais clara identificando um dos períodos da história dessa disciplina com a perspectiva criticada por Frege. A história da lógica é dividida em três períodos: o primeiro vai desde Aristóteles até os filósofos medievais. Nesse período, que pode ser chamado de período ontológico a preocupação principal era com o “ser”. No segundo período, que pode ser chamado de período epistemológico o âmbito de estudo da lógica foi ampliado com questões epistemológicas acerca de como apreendemos o mundo que nos cerca. O terceiro período inicia-se com Frege. Nesse último período, que pode ser chamado de período lingüístico, questões ligadas à epistemologia teriam sido deixadas de lado e o foco voltou-se para linguagem.

³ O comentador destaca como autores que sustentam a tese de que as entidades lógicas são psicológicas Theodor Lipps, Gerardus Heymans, Wilhelm Wundt, Wilhelm Jerusalem, Cristoph Sigwart, Theodor Elsenhans, Benno Erdman e John Stuart Mill.

A questão sobre a natureza da lógica pode ser entendida como uma pergunta sobre o que suas leis versam, e em cada período da história dessa disciplina foram dadas diferentes respostas a essa pergunta. Tomemos o caso do princípio da não contradição, que pode ser colocado da seguinte forma: algo não pode ser e não ser o caso simultaneamente e sob o mesmo aspecto. Mas por que devemos aceitar esse princípio? A resposta a essa pergunta lança luz sobre a diferença de perspectiva entre os três períodos da história da lógica. No primeiro período, a resposta a essa pergunta seria que as leis da lógica regem a realidade, ou seja, uma lei lógica como o princípio da não-contradição diria que as *coisas* não podem ser e não ser o caso simultaneamente e sob o mesmo aspecto. No segundo período, que ficou conhecido como epistemológico, foram introduzidos elementos da psicologia, pois mesmo admitindo que as leis lógicas sejam acerca das *coisas*, como no primeiro período, as mesmas foram estabelecidas por um sujeito pensante e, portanto, seria necessária a investigação acerca da forma como conhecemos essas *coisas*. Por conseguinte, no segundo período, as investigações lógicas passaram a ser investigações acerca da forma como apreendemos o mundo que nos cerca. No período epistemológico a lógica clássica, ontológica, era uma parte de toda a investigação lógica, parte essa, que Kant disse estar —*prouta*” desde sua gênese. O terceiro período iniciou-se com Frege e é chamado de período lingüístico. Esse período é assim chamado, pois o referido filósofo empreendeu mudanças na lógica que a fizeram assumir um caráter predominantemente lingüístico. Dentre essas mudanças podemos destacar a substituição na análise lógica da estrutura da proposição em termos de sujeito e predicado, por função e argumento.

Para nossa discussão, a caracterização do segundo período é bem importante, pois é essa concepção de lógica que poderia ser tomada, segundo nossa definição de psicologismo, como psicologista. A lógica desse período é chamada de *Lógica de Port Royal*. Ela é assim chamada em virtude da definição de lógica presente na obra *La Logique ou L'Art de penser* de Antoine Arnauld e Pierre Nicole. Esses autores, por sua vez, lideraram um movimento, em meados do século XV, chamado de Movimento de *Port Royal*. Os referidos filósofos franceses definiram a lógica como —*arte de dirigir a razão corretamente no conhecimento das coisas, com o fim de se instruir a si própria ou instruir outras*” (ARNAULD & NICOLE, apud, KNEALE & KNEALE 1962, p. 320). Pode-se notar, nessa definição de lógica,

a importância conferida à análise psicológica, especialmente no trecho —arte de dirigir a razão corretamente”, o que, segundo nossa definição, caracteriza psicologismo. Ela poderia ser assim caracterizada, pois uma concepção de lógica na qual suas leis regem a forma como apreendemos o mundo que nos cerca reduz suas leis a leis psicológicas.

A crítica de Frege ao psicologismo incide justamente sobre uma concepção de lógica como a anteriormente descrita. É importante observar que Frege não utiliza o termo “psicologismo” para designar a posição que critica. Todavia, o filósofo e matemático alemão em sua obra *Fundamentos da Aritmética* afirma que uma análise adequada para o conceito de número deve ser conduzida seguindo determinados princípios, dentre eles que se deve sempre separar o lógico e o psicológico, o que corroboraria a atribuição de uma posição filosófica anti-psicologista ao autor, como podemos observar na citação que se seguirá. Além do trecho dos *Fundamentos da Aritmética*, o filósofo em seu *The Basic Laws of Arithmetics* classificará os defensores do psicologismo como —lógicos psicologistas”.

Nesta investigação ative-me firmemente aos seguintes princípios: deve-se separar precisamente o lógico do psicológico, o subjetivo do objetivo; deve-se perguntar pelo significado das palavras no contexto da proposição e não isoladamente; não se deve perder de vista a distinção entre conceito e objeto. (FREGE 1989, p. 92).

Em suma, podemos afirmar que o problema geral do psicologismo é a introdução de elementos de análise psicológica na lógica e na matemática. Na presente seção, formulamos uma definição *geral* para o psicologismo a partir da análise de Kusch em seu artigo “Psychologism”. A partir da definição fornecida pelo comentador formulamos a nossa, que julgamos ser muito parecida com uma possível definição fornecida por Frege. Definimos o psicologismo como a posição filosófica segundo a qual entidades lógicas devem ser reduzidas a entidades psicológicas. Com a finalidade de tornar mais claro em que consiste o psicologismo, perguntamo-nos sobre a natureza da lógica dentro do contexto histórico dessa disciplina. Nosso objetivo, ao nos remetermos à divisão dos períodos da história da

lógica, era o de identificar a questão geral do psicologismo apontado por Frege. Esse problema geral seria a introdução de elementos de análise psicológica na lógica e na matemática com a tese central que caracteriza o segundo período da história dessa disciplina, o período epistemológico, no qual as investigações lógicas passaram a ser investigações acerca da forma como apreendemos o mundo que nos cerca. Essa identificação, como já dissemos, tem como meta tornar mais clara a proposta psicologista. Nas próximas seções, caracterizaremos as duas vertentes psicologistas que julgamos terem sido criticadas por Frege em seu *Fundamentos da Aritmética*.

1.3. O PSICOLOGISMO TRANSCENDENTAL DE IMMANUEL KANT.

Como antecipamos na introdução a esse capítulo, nessa seção caracterizaremos o que batizamos de psicologismo transcendental. O faremos através da exposição de como Kant concebeu a natureza da matemática. Dissemos também nossa exposição da posição kantiana seria —*circunscrita*”. Consideramos nossa caracterização circunscrita, pois nos basearemos, principalmente, na seção da *Crítica da Razão Pura* intitulada —*Estética Transcendental*”. Nosso intuito com essa exposição é o de mostrar como que a proposta kantiana pode ser caracterizada como psicologista. Sustentamos que se pode caracterizá-la dessa maneira, pois o filósofo de Königsberg fundamenta a matemática nas formas puras da sensibilidade e essas, por sua vez, são inerentes aos seres humanos. Antecipando o que discutiremos logo adiante, o problema geral dessa perspectiva é que poder-se-ia conceber outros seres com outras formas puras da sensibilidade, e que tais seres poderiam possuir uma aritmética diferente. Ao conceber tais seres, a matemática torna-se relativa a uma capacidade cognitiva humana e suas leis poderiam ser reduzidas a leis psicológicas, que é justamente o modo como caracterizamos o psicologismo.

Kant em sua *Crítica da Razão Pura* procurou precisar os limites do que pode ser conhecido, ou, para sermos mais fidedignos com a terminologia de Kant, é melhor dizermos que essa obra foi um esforço em traçar *as condições de possibilidade de todo conhecimento*. O filósofo traçou os referidos limites formulando o que chamou de filosofia —*transcendental*”. Essa filosofia consiste em uma investigação que, usando as palavras do próprio Kant:

[...] em geral se ocupa menos dos objetos, que do nosso modo de conhecê-los [...] (KANT 2001, p. 53).

Para tornar mais claro o que viria a ser sua filosofia transcendental, Kant propõe uma metáfora que ficou famosa sob o nome de —*revolução copernicana*”. De acordo com o filósofo de Königsberg, deveríamos empreender uma inversão na análise do modo

como conhecemos, do mesmo modo como Copérnico fez com a análise do cosmo. Copérnico inverteu a análise do cosmo, afirmando que não era o Sol que girava em torno da Terra, e sim o contrário, que era a Terra que girava em torno do Sol. Também Kant, com relação ao conhecimento, disse que o sujeito não deveria guiar-se pelo objeto, mas era o objeto que deveria ser determinado, ou construído, pelo sujeito.

A crítica de Frege a Kant incidirá justamente sobre as conseqüências para a matemática dessa —*revolução copernicana*—. Vimos na introdução desse capítulo que a grande preocupação de Frege era a de garantir o caráter necessário e, portanto, objetivo da lógica e da matemática. O problema geral de uma *filosofia transcendental* seria o de que tal caráter objetivo se perderia, pois os objetos sempre seriam determinados por um sujeito⁴. A objetividade da matemática se perderia, pois sendo os objetos sempre determinados, através das formas puras da sensibilidade, por um sujeito, abrir-se-ia a possibilidade de outro sujeito, não humano, com outras formas puras da sensibilidade, que determinasse os objetos de maneira diferente dos seres humanos, o que para Frege, no caso da matemática, seria um absurdo.

Do mesmo modo que Frege, Kant tinha grandes preocupações com o caráter necessário e, portanto, objetivo da lógica e da matemática. Com a finalidade de abordar questões sobre a natureza da matemática e da física pura, Kant propõe a distinção entre juízos analíticos e juízos sintéticos, sendo os primeiros necessários e os segundos contingentes. Essa distinção tem suas raízes em outra mais antiga, qual seja, a distinção entre juízos *a priori*, que seriam necessários, e juízos *a posteriori* que seriam contingentes. Essa distinção havia sido adotada também por Leibniz sob o nome de verdades da razão e verdades de fato. As verdades da razão seriam logicamente necessárias, ou seja, não poderiam ser negadas sem que se incorresse em contradição, enquanto que as verdades de fato não tinham o mesmo impedimento. A dicotomia entre verdades da razão e verdades de fato pode ser tratada ainda de outra forma. As verdades da razão seriam aquelas nas quais a razão ocupar-se-ia de si mesma, enquanto que as verdades de fato seriam aquelas

⁴ É importante ressaltar que nesse caso o termo “sujeito” não significa um indivíduo específico, mas o que poderíamos chamar de um tipo de sujeito como os seres humanos.

nas quais algum tipo de recurso, a experiência, seria necessário para a determinação de seu valor de verdade.

Há uma questão, no entanto, que é fundamental para a nossa descrição da tese kantiana. Ela pode ser enunciada da maneira seguinte: tanto a dicotomia *a priori* e *a posteriori*, quanto a dicotomia entre verdades da razão e verdades de fato, feitas pelos predecessores de Kant, dividiam o conhecimento de forma exaustiva em dois grupos. Essa divisão pode ser exposta, grosso modo, como se segue: o primeiro grupo, composto pela matemática e a lógica, seria *a priori* e necessário, enquanto que o segundo teria como componentes os enunciados informativos a respeito do mundo que nos cerca e seria *a posteriori* e contingente. A nossa questão consiste em constatar que a dicotomia entre juízos analíticos e juízos sintéticos não foi suficiente para Kant. O filósofo alemão, ao contrário do que estava sendo feito até então, se vê compelido a criar um terceiro grupo: o dos juízos sintéticos *a priori*. Para ele a matemática era composta de juízos sintéticos, porém *a priori*, e apenas a lógica, de juízos analíticos.

Segundo ele, a lógica poderia ser considerada necessária, e estava no que ele chamou de —*ra segura da ciência*”, dado ao seu caráter limitado e pelo fato de nela a razão ocupar-se apenas de si mesma⁵. O filósofo ainda afirma que a mesma estava —*prot*” desde sua gênese, como podemos notar na citação que se segue:

Desde Aristóteles, [a lógica] não ter[ia] dado um passo atrás, a não ser que se leve à conta de aperfeiçoamento a abolição de algumas sutilezas desnecessárias ou a determinação mais nítida do seu conteúdo, coisa que mais diz respeito à elegância do que a certeza da ciência. (KANT 2001, p. 15). [Colchetes acrescentados por nós.]

O filósofo de Königsberg define os juízos analíticos como aqueles em que o predicado por análise é extraído do sujeito, ou seja, o conceito presente no

⁵ Podemos notar aqui uma definição bem característica do segundo período da história da lógica, período esse do qual Frege é crítico.

predicado estava de algum modo contido no sujeito. Por esse motivo, os juízos analíticos também são chamados por ele de *juízos explicativos*, como no caso do juízo —“todo corpo é extenso”, posto que o conceito de extensão esteja contido no conceito de corpo e posto que fosse absurdo imaginar um corpo que não fosse extenso.

A matemática para Kant deveria também seguir essa mesma *via segura*. Embora não fosse analítica e sim sintética, ela deveria ser *a priori*, ou seja, independente da experiência. Kant define juízos sintéticos como aqueles nos quais o predicado acrescenta algo ao sujeito; nessa categoria de juízos o predicado está totalmente fora do sujeito, mas ligado ao mesmo. Essa categoria de juízos também foi denominada por ele de *juízos extensivos*. Os juízos sintéticos, diferentemente dos analíticos, informam-nos algo sobre o mundo e foram chamados pelo filósofo de *ampliadores* de nosso conhecimento, e.g., —“todos os corpos são pesados”, nesse caso o conceito de “ser pesado” não pertence ao conceito de “corpo físico” e não pode ser extraído do mesmo por análise.

Com a finalidade de garantir o caráter de necessidade e de objetividade da matemática, sem negar-lhe o papel de *ampliadora* de nosso conhecimento, Kant rompe com a distinção exaustiva entre verdades da razão e verdades de fato, conhecimento *a priori* e conhecimento *a posteriori*, introduzindo a nova categoria dos juízos sintéticos *a priori*. Essa nova categoria seria composta por juízos extensivos *a priori*, cujo caráter apriorístico não seria dado pelo fato da razão ocupar-se de si mesma, como ocorre com os juízos analíticos, e sim por envolver formas puras da sensibilidade, que seriam inerentes aos seres humanos. Tais juízos seriam informativos, nos diriam algo acerca do mundo, portanto sintéticos, todavia, não poderiam ser estabelecidos pela experiência e nem falseados por ela, portanto *a priori*.

Na perspectiva kantiana todo conhecimento se inicia com a experiência. Na seção de sua *Crítica da Razão Pura* denominada *Estética Transcendental*, o filósofo diferencia as duas faculdades da razão teórica que são responsáveis pelo

nosso conhecimento, a saber, a sensibilidade e o entendimento (KANT, 2001, p.61). A primeira se ocuparia da parte sensível do nosso conhecimento, ou seja, sua tarefa seria a de receber o múltiplo da intuição que formaria o conteúdo de todo nosso conhecimento e a eles aplicar as formas *puras* da intuição de tempo e espaço. A segunda, o entendimento, seria responsável por organizar os conteúdos oriundos da sensibilidade, ou, como o próprio Kant disse, *pensar* os dados da sensibilidade.

Por intermédio, pois, da sensibilidade são-nos *dados* objetos e só ela nos fornece *intuições*; mas é o entendimento que *pensa* esses objetos e é dele que provêm os conceitos (KANT 2001, p. 61).

Nessa mesma seção, o filósofo afirma que todo conhecimento, inclusive o matemático, é relativo ao homem e sua cognição, como nas citações que se seguem:

Só assim do ponto de vista do homem, podemos falar do espaço, de seres extensos, etc. (KANT 2001, p. 68)

Efetivamente, nada podemos ajuizar acerca das intuições de *outros seres pensantes*, nem saber se elas dependem das condições que limitam nossa intuição e são *para nós* universalmente válidas. (KANT 2001, p. 68) [grifo nosso]

Sustentamos que esse seja o cerne do psicologismo transcendental, qual seja, a possibilidade de outros seres pensantes, com regras aritméticas diferentes. Tal possibilidade relativiza a matemática, pois, embora ela seja considerada necessária e objetiva para todos os seres humanos, abre-se a possibilidade de que para outros seres ela seja diferente, restringindo seu caráter de necessidade e objetividade a uma característica da sensibilidade humana. E nesse caso a necessidade e, portanto, objetividade dos enunciados matemáticos seria limitada e modelada pelas formas puras da intuição que são o tempo e o espaço. Essa posição também é exposta em um texto anterior à própria Crítica da Razão Pura, chamado “Dissertação Sobre o Mundo Sensível e Inteligível”.

Descobri que muitos dos princípios que consideramos objetivos são, na realidade subjetivos, isto é só abrangem condições sob as quais concebemos ou compreendemos o objeto. (KANT, apud, BENDA 1981, P. 16)

Julgamos ser conveniente citar esse trecho, anterior à Crítica da Razão Pura, porque encontramos nele uma caracterização concisa do que viria a ser o cerne da crítica fregiana, qual seja, a impossibilidade de se conceber um ser que apreendesse os objetos matemáticos de forma diferente.⁶ Embora não fale diretamente da matemática, nota-se que esta citação está em consonância com a —~~virada~~ virada copernicana”, pois, ao afirmar que muitos princípios que antes eram tidos como objetivos são na realidade subjetivos, podemos ver aí tal virada, que se ocupa menos dos objetos que do modo que os conhecemos.

Kant afirma que todas as proposições da matemática são sintéticas, e ele o faz indo contra posições vigentes na época. A essas posições, o filósofo não atribuiu autoria, apenas disse que aqueles que analisam a razão humana subscrevem à tese de que a matemática não é composta por juízos sintéticos, —~~Est~~ proposição [de que os juízos matemáticos são todos sintéticos] parece ter escapado às observações dos analistas da razão humana [...]” (KANT, 2001, p. 46) [colchetes acrescentados por nós]. Segundo Kant, aqueles que defendem o caráter analítico da matemática o fazem baseados em uma confusão. Essa confusão se deve ao fato de que esses filósofos julgam serem as verdades matemáticas justificadas por estarem de acordo com o princípio da não contradição e desse fato concluem que as mesmas também podem ser conhecidas pelo mesmo princípio. Para Kant, essas verdades podem ser justificadas pelo princípio da não contradição, todavia, nelas, o predicado não pode ser extraído do sujeito, como ocorre com proposições analíticas, em que por análise se extraí o predicado do sujeito, e nada ao mesmo se acrescenta.

⁶ Estamos atentos aos problemas inerentes a correlações entre textos de fases distintas da obra de Kant, e ao fato de que esse seria um trabalho próprio aos pesquisadores do referido filósofo. cremos, contudo, que esse não seria um grande problema em nosso trabalho, pois o nosso intuito é de uma caracterização breve da posição kantiana com relação à natureza da matemática, para que possamos mostrar que motivos levaram Frege a rejeitar tal posição.

O filósofo de Königsberg toma como exemplo a seguinte proposição matemática: $7+5=12$. Ele diz ser razoável a confusão antes citada, pois aqueles que analisam a razão humana através do princípio de não contradição, derivariam do conceito —soma de sete e cinco” o conceito de 12 . Entretanto, segundo o filósofo, isso seria um engano. Ele afirma que, se olhássemos mais de perto, veríamos que na verdade o que temos na proposição $7+5=12$ são dois números reunidos por uma operação de síntese, a partir de dados da intuição, e o resultado dessa síntese é conceitualmente idêntico ao número doze.

Para o autor da Crítica da Razão Pura, o que teríamos com a referida proposição da matemática seria uma proposição sintética formada por um processo de construção, processo esse que poderia ser diferente para outros seres. Segundo Kant, descobrimos o número doze quando, auxiliados pela intuição, adicionamos cinco e sete unidades.

A proposição aritmética é, pois, sempre sintética, do que nos comparamos tanto mais nitidamente, quanto mais elevados forem os números que se escolherem, pois então se torna evidente que, fossem quais fossem as voltas que déssemos aos nossos conceitos, nunca poderíamos, sem recorrer à intuição, encontrar a soma pela simples análise desses conceitos. (KANT 2001 p. 47)

Para Kant, as idéias de unidade e soma deveriam ser derivadas e ao mesmo tempo limitadas pelas duas formas puras da intuição, que são o tempo e o espaço. Para ele, o espaço seria a forma como percebemos o que nos é externo, ou, nas palavras do próprio Kant, o espaço é o —sentido externo” (KANT, 2001, p. 63), enquanto que o tempo seria a forma como percebemos o que é interno, ou seja, o —sentido interno” (KANT, 2001, p. 64).

A partir das definições do parágrafo anterior o filósofo fundamenta tanto a noção de —número”, quanto a de —operações matemáticas”, nas formas puras da intuição, que podemos chamar também de formas puras da sensibilidade. No caso dos números, haveria uma intuição correspondente a cada um deles, que seria formada com ajuda, por exemplo, dos dedos da mão, ou de pedras, enfim, a partir

de objetos sensíveis. Os números seriam formados a partir da experiência, por recorrer a elementos sensíveis, mas não teriam origem na experiência, ou seja, embora haja recurso a elementos empíricos na formação dos mesmos, a origem de sua formação ocorre no espírito humano a partir das formas puras da sensibilidade. No caso da expressão —~~7~~5=12”, partiu-se da intuição específica do —sete”, como sete dedos de minhas mãos, e foi-se acrescentando, uma a uma, cinco unidades até que se chegasse ao —doze”⁷. A ajuda dos dedos depende da intuição de espaço, enquanto que a idéia de —acrescentar um a um” (operação de sucessão), da intuição de tempo. As proposições matemáticas seriam, portanto, sintéticas, por se alcançar o resultado através da síntese de intuições, e *a priori*, por serem as mesmas moldadas pelas formas puras da intuição. É interessante notar que ao fazer a matemática depender dessas duas formas puras da sensibilidade, o filósofo restringe a matemática à sensibilidade humana, e, portanto, abre a possibilidade de que outros seres com outras formas puras da intuição possam ter uma matemática diferente.

Para concluir, podemos dizer em poucas palavras que o problema geral da proposta kantiana, que fez com que Frege a criticasse, era que a matemática seria *a priori*, por ser fundamentada nas formas puras da intuição, tempo e espaço, e essas, por sua vez, não seriam realidades objetivas, e sim constituições subjetivas do espírito. São subjetivas não no sentido idiossincrático de assim serem para um sujeito, mas subjetivas por serem condições de possibilidade da própria intuição *humana*. De forma mais sucinta, podemos dizer que o problema geral da tese kantiana é que poderíamos conceber outros seres que tivessem outras formas puras *a priori* e, conseqüentemente, outra matemática.

⁷ É importante ressaltar que apresentamos o processo de formação de números singulares e não o conceito de número, entretanto, é justamente a esse processo de formação dos números a partir de dados sensíveis, e fundamentado na cognição humana, que Frege critica. Sendo assim, não apresentaremos o conceito de número kantiano.

1.4. O PSICOLOGISMO EMPIRISTA DE JOHN STUART MILL.

Nessa terceira e última seção de nosso capítulo, caracterizaremos a segunda forma de psicologismo, que batizamos de psicologismo empirista, através da análise da perspectiva filosófica de John Stuart Mill em relação à natureza da lógica. A finalidade dessa seção é mostrar como uma perspectiva filosófica de caráter empirista, como a de Mill, pode ser classificada como psicologista. Tendo em vista a nossa definição de psicologismo, mostraremos que, ao adotarmos o método empírico para questões lógicas e matemáticas, as incluímos no âmbito de estudo da psicologia.

Classificar o filósofo John Stuart Mill como psicologista no que tange a sua filosofia da lógica é, de acordo com Martin Kusch e David Godden, motivo de discussão entre seus críticos e intérpretes. Essa discussão ocorre por que a posição de Mill quanto à natureza da lógica parece ser *“fraturada”*⁸, usando uma expressão de Kusch (KUSC, 2007, p. 2). A expressão *“fraturada”* é usada aqui para marcar que certos elementos da posição de Mill o impelem ao psicologismo, enquanto outros não. Em nossa análise, sustentaremos que, a partir da perspectiva de Frege, os possíveis motivos que levaram alguns autores a classificar o filósofo britânico como não psicologista são os mesmos que levariam Frege a fazê-lo, caso o filósofo alemão tivesse adotado tal terminologia.

Segundo Godden, Mill é considerado anti-psicologista por alguns autores tais como John Skoporupski e G. P. Baker (GODDEN, 2004, p.132). Segundo os autores citados por Godden, Mill não pode ser considerado psicologista, pois o tratamento dado pelo filósofo inglês às questões sobre a natureza da lógica não é mental, mas material, e o âmbito de estudo da mesma não é diferente do das ciências naturais. Ao conceber que o âmbito de estudo da lógica é o mesmo que o das ciências naturais, Mill está implicitamente admitindo que o único método cientificamente adequado de análise seja a indução empírica.

⁸ No original: *“fractured”*.

O que levou esses autores a classificarem a filosofia da lógica de Mill como anti-psicologista foi sua posição epistemológica, que seguia uma perspectiva naturalista e aspirava estar em consonância com os avanços científicos de sua época. Nessa perspectiva, atribuída a Czoble pelo professor Alexandre Machado (MACHADO, 2007, p. 2), não se admitia a existência de nenhuma entidade que não fosse passível de verificação empírica. Essa perspectiva foi chamada, por Czoble, de —sensualismo” e tem como princípio fundamental que qualquer entidade não passível de verificação empírica só poderia ser postulada de forma especulativa e, portanto, não científica.

Segundo Sluga (SLUGA, 1980, p. 17-19), nessa época, havia uma disputa entre, por um lado, a tradição idealista que concebia a lógica como uma ciência pura, fundamentada nos limites da razão humana e, por outro lado, em contestação a essa tradição dominante e em consonância com os diversos avanços científicos em curso no século dezenove, o naturalismo científico, que tem como critério único de análise objetiva a indução empírica. Supomos que segundo uma perspectiva empirista como essa, uma posição filosófica como a de Frege seria classificada como idealista, por não dispor de critérios empíricos para a justificação de seus enunciados. A proposta fregiana, como será discutida no capítulo seguinte, não pode ser incluída em nenhuma dessas linhas de pensamento filosófico, e o tratamento adequado para a natureza da lógica e da matemática não deve ser nem mental (idealista), nem material (empirista) e sim abstrato (logicista).

Mas, excluindo a antecipação que fizemos no parágrafo precedente, em relação ao caráter abstrato da lógica e da matemática, se ativermo-nos apenas à caracterização que fizemos do psicologismo na introdução desse capítulo, qual seja, a de que o psicologismo consiste na redução de entidades lógicas a entidades psicológicas, não podemos concordar com a tese atribuída por Godden à Skoporuski e Baker. Ao alegar que Mill não pode ser classificado como psicologista por ter dado um tratamento material a sua filosofia, podemos notar uma ambigüidade no uso do termo —psicologismo”. Podemos notar tal diferença, já que de acordo com nossa definição de psicologismo basta apenas que as leis da lógica estejam entre os eventos mentais para que possamos classificar uma posição filosófica como tal.

Vimos também que a preocupação fundamental de Frege era a de que as leis da lógica possuíssem um caráter necessário e objetivo e, se incluíssemos as leis da lógica entre os eventos mentais, tal objetividade seria perdida.

No entanto, a motivação que levou tais autores a classificarem Mill como anti-psicologista, qual seja, sua perspectiva epistemológica, de que o âmbito de estudo da lógica é o mesmo do das ciências naturais, é fundamental em nossa análise, pois será justamente essa mesma motivação que nos levará a classificá-lo como psicologista. Tal perspectiva parece ser o ponto central da controvérsia: se podemos ou não atribuir ao filósofo britânico o rótulo de psicologista. Dessa questão são extraídas diferentes conseqüências. Nesse trabalho não nos detivemos tanto em explicar detalhadamente essa discussão sobre os motivos que levaram tais e tais autores a classificarem Mill como anti-psicologista. Embora possam ser extraídas diferentes conseqüências da perspectiva epistemológica do autor de *A System of Logic*, o objetivo desse tópico é expor os aspectos da filosofia do pensador inglês que levaram Frege a criticá-lo.

Tendo em vista a importância da perspectiva epistemológica do autor britânico para sua posição filosófica em relação aos princípios lógicos, adotamos como estratégia metodológica não partir da definição de lógica dada por Mill, e sim começarmos por uma análise de tal perspectiva. Segundo Godden a epistemologia de Mill é em geral fundacionalista e empirista. Com relação ao fundacionalismo, a análise de Godden parece estar certa e pode ser sustentada pela seguinte passagem da introdução do *A System of Logic*:

Conhecemos as verdades através de duas vias: algumas diretamente por si mesmas; outras por meio de outras verdades. As primeiras são objetos de intuição ou de consciência; as segundas de inferência. As verdades conhecidas pela intuição são premissas originais das quais todas as demais são inferidas. (MILL 1984, p. 83)

Como pode ser observado no trecho supracitado, Mill distingue entre verdades apreendidas pelo que ele chamou de intuição, que seriam as verdades

dadas diretamente à consciência e anteriores a qualquer conhecimento, e as verdades formuladas, ou deduzidas, por inferência, a partir das verdades dadas à mesma. Dessa forma, é possível atribuir uma posição fundacionalista ao filósofo britânico, pois ele postula que a base de todo conhecimento é formada por enunciados particulares sobre dados apreendidos diretamente pela intuição.

O que o autor inglês chamou de intuição seria a capacidade de apreensão de dados sensíveis, expressos por enunciados particulares, para uma posterior postulação de enunciados universais, ou seja, o que está na base de todo conhecimento, incluindo as leis da lógica, enunciados matemáticos e qualquer outro tipo de axioma ou definição, são enunciados empíricos gerais, formulados por indução. Dessa forma, todo conhecimento é oriundo, em última instância, dos sentidos, caracterizando uma posição empirista.

A atribuição de uma posição empirista a Mill também é apontada por Frege no parágrafo sete de seu famoso *Fundamentos da Aritmética*. Nesse trecho, o matemático e filósofo alemão aproxima a posição de Mill a do filósofo moderno Leibniz, no que tange a demonstrabilidade das fórmulas numéricas partindo de definições. Porém, logo em seguida, ele os distancia pela forma de fundamentação que cada um confere às suas definições, segundo Frege, enquanto para Leibniz essas definições são de caráter lógico, para Mill, todo conhecimento é oriundo dos sentidos, como podemos notar na citação que se segue:

John Stuart Mill, contudo, tem outra opinião. Na verdade, de início ele parece, como Leibniz, pretender fundamentar a ciência sobre definições, uma vez que ele define os números individuais do mesmo modo que Leibniz; mas seu preconceito de que todo saber seja empírico, por outro lado, arruína imediatamente a concepção correta. (FREGE 1989, p. 98).

Tendo apresentado de forma geral a epistemologia de Mill, podemos notar que o fundacionalismo de base empirista viabiliza uma concepção do que seria a lógica. Segundo Godden, uma consequência direta da perspectiva epistemológica de Mill é que a lógica para ele possui um papel inerentemente prático, que consiste

não na fundamentação da verdade, e sim no método para que se encontre enunciados factualmente verdadeiros. Segundo o comentador canadense, para o filósofo britânico, a inferência ocupa um papel central na lógica, e ele a define como se segue: —inferência na própria acepção do termo [consiste] naqueles [casos] em que partimos de verdades conhecidas, para chegar a outras realmente distintas delas”⁹ (MILL, apud, GODDEN 2004, p. 118), em um outro trecho ele define a lógica como: —[lógica é]¹⁰ a ciência que trata das operações do entendimento humano na busca pela verdade”¹¹ (MILL, apud, GODDEN 2004, p. 121). A partir dessas citações, podemos sustentar, assim como Godden, a atribuição de um papel inerentemente prático à lógica, o que inclui a própria noção de inferência. A partir da referidas citações, nos é mostrado que a lógica não deve ocupar-se com a fundamentação da verdade, ou seja, em delimitar sob que condições um determinado juízo é verdadeiro, mas antes que ela deve servir como um método para se encontrar enunciados factualmente verdadeiros.

Nessa incursão pela perspectiva epistemológica de Mill, nota-se como autor concebe a lógica. Para ele, a referida ciência possui a mesma natureza das ciências naturais, e sua função é a de ser um método cientificamente adequado para que se chegue a enunciados factualmente verdadeiros, e não a de fundamentação formal da verdade. Partamos agora para a própria definição de lógica dada pelo filósofo britânico em um trecho da introdução de seu *A System of Logic*:

[...] a lógica é a ciência e a arte do raciocínio, entendendo pelo primeiro termo, a análise da operação mental que se realiza sempre que raciocinamos, e, pelo segundo, as regras fundadas nessa análise para conduzir corretamente essa operação. (MILL 1984, p. 83)

Nesse trecho, em que o autor afirma ter seguido a terminologia do Arcebispo Whately para dar sua definição de lógica, percebe-se um forte caráter psicologista. Pode-se perceber tal caráter principalmente quando Mill propõe que a

⁹ Tradução nossa do original: inference in proper acceptation of the term, [consists in] those [cases] in which we set out from known truths, to arrive to others really distinct from them.

¹⁰ Colchetes acrescentados por nós.

¹¹ Tradução nossa do original: [logic is] the science which treats of the operations of the human understanding in pursuit of truth.

arte do raciocínio esteja fundamentada na ciência do raciocínio. Ao definir a lógica como na citação antes exposta, torna-se clara a dependência da arte do raciocínio, enquanto conjunto de regras, para guiar a razão, em relação à ciência do raciocínio, entendendo a última como a análise de processos mentais. É interessante notar que o filósofo usa uma concepção de lógica característica do segundo período da história dessa disciplina, qual seja: a de que as leis da lógica são leis —~~pa~~ bem guiar a razão”.

Segundo essa perspectiva, leis lógicas, como o princípio da não contradição, por exemplo, dependeriam, de alguma maneira, da análise dos processos mentais envolvidos na asserção e na —~~cação~~” das mesmas. Mas seria estranho fundamentar leis pretensamente necessárias na análise de processos mentais individuais, pois tal análise dependeria de uma —~~colção~~” muito grande de casos, e, em suma, o máximo que se conseguiria seria uma generalidade empírica ao invés de necessidade lógica.

Ao propor que a arte do raciocínio dependa da ciência do raciocínio, Mill assume que o âmbito de estudo da lógica deva ser psicológico por natureza, tendo em vista que a ciência do raciocínio ocupa-se da análise de processos mentais. Para o autor britânico —~~R~~raciocínio ou inferência [é] o principal tema da lógica” (MILL, apud, GODDEN 2004, p. 121)¹². Como vimos anteriormente, os enunciados a partir dos quais as inferências são feitas consistem em generalizações empíricas, e, além disso, o autor de *A System of Logic* define a mesma como a —~~ciência~~ que trata das operações do entendimento humano na busca pela verdade”. A citação acerca da inferência, aliada às duas teses acima descritas, tem como consequência que —~~raciocínio~~” e —~~inferência~~” são processos psicológicos, são operações do entendimento na busca pela verdade. Sendo os mesmos psicológicos, e estando eles aliados ao empirismo de Mill, resta-nos apenas concluir que o único método plausível de análise é o experimental e a ciência que analisa processos psicológicos é a psicologia. E essa parece ser a posição de Mill, como podemos notar na citação que se segue:

¹² Tradução nossa do original: Reasoning, or Inference [is] the principal subject of logic.

Essas Leis da mente simples ou elementares têm sido averiguadas por métodos comuns de inquirição experimental; eles não poderiam ser averiguados de nenhuma outra forma (MILL, apud, GODDEN p. 122, 2004).¹³

Contudo, em nossa opinião, seria problemático para Mill fundamentar a arte do raciocínio na ciência do raciocínio, tendo em vista que ele define a primeira como um conjunto de regras para bem guiar a razão, enquanto que a segunda ocupar-se-ia da análise empírica de processos mentais. Tal fundamentação seria problemática, pois ao definir a arte do raciocínio como regras para bem guiar a razão, o filósofo parece atribuir um grau de generalidade maior as regras de tal arte, tendo em vista que elas regem toda a razão, enquanto que as regras da ciência do raciocínio estariam restritas apenas a análise de processos mentais.

Julgamos que o que foi dito no parágrafo anterior seja uma grande dificuldade da definição de lógica de Mill, pois as regras da arte do raciocínio deveriam ser, de alguma forma, independentes dos fundamentos empíricos dos enunciados que as mesmas possam reger. Com efeito, seria bem estranho pensar a relação entre a lógica e a “ciência empírica do raciocínio”, pois a primeira não trata das mesmas questões que a segunda. Contudo, sustentamos que a principal dificuldade a ser enfrentada seria a de que as leis gerais que regem o nosso raciocínio, aquelas que Mill chamou de “arte do raciocínio”, seriam justificadas por uma ciência mais específica, a “ciência do raciocínio”; e sendo as primeiras mais gerais, deveriam ser pressupostas na própria investigação científica que as pretende justificar.

Segundo Godden, Mill estava atento a tais preocupações. O comentador afirma que por vezes o filósofo inglês parece querer mesmo restringir a dependência da arte do raciocínio à ciência do mesmo. Apesar de Mill poder estar consciente das dificuldades e atento às conseqüências problemáticas de postular tal dependência, a nosso ver ela é inevitável dada sua perspectiva epistemológica. Com efeito,

¹³ Tradução nossa. No original: These simple or elementary Laws of mind have been ascertained by the ordinary methods of experimental inquiry; nor they could be ascertained in any other manner.

poderíamos ir até mais longe, e afirmar que a dependência da arte do raciocínio para com a ciência do mesmo não é só inevitável, mas defendida como podemos constatar em outro trecho de seu *A System of Logic* que se segue:

[uma] compreensão correta do processo mental ele mesmo, das condições das quais ele depende, e dos passos dos quais ele consiste, é a única base possível na qual um sistema de regras, adequado para a direção do processo, possa ser fundamentado. (MILL, apud, GODDEN 2004, p. 122.)¹⁴[colchetes acrescentados por nós]

Com a citação acima percebemos que, para Mill, a ciência do raciocínio não apenas analisa os processos mentais subjacentes a arte do raciocínio, mas também que as regras gerais da psicologia deveriam moldar as regras gerais da lógica. Ao propor tal dependência, Mill inclui a lógica no âmbito de estudo da psicologia. Por sustentar a dependência da lógica para com a psicologia, só podemos considerá-lo psicologista. Consideramos o filósofo britânico como tal, tendo em vista o conceito de psicologismo adotado por nós na primeira seção, qual seja, posições filosóficas que reduzem, de modo equivocado, entidades lógicas a psicológicas.

Ao que nos parece, o problema geral da posição filosófica de Mill seria o de que as leis lógicas, entendidas no sentido clássico como possuidoras de uma necessidade irrestrita, entrariam em confronto com a sua perspectiva epistemológica. Para o filósofo, a lógica não seria uma ciência dedutiva e sim indutiva, pois a mesma, apesar de estabelecer regras gerais de como devemos conduzir o raciocínio, não postularia que os raciocínios partissem de conceitos abstratos, e sim de conceitos abstraídos da observação e formados por indução empírica, ou de uma forma mais “fluxa”, que eles partiram de aglomerados de impressões sensíveis.

¹⁴ Tradução nossa. No original: [a] right understanding of the mental processes itself, of the conditions it depends on, and the steps on which it consists, is the only basis on which a system of rules, fitted for the direction of the process, can possibly be founded.

Eu considero que ele seja [o princípio da não contradição]¹⁵, assim como outros axiomas, uma das mais bem conhecidas generalizações a partir da experiência. O fundamento original dela, eu tomo como sendo que crença e não crença¹⁶ são dois estados mentais diferentes, um excluído o outro. (MILL, apud, GODDEN 2004, p. 138,)¹⁷

O que os princípios lógicos possuiriam seria um grau maior de generalidade empírica, sendo, portanto, aplicáveis a diferentes ciências. Dessa forma, um enunciado como o princípio da não contradição seria uma abstração empírica assim como o enunciado —~~tods~~ os peixes nadam¹⁸, mas confirmado por um número maior de casos. Segundo Godden, a conclusão de Mill é que a lógica não diferiria das outras ciências quanto à natureza de seus objetos, mas apenas quanto à regularidade asserida por suas regras. Enquanto cada ciência atribui uma determinada regularidade aos objetos que lhes são próprios, a lógica atribui uma determinada regularidade a todos os objetos, independentemente de qual ciência os estuda. O domínio da lógica seria maior que o das outras ciências, mas o método (empírico) seria o mesmo, a lógica seria uma espécie de meta-ciência de todas as outras.

¹⁵O trecho entre colchetes foi acrescentado por nós.

¹⁶ Podemos notar que os próprios termos utilizados por Mill possuem caráter psicologista, o que ao pé da letra traduzimos por “crença” e “não-crença”.

¹⁷ Tradução nossa do original: I consider it [principle of non-contradiction] to be, like others axioms, one of the most familiar generalizations from experience. The original foundation of it I take to be, that Belief and Disbelief are two different mental states, excluding one another.

¹⁸ Aqui seguimos o exemplo dado por Godden —“fish swim”.

1.5. CONCLUSÃO.

O propósito desse capítulo era o de uma apresentação breve do que é o psicologismo. Como o propósito geral da dissertação consiste na crítica de Frege a essa posição filosófica, julgamos conveniente tal apresentação. Como dissemos, segundo nossa análise a crítica de Frege incide sobre duas diferentes formas de psicologismo. A uma demos o nome de —psicologismo transcendental” e outra o de —psicologismo empirista”. Caracterizamos tais vertentes do psicologismo, pois julgamos que ambas foram criticadas pelo filósofo alemão no seu famoso Fundamentos da Aritmética. Segundo Frege, o caráter objetivo da referida ciência estava comprometido por essas duas formas de psicologismo em virtude da introdução de elementos de análise psicológica na lógica e na matemática.

As duas formas de psicologismo foram caracterizadas através das posições filosóficas de Immanuel Kant e John Stuart Mill. Empreendemos tal caracterização expondo os aspectos da filosofia de Mill com relação à lógica e aspectos da filosofia kantiana relativos à matemática. Nosso objetivo, com essa breve caracterização, foi o de mostrar como ocorreu a introdução de elementos de análise psicológica na lógica e na matemática. Introdução essa que segundo Frege é o grande problema das posições filosóficas em questão.

Para tanto, dividimos esse capítulo em três seções. Na primeira seção, tratamos do conceito de psicologismo. Formulamos uma definição *geral* para o psicologismo a partir da análise de Kusch em seu artigo —*Psychologism*”. A partir da definição fornecida pelo comentador definimos o psicologismo como a posição filosófica segundo a qual entidades lógicas devem ser reduzidas a entidades psicológicas. Com a finalidade de tornar mais claro em que consiste o psicologismo, perguntamo-nos sobre a natureza da lógica dentro do contexto histórico dessa disciplina. Nosso objetivo, ao nos remetermos a divisão dos períodos da história da lógica, era o de identificar o problema geral do psicologismo apontado por Frege: a introdução de elementos de análise psicológica na lógica e na matemática. Esse problema surge em especial com a tese central que caracteriza o segundo período

da história dessa disciplina, qual seja, a de que as investigações lógicas são investigações a respeito da forma como apreendemos o mundo que nos cerca. Essa identificação, como já dissemos, tinha como meta tornar mais clara a proposta psicologista.

Na segunda seção, caracterizamos o que batizamos de psicologismo transcendental e o fizemos através da exposição de como Kant concebeu a natureza da matemática. Nessa seção afirmamos que o problema geral da proposta kantiana, que fez com que Frege a criticasse, era o de que a matemática seria *a priori*, por ser fundamentada nas formas puras da intuição de tempo e espaço. Essas, por sua vez, não seriam realidades objetivas e sim constituições subjetivas do espírito humano. Mostramos que Kant, ao fundamentar a matemática nas formas puras da sensibilidade, propôs que a objetividade da mesma fosse uma condição *a priori* da cognição humana. Sustentamos também que, ao propor tal tese, o filósofo de Königsberg tornou a matemática relativa, por admitir a possibilidade de outros seres com outras formas puras da sensibilidade e, portanto, outra matemática.

Na terceira e última seção, caracterizamos o que batizamos de psicologismo empirista via análise da perspectiva filosófica de John Stuart Mill em relação à natureza da lógica. Sustentamos que o problema geral da posição filosófica de Mill seria o de que as leis lógicas, entendidas no sentido clássico como possuidoras de uma necessidade irrestrita, assim como Frege as concebe, entrariam em confronto com a perspectiva epistemológica do filósofo inglês. Como expusemos, Mill assume uma posição filosófica extrema, segundo a qual todo conhecimento cientificamente adequado só pode ser postulado através da indução empírica. Para ele, a lógica possuiria uma dupla face. Por um lado, ela seria o conjunto das regras gerais do raciocínio, por outro, ela se ocuparia da análise empírica dos processos mentais, e a última face descrita fundamenta a primeira.

Julgamos que a caracterização por nós empreendida, tanto do conceito de psicologismo quanto de suas vertentes, tenham sido suficientes para o nosso

propósito: o de se estabelecer os interlocutores de Frege, ou seja, ao quê suas críticas incidiam, e conseqüentemente circunscrever melhor o foco de tais críticas.

2. O ANTI-PSICOLOGISMO DE FREGE NA FASE PRÉ-PARADOXO.

2.1. INTRODUÇÃO.

No capítulo anterior, caracterizamos as posições filosóficas que batizamos de psicologismo empirista e psicologismo transcendental, tomando-as como paradigmáticas das duas formas de psicologismo criticadas por Frege. Como dissemos, o filósofo alemão não admite a posição empirista por nela as entidades lógicas e matemáticas serem formadas por indução empírica. Caso as mesmas fossem formadas dessa maneira, seriam, portanto, *a posteriori*, o que não lhes conferiria caráter necessário e, conseqüentemente, a objetividade requerida por ele. O autor também não assume a posição de que o caráter necessário e, portanto, a objetividade da matemática esteja fundamentada nas formas puras da sensibilidade. Caso assumíssemos tal posição, acabaríamos, segundo Frege, por concluir que a matemática seria necessária apenas para os seres humanos, permitindo que para outros seres pudesse ser diferente e, conseqüentemente, enfraqueceríamos seu caráter objetivo.

Dissemos anteriormente, que o propósito de Frege era de fundamentar a matemática na lógica e que, para cumprir tal tarefa, o filósofo havia proposto alterações nessa disciplina, alterações essas que, como já dissemos, foram as primeiras desde Aristóteles. Dentre essas alterações uma é fundamental em nossa análise da concepção fregiana de “objeto abstrato” na sua fase pré-paradoxo, a saber, a substituição da análise lógica da linguagem, em termos de sujeito e predicado, por função e argumento. Nosso interesse nessa alteração em específico é justificado, pois julgamos que essa substituição na forma da análise lógica do discurso seja uma nova forma de falar sobre objetos, que não envolva necessariamente, em seu fundamento, conteúdos empíricos ou faculdades cognitivas. Mas, principalmente, julgamos que essa nova perspectiva lógica funda também um novo critério para admissão de entidades, em especial as entidades matemáticas. O filósofo alemão propõe que os números devam ser tratados através de definições de caráter abstrato.

Nosso objetivo nesse capítulo será compreender a noção de “objeto abstrato” na filosofia pré-paradoxo de Frege, em conexão com o projeto filosófico para o qual ela, a noção de “objeto abstrato”, fora introduzida, qual seja, uma definição de número em bases puramente lógicas. Ao expormos a definição fregiana de número, também chamada de “definição logicista”, pretendemos mostrar como tal definição figura-se como uma alternativa eficaz em relação às propostas psicologistas para a fundamentação da matemática. Para tanto, dividimos esse capítulo em três seções. Na primeira seção, investigaremos as noções que julgamos essenciais a ela, noções como: “definição”, “propriedade”, “função”, “argumento”, “conceito”, e “objeto”; bem como sua conseqüência mais famosa: a substituição da análise lógica da linguagem em termos de sujeito e predicado, por expressão funcional e argumento. A segunda seção desse capítulo será uma investigação acerca da primazia lógica conferida à noção de “propriedade”. Finalmente, na terceira seção, mostraremos a definição fregiana de número e o paradoxo inerente a ela, o célebre Paradoxo de Russell.

2.2. CONCEITO E OBJETO.

2.2.1. Definições e propriedades.

Frege, em seu *The Basic Laws of Arithmetics*, questiona o que ele chamou de uma “inclinação largamente espalhada” (FREGE, 1964, p.10), segundo a qual só se poderia admitir a existência de entidades via percepção sensorial. Podemos adicionar, para fins explicativos, que, segundo os empiristas, só se poderia admitir a existência, *de forma científica*, de entidades via percepção sensorial. Mas, e os objetos matemáticos? Poderiam os mesmos ser apreendidos pelos sentidos? Frege afirma que não. E realmente seria bem estranho imaginar, por exemplo, alguém que *visse* um número. O que vemos no caso de um número é um signo que o designa, o numeral. Entretanto, a relação entre o signo e seu correlato é contingente, pois poderíamos para um determinado número criar um signo qualquer que o designasse. Afinal, um signo é apreendido diretamente pelos sentidos e, como já indicamos o autor não concorda com a posição segundo a qual os números são abstrações empíricas.

Como dissemos na introdução desse capítulo, o tratamento adequado para a natureza dos números é dado através de definições de caráter abstrato, e esse novo tratamento, por sua vez, substitui as abordagens psicologistas caracterizadas no primeiro capítulo. Podemos dizer, de forma resumida, que, para Frege, os números não são abstrações empíricas e nem dependem de condições cognitivas dos seres humanos, mas são definidos de forma abstrata via propriedades. Ao dizermos que os números são definidos de forma abstrata, podemos ser tentados a tomá-los como subjetivos e considerar que esse definir seja uma espécie de processo criativo e aleatório, no qual atribuímos a eles propriedades que os mesmos não têm. O filósofo e matemático rejeita essa possibilidade e exemplifica o que ele entende por definição recorrendo à comparação com o trabalho de um geógrafo. Nessa comparação, ele afirma que com uma definição não se pode, como que por magia, criar algo juntamente com suas propriedades. Ele acrescenta que assim como um geógrafo, ao chamar algo de Mar Amarelo, não cria

nada, mas apenas delimita, da mesma forma, o matemático, ao dar uma definição, não pode criar nada.

[...] nenhuma definição é criadora, a ponto de poder dar a uma coisa propriedades que esta coisa não tenha; no máximo, ela dará a uma coisa a propriedade de exprimir e designar aquilo para que a definição a introduz como sinal. (FREGE 1978, p. 36).

A diferença fundamental entre o trabalho do geógrafo e o do matemático é que, no primeiro caso, o critério utilizado para delimitar as propriedades do Mar Amarelo é empírico, ou seja, as propriedades do Mar Amarelo são observáveis e podem ser apreendidas pelos sentidos, enquanto que as propriedades matemáticas não. No caso do Mar Amarelo, quando o geógrafo delimita as propriedades que lhe são próprias, fica com a seguinte definição:

Propriedades:

Ser um mar que banha o leste da República Popular da China.

Ser um mar que banha o oeste da Coreia do Norte e do Sul.

Ser um mar que ao sul liga-se com o mar da China Oriental.

Ser um mar que possui área de quatrocentos e dezessete mil quilômetros quadrados.

Ser um mar que possui profundidade média de 105 metros.

Definição:

O Mar Amarelo é o mar que banha o leste da República Popular da China, o oeste da Coreia do Norte e do Sul, ao sul liga-se com o mar da China

Oriental, possui área de quatrocentos e dezessete mil quilômetros quadrados e profundidade média de 105 metros.

No caso dos números, o matemático não *pode* dispor de critérios empíricos para delimitar as suas propriedades. Para tornar mais claro o que o filósofo entende pelo caráter delimitador de propriedades não empíricas, inerente às definições, e, conseqüentemente tornar clara a rejeição da concepção por ele nomeada de “inclinação largamente espalhada”, vejamos um exemplo dado pelo próprio Frege em seu artigo intitulado “Função e Conceito” (FREGE, 1978, p. 36). Nesse artigo, o filósofo propõe como exemplo de uma propriedade abstrata uma propriedade do número 1.

Propriedade:

Ser um número que multiplicado por si mesmo, resulte novamente nele próprio.

Definição:

O número 1 é o número que, multiplicado por si mesmo, resulta novamente nele próprio.

Essa seria uma propriedade, dentre outras, do número 1. Essa propriedade não é observável, ou seja, nenhum experimento empírico, por mais aguçado que seja, conseguirá localizar espaço-temporalmente tal propriedade. Todavia, o fato de não possuir um correlato ontológico espaço-temporalmente observável não implica que essa propriedade tenha sido postulada de forma aleatória, atribuindo uma propriedade que o número 1 não tenha. Um ponto importante a ser notado é que a proposta de Frege não identifica o *objetivo* com o

observável, o que, em uma época de grande fervor naturalista, deve ter soado de forma bastante estranha. O filósofo alemão estava atento a possível —*estranheza*” que sua teoria pudesse causar, como podemos notar no trecho que se segue da introdução de seu famoso *“Fundamentos da Aritmética”*.

Àqueles que possam criticar minhas definições por não serem *naturais*, sugiro que reflitam sobre o fato de não ser a questão a de saber se são naturais, mas a de saber se tocam o núcleo do problema e são logicamente inatacáveis. (FREGE 1989, p. 92) [grifo nosso].

Enfatizamos o termo —*naturais*” para destacar a encruzilhada na qual Frege se encontrava. Como dissemos no capítulo anterior, segundo Sluga, temos, por um lado, a tradição idealista que concebia a lógica como uma ciência pura fundamentada nos limites da razão humana e, por outro lado, em contestação a essa tradição dominante e em consonância com os diversos avanços científicos em curso no século dezenove, temos o naturalismo científico que admite apenas a indução empírica como critério de análise objetiva. De acordo com o que foi sugerido na citação precedente, a concepção fregiana pode ser caracterizada como um esforço de superação dessa disputa entre naturalismo e idealismo, no que tange a natureza da lógica e da matemática. Esse esforço de superação da referida disputa virá a ser conhecido na história da filosofia como um dos traços do movimento logicista.

Podemos destacar dois pontos importantes de nossa exposição acerca da maneira que o filósofo compreende a noção de —*definição*”, pontos esses, que estão em íntima relação um com o outro. O primeiro ponto é que a noção de —*propriedade*” não está vinculada necessariamente à apreensão empírica de objetos espaço-temporais, e o segundo é que tal noção, a de —*propriedade*”, é fundamental para a noção de —*definição*”, que, por sua vez, é o alicerce da alternativa de Frege às posições psicologistas. Essa centralidade conferida pelo filósofo às propriedades depende da alteração na lógica proposta por ele, e por nós destacada anteriormente, qual seja, a substituição da análise lógica da linguagem, em termos de sujeito e predicado, por expressão funcional e argumento. Essa alteração será o tema da próxima subseção.

Nessa subseção expusemos que, para Frege, uma abordagem adequada sobre a natureza dos números deve ser uma abordagem abstrata. Numa abordagem dessa natureza, os números devem ser introduzidos através de definições de caráter abstrato e essas definições, por sua vez, são fundamentadas na descrição de propriedades inerentes aos próprios números. Dissemos também que a noção de “propriedade” não está vinculada necessariamente à apreensão empírica de objetos espaço-temporais, e que, assim como existem propriedades empíricas, existem propriedades abstratas e que as últimas não perdem seu caráter de objetividade por não possuírem um correlato ontológico observável. Para o filósofo alemão, o objetivo não se identifica com o observável.

2.2.2. Função e argumento, conceito e objeto.

Como expusemos na subseção anterior, a alternativa proposta por Frege para a definição de número fundamenta-se na noção de definição abstrata. A noção de definição por sua vez, fundamenta-se na de “propriedade”. Ambas as noções propostas pelo filósofo alemão são de caráter abstrato e não envolvem em seus fundamentos elementos de análise empírica nem fazem referência à capacidade cognitiva dos seres humanos. Por não envolverem os elementos aludidos, o filósofo sustenta que a fundamentação da aritmética se dá sobre definições abstratas, e que esse é o método cientificamente adequado para tal. Na proposta fregiana, nota-se a importância conferida pelo filósofo às propriedades. A importância conferida pelo filósofo alemão às propriedades depende da alteração na lógica, proposta por ele, e por nós já destacada, qual seja, a substituição da análise lógica da linguagem, em termos de sujeito e predicado, por expressão funcional e argumento.

Na filosofia fregiana, as noções lingüísticas de “expressão funcional” e “nome próprio” possuem, respectivamente, como correspondentes ontológicos as noções de “função” e “argumento”, e essas, por sua vez, exaurem toda a ontologia. Assim sendo, ou algo é uma função, expressa por uma expressão funcional, ou é um argumento, tendo como representante lingüístico um nome próprio. Frege utiliza essas duas noções tomadas da matemática e amplia o uso das mesmas para a

linguagem como um todo, introduzindo as noções de —função proposicional”, ou —conceito”, e —objeto”. Entretanto, ao afirmarmos que o filósofo amplia o uso dessas noções, podemos ser tentados a encarar o projeto do lógico alemão como uma questão metodológica, e, conseqüentemente, não fazer justiça ao mesmo. Com efeito, devemos afirmar que a tese fregiana é mais forte. Que a adoção dessas duas noções oriundas da matemática reflete de forma mais precisa a estrutura lógica da proposição, sejam elas proposições da matemática ou da linguagem comum. Tal propósito pode ser notado pelo título de seu primeiro livro: —Idiografia, uma linguagem de fórmulas, modelada sobre a da aritmética, para o pensamento puro”¹⁹ e mais especificamente por uma citação desse mesmo livro:

[... A] lógica tem até agora sempre seguido a linguagem comum e a gramática de forma muito próxima. Em particular, creio que a substituição dos conceitos de *sujeito* e *predicado* por *argumento* e *função*, respectivamente, resistirão ao teste do tempo. (FREGE 1971 p. 7.).²⁰ [Colchetes acrescentados por nós e grifo nosso].

Como dissemos, as noções de —expressão funcional” e —nome próprio” são representantes lingüísticas de dois tipos de entidades que exaurem toda ontologia. Na filosofia fregiana essas duas noções são primitivas, elas formam a base do processo de análise, e não podem ser definidas. Para Frege, a noção de —expressão funcional” é semanticamente incompleta, ou seja, ela não possui significado independente e deve ser completada com um nome próprio. A noção de —nome próprio”, por sua vez, tem um significado independente, completo.

Como vimos no primeiro capítulo, para Frege, uma análise acerca da natureza dos números deveria seguir os seguintes princípios metodológicos: distinguir entre conceito e objeto, subjetivo e objetivo e, finalmente, só se perguntar

¹⁹ Tradução nossa do original: Begriffsschrift, a formula language, modeled upon that of arithmetic, for pure thought.

²⁰ Tradução nossa do inglês: [The] logic has hitherto always followed ordinary language and grammar too closely. In particular, I believe that the replacement of the concepts *subject* and *predicate* by *argument* and *function*, respectively, will stand the test of time.

pelo significado dos termos no contexto da sentença. Portanto, de acordo com o último princípio aludido no período precedente, deve-se partir de uma sentença inteira para que a mesma seja decomposta nas duas partes que afirmamos ser a base do processo de análise: —expressão funcional” e —nome próprio”. Seguindo os princípios metodológicos propostos por Frege, devemos diferenciar a base do processo de análise do início do mesmo, pois, como dissemos, embora a sentença possa ser decomposta em duas partes que formam a base do processo de análise, ele deve iniciar-se com a análise da sentença inteira. Nessa subseção, compararemos as duas formas de estruturação da proposição, sujeito/predicado e argumento/função, com a finalidade de tornar clara a posição filosófica de Frege, e explicar como ela pode ser tomada como alternativa às duas formas de psicologismo descritas no primeiro capítulo.

Tomemos como exemplo a seguinte sentença:

Paulo é alto.

Na análise lógica clássica de orientação aristotélica, essa sentença é dividida em sujeito e predicado. Podemos analisá-la através de duas perguntas, quais sejam: sobre o que estou falando? E, o que estou afirmando sobre isso? No caso da sentença —Paulo é alto”, a resposta à primeira pergunta seria que estou falando do sujeito, —Paulo”, e à segunda, seria que estou atribuindo ao sujeito, —Paulo”, o predicado, —é alto”.

Na análise fregiana, essa sentença é dividida em —expressão funcional” e —nome próprio”. Nesse caso, façamos as mesmas perguntas que fizemos no parágrafo anterior: sobre o que estou falando? E, o que estou afirmando disso? Na análise de Frege, a sentença —Paulo é alto” tem como resposta à primeira pergunta o objeto, Paulo, a resposta à segunda seria que estou atribuindo ao objeto, Paulo, o conceito —ser alto”. Dito de outra maneira, na análise fregiana da sentença —Paulo é alto”, teríamos a expressão funcional —ser alto” saturada pelo nome próprio —Paulo”.

Ao analisarmos essa sentença, que é uma sentença singular, parece que poderíamos identificar facilmente as noções de —predicado” e —sujeito”, com as noções de —expressão funcional” e —nome próprio”, respectivamente. Contudo, isso não é o caso, analisemos a seguinte sentença singular: —Paulo ama Maria” nesse caso, de acordo com a análise clássica de orientação aristotélica, temos o sujeito —Paulo” e o predicado —ama Maria”. Entretanto, na análise fregeana, o predicado é o termo —ama” e os sujeitos são —Paulo” e —Maria”. Se tomarmos as perguntas do parágrafo precedente teremos, na perspectiva funcional, os nomes próprios —Paulo” e —Maria” pois, são sobre o quê estamos falando; e a expressão funcional “ama” relacionando os nomes próprios aludidos e é considerada o quê estamos afirmando com essa sentença.

Vejamos agora o que acontece no caso de uma sentença que expressa generalidade, como a que se segue, proposta por Frege no parágrafo quarenta e sete dos Fundamentos da Aritmética:

Todas as baleias são mamíferas.

Retornemos a análise clássica e às duas perguntas. Sobre o que estou falando? Sobre todas as baleias, portanto, —todas as baleias” deveria ser o sujeito. O que estou afirmando sobre esse sujeito? Que são mamíferas, portanto, —são mamíferas” deveria ser o predicado. Mas que tipo de sujeito é esse —todas as baleias”, ao qual atribuímos o predicado —são mamíferas”? Essa pergunta pode soar um tanto estranha à primeira vista, mas isso se deve mais ao nosso costume com a gramática do que à sua solidez lógica.

Analisemos novamente o exemplo da sentença singular —Paulo é alto”. Nesse caso, temos um sujeito que podemos identificar, o Paulo, e estamos falando daquele objeto que o mesmo é alto. —Paulo” seria um nome convencional para um

exemplo do que Aristóteles²¹ chamou de —substância primeira” e definiu como se segue:

Substância, na acepção mais fundamental, primeira e principal do termo, diz-se daquilo que nunca se predica de um sujeito, nem em um sujeito, por exemplo, este homem ou este cavalo. (ARISTÓTELES 1985, p. 48)

Mas, no caso da sentença —todas as baleias são mamíferas”, é adequado tratá-la da mesma forma? Nesse caso podemos tomar —todas as baleias” de forma abstrata como o —conjunto das baleias”, ou, —tologicamente”, como —cada uma das baleias”. Se tomarmos —todas as baleias” como —conjunto das baleias” estaríamos dizendo que um conjunto é mamífero, o que seria, manifestadamente, no mínimo, muito estranho.

Se tomarmos como —cada uma das baleias”, surgiria o seguinte problema: que tipo de sujeito é esse —cada uma das baleias” ao qual estamos atribuindo a propriedade —ser mamífero”? Esse problema não pode ser ignorado, pois analisamos —todas as baleias” —tologicamente” e, nesse caso, seria necessária uma espécie de unificação de casos particulares sob o termo —baleia”, com a finalidade de que o mesmo funcione como sujeito da sentença, para, posteriormente, aplicarmos o predicado —semamífero”. Essa parece ser a alternativa adotada na lógica clássica, de orientação aristotélica, como podemos notar no trecho da obra de Aristóteles que se segue:

²¹ Recorreremos a duas citações de Aristóteles para caracterizar a posição contra a qual Frege propõe sua concepção funcional acerca da estrutura lógica da linguagem. Contudo, devem ser ressaltados dois pontos. Primeiramente, as críticas fregianas não eram feitas diretamente ao filósofo grego, mas dirigidas a Kant e Mill, dentre outros pensadores. Podemos notar, com efeito, que o próprio Frege não cita especificamente Aristóteles sobre esse tema. Mesmo que não cite diretamente o referido filósofo da antiguidade, como já foi dito por nós anteriormente, seja notório que não houve alterações estruturais na lógica aristotélica até a proposta fregiana. Em segundo lugar, é importante frisar que o nosso recurso a lógica de inspiração aristotélica tem como objetivo apenas a caracterização de certa posição criticada por Frege e não a exegese desse filósofo.

No entanto podemos falar de substâncias segundas, espécies em que se incluem as substâncias primeiras, e nas quais, se são gêneros, ficam contidas na mesma espécie. Por exemplo: o homem individual inclui-se na espécie nominada homem, e, por sua vez, incluímos essa espécie no gênero chamado animal. (ARISTÓTELES 1985, p. 48).

O problema que queremos apontar torna-se mais claro se analisarmos uma sentença singular. Quando dizemos que uma baleia em particular é mamífera, como na sentença —“Moby Dick é mamífera”, afirmamos algo desse objeto. Se, de fato, houver uma baleia à nossa frente e afirmarmos que Moby Dick é mamífera, essa poderia ser uma afirmação sobre esse bicho à nossa frente. Contudo, segundo Frege, se disséssemos, olhando para uma baleia, que —“Todas as baleias são mamíferas”, essa não poderia ser uma afirmação sobre o animal à nossa frente, pois essa sentença não afirma nada de nenhum objeto particular, como a sentença —“Moby Dick é mamífera”. Podemos destacar, como diferença fundamental entre essas duas formas de sentenças, o fato de que, no caso das sentenças singulares, temos um objeto e uma propriedade ladeando o verbo “ser” e, no caso das sentenças gerais, temos duas propriedades ladeando o referido verbo. Ao que nos parece, em uma análise de orientação aristotélica, em termos sujeito/predicado, a posição dos termos constituintes da sentença em relação ao verbo “ser” é o critério fundamental de distinção entre os mesmos. Assim sendo, para que um termo seja o sujeito da sentença basta que preceda o verbo “ser” e para que seja predicado, que venha depois do verbo aludido. Nessa abordagem, no caso das sentenças gerais, o que se tem são duas substâncias segundas, uma predicando da outra.

Vejamos agora a análise dessa sentença, —“Todas as baleias são mamíferas”, em termos de função e argumento. Novamente as duas perguntas: Sobre o que estou falando? E, o que estou afirmando sobre isso? Resposta à primeira pergunta: sobre a função proposicional —“ser baleia, então ser mamífero”; resposta à segunda: que essa função é universalmente válida. Na análise funcional, o que temos no caso dessa sentença é a função proposicional, —“todo o que for *isso* será *aquilo*”, ou seja, o que temos é uma função proposicional composta pelos conceitos, —“ser baleia” e —“ser mamífero”. Podemos notar que, nesse caso, temos dois

conceitos, que *poderíamos*²² até chamar de substâncias segundas. A grande diferença é que um não predica nada do outro, mas ambos são sujeitos de uma predicação ordem superior. No caso das sentenças universais, portanto, temos um predicado de ordem superior, predicando sobre outros predicados. Esses últimos, por sua vez, podem ser entendidos como um predicado composto por dois termos conceituais. Dessa forma, teríamos sentenças singulares, como “Paulo é alto”, na qual o predicado é atribuído a um objeto e sentenças gerais, nas quais não se afirma nada sobre objetos e sim sobre propriedades e essas por sua vez falam sobre objetos. Essa diferença da forma de análise também foi apontada por Hans Sluga, como podemos notar na citação que se segue:

Em qualquer caso, de acordo com a análise proposta na *Begriffsschrift*, a sentença “Todos os homens são mortais” não é uma sentença sobre homens, mas sobre a função “se *a* é um homem, *a* é mortal” dizendo dela que é um fato, o que quer que substituamos por “*a*”. A sentença “Alguns homens são gregos” não faz nenhuma afirmação sobre homens, mas faz sobre a função “*a* é um homem e *a* é grego”, resultando que nem todas as sentenças resultantes da substituição da letra “*a*” são falsas. (SLUGA 1980, p. 87)²³.

A diferença entre essas duas abordagens torna-se mais clara se negarmos as proposições. Retornemos à proposição “Paulo é alto”. Para negarmos essa sentença, basta negarmos o predicado, então, obtemos como negação da sentença “Paulo é alto”, “Paulo não é alto”. “Paulo não é alto” é a negação de “Paulo é alto”, pois ambas não podem, simultaneamente e sob o mesmo aspecto, serem verdadeiras ou falsas. Vejamos agora o que ocorre no caso da sentença “Todas as baleias são mamíferas”. Se negarmos o que consideramos o predicado da sentença

²² “Poderíamos”, pois tanto a noção aristotélica de “substância segunda”, quanto à fregeana de “conceito” correspondem gramaticalmente a predicados. Entretanto, mesmo sendo gramaticalmente predicados, elas são essencialmente diferentes. A noção de “conceito” é essencialmente incompleta ou insaturada, já a de “substância segunda”, ao que nos parece, o que se pretende é justamente o contrário.

²³ Tradução nossa do original: In any case, according to *Begriffsschrift* account the statement “All men are mortal” is not a statement about all men, but the one about the function “if *a* is a man, *a* is mortal”, saying of it that is a fact that whatever we substitute for “*a*”. The sentence “Some men are Greeks” does not make a statement about men, but does about the function “*a* is a man and *a* is Greek”, resulting that not all sentences resulting from substitutions of the letter “*a*” are false.

na interpretação clássica obteremos: “ \neg Todas as baleias *não* são mamíferas”, mas será que essa sentença é a negação de —“ \forall das baleias são mamíferas”? Negação no sentido que antes expusemos, o de que, se uma for verdadeira, a outra necessariamente será falsa? Não, pois embora ambas não possam ser simultaneamente verdadeiras, elas podem ser simultaneamente falsas.

Na abordagem clássica, esse problema é resolvido introduzindo-se duas noções de negação. Uma no interior da sentença, a partir da qual, no caso das sentenças universais, se obtém a sentença contrária, como a abordada no parágrafo anterior; e uma exterior à sentença, a partir da qual se obtém a contraditória. Para obter a contraditória nega-se a sentença inteira, então: —“~~Não~~ é o caso que (Todas as baleias são mamíferas)”, ou —“~~Algumas~~ baleias não são mamíferas”, essa sim é a negação da sentença —“ \forall das baleias são mamíferas”, pois, se uma for verdadeira, a outra necessariamente será falsa.

Vimos no parágrafo anterior que na abordagem clássica, para se obter a contraditória de uma sentença universal, é necessário que se recorra, além da noção de substância segunda, a duas noções de negação, uma que nega o predicado da sentença e outra proposicional que nega o caráter de generalidade da mesma. Vejamos agora como se obtém a contraditória na abordagem funcional de Frege. Se tomarmos uma sentença particular, como —“~~Palo~~ é alto”, basta negarmos o que é atribuído, ou seja, o conceito, nesse caso —“sealto”, e com isso obtemos a sentença, —“~~Palo não~~ é alto”, que é a contraditória.

No caso das sentenças universais, o processo é o mesmo. Dissemos que na sentença “ \forall das baleias são mamíferas” temos o conceito de ordem superior que exprime universalidade, predicando sobre a função composta —“se baleia, então ser mamífero”. Portanto, para obtermos a contraditória, basta negarmos o conceito de ordem superior, tendo em vista que ele é justamente o que é afirmado. É válido observar, que na proposta de orientação aristotélica, para se obter a contraditória, negou-se a sentença inteira, com a finalidade de se negar a universalidade. Porém, na abordagem funcional, o termo “ \forall das” presente na sentença “ \forall das as baleias

são mamíferas” não faz parte do sujeito, ele é, na verdade, o predicado da sentença. Assumindo que o termo “todas” seja o predicado da sentença, não é mais necessário que se diferencie dois tipos de negação para se obter a contraditória, basta negar o predicado, como fizemos no caso das sentenças singulares.

Deve-se aqui observar que as palavras “todo”, “cada”, “nenhum”, “algum” são antepostas a termos conceituais. Em sentenças universais e particulares, afirmativas e negativas, exprimimos relações entre conceitos e indicamos a peculiaridade da relação mediante essas palavras; logicamente falando, tais palavras se relacionam mais com a sentença como um todo do que aos termos que conceituais que as seguem. É fácil ver isso no caso da negação se na sentença “todos os mamíferos são terrestres” se a combinação de palavras “todos os mamíferos” exprimisse o sujeito lógico do predicado *são terrestres*, então teríamos de negar o predicado: “não são terrestres”. Em vez disto, devemos pôr o “não” em frente de “todos”, do que decorre que “todos” pertence logicamente ao predicado. (FREGE 1978 p. 95).

Podemos notar que a análise em termos de função e argumento não se identifica com a de predicado e sujeito, ao menos com a análise gramatical. Poderíamos “traduzir” a proposta funcional de Frege para uma terminologia predicativa adicionando o termo “lógico”. Por conseguinte, podemos empreender tal tradução em termos de função e argumento para predicado e sujeito *lógicos* da sentença. Dessa forma, a noção de “expressão funcional” assume o papel do predicado lógico de uma sentença, enquanto que a noção de “nome próprio” funciona como sujeito lógico de uma sentença. Em resumo, o que temos, de forma mais elementar, é o que é atribuído e o que recebe o atributo. O que é atribuído ao objeto é a referência de uma expressão funcional, um conceito, enquanto que como sujeito lógico, pode-se ter um objeto ou um conceito²⁴. Assim sendo, no caso das sentenças gerais, o termo “todo” ou o termo “algum” é o predicado da sentença, por exprimir o tipo de relação entre os termos sujeitos, que por sua vez são conceitos.

²⁴Aqui surge uma tensão, pois, como expusemos, essas duas categorias exaurem toda a ontologia. Dissemos também que elas, através de suas representantes lingüísticas, respectivamente expressão funcional e nome próprio, formam a estrutura lógica da sentença. No entanto, no caso das sentenças universais, o que exerce a função de argumento é um conceito e não um objeto.

Nessa subseção, apresentamos uma das notórias alterações na lógica proposta por Frege, qual seja, a substituição da análise lógica da linguagem em termos de sujeito e predicado, por expressão funcional e argumento. Dissemos que, para Frege, as noções lingüísticas de “expressão funcional” e “nome próprio” possuem, respectivamente, como correspondentes ontológicos as noções de “função” e “argumento”, e essas, por sua vez, exaurem toda a ontologia. Então, ou algo é uma função, expressa por uma expressão funcional, ou algo é um argumento, tendo como representante lingüístico um nome próprio. As referidas noções ontológicas podem ainda ser chamadas de “conceito” e “objeto”.

Mostramos as diferenças entre uma análise fregiana, em termos de expressão funcional e nome próprio, em relação a uma abordagem de orientação aristotélica, em termos de sujeito e predicado. Destacando-se, principalmente, a possibilidade de obter conceito de segunda ordem a partir da análise de uma sentença inteira. Agora, partamos para a segunda seção desse capítulo, que será uma investigação acerca da primazia lógica conferida à noção de “propriedade” por parte de Frege.

2.3. A PRIMAZIA LÓGICA DAS PROPRIEDADES.

Como vimos na subseção anterior, pode-se destacar como diferença fundamental entre uma análise gramatical e uma funcional a possibilidade de um conceito predicar sobre conceitos, ou, em terminologia fregiana, de se obter conceitos de segunda ordem através do processo de análise de uma sentença inteira. O que é fundamental na introdução desses conceitos de segunda ordem é a possibilidade de se predicar, ou de se *falar*, sobre propriedades. Na proposta fregiana, a predicação não incide apenas sobre objetos, como ocorre na proposta de estruturação em termos de sujeito e predicado, mas também sobre propriedades, ampliando assim a nossa capacidade de expressão. Essa ampliação ocorre, pois não é necessário que aquilo sobre o que falamos possua um correlato ontológico observável.

A busca por uma fundamentação objetiva para as entidades lógicas e matemáticas era o propósito das três abordagens que expusemos, tanto as duas que caracterizamos como psicologistas, quanto à proposta fregiana. Tomemos novamente a divisão por nós proposta entre as duas vertentes do psicologismo: a posição empirista, na qual a objetividade seria justificada por critérios observacionais, e, portanto, a única forma válida de se justificar o conhecimento é a indução empírica; e a transcendental, na qual as entidades matemáticas possuem caráter objetivo, por refletirem condições de nossa cognição. Frege não concorda com nenhuma dessas alternativas por entender que, mesmo que suas propostas constituam um esforço em direção à objetividade, elas falham.

A proposta empirista falha por assumir que a indução seja o único método cientificamente adequado de conhecimento. Para Frege, a indução empírica não é um método adequado ao tratamento de questões lógicas e matemáticas, pois, nesse método, todos os conceitos devem ser abstraídos da observação. Não obstante, tornar-se-ia um tanto difícil explicar as noções de zero e infinito, pois qual seria o correlato observacional dessas noções? Além disso, através da indução, não se consegue enunciados logicamente necessários.

A posição transcendental fundamenta os enunciados matemáticos nas faculdades cognitivas humanas, ou seja, enunciados acerca dessas entidades seriam necessários, mas apenas para nós, os seres humanos. Nessa perspectiva, poderíamos ter o enunciado — $2+2=4$ ” como necessariamente verdadeiro para nós, humanos, e o enunciado — $2+2=5$ ” como necessariamente verdadeiro, por exemplo, para os marcianos. Contudo, sustentamos que não se pode utilizar o advérbio —necessariamente” como fizemos no período anterior. A menos que seja uma apenas uma diferença na forma como nomeamos os termos, ou seja, que estejamos simplesmente nomeando de forma diferente —coisas” que julgamos serem as mesmas.

Para Frege, no caso das definições lógicas e matemáticas, postulamos através da propriedade a ser satisfeita, os critérios não subjetivos de análise, para que se cheguem aos objetos. Esses critérios não são observacionais, não fazem referência a conteúdos espaciais ou temporais. E, por não serem observacionais, tudo o que é preciso saber sobre propriedades dessa natureza está contido logicamente no enunciado que as exprime, sem recorrência à experiência, como no caso da propriedade —ser divisível por si mesmo e resultar novamente em si próprio”, ao contrário do que ocorre com as propriedades empíricas, como —se baleia”, por exemplo.

Dissemos, na seção anterior, que a posição de Frege não identifica *objetivo* com *observável*. Podemos acrescentar agora que sua posição também não identifica *corpo* com *objeto*. Podemos dizer que, na perspectiva fregiana, corpo é tudo o que ocupa um lugar no espaço e no tempo, e objeto é tudo aquilo que satisfaz uma propriedade. Por conseguinte, a noção de —corp” compreenderia todos os objetos que satisfazem propriedades empíricas, como —se baleia”, por exemplo. Por outro lado, haveria objetos que não seriam corpos. Esses objetos seriam assim classificados por satisfazerem propriedades não empíricas, como —ser divisível por si mesmo e resultar novamente em si próprio”, e, nessa categoria de objetos não corpóreos, ou abstratos, estariam os objetos matemáticos.

Poderíamos adotar uma terminologia kantiana nesse caso e dizer que —a noção de objeto é formal, ao invés de empírica” (KANT, apud, SLUGA, 1980, p. 121). Contudo, ao adotarmos tal terminologia, vemos surgir um problema, pois, embora Kant defina a noção de objeto em termos que condizem com nossa análise, vimos que para ele todo conhecimento, mesmo não sendo oriundo *da* experiência, tem origem *na* experiência e é dependente das formas puras da sensibilidade, caracterizando o que foi por chamado nós de psicologismo transcendental. Esse problema com relação à posição kantiana é apontado por Frege no parágrafo cinco de seu Fundamentos da Aritmética, onde ele critica a posição kantiana afirmando que a —apóricidade” garantida pela formas puras da sensibilidade não é válida, como na citação que se segue:

Kant pretende recorrer à intuição de dedos ou pontos, no que se arrisca a permitir, contra sua opinião, que elas apareçam como empíricas; pois a intuição de 37863 dedos não é, de modo algum, pura. (FREGE 1989, p. 98).

Em suma, podemos afirmar que a noção de objeto é mais ampla que a de corpo, e que todo corpo é um objeto, mas nem todo objeto é um corpo. Com isso notamos uma abordagem abstrata, no sentido fregiano, da noção de objeto, que é satisfazer uma propriedade, ao invés de uma abordagem empírica na qual todas as propriedades devam ser abstraídas dos objetos, nesse caso identificados com corpos. Essa parece ser também a opinião de Sluga, como podemos notar na citação que se segue:

A compreensão por parte de Frege da noção de objeto deve ser contrastada com a visão comum segundo a qual o termo “objeto” envolve uma noção empírica adquirida através do aprendizado por ostensão. (SLUGA 1980, p. 121)²⁵.

²⁵ Tradução nossa do original: Frege’s understanding of the notion of an object must be contrasted with the common view according to which the term —object” stands for an empirical notion acquired through learning by ostention.

Podemos notar, dessa forma, uma inversão de primazia na análise lógica proposta por Frege em relação à análise proposta pelo psicologismo empirista. Enquanto em uma posição empirista *todas* as propriedades devem ser abstraídas dos objetos, nesse caso identificados com corpos, através das impressões sensíveis, na proposta fregiana, as propriedades são logicamente anteriores aos objetos, até mesmo porque os últimos podem ser definidos como aquilo que satisfaz uma propriedade.

Considero impossível uma definição regular [de objeto], já que temos aqui algo que, por sua simplicidade, não admite uma decomposição lógica. Só é possível indicar o que se quer dizer. Aqui só se pode dizer sucintamente: um objeto é tudo que não é uma função, de modo que uma expressão dele não contém um lugar vazio. (FREGE 1978, p.47) [Colchetes acrescentados por nós]

É claro que, em sentenças empíricas, há uma conexão direta com a parte observacional da realidade, pois as propriedades são abstraídas a partir dos objetos. Mas, no caso das propriedades lógicas, os objetos são determinados pelas propriedades. Podemos destacar uma diferença fundamental entre as propriedades empíricas e as propriedades lógicas: enquanto as primeiras são *descobertas* as últimas são *definidas*. Para expor essa diferença, tomemos um exemplo dado pelo filósofo alemão no parágrafo dez de seu famoso Fundamentos da Aritmética. Nesse parágrafo, o filósofo toma como exemplo um caso da geologia. Através de estudos sobre perfurações na crosta terrestre, notou-se que durante a perfuração, a temperatura da terra aumentava continuamente a cada nova camada descoberta, e que havia diferentes camadas de rocha. Mas, embora a temperatura tenha aumentado continuamente, não podemos concluir, somente a partir do que já foi constatado, que ela vá continuar aumentando nas camadas que não foram perfuradas. O exemplo visa mostrar que, embora sob o conceito —“se encontrado perfurando-se continuamente a crosta terrestre” caia tanto aquilo que já foi descoberto, quanto o que não foi, esse conceito não contribui fundamentalmente para a determinação dos objetos que o satisfazem, como acontece no caso dos conceitos referentes a objetos abstratos. Tomemos como exemplo o conceito relativo aos números —“que se obtém do aumento contínuo de um”. Nesse caso, a

propriedade —seja aquilo que se obtém do aumento contínuo de um” é necessária para a definição dos números, como veremos na próxima seção.

Em suma, o que as noções de “função” e “aumento” permitem a Frege é uma forma eficiente de combinação entre propriedades e objetos, viabilizando a introdução de entidades abstratas e objetivas, os objetos lógicos. E essa introdução ocorre, sem que se recorra necessariamente a elementos empíricos, e sem alusão a qualquer capacidade humana na justificação de sua objetividade. Ao propor a predicação de ordem superior Frege divide os âmbitos de predicação dos conceitos. Sob os conceitos de primeira ordem, caem objetos; sob os de segunda ordem são subsumidos os de primeira; sob os de terceira são os de segunda, e assim sucessivamente. A primazia lógica das propriedades pode ser notada na própria definição do que é um objeto. Como dissemos, na filosofia fregiana, objeto *pode* ser definido como tudo aquilo que satisfaz um conceito. Essa definição de objeto será fundamental para a postulação de objetos matemáticos, pois não se requer nenhuma contrapartida empírica ou recorrência às capacidades cognitivas humanas. Agora, munidos do que julgamos ser parte do aparato conceitual necessário, vejamos a definição fregiana de número e o paradoxo inerente a ela.

2.4. A DEFINIÇÃO FREGIANA DE NÚMERO E O PARADOXO DE RUSSELL.

2.4.1. A definição fregiana de número.

Como dissemos na seção anterior, a proposta de Frege constitui uma nova e eficiente forma de introdução de entidades abstratas e objetivas, os objetos lógicos, através da combinação das noções de “propriedade” e “objeto”. Expusemos também que essa introdução ocorre sem que se recorra necessariamente a elementos empíricos e sem alusão a qualquer capacidade humana, na justificação de sua objetividade. Dissemos também que a noção de “propriedade” possui primazia lógica em relação à noção de “objeto” isso fica evidente visto que a última pode ser definida como aquilo que satisfaz a primeira. Para uma determinada propriedade, pode ocorrer que apenas um objeto a satisfaça, e.g., “seu número que dividido por si mesmo resulte novamente em si próprio”; assim como pode haver vários, e.g., “se senador da república federativa do Brasil no tempo tal”; ou ainda podem ser infinitos os objetos a satisfazer uma determinada propriedade, e.g., “ser número natural”.

Em paralelo com o trabalho de Frege, eram desenvolvidas pesquisas relativas à matemática e seus fundamentos. Tais pesquisas possuíam em comum com o trabalho de Frege o repúdio a “mistura” de elementos de análise psicológica na pesquisa matemática, sejam esses elementos de caráter empírico ou idealista, que outrora batizamos de transcendental. Dentre os pensadores que desenvolveram as pesquisas aludidas, podemos destacar os matemáticos Georg Cantor, Giuseppe Peano e Richard Dedekind. Devem-se à Dedekind e Peano uma proposta de fundamentação da aritmética sobre axiomas de caráter abstrato, que ficaram conhecidos erroneamente como Axiomas de Peano. Dissemos que eles ficaram erroneamente conhecidos porque não foram inicialmente propostos por Peano, e sim por Dedekind, na obra “A natureza e o significado dos números”. Eles são: Zero é um número; o sucessor de qualquer número é um número; não existem dois números com o mesmo sucessor; zero não é sucessor de número algum e, finalmente, o axioma conhecido como “axioma da indução matemática”, qual seja,

se uma propriedade é satisfeita por zero, e satisfeita pelo sucessor de um número qualquer, então ela é satisfeita por todos os números.

Ao analisar os Axiomas de Peano, podemos notar duas noções fundamentais, a de “número” e “sucessor”. É válido lembrar que as duas noções antes citadas foram definidas anteriormente pelas posições psicologistas descritas no primeiro capítulo. Na posição que batizamos de psicologismo transcendental e caracterizamos a partir da filosofia de Kant, essas duas noções estavam fundamentadas nas formas puras da sensibilidade; a noção de número fundamenta-se na forma pura da sensibilidade relativa às “coisas” exteriores, o espaço; enquanto que, a noção de sucessor fundamenta-se na forma pura da sensibilidade relativa à ordenação das “coisas” interiores, o tempo. Na posição que batizamos de psicologismo empírico, e caracterizamos através da filosofia de Mill, essas duas noções eram abstraídas diretamente da observação empírica, assim como qualquer tipo de conhecimento científico.

Frege em seu Fundamentos da Aritmética se refere a Mill e sua definição de número. Na obra aludida, o filósofo alemão atribui a Mill uma definição de número em termos de “um e o aumento em um”, definição essa, que é formulada de maneira semelhante à de Leibniz. É importante acrescentar que Frege simpatiza com a posição filosófica leibniziana acerca da natureza da lógica e da matemática. Porém, logo em seguida, Frege a repudia, pois, mesmo que Mill tenha fornecido uma definição semelhante à de Leibniz para a noção de número, ele fundamenta tais noções na experiência sensorial. Frege propõe que essas noções sejam de caráter abstrato, assim como os Axiomas de Peano, porém sustenta que elas sejam definíveis. Vejamos as próprias palavras de Frege a respeito da necessidade de se definir tais noções.

Muitos estimarão que isso não paga à pena. Deste conceito [o de número] tratam suficientemente, acreditam eles, os livros elementares, encerrando-se assim o assunto de uma vez por todas. Pois quem julga ter ainda o que aprender sobre algo tão simples? (FREGE 1989, p.88) [Colchetes acrescentados por nós].

Quanto mais prosseguimos nestas investigações, menor é o número de leis primitivas a que tudo se reduz; e esta simplificação já é, em si mesma, digna de esforços. (FREGE 1989, p. 94).

Ora, é antes de tudo o número cardinal que deve ser definido ou reconhecido como indefinível. De sua execução dependerá a decisão quanto à natureza das leis aritméticas. (FREGE 1989, p. 95).

No início dessa subseção, dissemos que em paralelo com o trabalho de Frege, eram desenvolvidas pesquisas relativas à matemática e seus fundamentos. Nos parágrafos anteriores, expusemos a relevância da referência a Giuseppe Peano e Richard Dedekind. Agora falaremos da relevância de Gerog Cantor. A Cantor deve-se a notoriamente conhecida teoria dos conjuntos. A nossa menção a Cantor consistirá em utilizar na nossa exposição termos próprios da teoria dos conjuntos. Esse recurso à terminologia cantoriana em nossa exposição da proposta fregiana justifica-se, pois julgamos que duas noções centrais das propostas de cada um sejam equivalentes. Julgamos que a noção fregiana de —~~extensão~~ de um conceito” seja equivalente à noção cantoriana de —~~al~~se”.

Sustentamos anteriormente que a nova forma de encarar a ontologia, proposta por Frege, baseava-se fundamentalmente na noção de —~~propriedade~~”, ou —~~conceito~~”. Sustentamos também que, a partir dessa noção, o filósofo obtém uma nova forma de introdução de entidades abstratas e objetivas, sem que se recorra necessariamente a elementos empíricos e sem alusão a qualquer capacidade humana na justificação de sua objetividade. Na seção precedente, introduzimos as noções de —~~função~~”, —~~argumento~~”, —~~conceito~~”, —~~objeto~~”, e —~~conceito de segunda ordem~~”, tendo em vista que as mesmas são fundamentais para a definição de número proposta por Frege. Agora caracterizaremos duas outras noções fundamentais para a definição de número, a saber, o —~~princípio de equinumerosidade~~” e a —~~operação de extensionalização~~”. Essa última, por sua vez, está pressuposta na famosa —~~quinta lei~~”, sobre a qual incide o paradoxo de Russell.

Começemos pelo princípio de equinumerosidade, podemos enunciá-lo de forma breve da seguinte maneira: dois conjuntos são eqüinumericos se estão em uma relação de “um para um”, ou seja, se para cada elemento de um determinado conjunto há um, e somente um, que corresponda a ele em outro conjunto. Para tornar clara a relação de “um para um”, imaginemos uma festa na qual só seja permitida a entrada de casais heterossexuais. Nessa festa, existe um porteiro que permite o ingresso apenas dos casais que satisfizerem o critério de entrada na festa, “ser casal heterossexual”. Podemos afirmar, nesse caso, que há uma relação de “um para um” entre o conjunto dos convidados do sexo masculino e o conjunto dos convidados do sexo feminino. O importante nessa relação de “um para um” é que, para sabermos se a quantidade de convidados do sexo masculino é a mesma da do sexo feminino não precisamos contar todos os presentes, mas apenas analisar as propriedades: ser casal heterossexual, ser um indivíduo do sexo masculino e ser um indivíduo do sexo feminino. A principal vantagem desse método de atribuição de identidade numérica entre conjuntos, através de uma função um para um, sobre o método de contagem é a de que com a primeira se obtém um tratamento mais adequado para os conjuntos infinitos²⁶. Essa vantagem foi observada por Frege:

Recentemente G. Cantor introduziu os números infinitos em uma obra notável. Estou inteiramente de acordo com ele quanto à crítica à idéia de que em princípio apenas os números finitos poderiam ser admitidos como efetivamente reais. *Sensivelmente perceptíveis espaciais*, não o são nem estes, nem as frações, nem os negativos, irracionais e complexos e se chamamos de efetivamente real o que produz efeitos nos sentidos, ou ao menos o que produz efeitos que podem ter como conseqüências próximas ou remotas percepções sensíveis, então decerto nenhum desses números é efetivamente real. (FREGE 1989, p. 153) [grifo nosso].

A outra noção que deve ser caracterizada é a de “operação de extensionalização”. Que é uma conseqüência da lei cinco do célebre *The Basic Laws of Arithmetic*, qual seja, que os mesmos objetos caem sob dois conceitos se eles têm a mesma extensão. Esta lei foi enunciada anteriormente por Frege no

²⁶ Outro ponto importante, mas talvez um pouco alheio ao nosso tema, é que, se analisarmos bem, o princípio de equinumerosidade está pressuposto no próprio método de contagem, uma vez que, ao contar, pressupomos a relação de “um para um” entre o conjunto cujos elementos estão sendo contados e o conjunto dos números naturais.

artigo —Extensão e Conceito” e, segundo o filósofo, deve ser tomada como uma lei da lógica. Podemos explicar a operação de extensionalização tomando como exemplo o conjunto, ou a classe, dos números inteiros maiores que um e menores que três. A essa classe pertence o número dois. Portanto, o número dois é a extensão do conceito dos números inteiros maiores que um e menores que três. Nota-se que a propriedade —“número inteiro maior que um e menor que três” deve ser satisfeita para que um determinado objeto pertença à classe dos números inteiros maiores que um e menores que três. Ou seja, a referida propriedade funciona como critério de pertencimento ao conjunto. A operação de extensionalização pode ser definida de forma sucinta como se segue: a partir de qualquer conceito obtém-se uma extensão e essa extensão por sua vez, é o objeto lógico que corresponde a esse conceito.

Dissemos anteriormente que a noção de —propriedade” é central na nova proposta fregeana para introdução de entidades abstratas. A operação de extensionalização é o método que Frege dispunha para introdução da noção —forte de objeto abstrato, os objetos lógicos, pois a partir de qualquer conceito obter-se-ia uma extensão. A operação de extensionalização e o princípio de equinumerosidade, em conjunto com as noções que introduzimos na seção anterior, formam o aparato conceitual que julgamos necessários para expor a definição abstrata de número proposta por Frege e o paradoxo de Russell. Por sua vez, a definição abstrata de número, figura-se como alternativa às definições psicologistas. Partamos agora para a definição proposta nos Fundamentos da Aritmética.

Se analisarmos a atribuição numérica gramaticalmente, seremos inicialmente levados a tomá-la como um adjetivo. Se a atribuição numérica fosse um adjetivo, deveria ser uma propriedade aplicável diretamente às coisas. Tomemos como exemplo a cor, e analisemos a sentença —“caneca tal é azul”. Nesse caso, temos um objeto e uma de suas propriedades, e se perguntarmos a alguém qual sua cor, a resposta será “azul”. —Azul” é, portanto, uma propriedade desse objeto e é abstraída diretamente dele. E quanto à atribuição numérica, podemos tratá-la da mesma forma?

Tomemos um exemplo fornecido por Frege, o de um maço de cartas. Se mostrarmos um maço de cartas para alguém e perguntarmos quantos? Mais provável que uma resposta, nos será fornecida pelo interpelado uma pergunta, quantos o *quê*? Essa pergunta é bem plausível, pois se for o número de maços, a resposta será —um; se for o número de naipes, será —quatro”; se for o número de cartas —cinquenta e duas”; ou até, poderíamos supor, uma situação em que o indivíduo que estivesse com as cartas na mão fosse um químico alucinado e estivesse perguntando pelo número de moléculas. Esse exemplo nos mostra que, para um mesmo objeto, pode haver diferentes atribuições numéricas, diferentemente do que ocorre com uma cor, por exemplo, já que uma mesma superfície não pode possuir duas cores simultaneamente.

Contudo, uma diferenciação terminológica é importante. Expusemos na seção anterior o que Frege entende pelas noções de —corpo” e —objeto”, e como o autor diferenciou a noção de —objeto” da de —corpo”. Contudo, a forma como utilizamos o termo —objeto” no exemplo do maço de cartas não corresponde ao uso apropriado, segundo a terminologia do filósofo alemão. O correto, ao invés de —objeto” é se falar em —agregado”. Podemos definir —agregado” como a porção espaço-temporalmente localizável da qual estamos falando, ou como colocamos anteriormente, —corpo”.

Como vimos através do exemplo do maço de cartas, a atribuição numérica não é uma propriedade das coisas. Ela não pode ser, pois, como expusemos, para um mesmo agregado pode haver diferentes atribuições numéricas. Dessa forma, se para um mesmo agregado pode haver diferentes atribuições numéricas, poderíamos assumir que o ato de atribuição numérica fosse subjetivo. Poderíamos tomá-lo como subjetivo, pois a atribuição numérica dependeria de algo além do que uma característica física do agregado, ela dependeria do *quê* estamos perguntando. Por conseguinte, esse —*quê*” é central. Mas, será que podemos interpretá-lo como algo que dependa exclusivamente de nosso arbítrio? Frege diz que não, como podemos notar nas citações que se seguem.

[...] Um número não é mais um objeto da psicologia, ou resultado de processos psíquicos que, digamos, o ~~Mar do Norte~~". A objetividade do mar do norte não é prejudicada pelo fato de depender do nosso arbítrio qual parte da totalidade da água que cobre a Terra pretendemos delimitar e marcar com o nome de ~~Mar do Norte~~"[...] (FREGE 1989, p. 113) [Colchetes acrescentados por nós].

O botânico pretende dizer algo tão fatural quando indica o número de pétalas de uma flor como quando indica sua cor. Uma não depende mais de nosso arbítrio que a outra. Há, portanto, certa semelhança entre o número e a cor; mas ela não consiste em serem ambos perceptíveis pelos sentidos em coisas exteriores, mas em serem ambos objetivos. (FREGE 1989, p. 113).

Se dois fosse uma representação, seria de início apenas meu. A representação de outrem enquanto tal já é outra. Neste caso teríamos talvez muitos milhões de dois. Dever-se-ia dizer: meu dois, teu dois, um dois, todos os dois. (FREGE 1989, p. 115).

Para expor a posição de Frege retornemos ao exemplo do maço de cartas. Dissemos que a pergunta sobre quantos são dependeria do que estamos falando sobre esse agregado, se é sobre ser número de maços ou sobre ser número de naipes. Nota-se que a atribuição numérica não incide sobre o agregado, mas sobre a forma como nos referimos a ele. Nesse caso, com o ~~—agregado-baralho~~" em mãos, a pergunta faz sentido apenas se nos perguntarmos sobre o conceito que estamos usando para nos referirmos a ele. Ao fazermos a pergunta ~~—quantos são os maços de cartas em minha mão?~~" A resposta correta deve ser ~~—um~~", não pode haver várias atribuições numéricas nesse caso. Portanto, o ~~—que~~" ao qual nos referimos no parágrafo que precede as citações é o conceito que usamos para nos referir ao agregado em questão.

Dessa forma, a atribuição numérica não incide sobre agregados, e sim sobre conceitos. Se quisermos utilizar uma terminologia predicativa, podemos dizer que o número não é um predicado aplicável diretamente às coisas, como as cores, por exemplo. Devemos dizer que a atribuição numérica é um predicado de predicados, pois ela incide sobre conceitos que utilizamos para nos referirmos às coisas. Podemos concluir, portanto, que a atribuição numérica é um predicado de segunda ordem, da mesma forma que o ~~—todo~~" ou ~~—algum~~" presente nas sentenças

que exprimem generalidade, como a apresentada na seção anterior, —“todas as baleias são mamíferas”.

Se observando o mesmo fenômeno exterior posso dizer de modo igualmente verdadeiro: —“isso é um grupo de árvores” e —“isso são cinco árvores”, ou —“aqui há quatro companhias” e —“aqui há 500 homens”, o que varia não é o agregado, mas sim minha maneira de denominar. No entanto, isto é apenas um índice da substituição de um conceito por outro. (FREGE 1989, p.128).

Contudo, a apresentação que expusemos corresponde apenas ao processo de formação dos números particulares, como por exemplo, sob o conceito —“se Stooges”²⁷ caem três elementos, da mesma forma sob o conceito —“se número natural maior que dois e menor que seis” caem três elementos. Mas e o conceito de —“três”, por exemplo, como ele se forma? Poderíamos, grosso modo, dizer que o conceito de três é o conjunto formado por todos os trios. Mas, nessa explicação, parece que apenas substituímos —“três” por —“trio” e não explicamos nada. Soa circular. A explicação para o conceito de número requer um princípio que antes expusemos, a saber, o de equinumerosidade. Munidos desse princípio podemos definir o —“três” como o conjunto resultante da relação de um para um entre todos os conceitos sob os quais caem três elementos. Essa última definição é mais precisa e indica melhor o que queremos definir, contudo, ainda soa circular, pois definimos o —“três” recorrendo a —“três elementos”. O problema da circularidade ocorre, pois estamos tentando definir o conceito de número partindo do resultado que deveríamos alcançar. O conceito de número pode ser definido de forma mais precisa como a partição gerada pela relação de equinumerosidade entre todas as classes. Dessa forma, cada número corresponde a uma dessas partições, como no caso do número três. Vejamos a definição fregiana de número, nas palavras do próprio filósofo e exposta no parágrafo sessenta e oito de seu Fundamentos da Aritmética:

O número que convém ao conceito F é a extensão do conceito —“equinumerico ao conceito F” (FREGE 1989, p.142)

²⁷ —“The Stooges” foi traduzido para o português como os —“Os três patetas”, mas, tendo em vista o “três” presente na tradução, optamos pelo original.

Como podemos notar, a definição de número fornecida por Frege figura-se como alternativa às posições psicologistas, pois a mesma não faz nenhuma alusão a capacidades cognitivas humanas e nem a elementos empíricos, sua definição é puramente abstrata. E essa definição abstrata, centrada principalmente na noção de —extensão de um conceito”, possui grandes vantagens lógicas. Uma, como já dissemos, foi o tratamento dado à noção de infinito, pois qual seria a intuição, tanto no sentido de Kant quanto no de Mill, do infinito? Outro problema seria localizar a intuição de zero, que na teoria fregiana teria a vantagem de poder ser definido como uma das partições geradas pela relação de um para um entre todas as classes. O zero seria a partição que compreende conceitos como, por exemplo, —secavalo alado”, —se número inteiro maior que um e menor que dois” ou —sequadrado redondo”. Os conjuntos vazios podem ser definidos como aqueles cujos elementos falham em ser auto-idênticos, ou seja, satisfazem o conceito —ser diferente de si mesmo”.

O poder coletante de um conceito supera amplamente o poder unificante da apercepção sintética. Por meio desta não seria possível combinar em um todo os habitantes do império alemão; mas pode-se subsumi-los sob o conceito [ser] habitante do império alemão” e enumerá-los. (FREGE 1989, p. 130). Colchetes acrescentados por nós.

Essa é a famosa definição fregiana de número, baseada principalmente na noção de —extensão de um conceito”. Definimos os números particulares como uma predicação que incide sobre conceitos, e não sobre as coisas. A atribuição numérica é, portanto, uma predicação de ordem superior e o conceito de número uma relação entre esses conceitos de nível superior. Como apresentamos, ela não depende de elementos empíricos e nem de capacidades cognitivas em sua justificação. A proposta de Frege é puramente abstrata e lógica. No caso das definições lógicas e matemáticas postulamos, através do conceito a ser satisfeito, os critérios não subjetivos de análise para que se chegue aos objetos. Esses critérios não são observacionais e nem fazem referência a conteúdos espaciais ou temporais. Sua definição de número figura-se como alternativa às posições psicologistas por não fundamentar a objetividade da mesma, nem nas condições cognitivas humanas, e nem sobre bases empíricas. Vejamos, na subseção seguinte, o —calcular de Aquiles” da proposta fregiana, o famoso Paradoxo de Russell.

2.4.2. O Paradoxo de Russell.

A definição de número proposta por Frege no Fundamentos da Aritmética foi trabalhada novamente, e de forma mais precisa, em seu *The Basic Laws of Arithmetic*. Nessa obra, o filósofo expõe de forma detalhada todo seu sistema filosófico. Frege estava muito confiante com o seu sistema, pois havia proposto uma definição abstrata e objetiva de número que era alternativa às posições psicologistas. Sua definição de número figura-se como alternativa às posições psicologistas por não fundamentar a objetividade da mesma nem nas condições cognitivas humanas e nem sobre bases empíricas. A definição oferecida por Frege possuía caráter objetivo, mas não empírico; abstrato, porém não subjetivo. Ou seja, o filósofo propôs uma definição puramente lógica. Seu otimismo era muito grande, por isso no final da introdução de seu *The Basic Laws of Arithmetic* ele afirma:

Só posso reconhecer algo como uma refutação [da proposta de fundamentação da aritmética], se alguém realmente demonstrar que um melhor e mais durável edifício possa ser erguido sobre outras convicções fundamentais, ou alternativamente, que meus princípios levam a conclusões claramente falsas. Mas ninguém será bem sucedido em fazê-lo.²⁸ (FREGE 1964, p. 25) [colchetes acrescentados por nós].

Porém, quando a segunda edição do *The Basic Laws of Arithmetic* estava no prelo, a alternativa impensável para Frege ocorreu — um de seus princípios —“levava a uma conclusão claramente falsa”. E quem foi capaz de apontar tal conclusão foi o filósofo Bertrand Russell. Após receber uma carta apresentando o que ficou conhecido pela literatura filosófica como —“Paradoxo de Russell”, Frege o publicou como apêndice a segunda edição de seu livro. Sobre a atitude do filósofo alemão, Russell escreve:

Quando penso em atos de grandeza e de integridade, apercebo-me que não conheço nenhum comparável à dedicação de Frege à verdade. Estava

²⁸ Tradução nossa do original: As a refutation in this I can only recognize someone's actually demonstrating either that a better, more durable edifice can be erected upon other fundamental convictions, or else that my principles lead to manifestly false conclusions. But no one will be able to do that.

a um passo de completar a obra de sua vida, a maioria de seus trabalhos foi ignorada em proveito de homens infinitamente menos competentes, seu segundo volume estava prestes a aparecer e, ao ter conhecimento que seu pressuposto fundamental era errôneo, reagiu com prazer intelectual, reprimindo todo sentimento de decepção pessoal. Era algo quase que sobre humano e um indicador de que os homens são capazes quando se dedicam ao trabalho criador e ao conhecimento, ao invés do rude afã de dominarem e tornarem-se famosos. (RUSSELL, apud, VAN HEIJENOORT 1978, p.127)

O pressuposto fundamental a que Russell se refere é a chamada —*quinta lei*”, qual seja, que os mesmos objetos caem sob dois conceitos se, e somente se, eles têm a mesma extensão, da qual, por sua vez, podemos inferir o princípio que expusemos como —*operação de extensionalização*”. Como outrora apresentado, o critério utilizado por Frege para a admissão de objetos afirma que um objeto pertence a um conjunto se, e somente se, esse objeto satisfizer a condição descrita pela propriedade. Sendo assim, tomemos como exemplo a propriedade ser número natural maior que dois e menor ou igual a cinco. A extensão desse conceito será o conjunto dos objetos que satisfazem a propriedade em questão, a saber, o conjunto formado pelos números “três”, —*quatro*” e —*cinco*”.

Mostraremos agora o famoso paradoxo de Russell e como ele afeta a definição geral de número como a partição gerada pela relação de equinumerosidade entre todas as classes. Adotemos agora o exemplo do conceito —*serum conjunto que não pertence a si mesmo*”. Tentemos agora construir o conjunto que seria a extensão desse conceito, que poderíamos chamar de conjunto *R*, em homenagem a Russell. O critério a ser satisfeito para que um objeto seja elemento desse conjunto é ser um conjunto que não pertença a si mesmo. Podemos fazer agora a pergunta sobre o próprio *R*, ele pertence a si mesmo? Se *R* satisfizer o critério de entrada, ele deve pertencer a si mesmo, contudo, o critério de entrada é justamente não pertencer a si mesmo. Portanto, se *R* satisfizer a propriedade requerida como critério de entrada do conjunto, ele deveria pertencer e não pertencer a si mesmo. Se *R* satisfizer a propriedade —*ser um conjunto que não pertença a si mesmo*”, terá de ser excluído do conjunto dos conjuntos que não pertencem a si mesmo. Mas, se ele está fora do conjunto, então ele passa a ser um elemento que deveria estar lá dentro, por não pertencer a si mesmo. Dito de outra forma, no caso de *R*, se o mesmo satisfizer a propriedade de entrada no conjunto,

automaticamente será excluído dele. Como consequência desse paradoxo, falha a operação de extensionalização pressuposta na “*quinta lei*”, e temos um exemplo de um conceito que não possui uma extensão.

Com o paradoxo que expusemos, a definição fregiana de número falha. Expusemos que o número é definido como a partição resultante da relação de “*um para um*” entre *todas* as classes. Tomemos como exemplo o número 3, ele é uma dessas partições, mais especificamente a classe resultante da aplicação da relação de “*um para um*” entre os conceitos sob os quais caem três objetos. Pode-se notar que nessa partição é pressuposto que os conceitos possuam extensões, pois é justamente sobre as extensões de todos os conceitos que se aplica a relação de equinumerosidade, e, conseqüentemente, a partição. Essa pressuposição é conhecida como “*operação de extensionalização*”. Com a existência de um conceito que não possui extensão esse conceito não poderia estar em uma relação de equinumerosidade com outro conceito, e, conseqüentemente, o número não poderia ser definido como a partição resultante da relação de “*um para um*” entre *todas* as classes.

Como vimos no início dessa subseção, Frege só admitiria duas possibilidades contra sua teoria. A primeira seria se alguém apresentasse uma melhor formulada sobre princípios diferentes, a segunda seria se um de seus princípios levasse a uma contradição. Como vimos, a segunda alternativa ocorreu, pois nem toda propriedade pode ser extensionalizada. Com o paradoxo, Frege perde o método logicamente inatacável para introdução de entidades abstratas e objetivas, os objetos lógicos, e, com ele, a definição de número que julgou ser cientificamente adequada.

2.5. CONCLUSÃO.

Esperamos ter exposto nesse capítulo de forma clara a proposta fregiana de fundamentação da matemática na lógica, através principalmente da noção de

—conceito” e como ela também fundamenta uma nova perspectiva filosófica em relação à noção de —objeto” por introduzir a noção de —objeto abstrato”. Podemos afirmar que Frege propõe antes do paradoxo uma noção rigorosa de —objeto abstrato” a noção de —objeto lógico”. A última noção aludida pode ser entendida como uma forma rigorosa de objeto abstrato, pois o filósofo além de postulá-la, postula também um método para que se encontrem tais entidades. Todavia, como vimos, tal método falha e Frege não possui mais um método universal para introdução dos objetos lógicos. Além disso, nosso objetivo nesse capítulo foi o de compreender como a noção de —objeto abstrato”, fornecida por Frege, com a finalidade de se fundamentar a noção de —número” figura-se como uma alternativa eficaz em relação às propostas psicologistas para a fundamentação da matemática.

Empreendemos nossa investigação através de três seções. Na primeira seção que, por sua vez, foi dividida em duas seções, investigamos as noções que, segundo nossa análise, são essenciais à definição logicista de número proposta por Frege. Essas noções são: —definição”, —propriedade”, —função”, —argumento”, —conceito”, e —objeto”. Na primeira subseção expusemos que, para Frege, uma abordagem adequada sobre a natureza dos números deve ser uma abordagem abstrata. Numa abordagem dessa natureza, os números devem ser introduzidos através de definições de caráter abstrato e essas definições, por sua vez, são fundamentadas na descrição de propriedades inerentes aos próprios números. Dissemos também que a noção de —propriedade” não está vinculada necessariamente à apreensão empírica de objetos espaço-temporais, e que, assim como existem propriedades empíricas, existem propriedades abstratas e que as últimas não perdem seu caráter de objetividade por não possuírem um correlato ontológico observável. Para o filósofo alemão, o objetivo não se identifica com o observável.

Na segunda subseção, apresentamos uma das notórias alterações na lógica propostas por Frege, qual seja, a substituição da análise lógica da linguagem em termos de sujeito e predicado, por expressão funcional e argumento. Dissemos que, para Frege, as noções lingüísticas de —expressão funcional” e —nome próprio” possuem como correspondentes ontológicos, respectivamente, as noções de

—função” e —argumento”, e que essas, por sua vez, exaurem toda a ontologia. Sendo assim, ou algo é uma função, expressida por uma expressão funcional, ou algo é um argumento, tendo como representante lingüístico um nome próprio. As referidas noções ontológicas podem ainda ser chamadas de —conceito” e —objeto”. Mostramos as diferenças entre uma análise funcional, em termos de expressão funcional e nome próprio, em relação a uma abordagem de orientação aristotélica, em termos de sujeito e predicado. Destacando-se, principalmente, a possibilidade de obter-se conceitos de segunda ordem a partir da análise de uma sentença inteira.

Na segunda seção, destacamos como que a noção de —propriedade” é central para a fundamentação da proposta fregiana. Mostramos que as noções de —função” e —argumento” permitem a Frege uma forma eficiente de combinação entre propriedades e objetos, viabilizando a introdução de entidades abstratas e objetivas, os objetos lógicos. Nossa exposição visava mostrar que a introdução dessas entidades ocorria sem que se recorresse necessariamente a elementos empíricos, e sem alusão a qualquer capacidade humana na justificação de sua objetividade. Expusemos também que, ao propor a predicação de ordem superior, Frege divide os âmbitos de predicação dos conceitos. Sob os conceitos de primeira ordem, caem objetos; sob os de segunda, são subsumidos os de primeira; sob os de terceira, são os de segunda, e assim sucessivamente. Destacamos ainda que a primazia lógica das propriedades pode ser notada na própria definição de objeto fregiana. Como dissemos, na filosofia fregiana, objeto pode ser definido como tudo aquilo que satisfaz um conceito. Essa definição, por sua vez, é fundamental para a postulação de objetos matemáticos, pois não se requer nenhuma contrapartida empírica, ou recorrência a capacidades cognitivas humanas.

Finalmente, na terceira seção, que, assim como a primeira, dividimos em duas subseções, apresentamos a definição fregiana de número e o paradoxo inerente a ela, o Paradoxo de Russell. Na primeira subseção, expusemos a definição de número. Primeiro definimos os números particulares. Segundo a nossa definição, eles seriam resultado da extensionalização de um predicado que incide sobre conceitos, e não sobre as coisas diretamente. Depois, definimos o conceito de número como a relação entre esses conceitos de nível superior. Para o conceito de

número, fornecemos a seguinte definição: o número é a partição gerada pela relação de equinumerosidade entre todas as classes. Como apresentamos, essa definição figura-se como anti-psicologista, por não depender de elementos empíricos e nem de capacidades cognitivas em sua justificação. A proposta de Frege é puramente abstrata e lógica.

Na segunda subseção expusemos como a definição fregiana de número falha através do famoso Paradoxo de Russell. Com o paradoxo, expusemos como a definição fregiana de número falha, pois nem toda propriedade pode ser extensionalizada. Com a existência de um conceito que não possui extensão, esse conceito não poderia estar em uma relação de equinumerosidade com outro conceito, e, conseqüentemente, o número não poderia ser definido como a partição resultante da relação de —um para um” entre *todas* as classes. Como vimos, com o paradoxo Frege perde o método logicamente inatacável para introdução de entidades abstratas e objetivas, os objetos lógicos, e, com ele, a definição de número que julgou ser cientificamente adequada e alternativa às posições psicologistas.

3. O ANTI-PSICOLOGISMO DE FREGE NA FASE PÓS-PARADOXO.

3.1. INTRODUÇÃO.

Como vimos no capítulo anterior, o “edifício teórico” proposto por Frege (a definição de número baseada em objetos lógicos — as extensões de conceitos) cai por terra em virtude do paradoxo de Russell. Com o paradoxo, Frege perde o axioma V e a possibilidade de trazer para o nível zero todas as propriedades de níveis superiores. Como vimos, as críticas de Frege ao psicologismo eram bastante contundentes e o filósofo se permitia ser assim tão duro graças a confiança que tinha no seu método lógico de análise e introdução de objetos lógicos, as extensões de conceitos. Ora, sem a confiança em seu antigo método, o filósofo tem de refazer seus argumentos contra os lógicos psicologistas. Apesar disso, ele mantém suas críticas à abordagem psicologista e continua enfatizando um de seus princípios fundamentais: o de que devemos sempre separar o lógico do psicológico, o subjetivo do objetivo.

Nesse capítulo, mostraremos a concepção de Frege em relação à natureza da lógica e como, mesmo não possuindo um método logicamente inatacável de fundamentação matemática na lógica através da introdução dos objetos lógicos, suas convicções não mudam. Frege encontra uma alternativa, a seu ver menos satisfatória, mas ainda assim fiel a suas antigas intuições, para manter a sua noção de objeto abstrato e com ela a objetividade da lógica e da matemática. Faremos isso em três seções.

Na primeira, exporemos a noção de lei e a discussão de Frege sobre o seu caráter principalmente em relação às leis da lógica. A partir de nossa exposição de como o filósofo compreende as leis da lógica, discutiremos de que forma sua posição filosófica acerca dessas leis figura-se como uma crítica às posições psicologistas por nós descritas no primeiro capítulo. Faremos isso sem nos

preocuparmos ainda em discriminar o período pré-paradoxo do período pós-paradoxo.

Na segunda seção, faremos uma comparação entre a concepção de Frege sobre a verdade nos seus escritos médios e aquela defendida num de seus últimos artigos, de 1928, —“Pensamento. Uma investigação lógica”. Na terceira, finalmente, apresentaremos a crítica fregiana a um possível caráter psicologista da lógica via distinção entre pensamento e representação; depois exporemos o argumento de Frege contra uma possível posição cética decorrente do problema do solipsismo; e encerraremos o capítulo com a apresentação da alternativa proposta por Frege: a postulação de um terceiro reino de entidades. Essa solução, apesar de não muito satisfatória, ainda mantém vivas suas contundentes críticas ao psicologismo. Assim, as entidades desse terceiro reino não seriam nem mentais, nem sensíveis, mas abstratas, e seria acerca delas que as leis do verdadeiro versariam.

3.2. O ÂMBITO DE ESTUDO DA LÓGICA.

3.2.1. A natureza das leis da lógica.

Na primeira seção do primeiro capítulo dessa dissertação, tomamos como estratégia metodológica de nossa análise partir da questão do quê as leis da lógica são. Lá, através de uma breve exposição dos três períodos da história da lógica, mostramos a resposta fornecida a essa questão em cada período da referida disciplina. Essa também é uma questão fundamental para Frege, visto que, na introdução de seu *The Basic Laws of Arithmetic*, o filósofo diz que, para o esclarecimento da concepção de lógica defendida por ele, faz-se necessário também o esclarecimento prévio do que são as leis da lógica.

Apesar de permear toda a obra fregiana, sua concepção de lógica é exposta de forma mais explícita num artigo de sua fase mais tardia, pós-paradoxo, intitulado — Φ ensamento. Uma investigação lógica”. Nesse artigo, o filósofo inquiriu sobre o objeto de estudo da lógica se perguntando do que trataria afinal essa disciplina. Sua primeira conclusão é que a lógica tem como objeto de estudo a verdade. Assim, retomaremos a questão sobre as leis da lógica como guia dessa seção, pois, como dissemos, essa questão foi tratada nas duas fases da filosofia fregiana e o nosso propósito é justamente mostrar que, mesmo após o paradoxo, suas concepções fundamentais não mudam. Para mostrar como isso de fato é o caso, julgamos conveniente expor a concepção fregiana sobre a natureza da lógica de uma forma que poderíamos chamar de — Φ ificadora”, sem discriminar as duas fases de seu pensamento, quais sejam, sua posição em relação às leis da lógica na introdução do *The Basic Laws of Arithmetic* e, mais tarde, no artigo — Φ ensamento. Uma investigação lógica”.

Segundo Frege, para esclarecermos do quê as leis da lógica tratam, é importante notar que a palavra — Φ ” possui dois significados. O primeiro significado

atribuído a palavra “*el*” é o normativo, ou seja, elas dizem o que deve ser, como as leis jurídicas. O segundo significado é o descritivo, ou seja, elas dizem o que é e, assim como as leis naturais, são leis acerca de algo objetivo. A diferença entre estas duas formas de interpretar o papel das leis pode ser colocada da seguinte maneira: enquanto, no primeiro caso, os acontecimentos devem estar em conformidade com as leis, no segundo, as leis é que devem estar em conformidade com os acontecimentos. Outra maneira de tornar clara a diferença entre essas duas formas de leis é supondo um caso de alguém que as desrespeite. Se alguém desrespeita uma lei jurídica, ao infrator serão aplicadas às sanções cabíveis, ou seja, pune-se o infrator e a lei não precisa, necessariamente, ser mudada. Contudo, o caso das leis descritivas é diferente: se alguém as —*desrespeita*”, é porque deve haver algo de errado com as leis. Nesse caso, é preciso que se investigue se realmente a lei foi infringida, ou seja, se estamos diante de uma exceção a ela. Se esse for o caso, a lei deve ser revista.

Se considerássemos as leis da lógica como leis acerca da maneira que *devemos* pensar, as mesmas pareceriam estar na primeira categoria descrita por nós, a das jurídicas e seriam prescritivas. Entretanto, se as mesmas fossem prescritivas no mesmo sentido que as leis jurídicas, elas seriam normativas, e perderíamos o caráter de necessidade atribuído a lógica, pois leis dessa natureza são estabelecidas e mudadas por conveniência através de uma prática social. Ora, uma lei deveria ser considerada necessária justamente por ser acerca de algo que independesse de tal prática.

Tal raciocínio nos leva à segunda opção. Podemos considerar as leis da lógica como leis da natureza? Tais leis descrevem o que é independente de nosso arbítrio, como as leis da física, por exemplo. Mas, se assim fizermos, podemos ser tentados a analisá-las da mesma forma que uma lei natural, e nesse caso o método seria o empírico. Contudo, se adotássemos o método empírico de análise para o tratamento de questões lógicas, retornaríamos ao problema que, com esse tipo de análise, também não se consegue o pretendido caráter de necessidade, mas apenas uma generalidade, obtida por indução empírica. Para Frege, a indução empírica é um método cientificamente adequado para as ciências naturais, no entanto, tal

método comprometeria o caráter de objetividade tanto da lógica, quanto da matemática, como vimos no capítulo anterior. Conseqüentemente, se adotássemos o método empírico para o tratamento de questões de natureza lógica, ou, como caracterizamos no capítulo anterior, *natureza abstrata*, incorreríamos no que o matemático alemão chamou de “inclinação largamente espalhada” segundo a qual só se deve admitir a existência de entidades via sensibilidade²⁹.

Diante do impasse descrito no parágrafo anterior, teríamos que considerar as leis da lógica como possuidoras de características das duas noções de lei. Por um lado, essas leis seriam leis sobre a verdade objetiva, e, nesse sentido, não seriam revisáveis, possuindo um caráter descritivo. Por outro lado, elas possuiriam também um caráter normativo, prescrevendo princípios de como devemos pensar. Contudo, se considerássemos as leis da lógica como possuidoras de características das duas noções de lei, acabaríamos por criar uma nova categoria, na qual a lógica incluir-se-ia. Analisemos, pois, dois exemplos de leis, com a finalidade de se esclarecer a necessidade da postulação dessa nova categoria de lei.

Tomemos a lei normativa que proíbe o homicídio e a lei descritiva da gravidade. Uma grande diferença entre elas, talvez a mais fundamental, é que se pode burlar a primeira, mas não a segunda: é possível que um indivíduo mate outro e saia impune, todavia é impossível que um indivíduo pule de um prédio e não caia. O caráter prescritivo do termo —*devemos*” deve ser entendido no mesmo sentido que as leis da física, pois as leis da lógica prescrevem como devemos agir (no caso, pensar), da mesma forma que as leis da física prescrevem como devemos agir, tendo em vista que ambas descrevem algo que independe do nosso arbítrio. Nas palavras do próprio Frege:

²⁹ Como se pode notar, estamos estendendo nossa argumentação do capítulo anterior sobre a natureza dos objetos matemáticos para a natureza dos objetos lógicos. Julgamos que esse procedimento, além de válido, seja o cerne da proposta de fundamentação da matemática e da crítica fregiana às diferentes formas de psicologismo.

Qualquer lei que afirme o que é, pode ser concebida como prescrevendo que se deva pensar em conformidade com o que foi afirmado, e é nesse sentido uma lei do pensamento. Isso vale para as leis da geometria e da física e não menos para as leis da lógica. A última possui o título especial de “leis do pensamento” apenas se a entendermos como as leis mais gerais, *que prescrevem universalmente a forma como devemos pensar onde quer que haja pensamento*. (FREGE 1964, p. 12) [Grifo nosso].³⁰

Da mesma forma como utilizamos a lei da gravidade para nortear determinadas atitudes, como pular ou não de um prédio, utilizamos as leis da lógica, como o princípio do terceiro excluído, para orientar raciocínios. É no sentido de regulamentar o raciocínio válido que podemos entender as leis da lógica como leis de como pensar.

Ao propor que o caráter prescritivo das leis da lógica se dê por elas descreverem algo que independa de nosso arbítrio, Frege parece, à primeira vista, negar que essas duas categorias de leis sejam exaustivas, propondo uma intermediária na qual as leis da lógica prescreveriam como devemos pensar, mas não seriam contingentes; e descreveriam algo que existe de forma independente, mas não seriam empíricas. Essa categoria intermediária seria a das leis abstratas.

Todavia, sustentamos que uma possível solução proposta por Frege para esse impasse não se encontra na postulação de uma categoria intermediária, através da fusão de características das duas categorias de leis, mas na análise de como as leis da lógica foram definidas, qual seja, “leis de como devemos pensar”. O “devemos” presente na definição de lógica não deve ser entendido em um sentido normativo, como aquele presente em leis jurídicas, por exemplo, e sim no sentido de que, se quisermos atribuir pensamento, devemos fazê-lo àqueles que seguirem tais regras, por elas estarem em conformidade com algo que independa do arbítrio dos

³⁰ Tradução nossa do texto em inglês (o trecho em itálico, que foi cotejado com o original em alemão): Any Law asserting what is, can be conceived as prescribing what we ought to think in conformity with it, and is thus in that sense a law of thought. This holds for laws of geometry and physics no less than for laws of logic. The later has a special title of “Laws of Thought” only if we mean to assert that they are the most general laws, which prescribes universally the way in which one ought to think if one is to think at all.

indivíduos. A proposta fregiana não figura como uma nova categoria de lei intermediária entre as descritivas e as normativas, e sim como uma crítica à opinião que na categoria de leis descritivas devam ser incluídas apenas leis empíricas. As leis da lógica são leis descritivas da mesma forma que as da física e da geometria. Na categoria de leis descritivas incluem-se tanto leis empíricas, quanto leis abstratas, pois ambas são independentes do arbítrio de um indivíduo específico.

3.2.2. Leis da lógica e o psicologismo.

Na subseção anterior mostramos que, para Frege, a lógica deve ser entendida como uma ciência descritiva, análoga à física e à geometria. Além disso, apresentamos um trecho no qual o filósofo afirma que se considerarmos as leis da lógica como leis do pensamento elas —prescrevem universalmente a forma como devemos pensar onde quer que haja pensamento” (FREGE, 1964, p.12). Mas, o que quer dizer “prescrever universalmente”?

A pergunta foi respondida de modo bastante distinto pelas duas posições psicologistas descritas no primeiro capítulo, a saber, a de que as leis da lógica seriam constituídas a partir de generalizações empíricas, e a de que as mesmas seriam inerentes a capacidade humana de apreensão do mundo que nos cerca. Essas posições foram caracterizadas através das posições filosóficas de Mill e Kant, respectivamente. A primeira opção, de que as leis da lógica sejam generalizações empíricas, não garante a universalidade pretendida para as leis da lógica, ou seja, não garante o seu caráter de necessidade lógica. O que se consegue nessa primeira opção é apenas generalidade empírica. A segunda opção será caracterizada de forma mais ampla e em mais detalhes, uma vez que, no primeiro capítulo, descrevemos a posição de Kant com relação à matemática, e não à lógica. Nosso objetivo é mostrar de que modo Frege critica essa posição e quais são as dificuldades da mesma em relação à exigência de universalidade mencionada.

Mesmo não sendo exatamente a posição de Kant – aquela que utilizamos para caracterizar a posição transcendental – julgamos que essa segunda opção, ampliada para a lógica, possa ser caracterizada da seguinte maneira: ao afirmar que as leis da lógica são inerentes a uma espécie de capacidade da cognição humana e que suas regras são universais para os seres humanos, abre-se a possibilidade de se formular a hipótese de que haja outros seres que possuam um sistema cognitivo diferente e regras lógicas diferentes.

De fato, a possibilidade de outros seres com esquemas cognitivos diferentes e com regras lógicas diferentes é aceitável, isto fica evidente já que a formulamos no parágrafo anterior, ou seja, conseguimos formular uma hipótese. Todavia, se puséssemos em confronto dois seres com regras lógicas diferentes, surgiriam algumas possibilidades, a saber, um teria que estar errado, ou ambos. Ou tais regras não seriam universais no sentido forte do termo, que outrora designamos como necessidade lógica. Talvez, o modo mais adequado de se abordar a possibilidade da existência de outros seres, com esquemas cognitivos diferentes e com regras lógicas universais diferentes, como sugere essa segunda opção, seja via a análise de como formulamos essa possibilidade.

Podemos destacar duas maneiras de formular a possibilidade de outros seres com esquemas cognitivos diferentes e com regras lógicas diferentes. A primeira seria entender o “formular” como uma simples aceitação formal, e o segundo seria entender o termo como conceber. Se entendermos o “formular” como uma mera aceitação formal, não há problemas, foi justamente o que fizemos no final do parágrafo anterior para enunciar a possibilidade de outros seres com esquemas cognitivos diferentes e com regras lógicas diferentes. Quando aceitamos formalmente, precisamos apenas formular o enunciado, sem necessariamente fazer sentido com ele, ou seja, sem imaginar uma situação na qual a nossa formulação fosse verdadeira. Entretanto, segundo Frege, seria um absurdo se entendêssemos o “formular” como conceber. O absurdo residiria no fato de que estaríamos concebendo a possibilidade de outro ser que erigisse regras lógicas necessárias que fossem contraditórias com as nossas, e teríamos de imaginar uma situação em que ambas pudessem estar certas.

Não apenas isto: essa impossibilidade de que rejeitemos a lei em questão não nos impede absolutamente de aceitar seres que a rejeitem: o que ela nos impede é de aceitar que esses seres estejam certos ao fazê-lo, ela nos impede de ter dúvidas sobre se eles ou nós estamos certos. (FREGE 1964, p.15)³¹

Segundo o filósofo, seria, e é, possível aceitar a formulação de um enunciado acerca de um ser que pensasse segundo tais regras, ou seja, pensasse de um modo que poderíamos chamar de “lógico”, todavia, estaríamos impossibilitados de aceitar que tal ser estivesse certo. A impossibilidade de se conceber seres que infrinjam tais regras ocorre por serem elas independentes, tanto de nosso arbítrio, quanto de nossa cognição. Para exemplificar a proposta de Frege, retornemos ao exemplo das leis da física, leis que, como dissemos, são impossíveis de serem burladas.

De volta à lei da gravidade, se um indivíduo qualquer afirma que vai pular de um prédio e que, sem o auxílio de nenhum aparelho, não vai cair, podemos até formular tal hipótese, e podemos até possuir uma imagem mental do sujeito flutuando. Contudo, não poderíamos considerar tal hipótese, ou seja, imaginar que seria efetivamente possível, fisicamente, que tal fato ocorresse. Se percebêssemos que o indivíduo está falando sério, e tivéssemos o mínimo de apreço pelo sujeito, o alertaríamos do fracasso da empreitada. Da mesma forma, se um indivíduo qualquer afirma que ele está e não está em pé na nossa frente, simultaneamente e sob o mesmo aspecto, nós o alertaríamos de que deve haver algo de errado com o que acabou de ser proferido. Inclusive, a impossibilidade com relação às leis da lógica é tão marcante que não podemos nem fazer uma espécie de imagem mental da última hipótese levantada. A impossibilidade de se fazer tal imagem mental seria um fator a favor da tese fregiana de que as leis, tanto da lógica, quanto da matemática, não envolvem elementos empíricos e nem a referência a conteúdos mentais. Nota-se, portanto, que as leis da lógica possuem em comum com as leis naturais a independência do que é descrito por elas em relação ao sujeito que as postula, contudo, o que é descrito não envolve elementos empíricos, pois os objetos que essas leis regem são de natureza abstrata.

³¹ Tradução nossa do original: Not only that: this impossibility of our rejecting the law in question hinder us not at all in supposing beings who reject it; where it hinders us is supposing that these beings are right in so doing, it hinder us in having doubts whether we or they are right.

Frege afirma que a admissão de outros seres com esquemas cognitivos diferentes e regras lógicas diferentes das nossas assenta-se sobre uma confusão comum aos —lógicos psicologistas” sobre o estatuto da lógica na sua relação com a verdade. Para o autor de *The Basic Laws of Arithmetic*, os lógicos psicologistas não fazem uma diferenciação básica entre as leis da lógica e o que ele chamou de leis do tomar como verdadeiro. As leis da lógica descrevem algo que independe de um indivíduo que as aceite, nesse aspecto, são descritivas, pois o que foi prescrito continuaria sendo do mesmo modo, ainda que ninguém aceitasse tal lei. As leis do tomar como verdadeiro, por sua vez, sempre envolveriam um —eu como uma espécie de juiz. No âmbito dessas leis, o mais importante não são as condições objetivas de análise, mas sim as condições subjetivas ou comunitárias do acordo entre as pessoas acerca da determinação de um dado objeto ou evento. Por conseguinte, as ciências a que competiriam tal análise deveriam ser as ciências sociais, como direito, sociologia e antropologia. Podemos destacar que essas duas formas de leis constituem diferentes objetos de estudos para diferentes análises científicas.

O —comunitário” pode ser entendido como o relativo à condição humana, o que nos levaria às duas formas de psicologismo caracterizadas no primeiro capítulo. Ou essa condição humana seria baseada na impossibilidade de se falar em um objeto sem referência ao nosso modo *a priori* de representá-lo (idealismo), ou essa condição humana seria relativa à nossa constituição fisiológica, devendo, portanto, ser tratada de modo cientificamente adequado; e a ciência que tem como objeto de estudo as condições do pensamento, enquanto estados mentais, é a psicologia.

Dessa forma, seria possível haver regras lógicas para *nós*, regras essas que *tomamos* como verdadeiras de acordo como a forma de nossa cognição, e que, portanto, de acordo com as duas formas de psicologismo, *seriam* verdadeiras. Seria possível também haver regras lógicas para outros seres não humanos, pelos mesmos motivos. O fundamental dessa posição, para nossa análise, é a admissão de que seja possível dois seres, ou mais especificamente dois tipos de seres, com regras lógicas diferentes, concorrentes e ambas verdadeiras.

O filósofo alemão, na introdução do livro *The Basic Laws of Arithmetic* (FREGE, 1964, p.15), exemplifica tal diferença através do princípio de identidade. Tal princípio, tomado como uma lei do ser verdadeiro, é que todo objeto é idêntico a si mesmo. Se não admitíssemos esse princípio como objetivo e não diferenciássemos suas condições objetivas de análise das condições subjetivas e contingentes de seu *reconhecimento*, poder-se-ia introduzir vários elementos que o relativizassem. Todavia, um —princípio lógico relativo” seria, no mínimo, muito estranho. Tomemos um exemplo fornecido por Frege (FREGE, 1964, p.14): é impossível para as pessoas no ano de 1893 pensarem um objeto diferente de si mesmo³². Podemos observar um elemento histórico acrescido à definição do princípio de identidade, pois a verdade do princípio depende de seu reconhecimento em uma época.

Como pode ser notado a partir desse exemplo, é possível acrescentar a um princípio lógico elementos que o relativizem. Podemos ainda destacar outros elementos. Retornemos ao princípio de identidade; poderíamos acrescentar que é um princípio humano e admitir a possibilidade de outros seres que não reconhecessem tal princípio como absoluto; poderíamos centrá-lo em um homem específico e, portanto, cada homem teria o seu princípio de identidade; poderíamos ainda relativizar a vida psíquica e fisiológica de um indivíduo específico e conseqüentemente cada indivíduo teria vários princípios durante toda a sua vida, um quando era bebê, outro quando criança, outro quando adulto e outro quando idoso. A questão fundamental é que em cada uma dessas alternativas teríamos diferentes princípios, todos certos.

Frege não nega que possa haver componentes de análise psicológica envolvidos na apreensão de um pensamento verdadeiro, mas afirma enfaticamente que, para que não se apaguem as fronteiras entre psicologia e lógica, devemos atribuir à lógica a tarefa de desvelar as leis do ser verdadeiro, e não as leis do pensar. Além de elementos de análise psicológica, poderíamos acrescentar qualquer outro tipo de elemento que, como mostramos no parágrafo anterior, pretenda

³² Tradução nossa do original: It is impossible for people in 1893 to acknowledge an object as being different of itself.

substituir a investigação acerca das regras abstratas do pensamento e, conseqüentemente, identificar as condições abstratas e objetivas de análise com as condições subjetivas ou objetivas, mas contingentes, de reconhecimento das mesmas, como análises históricas, idealistas ou opiniões não científicas, por exemplo. Essa possível confusão já pode ser notada na introdução de seu *Fundamentos da Aritmética*.

Que não se tome a descrição da gênese de uma representação por uma definição, nem a indicação das condições mentais e corporais para que uma proposição chegue à consciência por uma demonstração, e que não se confunda o ser uma proposição pensada com sua verdade. Devemos nos lembrar que, pelo que parece, uma proposição não deixa de ser verdadeira se paro de pensar nela, tanto quanto o Sol não se aniquila se fecho os olhos. Caso contrário, concluiríamos que se deveria fazer menção ao índice de fósforo de nosso cérebro, e que um astrônomo recearia em estender suas conclusões a um passado remoto, a fim de que não se lhe objetasse: –você calcula: $2 \cdot 2 = 4$, mas a representação do número possui um desenvolvimento, uma história! [...] O método histórico de reflexão [...] tem certamente muitos direitos; mas tem também seus limites. (FREGE 1989, P. 90). [Colchetes acrescentados por nós].

Como dissemos no início dessa seção, Frege não muda sua posição em relação à natureza das leis da lógica mesmo após o Paradoxo de Russell. Expusemos sua posição filosófica em relação a esse tema sem discriminar os dois períodos de seu pensamento. Na segunda subseção, expusemos a relação entre sua concepção de lógica e as duas posições que caracterizamos como psicologistas. No decorrer do capítulo, veremos que o filósofo insiste em tal posição, embora de uma forma não tão contundente. Como dissemos, tal enfraquecimento na ênfase de suas críticas se deve a perda sofrida por Frege de um método positivo para introdução dos objetos abstratos e objetivos, os objetos lógicos, como conseqüência do paradoxo de Russell e da ausência do axioma V. Assim, o filósofo se atém apenas as críticas do que ele julga ser o tratamento científica e filosoficamente inadequado para questões lógicas.

3.3. LÓGICA E VERDADE.

3.3.1. A relação entre lógica e verdade antes do Paradoxo de Russell.

Na seção anterior, dissemos que Frege concebe a lógica como as leis gerais do pensamento, diferenciando-as das leis gerais do processo psicológico do pensar. Para o filósofo, as leis da lógica independem de um indivíduo que as erija e ele as chama de leis do ser verdadeiro. Podemos notar, na proposta fregiana, a relação direta entre a ciência chamada lógica e a verdade. Isso se torna evidente uma vez que o filósofo, em seu célebre artigo —“Pensamento. Uma investigação lógica”, afirma que a lógica tem como objeto de estudo a verdade. Contudo, como o próprio filósofo salienta (FREGE, 2002, p. 11), essa é a meta de qualquer ciência, inclusive a das duas posições por nós caracterizadas como psicologistas. Então o que diferenciaria a lógica das outras ciências? Frege responde que a lógica trata das —leis do ser verdadeiro” e que, como já exposto, a partir delas podemos extrair regras para asserir, julgar e raciocinar. As leis da lógica seriam regras gerais do pensamento, seriam descrições de como o mesmo deve funcionar, independentemente de um indivíduo específico.

Com a finalidade de mostrar que mesmo após o paradoxo de Russell as concepções fregianas não mudam, nessa seção exporemos de forma breve a relação entre pensamento e verdade na filosofia de Frege, tanto no período que precede o paradoxo, quanto no período posterior a ele. Iniciaremos nossa investigação pela fase pré-paradoxo da filosofia fregiana. Contudo, antes de prosseguirmos em nossa investigação, julgamos conveniente lembrar uma distinção proposta pelo filósofo e por nós exposta no capítulo precedente, qual seja, a distinção entre função e argumento. Como dissemos no capítulo anterior, as noções de —expressão funcional” e —nome próprio” são representantes lingüísticas de dois tipos de entidades que exaurem toda ontologia, respectivamente, função (incluindo os conceitos) e objeto. Na filosofia fregiana essas duas noções são primitivas, elas formam a base do processo de análise, e não podem ser definidas. Para Frege, a noção de —expressão funcional” é semanticamente incompleta, ou seja, ela não possui significado independente e deve ser completada com um nome próprio. A

noção de —nome próprio”, por sua vez, tem um significado independente, completo. Na análise fregiana, deve-se partir de uma sentença inteira para que essa seja decomposta nas duas partes que afirmamos serem a base do processo de análise: —expressão funcional” e —nome próprio”. Podemos considerar então como noções fundamentais da proposta fregiana as noções de —sentença”, “função” e —objeto”.

Para expor a concepção fregiana da relação entre verdade e lógica é necessário expormos a diferença proposta pelo filósofo entre sentido e referência em seu famoso artigo —O sentido e a referência”. Como dissemos anteriormente, podemos tomar como noções fundamentais, tanto a noção de —sentença”, quanto as noções que a compõe, quais sejam, —expressão funcional” e —nome próprio”. Podemos tomá-las dessa maneira, pois a sentença é o início do processo de análise e as noções de —expressão funcional” e —nome próprio” possuem como correlatos ontológicos duas noções que exaurem toda a ontologia, —conceito” e —objeto”. Segundo Frege, deve-se distinguir em uma análise, que se inicia com a análise da sentença, os componentes seguintes: o signo, que no caso das três noções que julgamos serem fundamentais são a expressão funcional, o nome próprio e a sentença; a referência, que no caso das noções por nós aludidas são a função, o objeto e o verdadeiro e o falso; o sentido, que no caso das referidas noções correspondem ao sentido da função, o modo de apresentação do objeto e a proposição; e, finalmente, a representação, que é o grupo dos possíveis elementos psicológicos associados a uma expressão lingüística. Para explicar tal distinção recorreremos a alguns exemplos com a finalidade de tornar mais claras tais noções.

Iniciemos pelos nomes próprios. Tomemos um exemplo proposto por Frege, o da igualdade entre os nomes —estrela da manhã” e —estrela da tarde”. Esse dois nomes próprios são duas diferentes formas de nos referirmos ao planeta Vênus. O primeiro apresenta o objeto como a estrela que aparece pela manhã e o segundo como a estrela que aparece pela tarde. Podemos entender o sentido de um nome próprio como o modo de apresentação de um objeto, no caso do nosso exemplo, —estrela da manhã” e —estrela da tarde”; e a referência de um nome próprio como objeto designado por ambos, o planeta Vênus.

Agora vejamos como essa distinção funciona com as expressões funcionais. Esse caso é um pouco mais complicado, pois a referência deveria ser o objeto denotado pelo sentido, porém a função é insaturada e não pode ser um objeto. Além disso, vimos que o Paradoxo de Russell incide justamente sobre a possibilidade de todo conceito possuir uma extensão, que é um objeto lógico. Mas, vejamos como ocorre a distinção entre sentido e referência nesses casos. Consideremos as seguintes expressões funcionais: —“criaturas com rins” e —“criaturas com coração”. Nesse caso, temos duas formas diferentes de obter uma mesma classe, pois todas as criaturas que possuem rins possuem coração. Com efeito, os mesmos objetos que caem sob a função proposicional —“ser criatura com rins” caem sob a função proposicional —“ser criatura com coração”. Ou seja, elas possuem a mesma extensão e são chamadas de co-extensionais. Podemos entender o sentido de um —“conceito” como o modo intensional de se apresentar o conceito e as classes, como o modo extensional de apresentá-lo.

Finalmente, analisemos o caso das sentenças. No capítulo anterior, dissemos que Frege tomou a noção de —“função” e ampliou para a linguagem como um todo introduzindo a noção de —“função proposicional” ou —“conceito”. Essa última, por sua vez, será de grande valor para expor como o filósofo concebe o verdadeiro e o falso. Consideremos a função comum proposta pelo filósofo em seu —“Função e Conceito” (FREGE, 1978, p. 40), qual seja, $x(x - 4)$. Se saturarmos essa função comum com o número 6, por exemplo, obteremos o par ordenado formado pelo argumento e pelo resultado — $\{6, 12\}$. Dito de outra maneira, se saturarmos a função ordinária, obtém-se $6(6 - 4)$, que por sua vez é um modo de apresentação do número 12. Podemos afirmar, portanto, que o número 12 é a referência da função $x(x - 4)$ para o argumento 6. Podemos ainda afirmar que as funções $x(x - 4)$ e $x^2 - 4x$, possuem diferentes sentidos, mas o mesmo curso de valores, ou seja, o que quer que substituamos pela variável em uma, se substituirmos na outra, encontraremos o mesmo resultado.

Consideremos agora uma função proposicional, por exemplo, —“ser um corpo iluminado pelo Sol”. Podemos saturar essa função proposicional, —“ser um corpo iluminado pelo Sol”, com um nome próprio, afim de que possamos elucidar

sua referência. Se a saturarmos com o nome próprio “estrela da manhã” formaremos a sentença —“estrela da manhã é um corpo iluminado pelo sol”. Tomemos agora como exemplo a igualdade, proposta por Frege, em seu famoso —“Sentido e Referência” (FREGE, 1978, p.67), entre os nomes “estrela da manhã” e “estrela da tarde”. Se considerarmos a sentença —“estrela da manhã é um corpo iluminado pelo Sol” e a identidade em questão, podemos, por substituição, encontrar a sentença —“estrela da tarde é um corpo iluminado pelo Sol”. Na substituição feita, a única coisa que se mantém constante é o valor de verdade da sentença, pois elas exprimem pensamentos diferentes. Podemos afirmar que a referida substituição é válida, pois embora as sentenças expressem *pensamentos* diferentes elas possuem a mesma referência, o *verdadeiro*. Podemos, portanto entender o sentido de uma sentença como o pensamento expresso pela mesma e a referência como seu valor de verdade.

Somos assim levados a reconhecer o valor de verdade de uma sentença como sua referência [...] Toda sentença assertiva, em face à referência de suas palavras, deve ser, por conseguinte, considerada como um nome próprio, e sua referência, se tiver uma, é ou o verdadeiro ou o falso. [...]. (FREGE 1978, p.69)

Ora, ao analisarmos a verdade gramaticalmente, nossa tendência inicial seria a de assumi-la como um predicado. Não obstante, de acordo com nossa exposição acerca da relação entre lógica e verdade na filosofia fregiana pré-paradoxo, será necessário, novamente, distinguir o uso gramatical do uso lógico, assim como procedemos com a distinção sujeito/predicado. Tal distinção é necessária, pois a verdade não é tomada como uma propriedade, como normalmente a concebemos, mas, sim, como um objeto, e a proposição é entendida como sendo um tipo de nome, ou seja, ela não é semanticamente aberta, mas semanticamente fechada. Para o filósofo alemão, em sua fase pré-paradoxo, a verdade é um objeto lógico, ela é a referência da sentença. E a sentença, conseqüentemente, passa a ser o nome de um objeto, ou do verdadeiro, ou do falso.

3.3.2. A relação entre lógica e verdade depois do Paradoxo de Russell.

Contudo, como vimos no segundo capítulo, o método fregiano para introdução de objetos abstratos e objetivos via lei V, onde os objetos lógicos são extensões de conceitos, leva a um paradoxo – o Paradoxo de Russell – e deve ser abandonado. Em virtude desse abandono, o filósofo não mais dispõe das extensões no andar térreo, o que faz com que toda a estrutura da sua hierarquia de tipos fique comprometida, pois os andares de cima eram refletidos, com a lei V, no andar inferior. Ora, o verdadeiro e o falso, juntamente com a explicação da verdade como uma relação de nomeação, faziam parte dessa estrutura e, portanto, já não tem mais o papel explicativo que assumiam antes. No artigo —O pensamento. Uma investigação lógica”, Frege se vê compelido a procurar uma nova definição de verdade, que possa ser o objeto do qual as leis da lógica tratam. Vejamos agora como Frege aborda a noção de —verdade” em sua fase pós-paradoxo.

Nessa última fase, bem no final de sua obra (1918), Frege afirma que talvez o modo mais intuitivo de se iniciar a análise da noção de —verdade” seja através de sua forma lingüística, um adjetivo, pois é assim que a utilizamos no cotidiano. Nesse caso, a noção de —verdade” deveria ser um predicado. No entanto, surgiria a necessidade de se delimitar o domínio daquilo que ela abrange, ou seja, ao quê ela se aplica. Tomemos, o exemplo de Frege (FREGE, 2002, p.11), um predicado aplicável a objetos, como o predicado —vermelho”. Quando dizemos que uma pedra é vermelha, proferimos algo acerca da pedra em questão e, de forma análoga, também o fazemos nas ocasiões em que dizemos algo sobre sua forma ou seu peso. Em todos esses casos, enfim, atribuímos propriedades à pedra. Todavia, o mesmo não parece ocorrer com o —predicado” verdade. Sobre a aplicação desse —predicado” a pedras, por exemplo, poderíamos, seguindo Frege, nos fazer as seguintes perguntas: que sentido teria dizer que uma pedra é verdadeira? Ou, o quê se estaria dizendo a respeito da pedra se disséssemos que a mesma é verdadeira? A afirmação de que um objeto qualquer —é verdadeiro” parece não poder ser tomada como uma atribuição predicativa usual, pois, em uma atribuição predicativa dessa natureza, atribui-se um predicado a algo e esse predicado, por sua vez, deve ser uma propriedade aplicável ao objeto em questão. Dessa forma, seria sem sentido dizer, por exemplo, que —uma determinada pedra é verdadeira”, da mesma forma que se diz que —uma determinada pedra é vermelha”. O que parece ser razoável concluir, diz Frege em seu artigo (FREGE, 2002, p.11), é que o primeiro predicado,

—serverdadeiro”, não parece ser aplicável às coisas como o segundo, —ser vermelho”. Essa seria a restrição de se tomar a verdade como um predicado: ela não pode ser aplicada a objetos.

Continuemos a nossa investigação nos moldes daquela feita por Frege em seu artigo. As mesmas perguntas poderiam ser feitas agora sobre outra categoria diferente da dos objetos. Poderia a noção de —verdade” ser aplicada às idéias? Que sentido faria dizer que uma idéia é verdadeira? Novamente, parece haver uma dificuldade aqui. Para clarificar a impossibilidade da atribuição do predicado —serverdadeiro” às idéias, Frege julga oportuno defini-las como —objetos mentais” e definir as propriedades aplicáveis a esses objetos como —propriedades mentais”. Ao defini-las dessa maneira, retorna-se ao mesmo problema ocorrido com a atribuição do predicado —serverdadeiro” a um objeto, pois temos novamente dificuldade em afirmar que, por exemplo, —minha idéia de pedra é verdadeira”. Com efeito, a própria possibilidade do predicado —serverdadeiro” ser uma espécie de —predicado mental” parece levar a uma posição aparentemente solipsista, pois não podemos ter acesso aos conteúdos mentais alheios. Contudo, nos deteremos nos problemas decorrentes do solipsismo na próxima seção.

Segundo o filósofo alemão (FREGE, 2002, p.12), afirmar que uma idéia seja verdadeira não faz sentido, a menos que imaginemos uma situação na qual quiséssemos saber se a idéia corresponde a algo, se ela é a imagem mental de alguma coisa. Nesse caso, faria sentido dizer delas que são verdadeiras, mas somente se houver a intenção de estabelecer uma correspondência entre a idéia e algo mais. De acordo com o filósofo, se houver a intenção de dizer que a idéia corresponde a algo, então a verdade deve ser tomada como uma relação na qual uma idéia corresponde a algo. Se a caracterização dessa relação, entre a idéia e algo mais a que ela deva corresponder, for a de uma correspondência perfeita, então ela só deveria ocorrer entre duas coisas idênticas, pois todas as propriedades que uma tivesse a outra teria. Contudo, isso seria um equívoco, pois em uma correspondência são pressupostas duas coisas distintas, uma correspondendo à outra. Ora, duas coisas são distintas justamente por não corresponderem em todas as propriedades. Por conseguinte, ou a correspondência perfeita entre uma idéia e

algo seria um absurdo, por pressupor duas coisas ao mesmo tempo idênticas e distintas, ou não seriam duas coisas, e em suma estaríamos dizendo de uma coisa que ela é ela mesma.

Frege prossegue com a sua investigação, passando para a etapa seguinte. Ele sugere que, caso seja um equívoco identificar uma idéia e um objeto ao qual ela deva corresponder, teremos de concluir que uma correspondência perfeita é impossível. Desse modo, a verdade, entendida como uma correspondência entre uma idéia e um objeto, deveria depender de um terceiro elemento que os correlacionassem. Contudo, por ela estar centrada em um terceiro elemento, sem que esses sejam os próprios elementos da correspondência, a pergunta se repetirá ao infinito, pois seriam necessários outros elementos, que garantissem a correspondência entre o terceiro elemento e os dois elementos da correspondência inicial. Haveria elementos sobre o terceiro elemento, sobre a correspondência entre uma idéia e algo, e assim por diante, conclui Frege (FREGE, 2002, p.12).

A partir do que expusemos até agora da investigação de Frege, pode-se concluir que a questão da verdade não diz respeito a objetos, nem à correspondência entre idéias e qualquer outra coisa. Tomemos outro exemplo fornecido por Frege (FREGE, 2002, p. 14). Quando digo: —“minha idéia corresponde a Catedral de Colônia”, o que está em questão é se o que eu disse é verdadeiro ou não. Por conseguinte, o que seria passível de ser verdadeiro seria uma sentença e não um objeto ou uma idéia. O que poderia ser verdadeiro seria a asserção da relação e não a relação ela própria. Dizer que o que pode ser verdadeiro ou falso é apenas uma sentença inteira, uma asserção, faz com que a questão da verdade passe de um nível ontológico, no caso dos objetos, e epistemológico, no caso da relação entre idéias e objetos, para um nível lingüístico, o nível das sentenças.

Resumindo então os resultados de Frege até agora: o que seria verdadeiro, ou falso, seria a sentença. Contudo, a sentença é apenas uma seqüência de sinais que pode ser escutada, no caso de um proferimento, vista, no

caso da escrita, ou até sentida, como no caso dos cegos brasileiros que utilizam o Braille para ler. É interessante notar que, todas essas formas pelas quais as sentenças se manifestam são de algum modo apreendidas pelos sentidos, são, portanto, objetos empíricos, estão no nível ontológico, e vimos como, segundo Frege, seria sem sentido dizer de um objeto que ele é verdadeiro. Mas, parecia que Frege havia mudado o lócus da verdade para um nível lingüístico. Todavia, a sentença, aquilo que ele passara a considerar verdadeiro ou falso, se mostrou também estar no nível dos objetos sensorialmente perceptíveis, como exporemos a seguir.

Frege se pergunta novamente: o que então poderia ser verdadeiro ou falso? Ele sugere que retornemos ao exemplo da Catedral de Colônia: —a minha idéia corresponde a Catedral de Colônia”. Nesse exemplo, a sugestão inicial era a de que o que estava em questão era a verdade da sentença, no entanto, o que estava era o que a mesma expressava. Em termos fregianos, podemos expressar a conclusão obtida pelo filósofo como sendo a seguinte: o que é passível de ser verdadeiro ou falso é o *pensamento* expresso pela sentença.

Ao considerar o pensamento como aquilo que é passível de ser verdadeiro ou falso, Frege descobre dois novos problemas em seu caminho (FREGE, 2002, p.14). O filósofo se dá conta que não poderíamos afirmar que algo possui uma propriedade qualquer sem que assumíssemos concomitantemente esse pensamento como verdadeiro. Frege observa também que o predicado verdadeiro, quando aplicado a um pensamento, fica redundante. Ele nos fornece o seguinte exemplo: digo que —~~sito~~ um perfume de violetas” e depois digo que —éverdadeiro que sinto um perfume de violetas”. Segundo o filósofo, se observarmos bem essas duas sentenças, notaremos que nada foi acrescentado na segunda. É como se o que foi acrescentado à segunda estivesse implícito na primeira, soa redundante. Mas, como o próprio Frege salienta, não parece ser redundante quando um cientista, após muito investigar, conclui ser verdadeiro o que ele supunha.

Se partíssemos da análise pré-paradoxo a questão da redundância seria resolvida facilmente, e a resposta a ela, nesse período, seria a de que, de fato, nada foi acrescentado, o —“é presente em nosso exemplo deveria ser entendido em um sentido de identidade e não em um sentido predicativo. Não obstante, seguindo esse raciocínio a afirmação —“estrela da manhã é um corpo iluminado pelo Sol é verdadeira” seria logicamente análoga as afirmações que se seguem: —“estrela da manhã é o planeta Vênus é $2 + 2 = 4$ ”; compreendendo o que está à direita do “é” como um nome do verdadeiro, e o que está a sua esquerda como outro nome do verdadeiro. Dessa forma, na fase pré-paradoxo, a sentença —“estrela da manhã é um corpo iluminado pelo Sol é verdadeiro” não é redundante, ela afirma que o que está à esquerda do segundo “é” é um possível nome para o verdadeiro.

Na fase pós-paradoxo, contudo, Frege não pode mais assumir a explicação de que as sentenças são nomes do verdadeiro. Como vimos no artigo —“O Pensamento. Uma investigação Lógica.”, o filósofo elimina um a um todos os possíveis candidatos à verdade, quais sejam: os objetos (no sentido de corpos); as idéias; a relação entre idéias e algo; e as sentenças. Para ele, o que pode ser verdadeiro ou falso é o pensamento expresso por uma sentença. No entanto, em nenhum ponto de seu artigo —“O Pensamento. Uma investigação Lógica” o filósofo afirma que o verdadeiro ou o falso são a referência da sentença. Com efeito, ele afirma algo bem diferente da sua posição anterior:

O significado da palavra “verdadeiro” parece ser muito singular. Será que não estamos lidando aqui com algo que não pode absolutamente ser chamado, no sentido corrente de propriedade? Não obstante, essa dúvida, quero, por ora, seguindo o uso corrente da linguagem, expressar-me como se a verdade fosse uma propriedade, até que algo mais adequado seja encontrado (FREGE 2002, p. 16)

Como podemos notar, Frege não afirma que o verdadeiro e o falso sejam a referência da sentença. Ao contrário do que poderíamos esperar, ele assume que a verdade deva ser tratada como um predicado até que se ache coisa melhor. Contudo, se observarmos o modo como foram eliminados os outros candidatos à verdade, notaremos que mesmo sem possuir um método positivo para introdução

dos objetos lógicos, a noção de —pensamento” continua sendo abstrata e objetiva. Esse fato apóia a nossa tese interpretativa de que sua posição filosófica não muda substancialmente após o Paradoxo de Russell. Ou seja, o filósofo continua a postular objetos abstratos, que devem ser considerados os únicos alvos das leis da lógica: os pensamentos completos. A nossa tese interpretativa, parece ser também a opinião de Burge:

Entretanto, em meados de 1906, Frege aparenta ter desistido do logicismo. Dessa forma, sua motivação filosófica mais proeminente para a postulação dos objetos lógicos entra em colapso. A doutrina segundo a qual os valores de verdade deve se tornar menos importante para ele do que em seus anos anteriores. Todavia, ele não abandona sua posição. Suspeito que de acordo com suas analogias e considerações pragmáticas, ele manteve um motivo filosófico para sustentá-la. Esse motivo foi seu desejo de explicar a objetividade e o caráter informativo da lógica .³³ (BURGE 2005, p.107).

Os pensamentos completos, como veremos em seguida, habitarão um terceiro reino de entidades.

3.3.3. Lógica, verdade e o psicologismo.

Sustentamos, na subseção anterior, que, mesmo sem possuir um método positivo para introdução de objetos abstratos, uma vez que a operação de abstração é falha, Frege não abandona sua posição de que a verdade e a falsidade incidam sobre o pensamento e que esse, por sua vez, seja objetivo e abstrato, o que, em relação à verdade, confere continuidade às duas fases da filosofia fregiana. Embora os outros candidatos à verdade eliminados pelo filósofo fossem ou empíricos, ou de caráter privado, o último candidato analisado e escolhido, o pensamento, continua a ser considerado objetivo e abstrato. Com relação ao caráter abstrato da noção de

³³ Tradução nossa do original: By roughly, 1906, however, Frege seems to have given up logicism. So the most prominent philosophical motivation for postulating logical objects lapsed. The doctrine that truth-values are objects may became less important to him in his later year. He does not give up the view, however. And I suspect that in addiction to analogical or pragmatic considerations, he retained a philosophical motive for holding it. This motive was his desire to explicate the objectivity and informativeness of logic— it’s “descriptive” and normative character.³³

—erdade”, podemos destacar o seguinte trecho do —O Pensamento. Uma investigação Lógica”:

Inicialmente, porém quero traçar em linhas gerais o esboço do que, nesse texto, denomino verdadeiro, ficando assim excluídos outros modos de empregar essa palavra. Ela não deverá ser empregada aqui no sentido de —verídico” ou —veraz”, [...] pois o que temos aqui em mente é a verdade, cujo conhecimento constitui o objetivo da ciência. (FREGE 2002, p.10-11)

Com a finalidade de tornar mais clara a proposta de Frege em relação ao sentido objetivo e abstrato da verdade, cujo conhecimento constitui o objetivo da ciência, em contraposição ao sentido de —erídico” ou —eraz”, julgamos conveniente analisar o exemplo que se segue. Se observarmos a sentença —estrela da manhã é um corpo iluminado pelo Sol é verdadeiro”, notamos o seguinte: esse exemplo parece suscitar em nós uma pergunta pelo modo como podemos saber se, *de fato*, essa sentença é verdadeira, ou seja, como podemos *saber* se seu valor de verdade é o verdadeiro. O interessante de nos fazermos essa pergunta, para esses tipos de sentença, é que a sua resposta envolve uma separação entre sentenças empíricas e sentenças abstratas. Essa divisão, por sua vez, remonta a diferença que expusemos no capítulo anterior, entre propriedades empíricas e propriedades abstratas. Como dissemos, no caso das sentenças empíricas, há uma conexão direta com a parte observacional da realidade, pois as propriedades são abstraídas a partir dos objetos. Mas, no caso das propriedades lógicas, os objetos são determinados pelas propriedades abstratas expressas pela sentença. Destacamos, pois, como diferença fundamental entre as propriedades empíricas e as propriedades lógicas, que enquanto as primeiras são *descobertas* as últimas são *definidas*.

No caso dos pensamentos expressos por sentenças empíricas, acontece o mesmo que no caso de propriedades empíricas: é necessário que se recorra a elementos extralingüísticos para que se determine o seu valor de verdade. Podemos notar a necessidade de tal recurso na sentença —estrela da manha é o planeta Vênus”, que teve seu valor de verdade determinado após estudos astronômicos. No entanto, nas sentenças lógicas e matemáticas, não é necessário que se recorra a

nenhum elemento extralingüístico para a determinação de seu valor de verdade, como o que ocorre, por exemplo, com a sentença —~~2~~ $2 = 4$ ”.

Vimos que Frege define as leis da lógica como leis do ser verdadeiro. Vimos também que o filósofo insiste que o —verdadeiro” presente em sua definição esteja relacionado a objetos abstratos e objetivos, mesmo sem possuir um método logicamente inatacável para introdução dos mesmos. Essa insistência por parte de Frege parece ser um ataque direto ao estatuto da lógica para Mill. Como vimos na terceira seção do primeiro capítulo, segundo Godden, a lógica para Mill possuía um caráter prático. Segundo Mill, a lógica deve ser um método para que se encontrem enunciados factualmente verdadeiros e não para a fundamentação da verdade. Entendemos por —fundamentação da verdade” as regras abstratas e objetivas de inferência. Como vimos, para Mill, todo enunciado deve ser abstraído por observação da realidade, ou deve ser extraído por inferência desses enunciados, sendo formado, portanto, a partir da observação. Por sustentar tal posição, Godden chamou a posição de Mill de fundacionalismo empirista. Podemos resumir a posição de Mill em relação à lógica dizendo que ela deve ser um método para que se encontrem enunciados factualmente verdadeiros.

A visão de lógica que atribuímos a Mill não se restringe a esse filósofo apenas, mas é comum à outra forma de psicologismo por nós descrita. Na primeira seção do primeiro capítulo, formulamos o conceito de psicologismo como a redução de entidades lógicas a entidades psicológicas e a identificamos com a tese central do segundo período da história dessa disciplina. Dissemos também que o segundo período da história da lógica ficou conhecido como epistemológico, pois nele foram introduzidos elementos da psicologia. Os elementos aludidos no período precedente foram introduzidos da seguinte forma: mesmo admitindo que as leis lógicas dissessem respeito de algo objetivo, as mesmas teriam sido estabelecidas por um sujeito pensante e, portanto, seriam reconhecidas através de uma investigação acerca da forma como conhecemos. Por conseguinte, no segundo período, as investigações lógicas passaram a ser investigações quanto a forma como apreendemos o mundo que nos cerca.

Na segunda seção do segundo capítulo, dissemos que Frege introduz uma noção abstrata de objeto, distinguindo-o da noção empírica de corpo. Como dissemos naquela seção, para Frege, a noção de objeto é primitiva, embora tenhamos formulado um esboço de uma definição, qual seja, “objeto é tudo aquilo que satisfaz uma propriedade”. A essa nova abordagem proposta pelo filósofo alemão, Sluga chamou de semântica.

Frege caracteriza os objetos pelas propriedades das expressões que estão por eles, em outras palavras, ele transforma o que parece um problema material e ontológico em um problema semântico formal. (SLUGA 1980, p. 122)³⁴.

Segundo nossa análise, no período pré-paradoxo, Frege dá o mesmo tratamento abstrato à noção de “verdade” que ele dá à de “corpo”. Ou seja, ele transforma o que era uma questão epistemológica de como descobrir o que é verdadeiro partindo de objetos empíricos, em uma questão semântica, de se saber em que condições abstratas e objetivas um determinado enunciado é verdadeiro. É importante ressaltar que não estamos afirmando que a noção de “verdade” seja uma noção semântica. Utilizamos o termo “semântica” para contrapor ao termo “empírico” e talvez o mais adequado fosse utilizar o termo “abstrato”.

Na fase pós-paradoxo, contudo, Frege encontra dificuldades sérias para manter a sua concepção abstrata de verdade, pois, em virtude do Paradoxo de Russell, o filósofo não possui mais um método logicamente inatacável para a introdução de objetos abstratos. Chegamos nessa seção, portanto, a conclusão de que, por não possuir o método aludido, seu tratamento em relação à verdade torna-se negativo, ou seja, ele apenas elimina o que não pode ser verdadeiro ou falso e toma o pensamento como o melhor candidato a esse papel.

³⁴ Tradução nossa do original: Frege characterizes objects by properties of the expressions that stand for them, In other words, he transforms what looks like a material and ontological problem into a formal semantic one.

3.4. PENSAMENTO E CONTEÚDOS MENTAIS.

3.4.1. Representação e solipsismo.

Como pudemos concluir no final da última seção, o trabalho de Frege em sua fase pós-paradoxo, especificamente no artigo —O Pensamento. Uma Investigação Lógica”, passa a ter um caráter predominantemente negativo. Nessa seção, portanto, mostraremos como Frege nega que os pensamentos tenham um caráter subjetivo. Nessa análise nos deteremos, principalmente, nas críticas feitas pelo filósofo no artigo, de sua fase pós-paradoxo, —O Pensamento. Uma Investigação Lógica”, e a partir delas mostraremos que o filósofo não abandona um de seus princípios metodológicos propostos no *Fundamentos da Aritmética*, qual seja, o que deve-se separar sempre o lógico do psicológico.

Como expusemos no segundo capítulo, para Frege (na época do *Grundlagen*), uma análise acerca da natureza dos números deveria ser de caráter abstrato e seguir os seguintes princípios metodológicos: distinguir entre conceito e objeto, subjetivo e objetivo e, finalmente, só se perguntar pelo significado dos termos no contexto da sentença. De acordo com o último princípio metodológico por nós aludido, o processo de análise lógica deveria se iniciar com a análise da sentença, o famoso princípio do contexto. A partir da sentença, poderíamos distinguir os seus componentes, quais sejam: expressão funcional e o nome próprio. Ainda sobre o processo de análise, poderíamos identificar, para cada um desses componentes, e para a sentença ela própria, um correlato semântico (um sentido) e um correlato ontológico (uma referência).

Na sua fase pós-paradoxo, no artigo de 1918, contudo, Frege ressalta apenas dois componentes de uma sentença: um objetivo e outro subjetivo. O componente objetivo seria o pensamento expresso pela sentença e o componente subjetivo, a sua representação por um sujeito qualquer. Nessa segunda categoria estariam incluídos os possíveis elementos psicológicos associados a uma expressão lingüística.

Vimos, na seção anterior, que o pensamento é a entidade abstrata que Frege considera passível de ser verdadeira ou falsa. Nessa mesma seção, vimos que a verdade, no sentido fregeiano, não é uma propriedade de algo que possa ser percebido diretamente pelos sentidos, como as coisas que nos são exteriores: árvores, pedras e casas. Como vimos, Frege a considera, com reservas, como uma propriedade dos pensamentos, uma propriedade *sui generis*, ou singular, como consta na tradução para o português (FREGE, 2002, p.14). Para manter, no entanto, a posição que o pensamento possui um caráter *objetivo*, Frege tem de diferenciá-lo das representações, que possuem um caráter intrinsecamente subjetivo.

Com o objetivo de distinguir esses dois componentes ligados a sentença, o objetivo e o subjetivo, Frege toma como pressuposto de sua análise a distinção entre mundo exterior e mundo interior. O primeiro seria o mundo das coisas que nos são exteriores: árvores, pedras, este computador que está a minha frente, enfim, todas as coisas que percebemos pelos sentidos. O segundo seria o mundo subjetivo de desejos, sentimentos, imagens mentais e vontades, que o filósofo em —O Pensamento. Uma investigação Lógica” chama de *vorstellungen*, e que seria mais bem traduzido por “representações”, embora algumas vezes seja traduzido por idéia.

Frege, em seu —O Pensamento. Uma investigação lógica”, levanta quatro pontos acerca da natureza das representações, com o propósito de investigar se os pensamentos podem ou não ser identificados com elas, ou seja, se eles pertencem ou não a esse mundo interior. Julgamos que esses quatro pontos possuam um núcleo comum, qual seja, o de que as representações são de caráter subjetivo por serem vinculadas necessariamente a um portador. Como veremos, esse ponto será importante, pois será a partir dele que Frege montará os seus argumentos contra o solipsismo decorrente da posição psicologista.

Frege inicia sua análise afirmando que as idéias não podem ser vistas, nem tocadas, nem cheiradas, nem ouvidas. Seguindo o exemplo fornecido pelo próprio filósofo (FREGE. 2002, p. 24), se faço um passeio com um companheiro e vejo o prado verde, então o que tenho é a impressão visual do verde. Tenho a impressão visual, mas não a vejo. A idéia do verde que vejo não pode ser ela própria

o objeto do que vejo, pois não vejo a impressão visual, eu a tenho. Dessa forma, deve-se diferenciar uma idéia que alguém tenha e que pertença ao conteúdo de sua consciência, das coisas no mundo exterior que existem independentemente de que eu as perceba. De acordo com o filósofo (FREGE, 2002, p. 24) parece absurdo imaginar que um desejo, um sentimento, ou uma dor possam vagar por aí independentemente de alguém que os tenha. O filósofo conclui: mundo interior pressupõe alguém de quem o mesmo seja mundo interior.

Para Frege, as representações são subjetivas em um sentido radical, ou seja, é impossível ter acesso ao conteúdo mental dos outros. Acerca dessa impossibilidade ele escreve:

Percebo um morango entre as folhas do morangueiro. Meu companheiro não o percebe; é daltônico. A impressão que ele recebe do morango quase não se distingue da que ele recebe da folha. Pergunta-se, será que meu companheiro vê a folha verde como vermelha? Ou será que vê ambas as coisas com uma única cor que eu absolutamente não conheço? Tais perguntas não são passíveis de serem respondidas; a rigor, são desprovidas de sentido. Pois a palavra “vermelho”, quando designa não uma propriedade das coisas, mas uma impressão sensorial que pertence a minha consciência, só é aplicável na esfera de minha consciência. Pois é impossível comparar minha impressão sensorial com a de outrem. (FREGE 2002, p.24).

Podemos notar na citação que a representação é privada e que não é possível comparar uma representação com outra e, conseqüentemente, saber se duas representações são a mesma.

Se as representações são subjetivas e incomparáveis, então elas não podem ser passíveis de serem verdadeiras ou falsas, pois não haveria critérios objetivos para julgar se uma representação seria verdadeira ou falsa. Sobre a proposta fregeana, Dummett diz:

A conseqüência prática dessa doutrina ontológica foi a rejeição do psicologismo. Se os pensamentos não são conteúdos mentais, então eles não devem ser analisados em termos de operações mentais individuais.

Teorias lógicas do pensamento e do significado devem ser rigorosamente demarcadas da psicologia. (DUMMETT, 1993, p.23).³⁵

Os argumentos propostos por Frege para mostrar, em oposição ao psicologismo, que os pensamentos não são conteúdos da mente, são sempre propostos por ele para contrastar entre o subjetivo e incomunicável caráter das “representações” e o objetivo e comunicável caráter dos pensamentos. (DUMMETT, 1993, p.24).³⁶

Podemos, a partir do que expusemos, notar que, embora não possua um método logicamente sólido para introdução de entidades abstratas, Frege não abandona sua posição. Na sua fase pós-paradoxo, o filósofo se atém apenas à críticas das posições filosóficas que julga serem inadequadas acerca de questões relacionadas aos fundamentos da aritmética e a natureza da lógica. No que diz respeito à noção de “verdade”, Frege afirma apenas que o que é passível de ser verdadeiro ou falso é o pensamento expresso por uma sentença e que o pensamento é objetivo e abstrato as duas propriedades que os objetos lógicos deveriam possuir. Dessa maneira, pode-se perceber que o filósofo não abandona um de seus princípios metodológicos básicos, qual seja, que se deve sempre distinguir o lógico do psicológico, o objetivo do subjetivo. Por não abandonar esse princípio metodológico, podemos afirmar que após o paradoxo Frege também não abandona sua crítica ao psicologismo. De modo geral, a nossa hipótese de trabalho, qual seja, de que há uma continuidade entre as duas fases da filosofia fregiana, é sustentada, pois, apesar de não possuir um método para introdução dos objetos lógicos, o filósofo mantém uma noção, ainda que enfraquecida, de “objeto abstrato”.

³⁵ Tradução nossa do original: The practical consequence of this ontological doctrine was the rejection of psychologism. If thought are not mental contents, then they are not to be analyzed in terms of individual mental operations. Logic theories of thought and meaning are thus to be sharply demarcated from psychology.

³⁶ Tradução nossa do original: The arguments Frege puts forward to show, in opposition to psychologism, that thoughts are not contents of mind, are always made by him to turn on the contrast between the subjective and incommunicable character of “ideas” and the objective and communicable character of thoughts.

3.4.2. A prova que nem tudo pode ser uma representação na mente de um sujeito.

Nossa exposição na subseção anterior foi baseada na pressuposição de que haja uma divisão entre mundo interior e mundo exterior e de que para Frege essa divisão seja bem delimitada. Os componentes do mundo interior o filósofo chamou de representações (*Vorstellungen*), mas aos componentes do mundo exterior ele não atribuiu um nome, pelo menos não no artigo de 1918, mas, segundo nossa opinião, podemos chamar tais componentes de objetos.

Contudo, se adotássemos uma posição cética, não poderíamos afirmar a existência de algo exterior a nós, algo que independa da nossa consciência para existir, algo que exista mesmo que não existamos para percebê-lo, pois não poderíamos nos livrar da nossa consciência para perceber esse suposto mundo exterior e, em suma, não haveria a divisão entre mundo exterior e mundo interior. O que realmente existiria seria apenas o mundo interior. Frege apresenta essa posição cética da seguinte maneira: se tudo o que julgo ser o mundo exterior a mim fosse apenas um sonho, e se o domínio dos objetos fosse vazio e nada disso que eu julgo ser o mundo exterior existisse de fato; as representações seriam os únicos objetos da minha contemplação (FREGE, 2002, p.27). A dificuldade que surgiria a partir desse ceticismo seria a de que, a partir do momento em que eu supusesse um objeto exterior a mim, ele, o próprio o objeto, já seria algo na minha consciência e ele seria, portanto, uma representação. A tese central então parece ser esta: só aquilo que é representação pode ser objeto da minha contemplação.

Essa tese elimina inclusive qualquer explicação de cunho empírico. Poderíamos dizer que a consciência seria resultado de complexos processos objetivos físicos e químicos, que são o veículo de informações até a consciência. Haveria, portanto, coisas exteriores a nós que estimulassem tais processos e a consciência seria um resultado deles. Em uma perspectiva cética o problema a ser enfrentado pela posição empirista seria o de que não vivenciamos os supostos processos e sim a consciência. Os processos físicos e químicos não seriam parte do

mundo externo, mas acabariam por serem incorporados, eles próprios, à consciência, passando a ser considerados como representações na consciência de alguém. Essa incorporação se daria pelo fato de que eles teriam de ser descritos por alguém e, portanto, serem, eles próprios, representações.

Como já dissemos na subseção anterior, o caráter privado das representações, associado a uma tese que reze não haver mais nada além de representações, leva a uma posição solipsista. Uma representação é privada e incomunicável, ou seja, é impossível comparar duas representações. Entretanto, podemos destacar duas formas de ceticismo. À primeira, poderíamos dar o nome de —ceticismo cartesiano”. Essa posição consiste em colocar em dúvida o mundo que nos cerca e toda análise deveria se iniciar em primeira pessoa, como expusemos no início dessa subseção. Frege caracterizou esse tipo de ceticismo sobre o mundo exterior através do notoriamente conhecido —argumento do sonho”. Na segunda posição, diferencia-se entre interno e externo, mas o externo é impossível de se conhecer *em si*, devido à nossa forma *a priori* de representá-lo e todo tipo de análise filosófica deve ser guiada por uma análise prévia da nossa forma *a priori* de representação do mundo exterior. Nota-se que a última possibilidade levantada é apenas outra forma de escrever o que caracterizamos como psicologismo transcendental no decorrer dessa dissertação. Pode-se destacar a diferença fundamental entre essas duas formas de ceticismo da seguinte maneira: o que chamamos —ceticismo cartesiano” seria uma forma extremada de ceticismo na qual só existe o sujeito pensante, enquanto que o —ceticismo de cunho transcendental” seria relativo à natureza humana.

Frege, em seu artigo de 1918, apresenta uma série de argumentos contra o ceticismo cartesiano, mostrando os problemas que dele decorrem, caso o tomemos como verdadeiro. Como expusemos na subseção anterior, uma característica necessária das representações seria a de possuir um portador. Mas aqui vemos surgir um problema: e o portador, seria ele próprio uma representação? Segundo o filósofo alemão, para ser portador de uma representação, o sujeito deve ser essencialmente diferente das suas representações. Se assim não fosse, neste emaranhado de representações, tais como cadeira, mesa, computador e todas as

representações que tenho em minha consciência, não conseguiríamos destacar uma e a eleger portadora de todas as outras, e lhe dar o nome de —eü

Com efeito, a situação torna-se bastante complicada, pois temos aqui dois caminhos: ou bem o —eü o portador de todas as representações, não é uma representação, ou bem o —e” é realmente uma representação portadora de outras. No primeiro caso, seria falsa a tese de que tudo é representação, a tese central do argumento do sonho, e haveriam coisas, pelo menos uma, o —eü que não seria uma representação. No segundo caso, não poderíamos dizer que apenas o —eü porta todas as outras representações, mas teríamos que admitir que todas as representações fossem portadoras umas das outras. Da mesma forma que o —eü porta todas as outras representações, a representação, digamos, de “cadeira” deveria portar todas as outras, inclusive a do —eü e assim por diante. Já que todas seriam representações, nada poderia diferenciá-las, todas as representações seriam independentes entre si. Conseqüentemente, se tudo fosse representação e não houvesse nada que diferenciasse uma da outra, então não deveria haver um ente diferente das representações que as portasse, normalmente chamado de —eü

Poderíamos supor uma alternativa que dê sustentação a tese de que tudo é representação: a de que o —eü seja uma parte isolada da minha consciência, assim como a representação de cadeira. Quando observo uma cadeira, isto é apenas uma parte de minha consciência, surgindo assim o —eü pois, da mesma forma que isolo a representação de “cadeira”, isolo também a do —eü. O —eü seria uma espécie de ato mental em primeira pessoa dentro da própria mente. Nesse caso funcionaria da mesma forma que o —eü diferente das representações (a primeira possibilidade que levantamos), mas seria um —eü interno. Esse —eü interno seria da mesma natureza que as outras representações, todavia, possuiria uma função diferente do restante delas, ele isolaria as outras representações. Esse —eü estaria implícito em atos mentais como observar uma pedra. Entretanto, pelo fato de perceber esse —e”, que é —e” sobre o primeiro —eü presente como sujeito oculto em “observo uma cadeira”, surge outro —e” e assim ao infinito, pois para cada —e” que se isolasse sempre haveria outro. Em conseqüência desse processo, não haveria um —eü interno, mas uma infinidade, e se houver uma infinidade de —es”

teríamos que negar ao —e” o caráter de primeira pessoa, que, por sua vez, é justamente o que o deveria caracterizar.

Ora, como expusemos, o —e” o portador das representações, não pode ser ele próprio uma representação, pois, se o concebêssemos dessa maneira, incorrer-se-ia no absurdo de ter que negar-lhe o caráter de primeira pessoa. Se admitirmos que exista pelo menos uma coisa que não é representação, o portador das representações, o caminho parece estar livre para que se possa reconhecer coisas que são exteriores, e que nem tudo pode ser representação. Seria absurdo assim julgar. Tomemos um exemplo fornecido pelo próprio Frege (FREGE, 2002, p.32): um médico ao observar a dor de um paciente pode refletir sobre suas causas, mas não pode senti-la. O médico possui uma representação da dor em sua consciência, enquanto que o paciente a sente, pois, se não fosse assim, o médico poderia se medicar com o propósito de curar a dor do paciente.

A resposta de Frege a nossa questão inicial: “—e pensamento é uma representação?” é, portanto, negativa. Segundo o filósofo, se um pensamento pode ser reconhecido como verdadeiro ou falso, ele não pode ser uma representação. Se ele fosse uma representação, não faria sentido dizer que um pensamento qualquer é verdadeiro e outro, oposto, falso, pois os pensamentos seriam representações na consciência de alguém. Aliás, ele reforça sua tese afirmando que a própria idéia de ciência estaria comprometida, pois não faria sentido compreender a ciência enquanto um trabalho coletivo, que vai se transformando de acordo com as discussões a respeito de algo, se esse algo é, ele próprio, um objeto na consciência de cada indivíduo. O que haveria então seria a —minha ciência” e a —sua ciência”. E toda discussão científica seria sem sentido. Seguindo outro exemplo do próprio Frege, seria como duas pessoas julgando se uma nota de cem marcos é verdadeira, tendo como referência a nota em seu bolso, e entendendo a palavra —autêntico” ao seu modo. (FREGE, 2002, p. 25).

Da mesma forma, de acordo com o filósofo, não faria sentido dizer que o teorema de Pitágoras é verdadeiro ou falso sem pressupor algo que exista

independentemente das nossas faculdades mentais, pois, no caso de uma prova deste teorema, esta seria uma prova do quê? O mesmo ocorreria com o número dois, por exemplo. Não haveria sentido em chamar algo de: —o número dois”, e sim —~~eu~~ número dois”, ou —seu número dois” (FREGE, 2002, p. 36). Se eu visse dois copos na minha frente, e logo em seguida alguém me dissesse que são três, e isso não fosse apenas uma questão dos nomes que damos aos números, mas antes uma diferença real de quantidade, ainda assim eu não poderia discordar. Não poderia discordar pois o pensamento seria uma representação, eu posso ter as minhas, enquanto outro indivíduo as suas, e essas não podem ser verdadeiras e nem falsas. As representações simplesmente existem enquanto conteúdo da consciência de alguém.

Podemos concluir, a partir do que expusemos tanto na seção anterior, quanto nessa, que os pensamentos não se identificam com as representações. Podemos concluir também que como as leis da lógica, na perspectiva fregiana, são leis do ser verdadeiro, o filósofo não abandona um de seus princípios metodológicos proposto no início do *Fundamentos da Aritmética*: deve-se sempre separar o lógico do psicológico, o subjetivo do objetivo.

3.4.3. O terceiro reino.

Nessa última seção, exporemos, como conclusão do capítulo, uma apresentação da alternativa proposta por Frege para estabelecer a objetividade do pensamento: a postulação de um terceiro reino de entidades. Essa solução teria a virtude de manter vivas suas contundentes críticas ao psicologismo. Assim, as entidades desse terceiro reino não seriam nem mentais, nem sensíveis, mas abstratas e seria acerca delas que as leis do verdadeiro versariam.

No decorrer de toda essa terceira seção, investigamos qual o objeto de estudo da lógica, e concluímos que o mesmo é a verdade (em um sentido que chamamos de abstrato). Passamos da questão da verdade para a da natureza do

pensamento e vimos que o mesmo não se confunde nem com as idéias, nem com as coisas. Para delimitar o que é o pensamento, dissemos principalmente o que ele não é. Agora, para concluir nossa investigação, vejamos o que o pensamento possui de peculiar.

Por um lado, os pensamentos não se identificam com as representações. Por outro lado, como expusemos no decorrer dessa seção, os pensamentos não são observáveis. Se segue então que o pensamento não pertence nem ao mundo exterior - não são coisas no mundo sensivelmente apreensíveis - e nem tampouco ao mundo interior - não são representações. Dissemos também, na introdução a essa seção, que o filósofo não abandona um de seus princípios metodológicos proposto no início do *Fundamentos da Aritmética*: deve-se sempre separar o lógico do psicológico, o subjetivo do objetivo. Surge, portanto, a questão: qual a natureza do pensamento?

Na primeira fase de sua filosofia, a resposta seria que o pensamento, ou a proposição expressa por uma sentença, possuiria um correlato extensional, que é o seu valor de verdade; e, portanto, Frege não estava muito preocupado em estabelecer qual seria a natureza do pensamento. Contudo, como vimos, após o Paradoxo de Russell, Frege não dispõe mais do princípio de extensionalização. Assim, ele não mais dispõe de um método para refletir sua estrutura de tipos no nível inferior dos objetos. Portanto, na fase pós-paradoxo, o filósofo responde a pergunta que finaliza o parágrafo precedente dizendo que é necessário *admitir* um terceiro domínio de coisas — o domínio dos pensamentos, para melhor caracterizar esse tipo de entidade.

Além do próprio mundo interior, deveríamos distinguir entre o mundo exterior propriamente dito, constituído de coisas sensorialmente perceptíveis, e o domínio do que não pode ser percebido pelos sentidos. (FREGE 2002, p. 36)

É preciso admitir um terceiro domínio. O que esse contém coincide com as idéias, por não poder ser percebido pelos sentidos, e também com as

coisas, por não necessitar de um portador a cujo conteúdo da consciência pertenceria. (FREGE 2002, p. 27)

Este terceiro domínio possuiria características tanto do mundo exterior, quanto do mundo interior. Os objetos do terceiro domínio possuiriam em comum com o mundo exterior a característica de serem apreensíveis por várias pessoas: a objetividade; e, com o mundo interior, a característica de serem abstratos e não poderem ser apreendidos através dos sentidos.

A partir das características atribuídas pelo filósofo aos pensamentos e por nós destacadas no parágrafo precedente, uma pergunta surge: como podemos apreender um pensamento? A dificuldade é que, por um lado, ele não é privado, se fosse, isso dispensaria o que foi chamado por Frege de “recursão pelo mundo exterior” (FREGE, 2002, p. 33); e, por outro, ele, o pensamento, não pode ser apreendido pelos sentidos. Frege responde que o pensamento é apreendido pelos sentidos através da sentença, ou, de forma mais ampla, o pensamento é apreendido pela linguagem.

Não me encontro aqui na privilegiada posição de um mineralogista que mostra a seus ouvintes um cristal de rocha. Não posso pôr um pensamento nas mãos de meus leitores pedindo-lhes que observem todas as suas faces. Tenho que me contentar em apresentar ao leitor o pensamento, em si mesmo não sensível, revestido da forma sensível da linguagem. (FREGE 2002, P.23)

Podemos de forma breve dizer que os pensamentos não são representações e nem objetos sensorialmente perceptíveis, mas são passíveis de serem apreendidos pelos sentidos através da linguagem.

Até agora, expusemos as características que os componentes do terceiro reino possuem em comum com as entidades do mundo interior e com as do mundo exterior. Mas o que eles possuem de peculiar, se é que possuem? Segundo Frege, os pensamentos possuem uma característica que os diferem dos outros domínios- a atemporalidade. Tomemos novamente o exemplo do teorema de Pitágoras. De acordo com o filósofo alemão, o referido teorema é atemporal, pois o seu conteúdo

não muda com o passar do tempo, ou com possíveis novas formas de escrevê-lo. O que pode mudar com o passar do tempo são apenas características não essenciais, mas o pensamento expresso não muda.

O mesmo ocorre com pensamentos expressos por enunciados empíricos. Frege fornece como exemplo o seguinte enunciado: —~~da~~ árvore está coberta de folhas verdes” (FREGE, 2002, p.36). Somente o que foi dito no enunciado não é suficiente para a expressão do pensamento, pois se necessita da indicação temporal, uma vez que, em diferentes momentos, esse enunciado pode ser verdadeiro ou falso. Feita a indicação temporal de forma correta, —~~at~~temporaliza-se” aquele fato através do pensamento de que a árvore tal está coberta de folhas no tempo tal e no lugar tal. Esse pensamento vai ser sempre verdadeiro, ou falso, pois estamos descrevendo um fato que não vai mudar.

Dissemos anteriormente que para Frege as leis da lógica devem ser entendidas como leis do ser verdadeiro e devem ser distinguidas do processo psicológico do pensar, processo esse que o filósofo, em seu artigo de 1918, chama de —~~pr~~apreensão” do pensamento. Dissemos também que o pensamento, embora seja atemporal, é apreendido pela linguagem, que é uma espécie de expressão empírica das entidades do terceiro domínio.

Vejamos como seria o processo de apreensão de um pensamento. Primeiro um pensamento qualquer seria dado aos sentidos, através de uma sentença; depois ele seria apreendido por um indivíduo qualquer nessa fase teríamos um processo psicológico. Na terceira etapa, se esse indivíduo quisesse, ele revestiria o pensamento novamente com a linguagem, tornando-o apreensível aos sentidos, e, portanto, tornando possível que qualquer um, suficientemente familiarizado com a linguagem na qual foi revestido, apreenda tal pensamento.

Em um processo de apreensão de um pensamento pode haver vários elementos necessários para sua expressão, mas que só dizem respeito a características não essenciais do mesmo. Dentre esses elementos, poderíamos destacar: a língua na qual esse pensamento foi expresso, a época em que foi apreendido ou até possíveis características ligadas a espécie humana e a subjetividade de cada indivíduo. O que há de comum entre todas essas

características é que elas se transformam com o passar do tempo. Todavia, para Frege, o conteúdo desse pensamento não muda com o passar do tempo. É nesse sentido atemporal que devemos entender os pensamentos como objetos abstratos e que a postulação dos mesmos figura-se como uma perspectiva crítica às posições psicologistas.

A postulação de objetos abstratos e atemporais, além de conferir continuidade entre as duas fases da filosofia fregiana, figura-se como crítica às posições psicologistas caracterizadas no primeiro capítulo, pois as características que as posições psicologistas advogam em favor da objetividade dessas entidades, que Frege chamou de abstratas, são para o filósofo alemão características não essenciais de apreensão e comunicação de tais entidades. Para Frege, o pensamento é objetivo e atemporal justamente por independer de tais características.

3.4.4. Conclusão.

Nesse capítulo, mostramos como, mesmo não possuindo um método logicamente inatacável de fundamentação matemática na lógica através da introdução dos objetos lógicos, as convicções de Frege em relação à natureza da lógica não mudam. Como se pode notar a partir de nossa exposição, Frege encontra uma alternativa, a seu ver menos satisfatória, mas ainda assim fiel às suas antigas intuições para garantir a objetividade da lógica e da matemática. Segundo nossa análise, ele garante esse caráter objetivo propondo a continuidade da noção de —objeto abstrato”. Podemos dizer que o Frege fase pós-paradoxo mantém a noção de —objeto abstrato”, de uma forma enfraquecida em relação à proposta inicial (os objetos abstratos), através da noção de —pensamento”.

Empreendemos a elaboração desse capítulo final em três seções. Na primeira, expusemos a noção de —lei” e a discussão de Frege sobre o seu caráter, principalmente em relação às leis da lógica. A partir de nossa exposição de como o filósofo compreende as leis da lógica, discutimos de que forma sua posição filosófica acerca dessas leis figura-se como uma crítica às posições psicologistas por nos

descritas no primeiro capítulo. Fizemos isso sem nos preocupar ainda em discriminar o período pré-paradoxo do período pós-paradoxo. Na segunda seção, fizemos uma comparação entre a concepção de Frege sobre a verdade nos seus escritos médios, com a defendida num de seus últimos artigos (1918), o artigo: —“Pensamento. Uma investigação lógica”. Na terceira, finalmente, apresentamos primeiro a crítica fregiana a um possível caráter psicologista da lógica, via distinção entre pensamento e representação; depois expusemos o argumento de Frege contra uma possível posição cética segundo a qual só se pode admitir como existentes o que for representação; e encerramos o capítulo com a apresentação da alternativa proposta por Frege: a postulação de um terceiro reino de entidades. Essa solução, apesar de não muito satisfatória, ainda mantém vivas suas contundentes críticas ao psicologismo.

CONCLUSÃO.

Como dissemos na introdução dessa dissertação nosso propósito era o de mostrar a crítica de Frege ao psicologismo na lógica e na matemática. Para realizar tal meta, partimos da seguinte hipótese de trabalho: que a crítica de Frege ao psicologismo está fundamentada na sua noção de “objeto abstrato”. Para investigar essa hipótese, contrastamos aspectos das fases pré e pós-paradoxo do pensamento de Frege com a finalidade de mostrar que há uma continuidade entre esses dois períodos e que essa continuidade se dá através da insistência, por parte de Frege, em manter uma noção de “objeto abstrato”, mesmo que numa versão enfraquecida. Julgamos que nossa meta foi atingida e a empreendemos em três capítulos.

No primeiro capítulo fizemos uma apresentação breve do que é o psicologismo. Como dissemos, segundo nossa análise, a crítica de Frege incide sobre duas diferentes formas de psicologismo. A uma demos o nome de “psicologismo transcendental” e a outra demos o nome de “psicologismo empirista” e as caracterizamos, respectivamente, através da exposição de aspectos da filosofia de Mill com relação à lógica e aspectos da filosofia kantiana relativos à matemática. Vimos que para Frege, o caráter objetivo da matemática estava comprometido por essas duas formas de psicologismo em virtude da intromissão de elementos de análise psicológica na lógica e na matemática. Mostramos que o principal problema da posição kantiana era a admissão da possibilidade de outros seres com outras formas puras da sensibilidade e, portanto, outra matemática. Como expusemos, o principal problema atribuído por Frege a posição filosófica de Mill era sua perspectiva empirista extrema, segundo a qual todo conhecimento cientificamente adequado só pode ser postulado através da indução empírica.

No segundo capítulo, expusemos a proposta fregiana de fundamentação da matemática na lógica, levada a cabo, principalmente, com o auxílio da distinção entre “função” e “objeto”, bem como pelo método de análise proposto por Frege. Observamos também como ela fundamenta uma nova perspectiva filosófica em

relação à noção de “objeto” por introduzir a noção de “objeto abstrato”. Sustentamos que Frege propõe antes do paradoxo uma noção rigorosa de “objeto abstrato” a noção de “objeto lógico”. Sustentamos tal tese, pois o filósofo possuía um método para que se encontrem tais entidades que se fundamentava na operação de extensionalização. Mostramos como esse método funciona expondo sua definição logicista de número, que foi justamente o motivo pelo qual tal método fora introduzido. Todavia, como vimos, em virtude do paradoxo de Russell, tal método falha e Frege não possui mais um método universal para introdução dos objetos lógicos e conseqüentemente, uma definição de número isenta de problemas conceituais.

No terceiro capítulo, mostramos como, mesmo não possuindo um método logicamente inatacável de fundamentação da matemática na lógica através da introdução dos objetos lógicos, as convicções de Frege em relação à natureza da lógica não mudam. Como se pode notar a partir de nossa exposição, Frege encontra uma alternativa, a seu ver menos satisfatória, mas ainda assim fiel às suas antigas intuições para garantir a objetividade da lógica e da matemática. Segundo nossa análise, ele garante esse caráter objetivo propondo a continuidade da noção de “objeto abstrato”. Podemos dizer que o Frege fase pós-paradoxo mantém a noção de “objeto abstrato”, de uma forma enfraquecida em relação à proposta inicial (os objetos abstratos), através da noção de “pensamento”.

BIBLIOGRAFIA.

ARISTÓTELES. **Categorias**. Organon. Coleção Filosofia e Ensaio. Lisboa: Guimarães Editores, 1985.

BENDA, Julien. **Kant**. Coleção Os Imortais do Pensamento Universal. São Paulo: Editora da USP, 1981.

BURGE, Tyler. On Knowing the Third Realm. **Mind**. New York: Oxford University Press, 1992, Vol. 101.

BURGE, Tyler. **Truth, Reason and Other Essays**. New York: Oxford University Press, 2005.

CAJORI, Florian. **Uma História da Matemática**. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda, 2007.

DUMMETT, Michael. **Origins of Analytical Philosophy**. Massachusetts: Harvard University Press, 1993.

FREGE, Gottlob. **Basic Laws of Arithmetic**. Translated by Montgomery Furth. Berkeley and Los Angeles: University of California Press, 1964.

_____. **Begriffsschrift**. From Frege to Gödel. Van Heijenoort. Cambridge: Harvard University Press, 1967.

_____. Função e Conceito. **Lógica e Filosofia da Linguagem**. Tradução de Paulo Alcoforado. Rio de Janeiro: Editora Cultrix, 1978.

_____. Sentido e Referência. **Lógica e Filosofia da Linguagem**. Tradução de Paulo Alcoforado. Rio de Janeiro: Editora Cultrix, 1978.

_____. Conceito e Objeto. **Lógica e Filosofia da Linguagem**. Tradução de Paulo Alcoforado. Rio de Janeiro. Editora Cultrix. 1978.

_____. Os **Fundamentos da Aritimética**. Tradução de Luiz Henrique dos Santos. São Paulo: Editora Nova Cultural, 1989.

_____. O Pensamento, uma Investigação Lógica. **Investigações Lógicas**. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2002.

GODDEN, David. **Psychologism in Logic of John Stuart Mill**: Mill on the Subject Matter and Foundations of Ratiocinative Logic. History and Philosophy of Logic. ISSN 0144-5340. Disponível em: [http:// www.tandf.co.uk/journals](http://www.tandf.co.uk/journals).

HUSSERL, Edmund. **Logical Investigations**. New York: Routledge, 1971, Vol I.

KANT, Immanuel. **Crítica da Razão Pura**. Tradução de Manuela Pinto dos Santos e Alexandre Fradique Morujão. Lisboa: Editora da Fundação Calouste Gulbenkian, 2001.

KNEALE, William & Martha. **O Desenvolvimento da Lógica**. Tradução de M.S. Lourenço. Lisboa: Editora da Fundação Calouste Gulbenkian.

KUSCH, Martin. **Psychologism**. 2007. Disponível em: <http://plato.stanford.edu/entries/psychologism>.

MILL, John Stuart. **Sistema de Lógica**. João Marcos Coelho e Pablo Rubén Mariconda. Editora Abril Cultural: São Paulo, 1984.

MACHADO, Alexandre. Frege, Psicologismo e o Problema da Linguagem Privada. **Barbarói**, nº 26, 2007.

PENCO, Carlo. **Introdução à Filosofia da Linguagem**. Tradução de Ephraim F. Alves. Petrópolis: Editora Vozes. 2006.

RUFFINO, Marco. Why Frege Would Not Be a Neo-fregian. **Mind** vol. 112, 2003.

RUSSELL, Bertrand. **Introdução à Filosofia da Matemática**. Rio de Janeiro, 1963.

SLUGA, Hans. **Gottlob Frege**. London: Routledge, 1980.

TUGENDHAT, Ernst. **Propedêutica Lógico-semântica**. Tradução de Fernando Augusto da Rocha Rodrigues. Petrópolis: Editora Vozes, 2005.